

Уральский государственный архитектурно-художественный университет
Национальный исследовательский Томский государственный университет
Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИССЛЕДОВАНИИ СЛОЖНЫХ СТРУКТУР

**МАТЕРИАЛЫ
ОДИННАДЦАТОЙ МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
6–10 июня 2016 г.**

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2016

Для решения задачи оценивания длительности мертвого времени методом моментов строится статистика $\hat{\text{cov}}(\tau_1, \tau_2)$ – оценка теоретической ковариации: $\text{cov}_T(\tau_1, \tau_2) = \int_T^\infty \int_T^\infty [\tau_1 - M\tau_1] [\tau_2 - M\tau_2] \times p_T(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$, где $p_T(\tau_1, \tau_2)$ – совместная плотность вероятности длительности двух соседних интервалов [1]. Далее решается относительно неизвестной T уравнение моментов $\text{cov}_T(\tau_1, \tau_2) = \hat{\text{cov}}(\tau_1, \tau_2)$. Решение уравнения моментов выбирается в качестве оценки $\hat{T}$ длительности мертвого времени.

Литература

1. Бахолдина М.А. Совместная плотность вероятностей длительности интервалов модулированного обобщенного полусинхронного потока событий при непродлеваемом мертвом времени и условия его рекуррентности // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2015. № 2 (31). С. 4–17.

ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ НЕПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ В МОДУЛИРОВАННОМ МАР-ПОТОКЕ СОБЫТИЙ МЕТОДОМ МОМЕНТОВ

Д.В. Березин, Л.А. Нежелская

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия
berezin14@mail.ru

При оценке состояний и параметров потока событий одним из искажающих факторов служит мертвое время регистрирующих приборов, которое порождается зарегистрированным событием. События, наступившие в течение периода мертвого времени, теряются. Чтобы оценить потери событий потока, необходимо оценить длительность мертвого времени.

Рассмотрим поток событий с интенсивностью, представляющей собой кусочно-постоянный стационарный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями: λ_1 и λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$). Длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии, $i = 1, 2$, определяется двумя случайными величинами: 1) первая случайная величина распределена по экспоненциальному закону $F_i^{(1)} = 1 - e^{-\alpha_i t}$, $i = 1, 2$; в момент окончания i -го состояния процесс $\lambda(t)$ переходит с вероятностью единица из i -го состояния в j -е, $i, j = 1, 2$ ($i \neq j$); 2) вторая случайная величина распределена по экспоненциальному закону $F_i^{(2)} = 1 - e^{-\lambda_i t}$, $i = 1, 2$; в момент окончания i -го состояния процесс $\lambda(t)$ переходит с вероятностью $P_1(\lambda_j | \lambda_i)$ в j -е состояние ($i \neq j$) с наступлением события, либо с вероятностью $P_0(\lambda_j | \lambda_i)$ переходит в j -е состояние ($i \neq j$) без наступления события, либо с вероятностью $P_1(\lambda_i | \lambda_i)$ остается в i -м состоянии с наступлением события ($P_1(\lambda_j | \lambda_i) + P_0(\lambda_j | \lambda_i) + P_1(\lambda_i | \lambda_i) = 1$, $i, j = 1, 2$, $i \neq j$). Следует отметить, что описанные выше две случайные величины являются независимыми друг от друга. В сделанных предположениях $\lambda(t)$ – марковский процесс. Блочная матрица инфинитезимальных коэффициентов примет вид:

$$D = \begin{vmatrix} -(\alpha_1 + \lambda_1) & \alpha_1 + \lambda_1 P_0(\lambda_2 | \lambda_1) & \lambda_1 P_1(\lambda_1 | \lambda_1) & \lambda_1 P_1(\lambda_2 | \lambda_1) \\ \alpha_2 + \lambda_2 P_0(\lambda_1 | \lambda_2) & -(\alpha_2 + \lambda_2) & \lambda_2 P_1(\lambda_1 | \lambda_2) & \lambda_2 P_1(\lambda_2 | \lambda_2) \end{vmatrix} = \|D_0 | D_1\|.$$

После каждого зарегистрированного в момент времени t_k события наступает время фиксированной длительности T (мертвое время), в течение которого другие события исходного модулированного МАР-потока недоступны наблюдению. По окончании мертвого времени первое наступившее событие снова создает период мертвого времени длительности T .

Так как процесс $\lambda(t)$ принципиально ненаблюдаем, а наблюдаемыми являются только моменты наступления событий, $t_1, \dots, t_k$, то необходимо по этим наблюдениям оценить длительность мертвого времени T . Рассматривается стационарный режим функционирования наблюдаемого потока событий.

Обозначим $\tau_k = t_{k+1} - t_k$, $k = 1, 2, \dots$ – значение длительности k -го интервала между моментами наступления соседних событий наблюдаемого потока. Так как поток функционирует в стационарном режиме, то плотность вероятности значений длительности интервала между моментами наступления соседних событий потока $p_T(\tau_k) = p_T(\tau)$, $\tau \geq 0$, для любого k . При этом соответствующая совместная плотность вероятности значений длин соседних интервалов между моментами наступления событий имеет вид: $p_T(\tau_k, \tau_{k+1}) = p_T(\tau_1, \tau_2)$, $\tau_1 \geq 0$, $\tau_2 \geq 0$.

Теоретическая ковариация значений τ_1 и τ_2 запишется в виде:

$$\text{cov}(\tau_1, \tau_2) = \int_T^\infty \int_T^\infty \tau_1 \tau_2 p_T(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 - \left[\int_T^\infty \tau p_T(\tau) d\tau \right]^2,$$

где $p_T(\tau)$ – плотность вероятности значений τ , $p_T(\tau_1, \tau_2)$ – совместная плотность вероятности значений τ_1 и τ_2 [1].

Пусть за время наблюдения реализовалось n интервалов (t_k, t_{k+1}) длительности τ_k . Введем статистику

$$\text{cov}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} \tau_k \tau_{k+1} - \left[\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \tau_k \right]^2,$$

являющуюся оценкой теоретической ковариации. Согласно методу моментов, уравнение моментов запишется в виде:

$$\hat{\text{cov}}(\tau_1, \tau_2) = \text{cov}(\tau_1, \tau_2),$$

из которого находится $\hat{T}$ – оценка длительности мертвого времени T .

Литература

1. Нежелская Л.А. Условия рекуррентности потока физических событий при непродлеваемом мёртвом времени // Известия высших учебных заведений. Физика. 2015. № 12. С. 168–175.

ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ НЕПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ В СИНХРОННОМ ПОТОКЕ СОБЫТИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА МЕТОДОМ МОМЕНТОВ

Н.С. Крюкова, Л.А. Нежелская

Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, Россия
kryukova_1993@mail.ru

Одним из искажающих факторов при оценке состояний и параметров потока событий является мертвое время регистрирующих приборов, которое порождается зарегистрированным событием. Другие же события, наступившие в течение периода мертвого времени, теряются. Чтобы оценить потери событий потока, необходимо оценить его длительность. Для этого воспользуемся методом моментов и выпишем уравнение для определения оценки длительности мертвого времени [1].

Рассматривается синхронный поток событий второго порядка, интенсивность которого является ненаблюдаемым кусочно-постоянным случайным процессом $\lambda(t)$ с двумя состояниями λ_1 и λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$). Длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии $i = 1, 2$, определяется двумя случайными величинами. Первая случайная величина распределена по экспоненциальному закону с функцией распределения $F_i^{(1)}(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}$, $i = 1, 2$. В момент окончания пребывания процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии, процесс $\lambda(t)$ переходит из i -го состояния в j -е с вероятностью единица, $i, j = 1, 2$ ($i \neq j$). Вторая случайная величина распределена по экспоненциальному закону с функцией распределения $F_i^{(2)}(t) = 1 - e^{-\lambda_i t}$, $i = 1, 2$; в момент окончания первого состояния процесса $\lambda(t)$ наступает событие потока, и процесс переходит из первого состояния процесса $\lambda(t)$ во второе с вероятностью p ($0 < p \leq 1$), с вероятностью $1 - p$ процесс $\lambda(t)$ остается в первом состоянии. В момент окончания второго состояния процесса $\lambda(t)$ наступает событие потока, и переход из второго состояния процесса $\lambda(t)$ в первое осуществляется с вероятностью q ($0 \leq q \leq 1$), с вероятностью $1 - q$ процесс $\lambda(t)$ остается во втором состоянии. В сделанных предположениях $\lambda(t)$ – скрытый марковский процесс. Блочная матрица инфинитезимальных коэффициентов примет вид:

$$D = \begin{vmatrix} -(\lambda_1 + \alpha_1) & \alpha_1 & \lambda_1(1-p) & \lambda_1 p \\ \alpha_2 & -(\lambda_2 + \alpha_2) & \lambda_2 q & \lambda_2(1-q) \end{vmatrix} = \|D_0 | D_1\|.$$

Так как процесс $\lambda(t)$ является принципиально ненаблюдаемым, а наблюдаемыми являются только временные моменты наступления событий на временной оси $t_1, t_2, \dots, t_k$ ($k = 1, 2, \dots$), то необходимо по этим наблюдениям оценить длительность мертвого времени T . Рассматривается стационарный режим функционирования наблюдаемого потока событий.