МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ

V Международной молодежной научной конференции

«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ, ТЕХНИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 19–20 мая 2017 г.

Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2017

СЕКЦИЯ I.
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН И КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЕЙ

ПОСТРОЕНИЕ КРАТЧАЙШЕЙ УСТАНОВОЧНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТНОЙ СХЕМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ROBDD

С.В. Чернышов, В.В. Андреева
Томский государственный университет
semen.cher@mail.ru, avv.21@mail.ru

Введение

Задача построения кратчайшей установочной последовательности – это задача поиска такой последовательности входных сигналов, которая переводит последовательностную схему из некоторого начального состояния в заданное и имеет минимальную длину. Эта задача тесно связана с задачей обеспечения надежности функционирования последовательностных схем.

В [1] предлагается метод построения кратчайшей установочной последовательности для множества состояний M^0. Метод основан на применении операции "ИЛИ" для фрагментов ROBDD графов, представляющих функции переходов. Перемножение предлагается применять к полным ROBDD графам, а суммирование проводить с использованием фрагментов ROBDD графов, причем эти фрагменты получаются путем применения процедуры упрощения к ROBDD графам, полученным в результате перемножения. Процедура упрощения также предложена в [1]. Будем считать, что множество начальных состояний M^0 последовательностной схемы задано в виде ROBDD графа.

В данной статье рассматривается задача реализации предложенного алгоритма с использованием пакета CUDD.

1. Постановка задачи

Пусть имеется последовательностная схема.

Определение 1. Последовательностная схема – это схема, в которой выходные сигналы зависят не только от текущих входных сигналов, но и от последовательности их изменений.

Последовательностные схемы также называют схемами с обратными линиями связи или схемами с памятью (рис. 1).

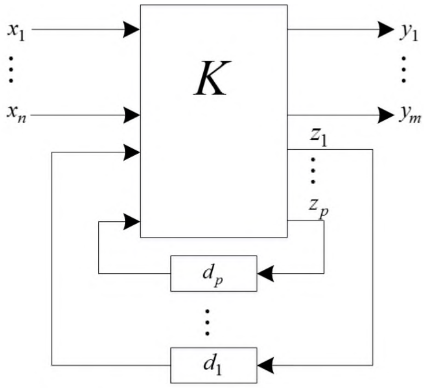

Рис. 1. Последовательностная схема

Определение 2. Конечным автоматом называется пятерка объектов $\{A, B, Q, \Psi, \Phi\}$. Здесь $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$ – множество входных символов или входной алфавит, $B = \{b_1, b_2, \ldots, b_m\}$ – множество выходных символов или выходной алфавит, $Q = \{q_1, q_2, \ldots, q_l\}$ – множество состояний автомата или внутренний алфавит, $\Psi : A \times Q \to Q$ – функция переходов, $\Phi : A \times Q \to B$ – функция выходов.

Конечный автомат является абстрактной математической моделью последовательностной схемы.

Определение 3. Установочной последовательностью для последовательностной схемы C в состояние s называется последовательность сигналов, подаваемых на вход схеме C, которая переводит её из начального состояния s_0 в состояние s.

Определение 4. Полным состоянием последовательностной схемы называется булев вектор $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m)$, где α_i – значения входных переменных, β_i – значения переменных состояний схемы. Внутренним состоянием схемы называется булев вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_m)$.

Определение 5. BDD (binary decision diagram) – форма представления булевой функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ от n переменных в виде направленного ациклического графа, состоящего из внутренних узлов, помеченных переменными x_i, каждый из которых имеет по два потомка, и двух терминальных узлов, помеченных 0 и 1, соответствующих значениям булевой функции.

Классическое разложение Шеннона булевой функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ относительно произвольной переменной x_i имеет следующий вид:

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = x_i \cdot f\big|_{x_i=1} + \overline{x}_i \cdot f\big|_{x_i=0}.$$

Разложение Шеннона является основой при разложении функции в BDD граф.

Определение 6. ROBDD – BDD, который удовлетворяет двум условиям: 1) фиксированный порядок разложения по переменным; 2) каждая вершина BDD представляет уникальную булеву функцию.

ROBDD является каноническим представлением булевой функции.

В данной работе ставится задача построения установочной последовательности путем написания и использования программной реализации алгоритма, приведенного в [1], а также проведение экспериментов по построению установочной последовательности для различных вариантов последовательностных схем.

2. Описание алгоритма

Приведем алгоритм построения установочной последовательности длины не больше l для множества состояний M^0, предложенный в [1].

Пусть множество M^0 представлено в виде ROBDD графа R^{s_0}. Необходимо построить кратчайшую установочную последовательность длины не больше l, устанавливающую схему в одно из состояний множества M^0.

Пусть ROBDD R^{z_i} представляет функцию переходов последовательностной схемы, соответствующую внутренней переменной z_i. Заметим, что при получении ROBDD R^{z_i} разложение Шеннона, в первую очередь, выполнялось по переменным состояний z_i, а уже затем – по входным переменным.

Пусть k_j – конъюнкции, соответствующие путям в графе R^{s_0}, направленным из корня в 1 терминальную вершину. ROBDD R^{k_j} получается путем перемножения ROBDD графов, вместе со знаками инверсий, соответствующих переменным состояний, конъюнкции k_j. Заметим, что для инвертирования булевой функции, представленной в виде ROBDD графа, достаточно поменять местами его терминальные узлы.

Обозначим через $M\left(k_j\right)$ множество внутренних состояний, соответствующих конъюнкции k_j. Таким образом, получаем, что ROBDD R^{k_j} представляет все полные состояния, из которых за один шаг можно перейти в состояния из множества $M\left(k_j\right)$. Обозначим $M\left(R^{k_j}\right)$ множество внутренних состояний достижимых за один шаг перехода из полных состояний схемы, представленных в виде ROBDD R^{k_j}.

Доказательства всех описанных ниже утверждений приведены в [1].

Утверждение 1. Множество $M\left(k_j\right)$ содержит множество $M\left(R^{k_j}\right)$.

Утверждение 2. Начальный фрагмент δ пути, соединяющего корень ROBDD R^{k_j} с его первым внутренним узлом, помеченным входной переменной, представляет множество внутренних состояний, от которых некоторые состояния из множества $M\left(k_j\right)$ достижимы за один шаг перехода.

Для каждого внутреннего состояния, представленного начальным фрагментом δ пути, соединяющего корень ROBDD R^{k_j} с 1 терминальным узлом, существует хотя бы одно полное состояние, из которого существует переход за один шаг в состояние из M^0. ROBDD R^{k_j} представляет все такие полные состояния.

Утверждение 3. Начальный фрагмент δ пути, соединяющего корень ROBDD R^{k_j} с его первым внутренним узлом, помеченным любой входной переменной, представляет множество внутренних состояний, от которых существует переход за один шаг в состояния из $M\left(k_j\right)$. Продолжение фрагмента δ до 1 терминального узла R^{k_j} дает полное состояние, которое обеспечивает такой переход.

Основываясь на приведенном утверждении 3, можно применять следующую процедуру упрощения ROBDD R^{k_j}:

1. Выделить множество внутренних узлов помеченных символами входных переменных, которые соединены, по крайней мере, с одним внутренним узлом, помеченным переменной состояния.

2. Для каждого выделенного узла ищем один путь, соединяющий его с 1 терминальным узлом R^{k_j}. Кратчайший путь лучше.

3. Вершины, помеченные символами входных переменных и не принадлежащие ни одному пути, выбранному на предыдущем шаге, из графа удаляются. Если в полученном графе существуют узлы, из которых исходит только одно ребро, то соединяем вторым ребром эти узлы с 0 терминальном.

Процедура упрощения проиллюстрирована на рис. 2.

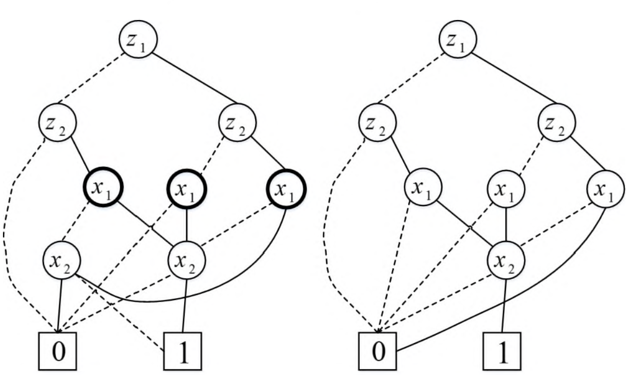

Рис. 2. Процедура упрощения ROBDD

Упрощенный граф обозначим $R^{k_{j^*}}$. Заметим, что различные δ фрагменты ROBDD $R^{k_{j^*}}$ попарно ортогональны, но продолжения этих фрагментов могут быть не ортогональны.

Пусть $M\left(R^{k_{j^*}}\right)$ – множество внутренних состояний, которые достижимы за один шаг перехода от полных состояний представленных ROBDD $R^{k_{j^*}}$.

Утверждение 4. $M\left(k_j\right)$ содержит $M\left(R^{k_{j^*}}\right)$.

Следствие. $M\left(R^{k_{j^*}}\right) \subset M\left(R^{k_j}\right) \subset M\left(k_j\right)$.

Пусть p – число переменных состояний последовательностной схемы. Если дополнить все δ фрагменты ROBDD $R^{k_{j^*}}$ до конъюнкций ранга p, мы получим конъюнкции, представляющие все внутренние состояния, из которых существует переход за один шаг во внутренние состояния множества $M\left(k_j\right)$. Более того, для каждого такого внутреннего состояния существует, по крайней мере, одно полное состояние, обеспечивающее этот переход.

Суммируя все $R^{k_{j^*}}$, получим ROBDD $R^{s_{1^*}}$. Из $R^{s_{1^*}}$ удалим все узлы помеченные символами входных переменных, и дуги, оставшиеся висячими, соединим с 1 терминальным узлом, после чего, упростив этот граф обычным способом, получим R^{s_1}

Продолжая действовать приведенным выше способом, получим ROBDD графы $R^{s_{2^*}}$, $R^{s_{3^*}}$, ..., $R^{s_{l^*}}$.

Пусть α – начальное внутреннее состояние последовательностной схемы.

Утверждение 5. Если подстановка вектора α в ROBDD $R^{s_{1^*}}$ обращает его δ фрагмент в 1, тогда существует переход за один шаг из α в некоторое внутреннее состояние M^0 на входном векторе, обращающем продолжение δ фрагмента в 1.

Для текущего ROBDD $R^{s_{i^*}}$ выполняется подстановка вектора α. Если эта подстановка обращает некоторый δ фрагмент $R^{s_{i^*}}$ в 1, вычисления прекращаются, и i – длина кратчайшей установочной последовательности, которая достигает некоторое состояние из M^0.

Утверждение 6. Если подстановка вектора α в ROBDD $R^{s_{i^*}}$ обращает некоторый начальный фрагмент этого ROBDD в 1, то существует последовательность длины i, которая гарантирует достижение некоторого состояния из M^0.

Когда текущий i равен l и любой фрагмент δ ROBDD $R^{s_{l^*}}$ не может быть обращен в 1 на α, делается вывод, что не существует установочной последовательности, длины не больше l, которая достигает состояния из M^0.

Пусть имеются графы $R^{s_0}, R^{s_{1^*}}, ..., R^{s_{i^*}}$, и i – длина кратчайшей установочной последовательности в M^0. Найдем одну из этих последовательностей. Для этого будем искать продолжение фрагмента δ в графе R^{s_i}, где δ фрагмент обращается в 1 на векторе α. Булев вектор входных переменных, который обращает конъюнкцию, происходящую от продолжения δ фрагмента в 1, назовем ε_1, и вектор α переобозначим в α_1. Булев вектор, представляющий полное состояние последовательностной схемы, обозначим $\varepsilon_1 : \alpha_1$.

Подставляя вектор $\varepsilon_1 : \alpha_1$ в функции переходов последовательностной схемы, получим внутреннее состояние α_2.

Ищем фрагмент δ ROBDD $R^{s_{i-1^*}}$, который обращается на векторе α_2 в 1 и соответствующее полное состояние $\varepsilon_2 : \alpha_2$, и т.д. до тех пор, пока не найдем вектор $\varepsilon_i : \alpha_i$, который обращает ROBDD $R^{s_{1*}}$ в 1. Этот булев вектор обеспечивает переход за один шаг во множество состояний M^0.

Входная последовательность $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ..., \varepsilon_i$ является кратчайшей установочной последовательностью в M^0.

3. Экспериментальные результаты

Приведенный алгоритм был реализован на языке C++ с использованием пакета CUDD для манипулирования BDD-графами, разработанного в университете Колорадо. Алгоритм был реализован без процедуры упрощения.

В качестве входных данных реализованная программа принимает файл в формате PLA, в котором описана система булевых функций, реализуемая схемой. Также на вход программа принимает начальное состояние схемы и максимальную длину установочной последовательности (l). В качестве множества M_0 последовательно используются все внутренние состояния схемы, приведенные в PLA файле.

В табл. 1 приведены экспериментальные результаты работы программы.

Таблица 1

Сравнение результатов работы алгоритма для различных последовательностных схем

Benchmark	***i***	***s***	***p***	***l* (среднее)**	***l* (максимальная)**
dk16	2	5	111	1	2
dk17	2	3	29	2	3
s1	8	5	258	3	5
s01494	8	6	283	9	20
planet	7	6	345	9	18
scf	27	7	535	9	13

Здесь i – количество входных переменных, s – количество переменных состояний, p – количество конъюнкций в системе, l (среднее) – средняя длина установочной последовательности для схемы, l (максимальная) – максимальная длина установочной последовательности.

Заключение

В результате проделанной работы был рассмотрен и реализован алгоритм построения кратчайшей установочной последовательности длины не больше l, предложенный в [1], и проведены эксперименты, которые были представлены в данной статье.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-19-00218)

ЛИТЕРАТУРА

1. Matrosova A. ROBDDs Application for Finding the Shortest Transfer Sequence of Sequential Circuit or Only Revealing Existence of this Sequence without Deriving the Sequence itself / A. Matrosova, V. Andreeva, A. Melnikov // Proceedings of IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS’2016). – Kharkov: IEEE Computer Society. – 2016. – P. 513–516.