

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ
V Международной молодежной
научной конференции
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ,
ТЕХНИЧЕСКИХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 19–20 мая 2017 г.

*Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2017

занятиях по курсу «Линейная алгебра»: в частном решении неоднородной системы все свободные переменные полагаются равными нулю, в частных решениях однородной СЛУ значения свободных переменных выбираются таким образом, чтобы частные решения образовывали НФСР. Тем не менее, алгоритм проверки решения неопределённой СЛУ допускает любой верный целочисленный ответ, не обязательно совпадающий с тем, который был использован при генерации основной матрицы системы.

Данные алгоритмы были реализованы на языке PHP, внедрены в интерактивный модуль «Решение систем линейных уравнений» и применяются при проведении практических занятий и для самостоятельной работы студентов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: Учеб.: Для вузов. – 6-е изд., стер. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 280 с.
2. Ильин В.А., Ким Г.Д. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учеб.: – М.: изд. Моск. Ун-та, 1998. – 320 с.
3. Мягченко Н.А. Интерактивная обучающая система по линейной алгебре: генерация систем линейных уравнений / Н.А. Мягченко, Н.В. Шабалдина // Известия высших учебных заведений. Физика. Том 58, № 11/2, 2015. – С. 84–88.
4. Мягченко Н.А. Электронный образовательный ресурс Линейная алгебра: Расширение возможностей интерактивного обучающего модуля «Решение систем линейных уравнений» / Беккерман Е.Н., Мягченко Н.А., Шабалдина Н.В. // Известия вузов. Физика. Том 59, № 8/2, 2016. – С. 11–14.
5. Курс: Линейная алгебра (лекции) [Электронный ресурс] // Электронный университет MOODLE. URL: <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=2544> (дата обращения: 24.04.2017).
6. Курс: Линейная алгебра (практика) [Электронный ресурс] // Электронный университет MOODLE. URL: <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=2709> (дата обращения: 24.04.2017).
7. Хохлова Е.Н. Совершенствование обучения высшей математике студентов технических специальностей НГАВТ на основе применения интерактивных средств обучения // Сибирский педагогический журнал № 5, 2013. – С. 57–66.
8. Смирнова Е.Е. Разработка междисциплинарного курса «линейная алгебра с элементами аналитической геометрии» для системы дистанционного обучения / Смирнова Е.Е. // Научное обозрение. Педагогические науки. № 3, 2015. – С. 97–98.
9. Роль генераторов и решателей задач в преподавании высшей математики [Электронный ресурс] Интернет журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ»: электрон. журн. 2013. № 6. URL: <http://naukovedenie.ru> (дата обращения: 01.05.2017).
10. Финогенов А.А. Использование генератора задач для контроля знаний по высшей математике у студентов младших курсов // Вестник Югорского государственного университета № 2/41, 2016. – С. 65–67.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО СКОЛЬЖЕНИЯ В ГЦК-МЕТАЛЛАХ

К.О. Некрасова, С.И. Самохина

Томский государственный университет
nekrasovaxo@gmail.com, sv.sam.tsk@gmail.com

Дислокационная петля, сформировавшаяся у некоторого концентратора напряжений у поверхности кристалла, ускоряется в окрестности концентратора при напряжениях, достигающих величин, близких к теоретическому пределу прочности кристалла. Дислокации приобретают в поле концентратора высокую кинетическую энергию, которая позволяет им проникать на значительное расстояние в объем кристалла. При пробежке от поверхности вглубь кристалла дислокация совершает работу против сил, обусловленных решеточным трением, упругими полями атомов примесей, дислокациями некомпланарных систем скольжения, рассеянием фононов и электронов проводимости. Уравнение динамики дислокационной призматической петли, сформировавшейся у поверхности кристалла, может быть записано в виде [1–3]

$$\frac{d\varepsilon_k}{dz} = -\tau_R b - Bv,$$

где ε_k – кинетическая энергия единицы длины дислокации, $\tau_R = \tau_f + \alpha G b \rho^{1/2}$ (τ_f – напряжение трения, G – модуль сдвига, b – модуль вектора Бюргерса, ρ – плотность дислокаций, α – параметр интенсивности междислокационных взаимодействий), B – коэффициент вязкого трения, z – координата центра дислокационной петли, v – скорость дислокации.

Для полной энергии движущейся дислокации, как и в случае планарной дислокационной петли, воспользуемся псевдорелятивистским соотношением $\varepsilon = \varepsilon_0(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$, где c – скорость звука в металле. Имеем $v = c\sqrt{1 - (1 + \varepsilon_k/\varepsilon_0)^{-2}}$. Окончательно получаем

$$\frac{d\varepsilon_k}{dz} = -\tau_R b - Bc \sqrt{1 - \left(1 + \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0}\right)^{-2}}. \quad (1)$$

Для получения зависимости кинетической энергии и пробега дислокации от времени, воспользовавшись соотношением $dz = v dt$, представим уравнение (1) в виде эквивалентной системы уравнений [4–5]:

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon_k}{dt} = \left(-\tau_R b - Bc \sqrt{1 - \left(1 + \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0}\right)^{-2}}\right) \cdot \left(c \sqrt{1 - \left(1 + \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0}\right)^{-2}}\right), \\ \frac{dz}{dt} = c \cdot \sqrt{1 - \left(1 + \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0}\right)^{-2}}. \end{cases} \quad (2)$$

В математике особой точкой векторного поля называется точка, в которой векторное поле равно нулю. Особая точка векторного поля является положением равновесия или точкой покоя динамической системы, определяемой данным векторным полем: фазовая траектория с началом в особой точке состоит в точности из этой особой точки, а соответствующая ей интегральная кривая представляет собой прямую, параллельную оси времени.

В любой малой окрестности фазового пространства, не содержащей особых точек, векторное поле можно выпрямить подходящей заменой координат – тем самым, поведение системы вне особых точек устроено одинаково и очень просто. Напротив, в окрестности особой точки система может обладать очень сложной динамикой. Говоря о свойствах особых точек векторных полей, обычно подразумевают свойства соответствующей системы в малой окрестности особой точки. Простейшими примерами особых точек являются особые точки линейных векторных полей на плоскости.

Существует классификация особых точек, где в зависимости от характера фазового портрета вблизи особой точки системы двух линейных ОДУ разделяют на узел, седло, центр и фокус. Данная классификация подразумевает под собой исследование систем линейных ОДУ первого порядка, но данное исследование проводится с системой нелинейных уравнений. Для данного типа ОДУ не существует точного определения типа особых точек. Но, опираясь на исследования [6], можно сделать вывод, что это возможно сделать визуально.

Исследуем приведенную систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка на наличие особых точек. Для поиска особых точек системы ОДУ, необходимо приравнять оба уравнения системы к нулю, а затем с помощью встроенного в Mathcad блока решения уравнения найти особые точки.

Были найдены две особые точки: $\varepsilon_{k1} = 0$ и $\varepsilon_{k2} = -9.28 \cdot 10^{-8}$. Особая точка $\varepsilon_{k2} = -9.28 \cdot 10^{-8}$ не имеет физического смысла, так как кинетическая энергия не может

быть отрицательной. Поскольку значение пробега дислокации может быть любым, то получается не точка, а прямая.

С использованием проведенных исследований было построено фазовое пространство модели.

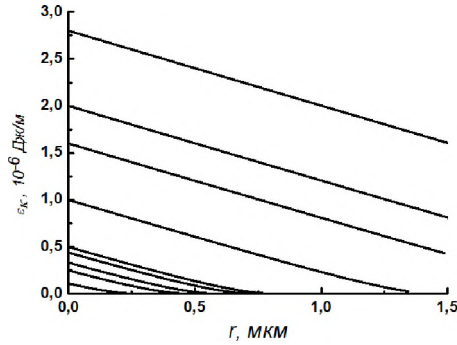


Рис. 1. Зависимость кинетической энергии от расстояния

При поиске особых точек выяснили, что у нас есть не особая точка, а асимптотическая прямая $\varepsilon_{k1} = 0$, что видно на графике. Визуальный анализ показал, что поскольку все кривые приближаются к данной асимптотической прямой, то она является устойчивой.

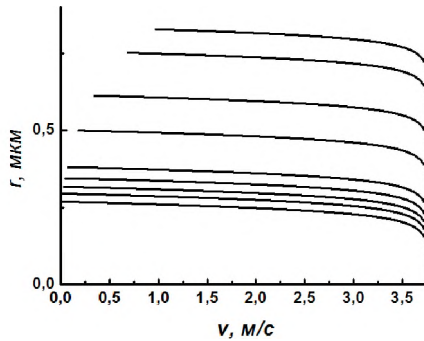


Рис. 2. Зависимость скорости от расстояния

В систему дифференциальных уравнений в явном виде функция скорости не входит. Она вычисляется по формуле: $v = c\sqrt{1 - (1 + \varepsilon_k / \varepsilon_0)^{-2}}$, где c – скорость звука в металле. Зависимость скорости от расстояния показывает, что скорость, какое бы начальное значение она не имела, всегда приближается к нулю. Это нормально и объяснимо физически, поскольку дислокация, ускоряясь в поле концентратора, приобретает начальную кинетическую энергию, соответственно и начальную скорость, которую она затрачивает по пути вглубь кристалла, уменьшая и скорость, и энергию до нуля; т.е. можно сказать, что $v = 0$ тоже является особым значением, причем устойчивым.

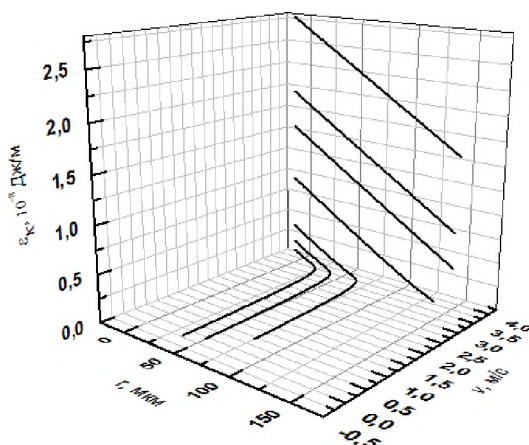


Рис. 3. Трехмерный фазовый портрет

На рис. 3 приведен трехмерный фазовый портрет зависимостей скорости, кинетической энергии и расстояния. Можно сказать, что все кривые сходятся на асимптотической прямой ε_{k1} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Пуспешева С.И. Призматическое скольжение в ГЦК-металлах / С.И. Пуспешева, С.Н. Колупаева, Л.Е. Попов // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7. – № 6. – С. 51–57.
2. Попов Л.Е. Динамика приповерхностных призматических петель / Л.Е. Попов, С.И. Пуспешева, С.Н. Колупаева // Вестник Тамбовского университета. – 1998. – Т. 3. – № 3. – С. 221–222.
3. Petelina Y. The dynamics of near-surface prismatic loops in leadaip / Y. Petelina [et al.] // AIP Conference Proceedings 1698, 040004. – 2016.
4. Влияние размера пятна контакта на динамику призматической дислокационной петли в свинце / А.Е. Петелин [и др.] // Перспективные материалы в технике и строительстве. Материалы II Всероссийской научной конференции молодых ученых с международным участием (ПМТС–2015). – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та. – 2015. – С. 219–221.
5. Самохина С.И. Моделирование зоны кристаллографического сдвига в ГЦК-металлах / С.И. Самохина, А.Е. Петелин, С.Н. Колупаева // Вестник ТГУ. Приложение. – 2007. – № 23. – С. 333–338.
6. Комарь Е.В. Качественный анализ эволюции дислокационной подсистемы дисперсно-упрочненных материалов при интенсивных воздействиях / Е.В. Комарь, С.Н. Колупаева, Т.А. Ковалевская // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2008. – Т. 5. – № 2. – С. 60–65.