

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

В.И. Загревский, О.И. Загревский

**ПРАКТИКУМ ПО БИОМЕХАНИКЕ
ФИЗИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ
(расчетно-графические работы)**

Учебное пособие

*для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по специальности 49.03.01 – Физическая культура*

Томск

Издательский Дом Томского государственного университета
2017

УДК 796.012
ББК 75.0 (я73)
314

- Загrevский В.И., Загrevский О.И.**
314 Практикум по биомеханике физических упражнений
(расчетно-графические работы) : учебное пособие. –
Томск : Издательский дом Томского государственного
университета, 2017. – 82 с.

Практикум по биомеханике физических упражнений состоит из 7 лабораторных работ расчетно-графического характера.

Содержание практикума существенно расширяет сложившиеся рамки представления о биомеханике спорта как учебной и научной дисциплине.

Для студентов факультета физической культуры университетов. Практикум может быть с интересом воспринят и специалистами в области биомеханики физических упражнений.

УДК 796.012
ББК 75.0 (я73)

Рецензенты:

доктор педагогических наук, профессор,
заслуженный работник высшей школы РФ *В.Г. Шилько*
доктор педагогических наук, доцент,
заслуженный работник физической культуры РФ *В.Ф. Пешков*

© Томский государственный университет, 2017
© Загrevский В.И., Загrevский О.И., 2017

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

Тема: Вес сегментов тела человека и положение их центра тяжести по среднестатистическим данным.

Цель: Освоить расчетные методы биомеханики, применяемые для определения геометрии масс тела человека.

Задачи: Научиться определять вес звеньев тела человека и положение их центра тяжести на основе среднестатистических данных.

Оборудование: Сантиметровая лента, микрокалькуляторы.

Литература

1. *Донской Д.Д.* Биомеханика: учеб. пособие для студентов фак. физ. воспитания пед. ин-тов. М.: Просвещение, 1975.
2. *Донской Д.Д., Зацюрский В.М.* Биомеханика: учеб. для ин-тов физ. культуры. М.: ФиС, 1979.
3. *Загревский В.И., Загревский О.И.* Биомеханика физических упражнений: учеб. пособие. Томск: ТМЛ-Пресс, 2007. 274 с.

Пояснение

Тело человека можно представить в виде биомеханической системы, состоящей из отдельных сегментов: кисть, предплечье, плечо, голова, туловище, бедро, голень, стопа (рис. 1). Для количественного определения динамических характеристик (момент силы тяжести, кинетическая энергия, потенциальная энергия, кинетический момент и т.д.), характеризующих биодинамическую структуру спортивных упражнений, необходимо

знать масс-инерционные характеристики биомеханической системы, включающей 4 компонента для каждого из сегментов: вес тела, положение центра масс сегментов, центральные моменты инерции отдельных звеньев. До недавнего времени экспериментальное определение геометрии масс тела человека выполнялось на трупях (Harless, 1860; Braune, Ficher, 1869; Glauser et al., 1969).

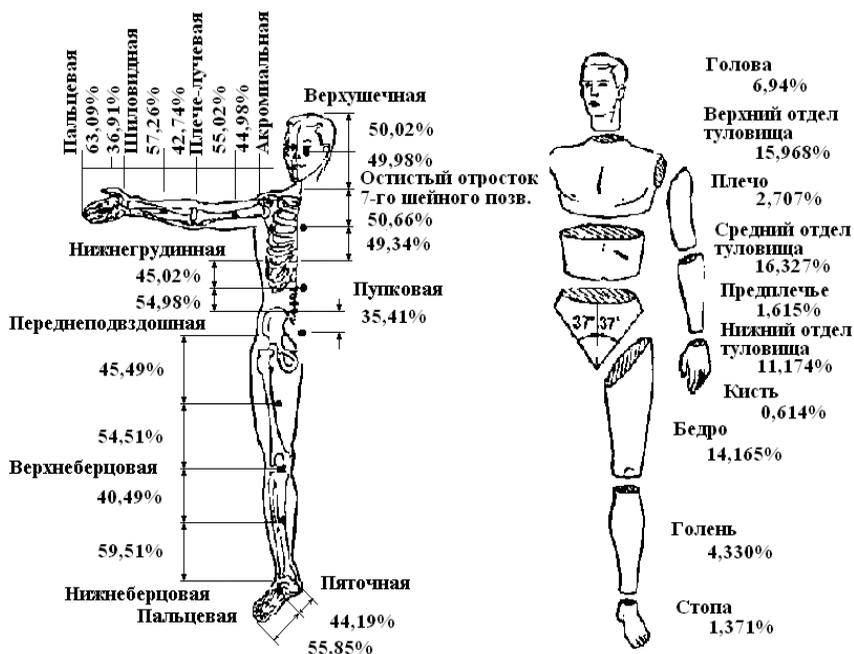


Рис. 1. Антропометрические точки, определяющие границы сегментов и среднестатистические данные прижизненного определения масс-инерционных характеристик сегментов тела человека

Трупы замораживались, рассекались по осям вращения в суставах, определялся вес сегментов и положение центра масс сегмента. Исследования, выполненные на большом объеме экспериментальных данных, позволили получить среднестатистические результаты о геометрии масс тела человека. Среднестатистические показатели характеризуют усредненное значение исследуемых характеристик, которые выражаются через относительные веса сегментов и через относительные коэффициенты, определяющие положение центра тяжести сегментов.

Сегменты тела человека

Указателями границ сегментов – местами прохождения плоскостей, отделяющих один сегмент от другого, являются антропометрические точки (рис. 1).

Выбор способов сегментирования обусловлен требованиями биомеханики: начало и конец сегмента должны касаться оси вращения в суставе, а масса сегментов при выполнении упражнений должна оставаться постоянной.

Вес сегментов тела

Зная вес тела и относительный вес звена в процентах (весовой коэффициент по отношению к весу тела), можно определить вес отдельных сегментов по формуле

$$P_i = \frac{P \cdot K_i}{100}, \quad (1)$$

где P – вес тела испытуемого; P_i – вес определяемого сегмента; K_i – весовой коэффициент сегмента; i – номер сегмента.

Значения весовых коэффициентов звеньев тела представлены в табл. 1.

Таблица 1

Весовые коэффициенты звеньев тела

№ п/п	Название частей тела	Весовой коэффициент, %
1	Кисть	0,614
2	Предплечье	1,615
3	Плечо	2,707
4	Голова	6,940
5	Туловище	43,457
6	Бедро	14,165
7	Голень	4,330
8	Стопа	1,371

Пример

Допустим, вес испытуемого равен 69 кг. Тогда:

- 1) вес кисти равен $0,42366$ кг $(69 \cdot 0,614) / 100 = 0,42366$ (кг);
- 2) вес предплечья равен $1,11435$ кг $(69 \cdot 1,615) / 100 = 1,11435$ (кг);
- 3) вес плеча равен $1,86783$ кг $(69 \cdot 2,707) / 100 = 1,86783$ (кг).

Аналогично определяются веса остальных сегментов тела человека.

Положение центра масс сегментов

Положение центра масс сегментов на их продольных осях определяется длиной сегмента и относительным коэффициентом в соответствии с формульной зависимостью:

$$X_c = \frac{L_i \cdot A_i}{100}, \quad (2)$$

где X_c – координата положения центра масс сегмента на его продольной оси; L_i – длина i -го сегмента; A_i – относительный коэффициент i -го сегмента; i – номер сегмента.

Относительный коэффициент определяет в процентном отношении положение центра масс сегмента относительно антропометрической точки. Длина сегмента принимается за 100%. Значения относительных коэффициентов для отдельных сегментов тела человека представлены в таблице 2.

Антропометрические точки, от которых отсчитывается расстояние до центра масс сегмента для определяемых звеньев тела, следующие:

1. Кисть – шиловидная точка (лучезапястный сустав).
2. Предплечье – плечелоктевая точка (локтевой сустав).
3. Плечо – акромиальная точка (плечевой сустав).
4. Голова – остистый отросток 7-го шейного позвонка.
5. Туловище – акромиальная точка (плечевой сустав).
6. Бедро – переднеподвздошная точка (тазобедренный сустав).
7. Голень – верхнеберцовая точка (коленный сустав).
8. Стопа – пяточная точка.

Таблица 2

Относительные коэффициенты звеньев тела

№ п/п	Название сегментов тела	Относительный коэффициент, %
1	Кисть	36,91
2	Предплечье	42,74
3	Плечо	44,98
4	Голова	49,98
5	Туловище	44,50
6	Бедро	45,49
7	Голень	40,49
8	Стопа	44,15

Пример

1. Длина бедра испытуемого – 50 см. В соответствии с уравнением (2) и данными табл. 2 определяем, что центр масс бедра расположен на расстоянии 22,745 см от тазобедренного сустава (антропометрическая точка – переднеподвздошная)

$$(50 \cdot 45,49) / 100 = 22,745 \text{ (см).}$$

2. Длина предплечья – 25 см. Следовательно, центр масс предплечья находится на расстоянии 10,685 см от локтевого сустава (антропометрическая точка – плечелоктевая)

$$(25 \cdot 42,74) / 100 = 10,685 \text{ (см).}$$

Задание

1. Подготовить рабочую таблицу для определения веса сегментов тела и положения их центра масс с записью весовых (3-я колонка) и относительных (5-я колонка) коэффициентов (см. табл. 3). Здесь следует учесть, что относительные и весовые коэффициенты в табл. 3 приведены не в соответствии с данными табл. 1, 2, а взяты из источника (Braune, Fischer, 1869).

2. Зная собственный вес (P), рассчитать по формуле (1) вес отдельных сегментов тела и записать вычисленные показатели в 4-ю колонку рабочей таблицы.

3. Измерить сантиметровой лентой длину сегментов тела и вписать результаты измерения в 6-ю колонку рабочей таблицы.

4. Вычислить по формуле (2) положение центра масс сегментов тела с записью результатов вычислений в 7-ю колонку рабочей таблицы.

5. Показать на рисунке положение центров масс (ЦМ) отдельных звеньев тела с указанием:

- длины звена;
- антропометрической точки (сустава), относительно которой определяется положение центра масс сегмента;
- расстояния от антропометрической точки до ЦМ сегмента в сантиметрах.

Пояснения для выполнения п. 5 задания

1. Для решения задачи введем обозначения:

1. — - сегмент
2. ○ - сустав
3. ● - центр масс сегмента

2. Кружками обозначить суставы, провести от границ суставов вверх одинаковой длины вертикальные линии, а сверху над сегментом написать название сегмента (рис. 2).

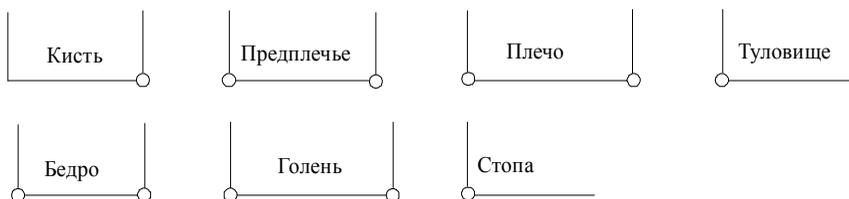


Рис. 2. Кинематическая схема сегментов

3. Над каждой вертикальной линией от сустава сегмента написать название сустава. Если для данного сегмента этот сустав является антропометрической точкой, надпись сделать цветной (рис. 3). На рис. 3 это показано курсивом.

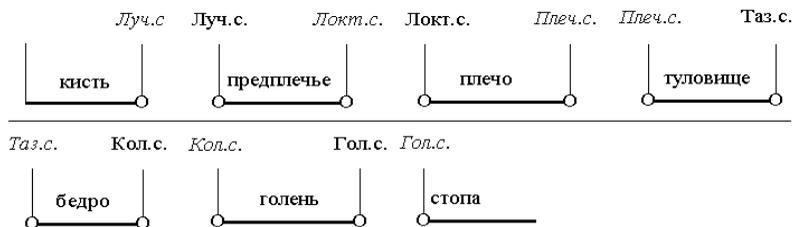


Рис. 3. Названия суставов и антропометрические точки сегментов

Обозначения названия суставов:

Луч. с. – лучезапястные суставы.

Локт. с. – локтевые суставы.

Плеч. с. – плечевые суставы.

Таз. с. – тазобедренные суставы.

Кол. с. – коленные суставы.

Гол. с. – голеностопные суставы.

4. Горизонтальными линиями со стрелками отметить над названием сегментов длину сегментов и ввести для каждого сегмента обозначения (L_i), где L – длина сегмента в сантиметрах, i – номер сегмента (рис. 4).

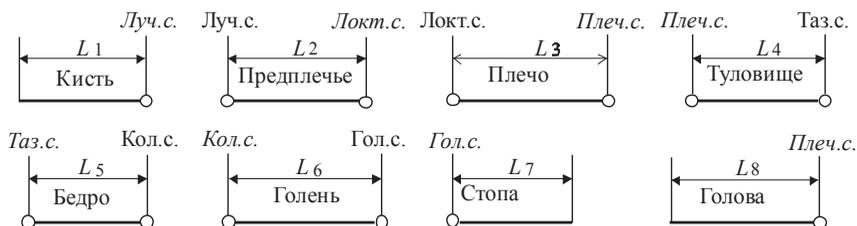


Рис. 4. Цифровая индексация длины сегмента L_i

Под рисунком написать обозначения длины сегмента, а справа записать численное значение длины сегмента (после знака «=» вместо знака «?»).

Численное значение длины сегмента:

L_1 – длина кисти = ? см.

L_2 – длина предплечья = ? см.

L_3 – длина плеча = ? см.

L_4 – длина туловища = ? см.

L_5 – длина бедра = ? см.

L_6 – длина голени = ? см.

L_7 – длина стопы = ? см.

L_8 – длина головы = ? см.

5. Отметить на сегментах жирной точкой положение центра масс сегмента (рис. 5). Провести по вертикали вниз от центра масс сегментов вертикальные линии. Определить для сегмента антропометрическую точку (сустав на рис. 4, название которого написать от курсивом) и провести от нее вертикальную линию вниз.

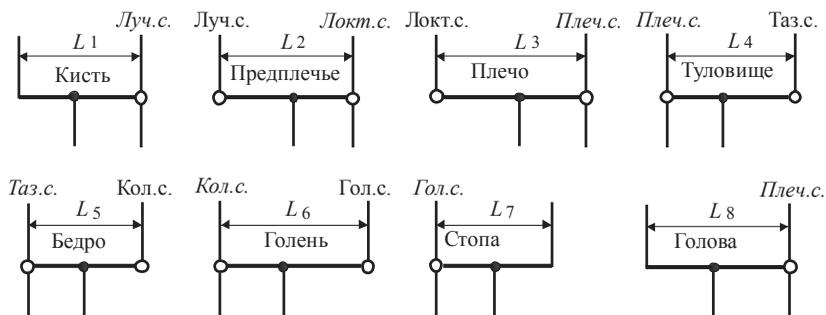


Рис. 5. Положение центра масс сегментов

6. Горизонтальными линиями со стрелками отметить под названием сегментов расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс (рис. 6). Ввести для каждого расстояния обозначения (S_i), где S – расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс, i – номер сегмента.

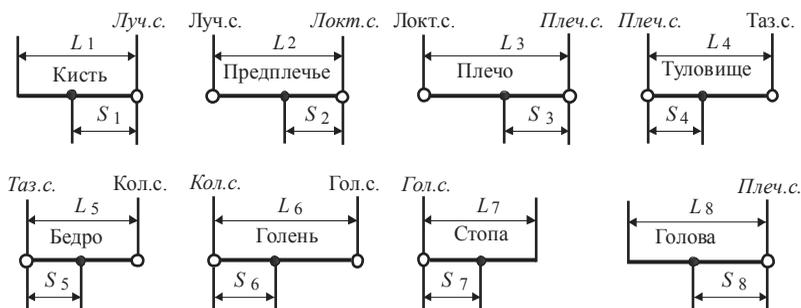


Рис. 6. Обозначения расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс через символьную запись S_i

Под рисунком написать обозначения *расстояния от антропометрической точки до центра масс сегмента* (S_i), а ниже записать их численное значение (после знака « \Rightarrow » вместо знака « $?$ »).

Обозначения расстояния от антропометрической точки до центра масс сегмента:

S_1 – расстояние от антропометрической точки до центра масс кисти по оси Ox .

S_2 – расстояние от антропометрической точки до центра масс предплечья по оси Ox .

S_3 – расстояние от антропометрической точки до центра масс плеча по оси Ox .

S_4 – расстояние от антропометрической точки до центра масс туловища по оси Ox .

S_5 – расстояние от антропометрической точки до центра масс бедра по оси Ox .

S_6 – расстояние от антропометрической точки до центра масс голени по оси Ox .

S_7 – расстояние от антропометрической точки до центра масс стопы по оси Ox .

S_8 – расстояние от антропометрической точки до центра масс головы по оси Ox .

Численное значение расстояния от антропометрической точки до центра масс сегмента:

$$S_1 = ? \text{ см.}$$

$$S_2 = ? \text{ см.}$$

$$S_3 = ? \text{ см.}$$

$$S_4 = ? \text{ см.}$$

$$S_5 = ? \text{ см.}$$

$$S_6 = ? \text{ см.}$$

$$S_7 = ? \text{ см.}$$

$$S_8 = ? \text{ см.}$$

Таблица 3

**Рабочая таблица для определения массы сегментов тела
и положения центра тяжести сегментов тела**

1	2	3	4	5	6	7
№ п/п	Название частей тела	Весовой коэффициент (%)	Масса сегмента (кг)	Относительный коэффициент (%)	Длина сегмента (см)	Положение центра тяжести сегмента
1	Кисть	1		50		
2	Предплечье	2		42		
3	Плечо	3		47		
4	Голова	7		50		
5	Туловище	43		44		
6	Бедро	12		44		
7	Голень	5		42		
8	Стопа	2		44		

Примечание. Необходимо помнить, что в таблице даны весовые коэффициенты отдельных звеньев тела: одной кисти, одного предплечья и т.д. Поэтому при определении веса парных конечностей (рук, ног), получаемый результат умножается на два.

В качестве примера по определению веса сегментов тела и получения координат центра масс сегментов на их продольной оси в табл. 4 приведены вычисленные показатели для испытуемого весом 80 кг и размерами длины сегментов тела, указанными в колонке 6.

Таблица 4

**Рабочая таблица для определения веса сегментов тела
и положения центра тяжести звеньев тела**

№ п/п	Название сегментов тела	Весовой коэффициент (%)	Вес сегмента (кг)	Относительный коэффициент (%)	Длина сегмента (см)	Положение центра масс сегмента
1	Кисть	1	0,80	50	20,0	10,00
2	Предплечье	2	1,60	42	26,0	10,92
3	Плечо	3	2,40	47	24,5	11,52
4	Голова	7	5,60	50	23,0	11,50
5	Туловище	43	34,40	44	48,0	21,12
6	Бедро	12	9,60	44	43,0	18,92
7	Голень	5	4,00	42	38,0	15,96
8	Стопа	2	1,60	44	27,0	11,88

Контрольные вопросы

1. Что представляют собой сегменты тела человека и какие антропометрические точки являются указателями границ сегментов?
2. Как определяется вес звеньев тела человека по среднестатистическим показателям?
3. Каким образом можно определить положение центра тяжести сегментов тела человека?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Тема: Определение веса сегментов тела человека и положения их центра масс с применением уравнений множественной регрессии.

Цель: Освоить расчетные методы биомеханики, применяемые для определения геометрии масс тела человека.

Задачи: Научиться определять вес звеньев тела человека и положение их центра масс с использованием регрессионных уравнений.

Оборудование: Антропометр, медицинские весы, микрокалькуляторы.

Литература:

1. *Донской Д.Д., Зацюрский В.М.* Биомеханика: учеб. для ин-тов физ. культуры. М.: ФиС, 1979.
2. *Зацюрский В.М., Аруин А.С., Селуяное В.Н.* Биомеханика двигательного аппарата человека. М.: ФиС, 1974.

Пояснение

Несмотря на популярность использования весовых и относительных коэффициентов, в биомеханических расчетах геометрии масс тела человека эти показатели нельзя считать достаточно точными. Они не отражают в полной мере индивидуальные конституциональные особенности строения опорно-двигательного аппарата тела человека. Это обстоятельство является следствием того, что взаимосвязь между весом сегмента и весом тела, между относительным расстоянием от проксимального конца сегмента до его центра масс и длиной сегмента не может быть выражена регрессионным уравнением вида $Y = A \cdot X$, где Y – вес сегмента или положение его центра тяжести, A – весовой или относительный коэффициенты, X – вес тела или длина тела.

Результаты определения геометрии масс тела человека с помощью радиоизотопной методики (Защиорский В.М. и др., 1981) свидетельствуют о том, что даже в простейшем случае искомая связь имеет вид: $Y = A_0 + A_1X$. Для более точного определения значений веса сегментов можно воспользоваться уравнениями регрессии, в которых аргументом служит не только вес, но и длина тела (табл. 1). С помощью этой таблицы можно оценить и положение центра масс сегментов тела.

Положение центра масс и вес сегментов определяется по формуле

$$Y = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2, \quad (1)$$

где X_1 – вес тела; X_2 – длина тела (рост); B_i – коэффициенты уравнений множественной регрессии.

Т а б л и ц а 1

Коэффициенты уравнений множественной регрессии для вычисления масс-инерционных характеристик сегментов тела человека по весу (X_1) и длине (X_2) тела

Сегмент	B_0	B_1	B_2
Масса сегмента, кг			
Кисть	-0,1165	0,0036	0,00175
Предплечье	0,3185	0,01445	-0,00114
Плечо	0,250	0,03012	-0,0027
Голова	1,296	0,0171	0,0143
Бедро	-2,649	0,1463	0,0137
Голень	-1,592	0,0362	0,0121
Стопа	-0,829	0,0077	0,0073
Положение центра масс на продольной оси сегмента, см			
Кисть	4,11	0,026	0,033
Предплечье	0,192	-0,028	0,093
Плечо	1,67	0,03	0,054
Голова	8,357	-0,0025	0,023
Бедро	-2,42	0,038	0,135
Голень	-6,05	-0,039	0,142
Стопа	3,767	0,065	0,033

Примечание. Координата центра масс туловища определяется по относительному коэффициенту, равному 44,5%.

Пример

Вес испытуемого (X_1) – 70,0 кг, длина тела (X_2) – 165 см.

Вес голени (Y) равен 2,9385 кг.

$Y = -1,592 + 0,0362 \cdot 70 + 0,0121 \cdot 165 = -1,592 + 2,534 + 1,9965 = 2,9385$ (кг).

Центр масс голени (Y) находится на расстоянии 14,65 см от коленного сустава.

$Y = -6,05 - 0,039 \cdot 70 + 0,142 \cdot 165 = -6,05 - 2,73 + 23,43 = 14,65$ (см)

Для определения высоты верхушечной точки или длины тела исследователь устанавливает антропометр строго вертикально, накладывает линейку на верхушечную точку и фиксирует ее рукой. Ввиду возможного смещения головы рекомендуется производить измерение 2–3 раза и брать среднее число. Определение веса производится на медицинских весах с точностью до 50 грамм.

Задание

1. Определить свой рост и вес.
2. Подготовить рабочую таблицу для ее заполнения расчетными показателями (табл. 2).
3. Пользуясь формульным выражением (1) и данными табл. 1, вычислить вес сегментов тела и записать вычисленные показатели в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Рабочая таблица для вычисления масс-инерционных характеристик сегментов тела человека по весу (X_1) и длине (X_2) тела

Сегмент	B_0	B_1	B_2	Расчетные данные
Масса сегмента, кг				
Кисть	-0,1165	0,0036	0,00175	
Предплечье	0,3185	0,01445	-0,00114	
Плечо	0,250	0,03012	-0,0027	
Голова	1,296	0,0171	0,0143	
Бедро	-2,649	0,1463	0,0137	
Голень	-1,592	0,0362	0,0121	
Стопа	-0,829	0,0077	0,0073	

Сегмент	V_0	V_1	V_2	Расчетные данные
Положение центра масс на продольной оси сегмента (см)				
Кисть	4,11	0,026	0,033	
Предплечье	0,192	- 0,028	0,093	
Плечо	1,67	0,03	0,054	
Голова	8,357	-0,0025	0,023	
Бедро	-2,42	0,038	0,135	
Голень	-6,05	-0,039	0,142	
Стопа	3,767	0,065	0,033	

Контрольные вопросы

1. Почему метод весовых и относительных коэффициентов не находит широкого применения в практике при определении геометрии масс тела человека?

2. В чем заключается сущность использования регрессионных уравнений?

3. Каким образом определяются динамические характеристики звеньев тела человека с использованием уравнений множественной регрессии?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

Тема: Определение координат суставов и центра масс сегментов тела человека в различных положениях.

Цель: Научиться определять координаты суставов и центра масс сегментов тела человека в различных положениях.

Задачи: Определить координаты суставов и центра масс сегментов тела человека в положениях:

- 1) лежа на спине – руки вверх.
- 2) вис углом на гимнастической стенке.

Инструменты и оборудование: тетрадь для лабораторных работ, карандаш, резинка, ручка или фломастер, линейка, микрокалькулятор.

Ход работы

Решение задачи 1 – (2 часа)

1. Нарисовать в тетради прямоугольную систему координат Ox (рис. 1).



Рис. 1. Прямоугольная система координат

2. Разместить в декартовой (прямоугольной) системе координат тело человека в положении, соответствующем решению задачи 1 (рис.2). При этом центр масс кисти расположить в начале системы координат и учесть, что в положении «Лежа на спине – руки вверх», положение рук определяется по гимнастической терминологии по отношению к туловищу. Кружками обозначить суставы, провести от границ суставов вверх и вниз одинаковой длины вертикальные линии и ввести обозначения (рис. 2).

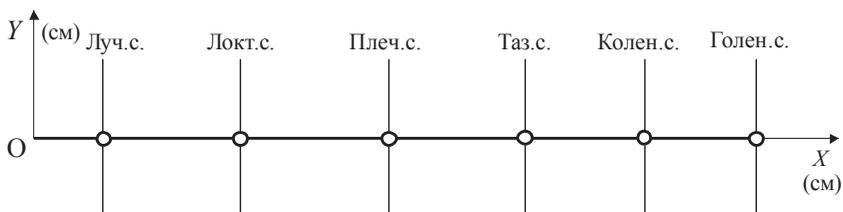


Рис. 2. Обозначения названия суставов

Обозначения названия суставов:

Луч. с. – лучезапястные суставы.

Локт. с. – локтевые суставы.

Плеч. с. – плечевые суставы.

Таз. с. – тазобедренные суставы.

Колен. с. – коленные суставы.

Голен. с. – голеностопные суставы.

3. Прорисовать сегменты тела человека жирной линией и отметить на сегментах жирной точкой положение центра масс сегмента (рис. 3). Записать над сегментами их название и провести по вертикали вниз от центра масс сегментов укороченные, по сравнению с суставными линиями, вертикальные линии.



Рис. 3. Положение центра масс сегментов

4. Горизонтальными линиями со стрелками отметить над названием сегментов длину сегментов и ввести для каждого сегмента обозначения длины сегмента (L_i), где L – длина сегмента в сантиметрах, i – номер сегмента (рис. 4).

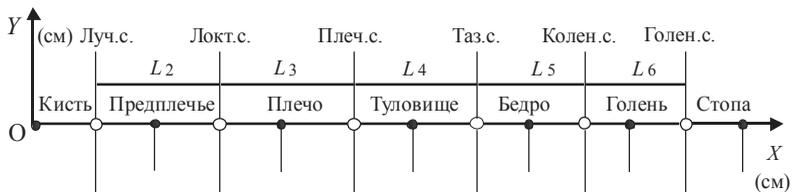


Рис. 4. Индексное обозначение длины сегмента (L_i)

Обозначения длины сегмента:

L_1 – длина кисти.

L_2 – длина предплечья.

L_3 – длина плеча.

L_4 – длина туловища.

L_5 – длина бедра.

L_6 – длина голени.

L_7 – длина стопы.

5. Горизонтальными линиями со стрелками отметить под названием сегментов расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс (рис. 5). Ввести для каждого расстояния обозначения (S_i), где S – расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс, i – номер сегмента.

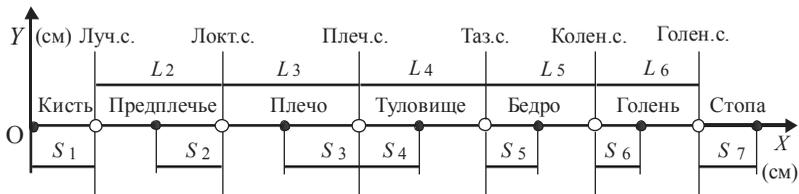


Рис. 5. Индексное обозначение расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (S_i)

6. Обозначить на рисунке координаты центра масс сегментов через символическую запись X_{c_i} , Y_{c_i} . Здесь X_c , Y_c обозначает координату центра масс сегмента по осям Ox , Oy декартовой системы координат, i – номер сегмента (рис. 6).

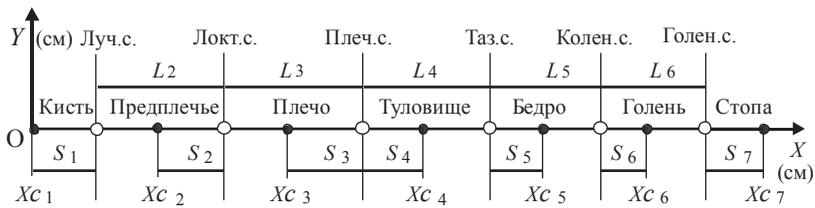


Рис. 6. Индексное обозначение координат центра масс сегментов (Xc_i, Yc_i)

Обозначения координат центра масс сегмента:

Xc_1, Yc_1 – координата центра масс кисти по осям Ox, Oy .

Xc_2, Yc_2 – координата центра масс предплечья по осям Ox, Oy .

Xc_3, Yc_3 – координата центра масс плеча по осям Ox, Oy .

Xc_4, Yc_4 – координата центра масс туловища по осям Ox, Oy .

Xc_5, Yc_5 – координата центра масс бедра по осям Ox, Oy .

Xc_6, Yc_6 – координата центра масс голени по осям Ox, Oy .

Xc_7, Yc_7 – координата центра масс стопы по осям Ox, Oy .

Так как продольная ось сегментов расположена на оси Ox , то координата центра масс всех сегментов по оси Oy равна нулю или $Yc_i = 0; i=1, 2, \dots, 7$.

7. Обозначить на рисунке координаты суставов сегментов через символьную запись X_i, Y_i . Здесь X, Y обозначает координату центра масс сегмента, i – номер сегмента (рис. 7). Так как продольная ось сегментов расположена на оси Ox , то координата суставов всех сегментов по оси Oy равна нулю или $Y_i = 0; i=1, 2, \dots, 7$.

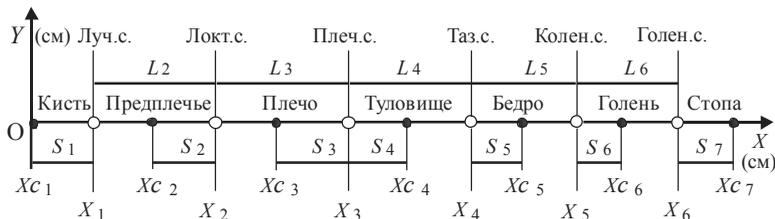


Рис. 7. Индексное обозначение координат суставов (X_i, Y_i)

Обозначения координат суставов:

X_1, Y_1 – координата лучезястных суставов по осям Ox, Oy .

X_2, Y_2 – координата локтевых суставов по осям Ox, Oy .

X_3, Y_3 – координата плечевых суставов по осям Ox, Oy .

X_4, Y_4 – координата тазобедренных суставов по осям Ox, Oy .

X_5, Y_5 – координата коленных суставов по осям Ox, Oy .

X_6, Y_6 – координата голеностопных суставов по осям Ox, Oy .

8. Осталось определить координату центра масс головы по оси Ox . Для этого от плечевых суставов в сторону кистей рук отложим расстояние S_8 , равное расстоянию от антропометрической точки головы до его центра масс. Как обычно отметим положение центра масс головы на оси Ox жирной точкой (рис. 8), а координату центра масс головы по оси Ox запишем в виде X_{c8} .

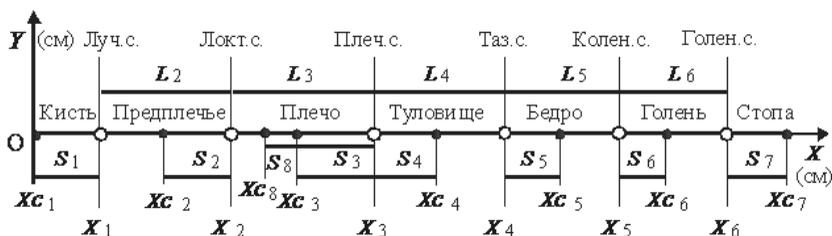


Рис. 8. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении «лежа на спине – руки вверх»

9. Подготовить таблицу данных длин сегментов и расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (табл. 1). Обозначения в таблице уже известны, поэтому они не требуют специальных пояснений. Для известных значений координат суставов и центра масс сегментов по оси Oy можно сразу записать в таблицу их нулевые значения.

Задание

1. Изучить ход лабораторной работы и последовательно выполнить все ее этапы (с 1-го по 8-й пункты).

2. Используя измеренные при выполнении 1-й лабораторной работы данные о длинах сегментов (L_i) и вычисленные, при выполнении 2-й лабораторной работы, значения расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (S_i), вписав их в табл. 1.

3. Пользуясь табл. 1 (колонки 3, 4) и рисунком 8, определить координаты суставов (X_i) и вписать их в табл. 1 (колонка 5).

4. Пользуясь табл. 1 (колонки 4, 5) и рис. 8 определить координаты центра масс сегментов по оси Ox (X_{c_i}) и вписать их в табл. 1 (колонка 6).

5. Пользуясь рис. 8 определить координаты суставов по оси Oy (Y_i) и вписать их в табл. 1 (колонка 7).

6. Пользуясь рис. 8 определить координаты центра масс сегментов по оси Oy (Y_{c_i}) и вписать их в табл. 1 (колонка 8).

Таблица 1

Длина сегментов (L_i), расстояние (S_i) от антропометрической точки сегмента до его центра масс, координаты суставов (X_i, Y_i) и центра масс сегментов (X_{c_i}, Y_{c_i}) по осям Ox, Oy декартовой системы координат

1	2	3	4	5	6	7	8
№ п/п	Сегмент	L_i	S_i	X_i	X_{c_i}	Y_i	Y_{c_i}
1	Кисть						
2	Предплечье						
3	Плечо						
4	Туловище						
5	Бедро						
6	Голень						
7	Стопа						
8	Голова						

Решение задачи 2 – (2 часа)

1. Нарисовать прямоугольную систему координат Oxy (рис. 9).
2. Для решения задачи 2, разместить в декартовой (прямоугольной) системе координат тело человека. Ось тазобедренных суставов расположить в начале системы координат. Кружками обозна-

чить суставы, провести от границ суставов (коленные суставы и голеностопные) вверх и вниз одинаковой длины вертикальные линии и ввести обозначения для суставов (рис. 10). Провести от границ суставов (тазобедренные, плечевые, локтевые, лучезапястные суставы) горизонтальные линии и ввести обозначения для суставов (рис. 10).



Рис. 9. Прямоугольная система координат

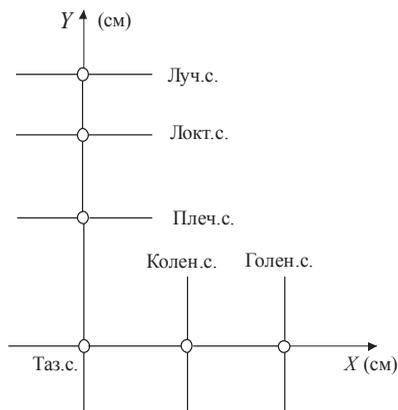


Рис. 10. Обозначения названия суставов

Обозначения названия суставов:

Луч. с. – лучезапястные суставы.

Локт. с. – локтевые суставы.

Плеч. с. – плечевые суставы.

Таз. с. – тазобедренные суставы.

Колен. с. – коленные суставы.

Голен. с. – голеностопные суставы.

3. Прорисовать сегменты тела человека жирной линией и отметить на сегментах жирной точкой положение центра масс сегмента (рис. 11). Записать над сегментами (и справа – на рисунке показано курсивом) их название и провести по вертикали вниз от центра масс сегментов укороченные, по сравнению с суставными линиями, вертикальные линии (для бедра, голени, стопы) и горизонтальные линии (для кисти, предплечья, плеча, туловища).

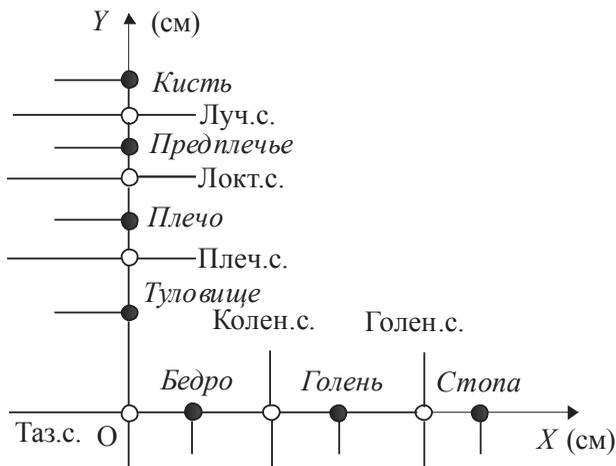


Рис. 11. Положение центра масс сегментов

4. Горизонтальными линиями (бедро, голень, стопа) и вертикальными (предплечье, плечо, туловище) со стрелками отметить длину сегментов и ввести для каждого сегмента обозначения (L_i), где L – длина сегмента в сантиметрах, i – номер сегмента (рис. 12).

4. Обозначения длины сегмента:

L_1 – длина кисти.

L_2 – длина предплечья.

L_3 – длина плеча.

L_4 – длина туловища.

L_5 – длина бедра.

L_6 – длина голени.

L_7 – длина стопы.

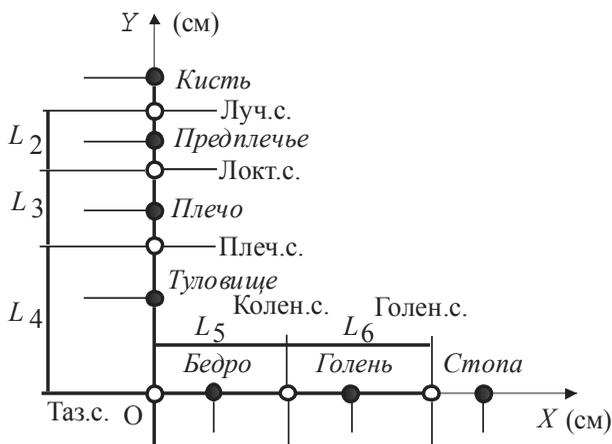


Рис. 12. Индексное обозначение длины сегмента (L_i)

5. Горизонтальными линиями со стрелками отметить под названием сегментов расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс (рис. 13). Ввести для каждого расстояния обозначения (S_i), где S – расстояние от антропометрической точки сегмента до его центра масс, i – номер сегмента.

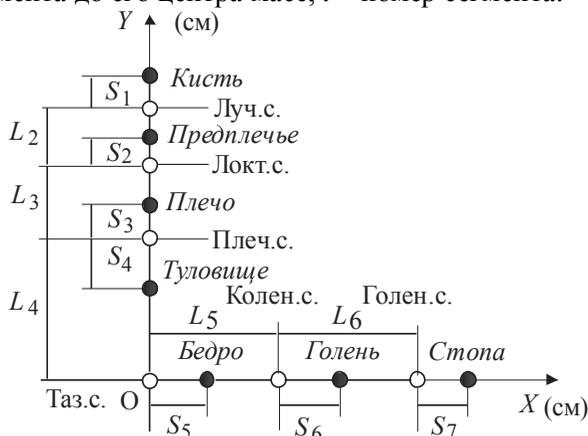


Рис. 13. Индексное обозначение расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (S_i)

6. Обозначить на рисунке координаты центра масс сегментов через символическую запись Xc_i, Yc_i . (рис. 14).

Здесь Xc, Yc обозначает координату центра масс сегмента по осям Ox, Oy декартовой системы координат, i – номер сегмента

Обозначения координат центра масс сегмента:

Xc_1, Yc_1 – координата центра масс кисти по осям Ox, Oy .

Xc_2, Yc_2 – координата центра масс предплечья по осям Ox, Oy .

Xc_3, Yc_3 – координата центра масс плеча по осям Ox, Oy .

Xc_4, Yc_4 – координата центра масс туловища по осям Ox, Oy .

Xc_5, Yc_5 – координата центра масс бедра по осям Ox, Oy .

Xc_6, Yc_6 – координата центра масс голени по осям Ox, Oy .

Xc_7, Yc_7 – координата центра масс стопы по осям Ox, Oy .

Xc_8, Yc_8 – координата центра масс головы по осям Ox, Oy .

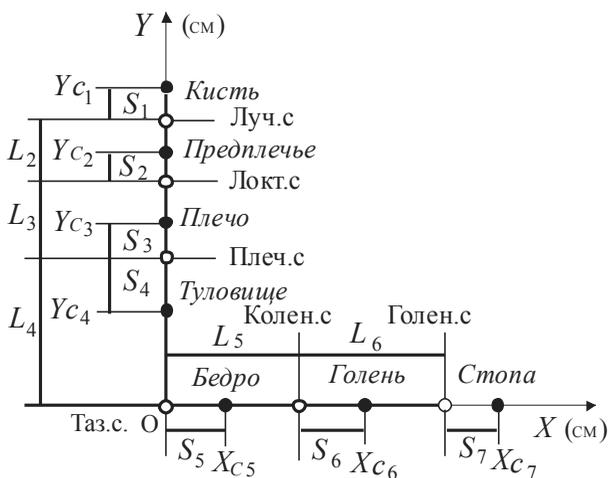


Рис. 14. Индексное обозначение координат центра масс сегментов (Xc_i, Yc_i)

7. Обозначить на рисунке координаты суставов сегментов через символическую запись X_i, Y_i . Здесь X, Y обозначает координату центра масс сегмента, i – номер сегмента (рис. 15).

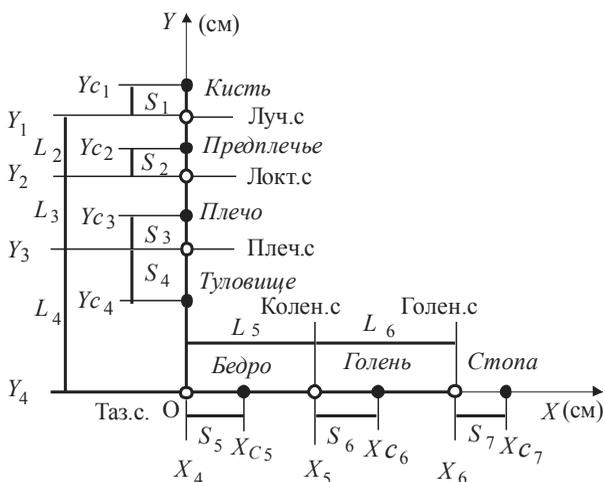


Рис. 15. Индексное обозначение координат суставов (X_i)

Обозначения координат суставов:

X_1, Y_1 – координата лучезапястных суставов по осям Ox, Oy .

X_2, Y_2 – координата локтевых суставов по осям Ox, Oy .

X_3, Y_3 – координата плечевых суставов по осям Ox, Oy .

X_4, Y_4 – координата тазобедренных суставов по осям Ox, Oy .

X_5, Y_5 – координата коленных суставов по осям Ox, Oy .

X_6, Y_6 – координата голеностопных суставов по осям Ox, Oy .

8. Осталось определить координату центра масс головы по оси Ox . Для этого от плечевых суставов в сторону кистей рук отложим расстояние S_8 , равное расстоянию от антропометрической точки головы до его центра масс. Как обычно отметим положение центра масс головы на оси Oy жирной точкой (рис. 16), а координаты центра масс головы по осям Ox, Oy запишем в виде X_{C8}, Y_{C8} .

9. Подготовить таблицу данных длин сегментов и расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (табл. 2). Обозначения в таблице уже известны, поэтому они не требуют специальных пояснений.

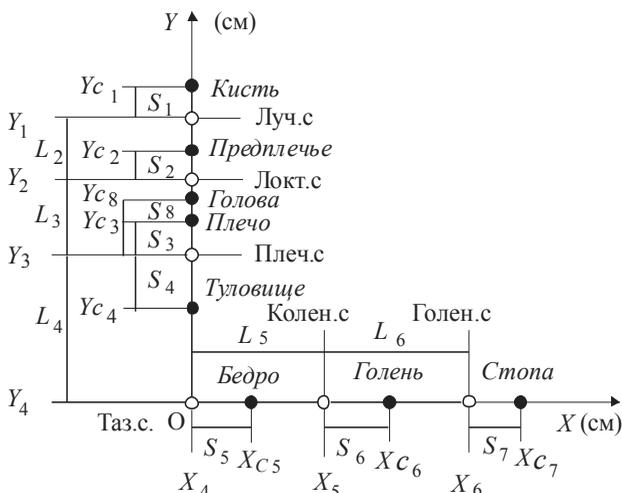


Рис. 16. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении «вис углом на гимнастической стенке»

Таблица 2

Длина сегментов (L_i), расстояние (S_i) от антропометрической точки сегмента до его центра масс, координаты суставов (X_i, Y_i) и центра масс сегментов (X_{c_i}, Y_{c_i}) по осям Ox, Oy декартовой системы координат

1	2	3	4	5	6	7	8
№ п/п	Сегмент	L_i	S_i	X_i	X_{c_i}	Y_i	Y_{c_i}
1	Кисть						
2	Предплечье						
3	Плечо						
4	Туловище						
5	Бедро						
6	Голень						
7	Стопа						
8	Голова						

Задание

1. Изучить ход лабораторной работы и последовательно выполнить все ее этапы (с 1-го по 8-й пункты).

2. Используя измеренные при выполнении 1-й лабораторной работы данные о длинах сегментов (L_i) и вычисленные значения, при выполнении 2-й лабораторной работы, расстояния от антропометрической точки сегмента до его центра масс (S_i) вписать их в табл. 2.

3. Пользуясь табл. 2 (колонки 3, 4) и рис. 16 определить координаты суставов (X_i) и вписать их в табл. 2 (колонка 5).

4. Пользуясь табл. 2 (колонки 4, 5) и рис. 16 определить координаты центра масс сегментов по оси Ox (X_{c_i}) и вписать их в табл. 2 (колонка 6).

5. Пользуясь рис. 16 определить координаты суставов по оси Oy (Y_i) и вписать их в табл. 2 (колонка 7).

6. Пользуясь рис. 16 определить координаты центра масс сегментов по оси Oy (Y_{c_i}) и вписать их в табл. 2 (колонка 8).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

Тема: Определение координат общего центра масс (ОЦМ) тела человека в различных положениях.

Цель: Научиться определять координаты ОЦМ тела человека в различных положениях.

Задачи: Определить координаты общего центра масс тела человека в положениях:

- 1) лежа на спине – руки вверх.
- 2) вис углом на гимнастической стенке.

Инструменты и оборудование: Тетрадь для лабораторных работ, карандаш, резинка, ручка или фломастер, линейка, микрокалькулятор.

Ход работы

Решение задачи 1 – (2 часа)

Исходное положение: «лежа на спине – руки вверх»

1. Нарисовать в декартовой системе координат кинематическую схему опорно-двигательного аппарата тела человека, в положении, соответствующим решению задачи 1 (рис.1). Ввести в схему принятые в лабораторной работе 3 соответствующие обозначения для координат центра масс сегментов.

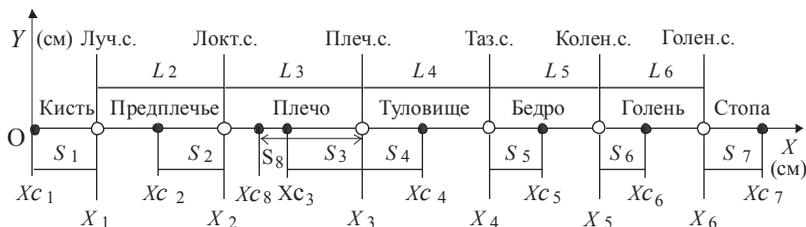


Рис. 1. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении «лежа на спине – руки вверх»

2. Упростим рисунок для лучшего восприятия, оставив только обозначения координат центра масс сегментов и суставов (рис. 2).

3. Выписать, как показано ниже в таблице 1, в качестве исходных данных значения веса каждого сегмента (лабораторная работа 3) и координату его центра масс по оси Ox (лабораторная работа 3).

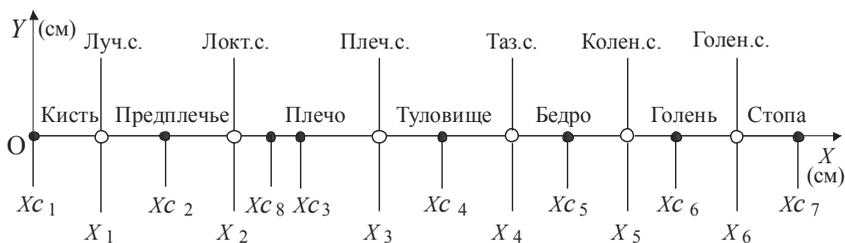


Рис. 2. Обозначения координат центра масс сегментов (•) и суставов (○) на оси Ox

Таблица 1

Вес сегментов (P_i), координата центра масс сегментов (Xc_i) по оси Ox декартовой системы координат

1	2	3	4	5
№ п/п	Сегмент	P_i	Xc_i	$P_i \cdot Xc_i$
1	Кисть			
2	Предплечье			
3	Плечо			
4	Туловище			
5	Бедро			
6	Голень			
7	Стопа			
8	Голова			
9	$\sum_{i=1}^8 P_i Xc_i$			
10	Координата ОЦМ по оси Ox			

Записать в колонку 3 табл. 1 значения веса сегмента, а в колонку 4 – координату центра масс сегмента по оси Ox .

4. Формульное выражение координаты ОЦМ системы тел в декартовой системе координат имеет вид

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^N X_{c_i} P_i}{\sum_{i=1}^N P_i}; \quad Y_c = \frac{\sum_{i=1}^N Y_{c_i} P_i}{\sum_{i=1}^N P_i}. \quad (1)$$

Здесь: X_c – координата ОЦМ системы тел по оси Ox ; Y_c – координата ОЦМ системы тел по оси Oy ; X_{c_i} – координата центра масс i -го тела по оси Ox ; Y_{c_i} – координата центра масс i -го тела по оси Oy ; P_i – вес i -го тела; N – количество тел.

Для биомеханической системы вместо тел имеем сегменты тела человека, остальные обозначения остаются без изменений. В табл. 1 не приведены колонки для координаты сегментов по оси Oy . Из рис. 1, 2 видно, что их значения равны нулю и поэтому координата ОЦМ тела человека по оси Oy также равняется нулю. И здесь же следует учесть, что сумма веса отдельных сегментов (знаменатель в формульных выражениях) равняется весу тела человека, а отдельные сегменты имеют парное строение и их вес необходимо удваивать (кость, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа).

5. Вычислить последовательно для каждого сегмента произведение его веса на координату центра масс данного сегмента по оси Ox и записать результат в колонку 5 табл. 1. В развернутой записи для каждого из сегментов это имеет вид

№ п/п	Сегмент	$P_i \cdot X_{c_i}$
1	Кисть	$P_1 \cdot X_{c_1} =$
2	Предплечье	$P_2 \cdot X_{c_2} =$
3	Плечо	$P_3 \cdot X_{c_3} =$
4	Туловище	$P_4 \cdot X_{c_4} =$
5	Бедро	$P_5 \cdot X_{c_5} =$
6	Голень	$P_6 \cdot X_{c_6} =$
7	Стопа	$P_7 \cdot X_{c_7} =$
8	Голова	$P_8 \cdot X_{c_8} =$

6. В развернутой записи уравнение координаты ОЦМ биомеханической системы по оси Ox для рассматриваемого случая имеет вид

$$X_c = \frac{P_1 X_{c1} + P_2 X_{c2} + P_3 X_{c3} + P_4 X_{c4} + P_5 X_{c5} + P_6 X_{c6} + P_7 X_{c7} + P_8 X_{c8}}{P} \quad (2)$$

Здесь P – вес тела человека. Поэтому одним из заключительных этапов определения положения ОЦМ тела человека для настоящей задачи является операция сложения всех чисел колонки 5 табл. 1 и запись результата в эту же колонку в строке 9. Далее полученный результат поделить на вес тела и окончательно получим координату ОЦМ тела человека по оси Ox в декартовой системе координат в положении «Лежа на спине – руки вверх». Записать результат вычислений в колонку 5 табл. 1, строка 10.

Решение задачи 2 – (2 часа)

Исходное положение: «вис углом на гимнастической стенке»

1. Нарисовать в декартовой системе координат кинематическую схему опорно-двигательного аппарата тела человека, в положении, соответствующим решению задачи 2 (рис. 3). Ввести в схему принятые в лабораторной работе 3 соответствующие обозначения для координат центра масс сегментов.

2. Упростим рисунок для лучшего восприятия, оставив только обозначения координат центра масс сегментов и суставов (рис. 4).

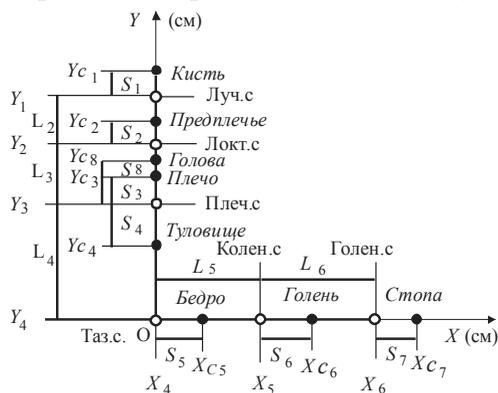


Рис. 3. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении «Вис углом на гимнастической стенке»

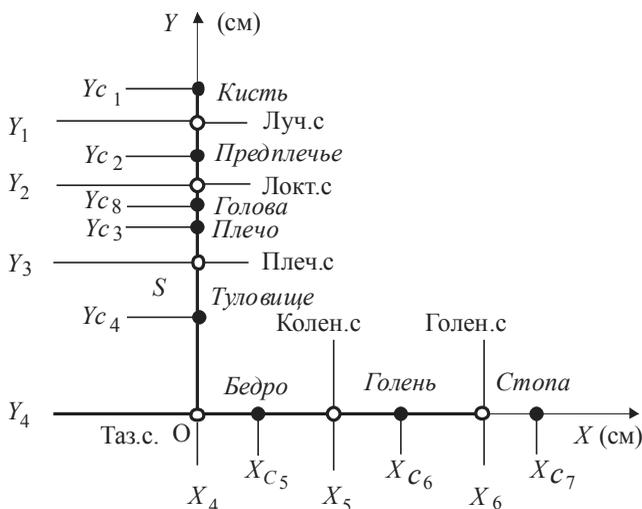


Рис. 4. Обозначения координат центра масс сегментов (●) и суставов (○) на оси Ox , Oy

3. Выписать, как показано ниже в таблице 2, в качестве исходных данных значения веса каждого сегмента (лабораторная работа № 3) и координату его центра масс по оси Ox и оси Oy декартовой системы координат (лабораторная работа № 3).

Записать в колонку 3 табл. 2 значения веса сегмента, в колонку 4 координату центра масс сегмента по оси Ox , а в колонку 6 координату центра масс сегмента по оси Oy . Так как продольная ось некоторых сегментов расположена по оси Ox или оси Oy , то их соответствующие координаты имеют нулевые значения, что сразу можно и вписать в табл. 2.

4. Формульное выражение координаты ОЦМ системы тел в декартовой системе координат имеет вид (система уравнений 1).

Таблица 2

Вес сегментов (P_i), координата центра масс сегментов (X_{C_i}) по оси Ox , (Y_{C_i}) по оси Oy декартовой системы координат

1	2	3	4	5	6	7
№ п/п	Сегмент	P_i	X_{C_i}	$P_i \cdot X_{C_i}$	Y_{C_i}	$P_i \cdot Y_{C_i}$
1	Кисть		0			
2	Предплечье		0			
3	Плечо		0			
4	Туловище		0			
5	Бедро				0	
6	Голень				0	
7	Стопа				0	
8	Голова		0			
9	Формулы	$\sum_{i=1}^8 P_i X_{C_i}$			$\sum_{i=1}^8 P_i Y_{C_i}$	

5. Вычислить последовательно для каждого сегмента произведение его веса на координату центра масс данного сегмента по оси Ox и записать результат в колонку 5 табл. 2. Это же выполнить и для оси Oy , с записью результатов вычислений в колонку 7. Учитывая, что координаты центра масс некоторых сегментов по оси Ox или Oy имеют нулевые значения, то естественно, что и их произведение на вес соответствующего сегмента также равно нулю. В развернутой записи для каждого из сегментов это имеет вид

№ п/п	Сегмент	$P_i \cdot X_{C_i}$	$P_i \cdot Y_{C_i}$
1	2	5	7
1	Кисть	$P_1 \cdot X_{C_1} = 0$	$P_1 \cdot Y_{C_1} =$
2	Предплечье	$P_2 \cdot X_{C_2} = 0$	$P_2 \cdot Y_{C_2} =$
3	Плечо	$P_3 \cdot X_{C_3} = 0$	$P_3 \cdot Y_{C_3} =$
4	Туловище	$P_4 \cdot X_{C_4} = 0$	$P_4 \cdot Y_{C_4} =$
5	Бедро	$P_5 \cdot X_{C_5} =$	$P_5 \cdot Y_{C_5} = 0$
6	Голень	$P_6 \cdot X_{C_6} =$	$P_6 \cdot Y_{C_6} = 0$
7	Стопа	$P_7 \cdot X_{C_7} =$	$P_7 \cdot Y_{C_7} = 0$
8	Голова	$P_8 \cdot X_{C_8} = 0$	$P_8 \cdot Y_{C_8} =$

6. В развернутой записи уравнение координаты ОЦМ биомеханической системы по оси Oy и оси Ox для рассматриваемого случая имеет вид

$$Yc = \frac{P_1 Yc_1 + P_2 Yc_2 + P_3 Yc_3 + P_4 Yc_4 + P_5 Yc_5 + P_6 Yc_6 + P_7 Yc_7 + P_8 Yc_8}{P}.$$

$$Xc = \frac{P_1 Xc_1 + P_2 Xc_2 + P_3 Xc_3 + P_4 Xc_4 + P_5 Xc_5 + P_6 Xc_6 + P_7 Xc_7 + P_8 Xc_8}{P}. \quad (3)$$

Здесь P – вес тела человека. Поэтому одним из заключительных этапов определения положения ОЦМ тела человека для настоящей задачи является операция сложения всех чисел колонки 5 и колонки 7 табл. 2 и запись результата в эти же колонки в строке 9 («Формулы»). Далее полученный результат поделить на вес тела и окончательно получим координату ОЦМ тела человека по оси Ox и оси Oy в декартовой системе координат в положении «Вис углом на гимнастической стенке». Записать результат вычислений в колонку 5 и колонку 7 табл. 2.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

Тема: Центральный момент инерции сегментов тела человека.

Цель: Освоить расчетные методы биомеханики, применяемые для определения геометрии масс тела человека.

Задачи: Научиться определять моменты инерции звеньев тела человека.

Оборудование: Микрокалькуляторы.

Пояснение

Одним из фундаментальных понятий в теории вращения тел является момент инерции. Мерой инертности тела в поступательных движениях является его масса, а во вращательных – момент инерции. Момент инерции дает представление о распределении массы звена относительно заданной оси и равен сумме произведений масс всех материальных точек на квадраты их расстояний от оси вращения

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2, \quad (1)$$

где J – момент инерции; m_i – масса i -го сегмента; r_i – расстояние от центра масс i -го сегмента до оси вращения; N – количество сегментов.

Если разделить стержень на n частей (рис.1), то его момент инерции относительно оси, проходящей через один из его концов перпендикулярно плоскости чертежа, равен

$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2 + m_5 r_5^2 + m_6 r_6^2 \quad (2)$$

Момент инерции относительно оси вращения, проходящей через центр масс тела, называется центральным.

Звенья человека можно лишь с большим приближением представить в виде стержней, и определение центрального момента инерции сегментов тела по формуле (2) приводит к значительным количественным погрешностям.

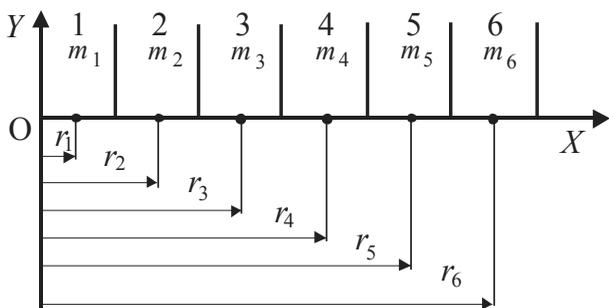


Рис. 1. Определение момента инерции стержня при разделении его на n частей

Исследования, выполненные в лаборатории биомеханики ГЦОЛИФК (В.М. Зациорский и др., 1975; В.Н. Селуянов, 1978), позволили разработать радиоизотопный метод прижизненного определения масс-инерционных характеристик сегментов тела человека. Погрешность используемого метода не превышает 3%. В результате исследования с участием 100 испытуемых были определены коэффициенты (B_i) в уравнениях множественной регрессии вида

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2, \quad (3)$$

позволяющие вычислять центральные моменты инерции сегментов тела по весу (X_1) и длине (X_2) тела. Значения искоемых коэффициентов приведены в табл. 1.

Т а б л и ц а 1

Коэффициенты уравнений множественной регрессии для вычисления главного центрального момента инерции сегментов тела относительно фронтальной оси, $\text{кг}\cdot\text{см}^2$

Сегмент	B_0	B_1	B_2
Стопа	-97,09	0,414	0,614
Голень	-1152,00	4,594	6,815
Бедро	-3960,00	32,020	19,240
Кисть	-13,68	0,088	0,092
Предплечье	-67,90	0,855	0,376
Плечо	-232,00	1,525	1,343
Голова	-112,00	1,430	1,730

Пример

Вес испытуемого – 80 кг, рост – 170 см. В этом случае момент инерции бедра относительно оси, проходящей через его центр масс, равен 1 872,4 кг·см² (центральный момент инерции)

$$J_C = -3960,00 + 32,02 \cdot 80 + 19,24 \cdot 170 = \\ = -3960 + 2561,6 + 3270,8 = 1872,4 \text{ (кг·см}^2\text{)}.$$

Задание

1. Определить рост и вес испытуемого.
2. Подготовить рабочую таблицу для записи результатов вычислений (табл. 2).
3. Пользуясь таблицей 1 и формулой (4), вычислить центральные моменты инерции звеньев тела.
4. Записать полученные результаты в колонку 5 табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Рабочая таблица для определения
центрального момента инерции (J_C) сегментов тела человека

№ п/п	Сегмент	B_0	B_1	B_2	J_C
	1	2	3	4	5
1	Стопа	-97,09	0,414	0,614	
2	Голень	-1152,00	4,594	6,815	
3	Бедро	-3960,00	32,020	19,240	
4	Кисть	-13,68	0,088	0,092	
5	Предплечье	-67,90	0,855	0,376	
6	Плечо	-232,00	1,525	1,343	
7	Голова	-112,00	1,430	1,730	
8	Туловище	Вычисляется по формуле $J_C = mL^2/12$			

Пояснение: L – длина туловища (см). Масса туловища (m) определяется по результатам предыдущей работы в соответствии с уравнением $m=P/g$, где P – вес туловища, g – ускорение свободно-го падения.

Контрольные вопросы

1. Что является мерой инертности тела во вращательных движениях?
2. От каких количественных показателей зависит величина момента инерции тела?
3. Что понимается под центральным моментом инерции?
4. Каким образом можно определить центральный момент инерции звеньев тела человека?
5. Как определить момент инерции тела относительно оси, расположенной на произвольном расстоянии от его центра масс, если известен центральный момент инерции звеньев тела, а заданная ось перпендикулярна продольной оси тела?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

Тема: Момент инерции тела человека относительно оси вращения в различных положениях.

Цель: Научиться определять момент инерции тела человека относительно оси вращения в различных положениях.

Задачи: Определить момент инерции тела человека относительно грифа перекладины в положениях:

- 1) вис на перекладине.
- 2) вис углом на перекладине.

Инструменты и оборудование: Тетрадь для лабораторных работ, карандаш, резинка, ручка или фломастер, линейка, микрокалькулятор.

Пояснение: если известен момент инерции тела относительно какой-либо оси, то можно определить и его момент инерции относительно параллельной оси, расположенной на произвольном расстоянии от первой. С этой целью можно воспользоваться формулой:

$$J_0 = J_C + mr^2,$$

где J_0 – момент инерции тела относительно оси вращения; J_C – центральный момент инерции тела; m – масса тела; r – расстояние от оси вращения до центра масс тела.

Ход работы

Решение задачи 1 – (2 часа)

1. Нарисовать в декартовой системе координат кинематическую схему опорно-двигательного аппарата тела человека, в положении вися на перекладине (рис. 1). Поместить центр масс кистей рук и гриф перекладины в начало системы координат. Ввести в схему, принятые в лабораторной работе 3, соответствующие обозначения для координат центра масс сегментов.

2. Уравнения для определения момента инерции системы тел имеют вид

$$J_o = \sum_{i=1}^N Jc_i + \sum_{i=1}^N m_i r_i^2 . \quad (1)$$

Здесь J_o – момент инерции системы тел относительно оси вращения O ; Jc_i – центральный момент инерции i -го тела; m_i – масса i -го тела; r_i – расстояние от центра масс i -го тела до оси вращения O ; i – порядковый номер тела; N – количество тел в системе.

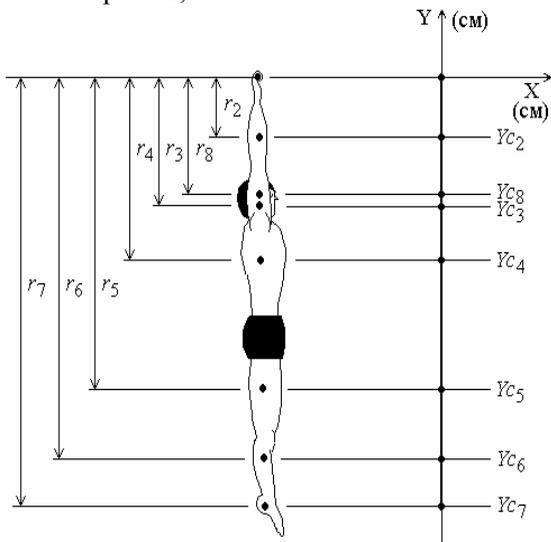


Рис. 1. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении «Вис на перекладине»

В развернутой записи, для рассматриваемой 8-звенной биомеханической системы, уравнения, определяющие момент инерции системы тел относительно оси вращения O , находятся из выражения

$$J_o = Jc_1 + Jc_2 + Jc_3 + Jc_4 + Jc_5 + Jc_6 + Jc_7 + Jc_8 + \\ + m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2 + m_5 r_5^2 + m_6 r_6^2 + m_7 r_7^2 + m_8 r_8^2 . \quad (2)$$

Здесь следует учесть, что r_i^2 находится из выражения

$$r_i^2 = Xc_i^2 + Yc_i^2.$$

Здесь r_i^2 – квадрат расстояния от центра масс i -го тела до оси вращения O ; Xc_i^2 – квадрат расстояния от центра масс i -го тела до оси вращения по оси Ox ; Yc_i^2 – квадрат расстояния от центра масс i -го тела до оси вращения по оси Oy .

Так как Xc_i , Yc_i определены в ранее выполненной лабораторной работе, то их вычисление в данном случае не обязательно, а достаточно их взять из предыдущей лабораторной работы и затем подсчитать последовательно Xc_i^2 , Yc_i^2 , а затем и r_i^2 .

3. Выписать, как показано ниже в табл. 1, в качестве исходных данных значения веса каждого сегмента (лабораторная работа 1) и координату его центра масс по оси Ox и оси Oy (лабораторная работа 2).

Т а б л и ц а 1

Вес сегментов (P_i), координата центра масс сегментов (Xc_i) по оси Ox и (Yc_i) по оси Oy декартовой системы координат

1	2	3	4	5	6	7	8
№ п/п	Сегмент	P_i	m_i	Xc_i	Xc_i^2	Yc_i	Yc_i^2
1	Кисть						
2	Предплечье						
3	Плечо						
4	Туловище						
5	Бедро						
6	Голень						
7	Стопа						
8	Голова						

Записать в колонку 3 табл. 1 значения веса сегмента, в колонку 5 координату центра масс сегмента по оси Ox , в колонку 7 координату центра масс сегмента по оси Oy . Так как продольная ось сегментов совпадает с осью Oy декартовой системы координат, то все координаты центра масс сегментов по оси Ox равны нулю, что и вписать в колонку 5 табл. 1. Кроме этого следует учитывать, что

тело спортсмена расположено в минусовой области числовой оси Oy . Поэтому все значения координат центра масс сегментов по оси Oy (ось Ox , лабораторная работа № 3) берутся со знаком «-» и записываются в колонку 7 табл. 1.

4. Вычислить массу отдельных сегментов, а результаты вычислений вписать в колонку 4 табл. 1. Формульное выражение массы i -го сегмента (m_i) в технической системе мер и весов имеет вид

$$m_i = \frac{P_i}{g}. \quad (1)$$

Здесь: g – ускорение свободно падающего тела, равное $9,806 \text{ м/с}^2$.

И здесь же следует учесть, отдельные сегменты имеют парное строение и их массу необходимо удваивать (кость, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа).

5. Подготовить табл. 2.

Таблица 2

Биомеханические характеристики сегментов тела человека

1	2	3	4	5	6
№ п/п	Сегмент	Jc_i	r_i^2	$m_i \cdot r_i^2$	$Jc_i + m_i \cdot r_i^2$
1	Кисть				
2	Предплечье				
3	Плечо				
4	Туловище				
5	Бедро				
6	Голень				
7	Стопа				
8	Голова				

В колонку 3 табл. 2 вписать карандашом значение центрального момента инерции сегментов, вычисленные в предыдущей лабораторной работе. Далее, каждое из значений центрального момента инерции разделить на $9,806$ (для перевода в техническую систему мер и весов), а затем, учитывая, что отдельные сегменты имеют парное строение и их центральный момент инерции необходимо умножить на два (кость, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа).

После выполнения всех этих операций стереть карандашную запись и вписать ручкой величину центрального момента инерции сегмента в колонку 3 табл. 2.

6. Вычислить для каждого из сегментов квадрат расстояния от его центра масс до оси вращения (гриф перекладины) по формуле

$$r_i^2 = Xc_i^2 + Yc_i^2.$$

Данные для квадрата расстояния проекции центра масс сегмента на ось Ox (Xc_i^2) и ось Oy (Yc_i^2) взять из табл. 1, колонки 6 и 8 соответственно.

7. Вычислить последовательно для каждого сегмента произведение его массы на квадрат расстояния до оси вращения. Для этого надо перемножить массу сегмента (колонка 4 табл. 1) на данные колонки 4 табл. 2 (для каждой из строк табл.) и вписать полученные значения в колонку 5 табл. 2.

8. В колонке 6 табл. 2 содержатся результаты сложения данных строковых элементов колонок 3 и 5.

И на заключительном этапе выполнения лабораторной работы, в соответствии с уравнениями 1,2 необходимо результаты колонки 6 табл. 2 сложить построчно. Полученная сумма и будет являться значением момента инерции биомеханической системы относительно оси вращения (гриф перекладины) для положения гимнаста: «Вис на перекладине».

Решение задачи 2 – (2 часа)

1. Нарисовать в декартовой системе координат кинематическую схему опорно-двигательного аппарата тела человека, в положении, соответствующим решению задачи 2 (рис. 3).

Ввести в схему принятые в лабораторной работе 3 соответствующие обозначения для координат центра масс сегментов.

2. Этот этап работы полностью соответствует этому же этапу работы решения первой задачи, так как уравнения, по которым определяется момент инерции системы тел относительно заданной оси вращения, не меняются в зависимости от изменения конфигурации биомеханической системы.

3. Выписать, как показано ниже в табл. 3, в качестве исходных данных значения веса каждого сегмента (лабораторная работа 3) и координату его центра масс по оси Ox и оси Oy (лабораторная работа 3).

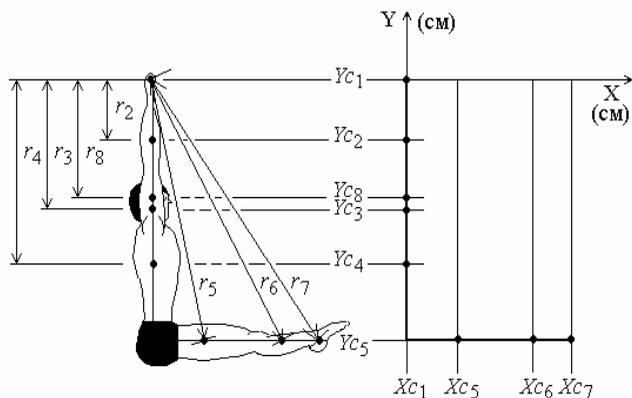


Рис. 3. Кинематическая схема опорно-двигательного аппарата тела человека в положении «Вис углом на гимнастической стенке»

Записать в колонку 3 табл. 1 значения веса сегмента, в колонку 5 координату центра масс сегмента по оси Ox , в колонку 7 координату центра масс сегмента по оси Oy . Так как продольная ось сегментов 1–4, 8 совпадает с осью Oy декартовой системы координат, то все координаты центра масс сегментов 1–4, 8 по оси Ox равны нулю, что и вписать в колонку 7 табл. 3. Продольная ось сегментов 5–7 совпадает с осью Ox декартовой системы координат, поэтому координаты центра масс сегментов 5–7 по оси Ox равны нулю, что и вписать в колонку 5 табл. 3.

Здесь следует учитывать, что координаты центра масс сегментов под номерами 1–4, 8 по оси Oy совпадают с соответствующими координатами из табл. 1 лабораторной работы № 6. Для сегментов же 5, 6, 7 координата центра масс по оси Oy равна координате тазобедренного сустава (лабораторная работа № 3). Координата центра масс этих сегментов по оси Ox совпадает с аналогичными координатами из второй части лабораторной работы № 3.

4. Вычислить массу отдельных сегментов, а результаты вычислений вписать в колонку 4 табл. 3. Напомним, что формульное выражение массы i -го сегмента (m_i) в технической системе мер и весов имеет вид

$$m_i = \frac{P_i}{g}.$$

Здесь g – ускорение свободно падающего тела, равное $9,806 \text{ м/с}^2$.

И здесь же следует учесть, отдельные сегменты имеют парное строение и их массу необходимо удваивать (кисть, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа).

Таблица 3

Вес сегментов (P_i), координата центра масс сегментов (Xc_i) по оси Ox и (Yc_i) по оси Oy декартовой системы координат

1	2	3	4	5	6	7	8
№ п/п	Сегмент	P_i	m_i	Xc_i	Xc_i^2	Yc_i	Yc_i^2
1	Кисть						
2	Предплечье						
3	Плечо						
4	Туловище						
5	Бедро						
6	Голень						
7	Стопа						
8	Голова						

5. Подготовить табл. 4.

В колонку 3 табл. 4 вписать карандашом значение центрального момента инерции сегментов, вычисленные в предыдущей лабораторной работе. Далее, каждое из значений центрального момента инерции разделить на $9,806$ (для перевода в техническую систему мер и весов), а затем, учитывая, что отдельные сегменты имеют парное строение и их центральный момент инерции необходимо умножить на два (кисть, предплечье, плечо, бедро, голень, стопа).

Биомеханические характеристики сегментов тела человека

1	2	3	4	5	6
№ п/п	Сегмент	Jc_i	r_i^2	$m_i \cdot r_i^2$	$Jc_i + m_i \cdot r_i^2$
1	Кисть				
2	Предплечье				
3	Плечо				
4	Туловище				
5	Бедро				
6	Голень				
7	Стопа				
8	Голова				

После выполнения всех этих операций стереть карандашную запись и вписать ручкой величину центрального момента инерции сегмента в колонку 3 табл. 4.

6. Вычислить для каждого из сегментов квадрат расстояния от его центра масс до оси вращения (гриф перекладины) по формуле

$$r_i^2 = Xc_i^2 + Yc_i^2 .$$

Данные для квадрата расстояния проекции центра масс сегмента на ось Ox (Xc_i^2) и ось Oy (Yc_i^2) взять из табл. 3, колонки 6 и 8 соответственно.

7. Вычислить последовательно для каждого сегмента произведение его массы на квадрат расстояния до оси вращения. Для этого надо перемножить массу сегмента (колонка 4 табл. 2) на данные колонки 4 табл. 4 (для каждой из строк таблицы) и вписать полученные значения в колонку 5 табл. 4.

8. В колонке 6 табл. 6 содержатся результаты сложения данных строчковых элементов колонок 3 и 5.

И на заключительном этапе выполнения лабораторной работы, в соответствии с уравнениями 1,2 необходимо результаты колонки 6 табл. 4 сложить построчно. Полученная сумма и будет являться значением момента инерции биомеханической системы относительно оси вращения (гриф перекладины) для положения гимнаста: «вис углом на гимнастической стенке».

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

Тема: Определение угловой скорости звеньев тела человека.

Цель: Научиться определять угловую скорость звеньев тела человека при выполнении спортивных упражнений.

Задачи: Определить угловую скорость звеньев тела человека при выполнении гимнастических упражнений:

- 1) большой оборот назад на перекладине.
- 2) большой оборот вперед на перекладине.

Инструменты и оборудование: Тетрадь для лабораторных работ, карандаш, резинка, ручка или фломастер, линейка, микрокалькулятор.

Ход работы

Решение задачи 1 – (4 часа)

Угловая скорость и ускорение звеньев тела

Первая и вторая производная от обобщенных координат (углы наклона звеньев биомеханической системы к оси Ox) по времени, заданных в табличном виде, определяются из симметричных конечно-разностных отношений

$$\dot{\varphi}_i = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1}}{2h}, \quad \ddot{\varphi}_i = \frac{\varphi_{i-1} - 2\varphi_i + \varphi_{i+1}}{h^2}, \quad (1)$$

где $\dot{\varphi}_i$, $\ddot{\varphi}_i$ – приближенные значения первой и второй производной от обобщенных координат φ_i по времени в момент времени $t = t_i$, i – номер кинокадра, h – интервал времени между двумя ближайшими кинокадрами, определяемый в соответствии с уравнением

$$h = \frac{1}{k}, \quad (2)$$

где k – частота киносъемки.

Учитывая, что в механике угловая скорость измеряется в рад/с, формулы для определения угловой скорости и ускорения звеньев тела на основании равенств (1) примут вид

$$\dot{\varphi}_i = \frac{\pi(\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1})}{360h}, \quad \ddot{\varphi}_i = \frac{\pi(\varphi_{i-1} - 2\varphi_i + \varphi_{i+1})}{180h^2}. \quad (3)$$

Здесь π – символ числа «пи». Для первой и конечной точки траектории угловая скорость и угловое ускорение звеньев тела спортсмена вычисляются по формулам Милна.

Кинетограмма второй половины большого оборота назад на перекладине показана на рис. 1.

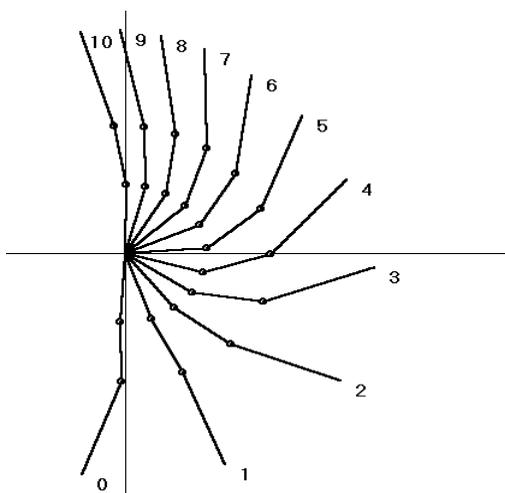


Рис. 1. Кинетограмма второй половины большого оборота назад на перекладине

1. Для вычисления угловой скорости звеньев тела при выполнении любого спортивного упражнения необходимо знать значения обобщенных координат биомеханической системы на всей траектории движения. Для этого по выполненному промеру, транспор-

тиром определяют угол наклона звеньев биомеханической системы к оси Ox для каждого кинокадра упражнения и измеренные значения обобщенных координат заносят в таблицу. Определение обобщенных координат биосистемы для исследуемого упражнения выполняется следующим образом.

Допустим, для первого кинокадра выполняемого упражнения (рис. 2, Б) построена кинетограмма (рис. 2, А).

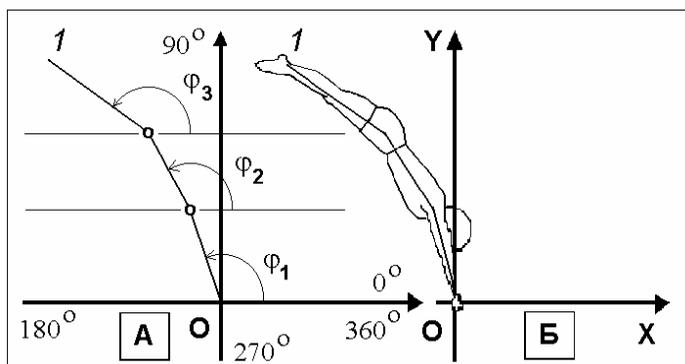


Рис. 2. Считывание обобщенных координат (Φ_i) в первом кинокадре (1) кинетограммы (А) по материалам киносъемки (Б)

Для определения угла наклона звеньев биомеханической системы к оси Ox необходимо от каждого сустава провести влево и вправо линии, параллельные оси Ox . Направление угла отсчитывается от положительной области числовой оси Ox против хода часовой стрелки. Величина угла изменяется от 0° до 360° , а также может изменяться в диапазоне $360-720^\circ$ и т.д. Величина угла наклона звена к оси Ox измеряется транспортиром и записывается в таблицу обобщенных координат, в которой колонки обозначают номер звена, а строки – номер кинокадра.

2. Подготовить таблицу обобщенных координат для трехзвенной биомеханической системы (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

**Таблица обобщенных координат (φ_i) трехзвенной
биомеханической системы на всей траектории движения**

№ кинокадра	φ_1	φ_2	φ_3
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Для каждого номера кинокадра вписать в таблицу значения обобщенных координат для первого звена – φ_1 , для второго звена – φ_2 и для третьего звена – φ_3 .

3. Дополнить табл. 1 тремя колонками справа (табл. 2).

4. В колонке 5 будут записаны расчетные данные разности обобщенных координат первого звена по кинокадрам: для $i+1$ кинокадра и $i-1$ кинокадра, где i – номер кинокадра.

В колонке 6 будут записаны расчетные данные разности обобщенных координат второго звена по кинокадрам: для $i+1$ кинокадра и $i-1$ кинокадра, где i – номер кинокадра.

Т а б л и ц а 2

Промежуточная таблица для расчета угловой скорости

1	2	3	4	5	6	7
№ кинокадра	$\varphi_{i,1}$	$\varphi_{i,2}$	$\varphi_{i,3}$	$\varphi_{i+1,1} - \varphi_{i-1,1}$	$\varphi_{i+1,2} - \varphi_{i-1,2}$	$\varphi_{i+1,3} - \varphi_{i-1,3}$
1	365					
2	378			394-365=29		
3	394			419-378=41		
4	419			428-394=34		
5	428			435-419=16		
6	435					

В колонке 7 будут записаны расчетные данные разности обобщенных координат третьего звена по кинокадрам: для $i+1$ кинокадра и $i-1$ кинокадра, где i – номер кинокадра.

К примеру, для первого звена имеется таблица чисел изменения обобщенных координат биосистемы на всей траектории движения (табл. 2, колонка 2). Допустим $i = 2$, тогда $i+1 = 3$, а $i-1 = 1$. Следовательно, $\varphi_{i+1} = 394$ (табл. 2, колонка 2, строка 3); $\varphi_{i-1} = 365$ (табл. 2, колонка 2, строка 1). Разница $\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1} = 394 - 365 = 29$ записывается в строку 2 (так как $i = 2$) колонки 6 (табл. 2).

Увеличим i на 1. Тогда i станет равным 3, $i+1=4$, а $i-1=2$. Следовательно, $\varphi_{i+1} = 419$ (табл. 2, колонка 2, строка 3); $\varphi_{i-1} = 378$ (табл. 2, колонка 2, строка 2). Разница $\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1} = 419 - 378 = 41$ записывается в строку 3 (так как $i = 3$) колонки 6 (табл. 2).

Снова увеличим i на 1. На это раз i станет равным 4, $i+1 = 5$, а $i-1 = 3$. Следовательно, $\varphi_{i+1} = 419$ (табл. 2, колонка 2, строка 5); $\varphi_{i-1} = 378$ (табл. 2, колонка 2, строка 3). Разница $\varphi_{i+1} - \varphi_{i-1} = 428 - 394 = 36$ записывается в строку 4 (так как $i = 4$) колонки 6 (табл. 2).

И этот цикл повторяется до тех пор пока $i+1$ не станет больше, чем количество кинокадров упражнения. Затем переходят к расчету второго звена и т.д.

5. Подготовить табл. 3, в ячейки которой будут заноситься вычисленные значения угловой скорости звеньев тела.

В соответствии с уравнениями (3) каждую строчку колонок 5, 6, 7 (табл. 2) необходимо умножить на число π и разделить на $360h$, где h определяется из уравнения 2. Полученный результат вписать в соответствующую строчку колонки 2, 3 или 4 табл. 3. Это и есть угловая скорость звеньев тела.

Таблица 3

Угловая скорость звеньев тела ($\dot{\varphi}_i$)

№ кинокадра	$\dot{\varphi}_1$	$\dot{\varphi}_2$	$\dot{\varphi}_3$
1			
2			
3			
4			
5			

Задание

В табл. 1 вписать обобщенные координаты одного из вариантов большого оборота назад на перекладине (номер варианта предлагается преподавателем).

1. Следуя вышеизложенному ходу выполнения работы, вычислить угловые скорости звеньев тела и занести результаты вычислений в результирующую табл. 3.

Решение задачи 2 – (4 часа)

Логика выполнения 2-й части работы аналогична решению задачи 1. Единственное отличие – другие траектории движения. При расчете угловой скорости звеньев тела спортсмена (как при решении задачи 1, так и при решении задачи 2) следует учесть, что временной интервал (h) между двумя ближайшими видеокадрами упражнения составляет 0,08 с.

Траектории движения спортсмена при выполнении им большого оборота назад и вперед на перекладине в виде обобщенных координат звеньев тела в различных вариантах исполнения упражнения приведены ниже (по материалам исследований Лавшука Д.А., 2002).

Большой оборот назад на перекладине
Вариант 1

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	461,2	465,0	473,4
2	473,7	477,8	486,2
3	487,0	492,5	501,2
4	500,9	508,0	518,1
5	516,2	523,9	535,0
6	533,9	540,1	549,4
7	554,1	557,9	560,0
8	576,3	578,0	568,9
9	599,7	600,6	580,1
10	623,6	624,9	597,7
11	646,3	650,1	625,3
12	665,7	675,7	664,1
13	681,5	702,3	706,3
14	696,4	729,3	740,2
15	713,7	754,5	762,2
16	735,0	774,5	776,9
17	757,9	788,1	788,5
18	778,6	797,2	798,6
19	795,0	804,6	808,1

Вариант 2

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	462,8	466,1	471,7
2	476,7	477,7	482,3
3	491,5	492,3	495,4
4	508,2	510,5	511,2
5	528,0	532,4	528,6
6	551,4	556,7	545,9
7	577,4	581,5	562,4
8	603,8	605,8	579,5
9	628,1	629,6	601,5
10	649,3	653,4	636,2
11	667,8	677,5	683,4
12	684,8	702,5	728,8
13	702,3	728,1	759,8
14	721,7	752,5	779,1
15	742,8	773,2	792,6
16	763,9	788,6	802,7
17	783,3	799,5	810,8
18	800,2	807,3	817,7
19	815,7	813,9	824,4

Вариант 3

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	455,9	461,2	467,2
2	469,7	471,6	476,7
3	483,9	484,5	488,5
4	499,5	500,9	503,0
5	517,6	521,1	519,8
6	539,2	544,4	537,3
7	564,2	569,1	554,2
8	590,7	593,7	570,7
9	616,3	617,8	589,5
10	639,1	641,5	616,8
11	658,8	665,4	659,0
12	676,4	689,9	707,3
13	693,4	715,3	746,2
14	711,7	740,7	770,5
15	732,1	763,4	786,4
16	753,5	781,5	798,0
17	773,9	794,6	806,9
18	792,1	803,7	814,3
19	807,9	810,6	821,0

Вариант 4

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	443,5	450,4	453,7
2	452,6	458,4	460,9
3	461,8	467,4	468,7
4	471,5	477,2	477,4
5	482,1	488,0	487,1
6	493,8	500,0	497,8
7	507,2	513,1	509,1
8	522,6	527,5	520,6
9	540,2	543,2	532,2
10	559,7	560,1	544,1
11	580,1	578,6	557,0
12	600,5	598,7	572,5
13	619,9	620,4	593,7
14	638,3	643,2	626,5
15	655,7	666,7	669,8
16	673,0	690,5	710,7
17	690,7	713,7	738,3
18	709,2	735,1	754,8
19	728,2	753,2	765,9
20	746,4	767,7	774,1
21	762,7	778,8	780,8
22	776,6	787,4	786,8
23	788,3	794,6	792,8
24	798,5	801,1	798,9
25	807,8	807,5	804,9

Вариант 5

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	86,6	92,0	94,9
2	95,3	100,8	102,3
3	104,4	110,2	110,5
4	114,2	120,2	119,9
5	124,8	130,8	130,6
6	136,3	142,1	142,4
7	148,5	153,7	155,2
8	161,3	165,7	168,6
9	175,3	178,7	182,3
10	191,7	194,1	196,1
11	211,7	213,9	210,2
12	235,3	238,3	226,0
13	259,6	264,9	246,3
14	281,7	290,3	276,4
15	300,8	313,7	315,9
16	318,0	336,3	354,4
17	335,0	358,5	382,3
18	352,6	379,2	400,2
19	370,7	397,1	412,8
20	388,2	411,4	422,4
21	404,0	422,6	430,2
22	417,4	431,5	437,1
23	428,8	439,2	443,7
24	438,8	446,6	450,3
25	448,1	454,3	457,2

Вариант 6

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,1	90,2	94,8
2	100,4	97,7	103,2
3	107,8	105,7	113,0
4	116,1	114,8	124,0
5	125,5	125,6	136,1
6	136,2	138,1	149,1
7	148,7	152,0	162,9
8	163,6	167,1	177,2
9	180,8	183,6	190,8
10	199,9	202,0	203,0
11	220,3	222,5	215,0
12	242,0	244,5	230,0
13	264,1	267,2	253,3
14	284,8	290,8	288,7
15	303,2	316,1	331,3
16	320,3	342,6	370,0
17	337,9	368,2	397,8
18	356,5	390,2	415,6
19	375,5	406,6	426,4
20	393,7	417,6	432,9
21	409,8	425,0	437,5
22	423,2	431,0	441,8
23	434,1	437,0	446,5
24	443,3	443,6	451,7
25	451,2	450,6	457,0

Вариант 7

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	86,3	93,5	99,8
2	98,1	103,1	110,2
3	110,1	114,7	122,3
4	122,6	128,2	136,5
5	135,7	143,0	152,7
6	149,8	158,4	169,3
7	166,4	174,4	184,3
8	186,0	191,6	196,3
9	208,1	210,8	205,9
10	231,7	232,7	216,3
11	255,9	256,7	231,6
12	279,2	281,9	255,3
13	299,6	307,4	289,5
14	316,2	333,2	330,4
15	331,3	359,8	367,4
16	347,8	386,1	393,3
17	367,4	408,7	410,4
18	389,2	425,1	423,8
19	410,2	435,8	435,6
20	427,9	443,3	446,6
21	442,4	450,6	457,1

Вариант 8

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	92,2	98,0	104,9
2	104,0	108,6	116,0
3	116,3	121,2	129,1
4	129,1	135,4	144,4
5	142,5	150,6	161,0
6	157,7	166,3	177,1
7	175,8	182,8	190,7
8	196,8	200,9	201,2
9	219,7	221,4	210,7
10	243,8	244,5	223,1
11	267,8	269,3	242,2
12	289,9	294,7	271,1
13	308,3	320,2	309,8
14	323,8	346,4	350,0
15	339,2	373,1	381,7
16	357,2	398,0	402,6
17	378,2	417,7	417,4
18	400,0	431,0	429,8
19	419,5	439,7	441,2
20	435,5	446,8	451,9
21	448,8	454,8	462,3

Вариант 9

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	83,4	91,5	99,4
2	96,7	100,3	106,5
3	109,6	111,4	115,3
4	122,6	124,6	126,6
5	136,1	139,4	140,5
6	150,6	155,4	156,5
7	166,8	172,5	173,0
8	185,0	191,0	188,5
9	205,2	211,0	202,5
10	227,3	232,5	216,5
11	250,9	254,9	233,3
12	274,1	277,9	257,6
13	295,1	301,8	294,1
14	313,2	326,6	337,5
15	329,8	352,2	376,0
16	347,0	377,3	402,8
17	366,2	400,0	421,2
18	387,0	418,7	434,3
19	407,3	432,9	444,0
20	425,6	443,5	451,9
21	441,5	452,3	459,2

Вариант 10

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	461,3	466,8	468,3
2	470,2	476,5	478,4
3	480,4	486,6	489,4
4	492,3	497,7	501,0
5	506,6	510,1	512,2
6	522,8	524,4	522,6
7	540,5	540,8	532,2
8	559,2	559,5	542,2
9	579,2	580,2	555,1
10	600,6	602,5	574,0
11	622,2	625,9	600,5
12	642,4	650,3	633,8
13	660,3	675,2	670,3
14	676,4	700,5	704,3
15	692,3	725,4	731,3
16	709,7	748,4	750,3
17	729,4	766,9	763,4
18	749,5	779,7	773,6
19	767,0	788,2	782,7
20	780,4	794,6	791,2
21	790,7	800,8	799,2
22	799,3	807,7	807,1
23	807,1	815,7	815,1
24	814,9	824,5	823,2

Вариант 11

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	457,2	462,1	463,7
2	465,6	471,6	473,2
3	475,1	481,5	483,8
4	486,1	492,0	495,2
5	499,2	503,7	506,7
6	514,5	517,0	517,5
7	531,5	532,4	527,4
8	549,7	549,9	537,0
9	569,0	569,7	548,1
10	589,8	591,2	563,7
11	611,5	614,1	586,3
12	632,6	638,0	616,4
13	651,6	662,7	652,0
14	668,5	687,8	687,9
15	684,2	713,0	718,9
16	700,7	737,3	741,7
17	719,4	758,3	757,4
18	739,6	773,9	768,8
19	758,7	784,3	778,2
20	774,2	791,5	787,0
21	785,9	797,7	795,2
22	795,1	804,1	803,2
23	803,2	811,6	811,1
24	811,0	820,1	819,1

Вариант 12

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	82,4	87,9	91,6
2	90,9	96,3	98,5
3	99,8	105,4	106,2
4	109,2	115,1	115,1
5	119,4	125,4	125,1
6	130,5	136,4	136,3
7	142,3	147,8	148,7
8	154,8	159,6	161,8
9	168,1	172,0	175,4
10	183,1	186,0	189,2
11	201,2	203,4	203,1
12	223,2	225,6	217,8
13	247,6	251,5	235,2
14	271,1	277,8	259,8
15	291,6	302,2	295,5
16	309,5	325,0	336,0
17	326,5	347,4	369,9
18	343,7	369,1	392,2
19	361,6	388,6	407,0
20	379,6	404,7	417,8
21	396,4	417,4	426,4
22	411,0	427,3	433,8
23	423,3	435,4	440,4
24	433,9	442,8	447,0

Вариант 13

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	112,2	118,8	117,6
2	123,6	129,4	130,8
3	135,9	141,0	142,9
4	149,9	154,2	152,8
5	165,6	169,2	159,3
6	183,0	186,0	163,9
7	201,9	204,6	171,3
8	222,2	224,9	187,1
9	243,8	247,1	212,2
10	265,7	270,6	243,5
11	286,3	294,9	278,1
12	304,1	319,9	314,3
13	319,7	345,6	348,0
14	335,3	370,6	374,3
15	353,0	392,2	392,2
16	373,2	408,5	404,3
17	393,2	419,6	413,8
18	410,2	427,0	422,5
19	423,3	432,6	430,9
20	433,5	438,2	439,0
21	441,9	444,9	447,0
22	449,5	453,0	455,1

Вариант 14

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	455,0	459,6	467,7
2	467,4	471,1	479,5
3	480,3	485,0	493,4
4	493,8	500,2	509,5
5	508,3	515,9	526,7
6	524,7	531,9	542,6
7	543,7	548,8	555,1
8	565,0	567,6	564,5
9	587,9	589,0	574,0
10	611,7	612,6	587,9
11	635,2	637,4	610,1
12	656,5	662,8	643,6
13	673,9	688,9	685,6
14	688,9	715,8	724,8
15	704,6	742,4	752,5
16	723,9	765,3	770,2
17	746,5	782,0	783,0
18	768,8	793,0	793,7
19	787,3	800,9	803,4
20	801,7	808,4	812,7
21	813,5	817,0	822,1
22	824,5	826,4	831,5

Вариант 15

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	76,6	87,7	96,3
2	90,1	95,6	102,8
3	103,2	105,6	110,7
4	116,1	117,7	120,6
5	129,2	131,8	133,2
6	143,2	147,2	148,3
7	158,5	163,8	164,8
8	175,6	181,5	180,9
9	194,8	200,8	195,6
10	216,0	221,6	209,4
11	239,0	243,6	224,3
12	262,6	266,3	244,1
13	284,9	289,7	274,3
14	304,4	314,1	315,7
15	321,5	339,4	358,1
16	338,2	365,0	390,8
17	356,3	389,1	412,8
18	376,5	409,9	428,2
19	397,3	426,3	439,5
20	416,8	438,5	448,1
21	433,8	448,0	455,5
22	448,8	456,6	463,0

Вариант 16

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	457,2	462,8	464,7
2	466,6	472,2	473,0
3	476,7	482,5	482,2
4	487,8	493,9	492,4
5	500,3	506,4	503,4
6	514,7	520,2	514,8
7	531,2	535,2	526,4
8	549,8	551,4	538,0
9	569,9	569,1	550,3
10	590,4	588,4	564,3
11	610,3	609,4	582,1
12	629,2	631,7	608,3
13	647,1	654,9	647,6
14	664,4	678,6	691,5
15	681,7	702,2	726,3
16	699,8	724,7	747,5
17	718,7	744,6	760,9
18	737,5	760,9	770,3
19	754,9	773,6	777,6
20	769,9	783,3	783,8
21	782,6	791,1	789,8
22	793,5	797,9	795,8
23	803,2	804,3	801,9
24	812,4	810,6	807,9

Вариант 17

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	85,1	90,9	92,9
2	95,8	98,5	101,2
3	106,8	107,2	110,6
4	117,9	117,5	121,2
5	129,3	129,1	133,2
6	141,7	141,9	146,9
7	155,6	155,7	162,3
8	170,8	170,6	178,7
9	187,4	187,5	194,5
10	205,6	206,8	208,9
11	225,6	227,9	222,5
12	247,3	249,7	237,8
13	269,1	271,3	257,8
14	289,1	293,0	286,8
15	306,2	315,6	324,9
16	321,2	339,2	364,2
17	336,3	363,2	395,1
18	353,0	386,1	415,3
19	370,9	406,0	427,9
20	388,9	421,4	435,8
21	405,7	432,3	441,2
22	420,8	440,0	446,1
23	434,5	446,2	451,5
24	447,1	451,9	457,8

Вариант 18

№ кад- ра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,3	94,6	96,9
2	101,3	102,7	105,8
3	112,3	112,1	115,7
4	123,5	123,1	127,0
5	135,4	135,4	139,8
6	148,5	148,7	154,4
7	163,0	163,0	170,5
8	178,9	178,8	186,8
9	196,3	196,9	201,9
10	215,4	217,2	215,7
11	236,3	238,8	229,8
12	258,3	260,5	246,9
13	279,5	282,1	271,0
14	298,0	304,2	305,1
15	313,8	327,3	345,1
16	328,7	351,2	381,0
17	344,4	374,9	406,4
18	361,8	396,5	422,4
19	380,0	414,3	432,3
20	397,5	427,3	438,7
21	413,5	436,4	443,6
22	427,8	443,2	448,7
23	440,9	449,1	454,6
24	453,2	454,8	461,1

Вариант 19

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	82,0	90,2	89,5
2	93,6	100,1	102,2
3	105,5	110,8	114,6
4	117,7	122,6	127,5
5	130,5	135,4	142,0
6	144,7	149,4	158,1
7	160,9	165,0	174,6
8	179,0	182,7	189,2
9	198,6	202,7	200,4
10	219,7	224,6	210,3
11	242,8	247,6	224,7
12	266,7	271,2	250,5
13	288,6	296,0	291,2
14	307,5	322,9	338,7
15	325,3	350,9	380,1
16	344,2	377,8	409,6
17	364,3	401,2	429,5
18	384,5	419,5	442,6
19	403,3	432,8	451,0
20	420,2	442,7	456,8
21	435,3	451,3	461,8
22	449,1	459,7	466,8

Вариант 20

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	87,7	95,1	95,9
2	99,5	105,3	108,4
3	111,5	116,5	120,9
4	124,0	128,8	134,5
5	137,4	142,2	149,9
6	152,6	156,9	166,5
7	169,8	173,6	182,3
8	188,6	192,5	195,2
9	208,9	213,5	205,2
10	231,0	236,0	216,5
11	254,8	259,3	235,7
12	278,0	283,4	269,3
13	298,3	309,2	314,9
14	316,4	336,9	360,8
15	334,5	364,6	396,2
16	354,2	390,1	420,5
17	374,5	411,0	436,8
18	394,1	426,7	447,2
19	412,0	438,0	454,1
20	428,0	447,1	459,4
21	442,3	455,5	464,3
22	455,9	463,9	469,3

Вариант 21

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	64,9	94,3	102,7
2	79,7	102,0	111,1
3	94,4	110,4	121,1
4	108,6	120,2	133,0
5	122,9	131,7	147,3
6	137,6	144,9	163,8
7	153,7	159,5	181,3
8	171,9	175,7	196,9
9	192,6	193,9	208,1
10	215,1	214,6	215,2
11	238,4	237,5	222,3
12	261,2	261,0	236,3
13	282,2	284,1	264,5
14	300,2	307,7	309,1
15	315,5	332,3	359,0
16	330,6	357,7	399,0
17	348,2	383,0	424,1
18	368,1	406,2	438,8
19	388,7	424,9	447,5
20	408,7	438,1	453,8
21	427,3	447,9	459,7
22	444,3	456,5	465,9

Вариант 22

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	106,6	113,6	110,9
2	117,8	124,1	124,3
3	129,6	135,1	137,1
4	142,7	147,4	148,2
5	157,5	161,5	156,5
6	174,1	177,4	161,6
7	192,3	195,1	166,9
8	211,9	214,5	178,0
9	232,9	235,8	198,6
10	254,8	258,7	227,3
11	276,3	282,7	260,4
12	295,5	307,3	296,2
13	312,1	332,7	331,9
14	327,3	358,3	362,3
15	343,8	382,0	384,2
16	362,9	401,0	398,8
17	383,4	414,7	409,3
18	402,2	423,7	418,2
19	417,2	429,9	426,7
20	428,7	435,3	435,0
21	437,8	441,4	443,0
22	445,8	448,8	451,0
23	453,3	457,4	459,3

Вариант 23

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	96,8	93,9	98,8
2	104,0	101,6	108,0
3	111,8	110,1	118,4
4	120,6	120,0	129,9
5	130,6	131,7	142,5
6	142,2	144,9	155,9
7	155,8	159,4	170,0
8	171,9	175,1	184,1
9	190,1	192,5	197,1
10	209,9	212,0	208,9
11	231,0	233,4	221,8
12	253,1	255,7	240,3
13	274,7	278,8	269,5
14	294,3	303,3	309,8
15	311,8	329,3	351,8
16	329,0	355,7	385,3
17	347,1	379,8	407,7
18	366,0	399,1	421,7
19	384,8	412,7	430,0
20	402,1	421,6	435,3
21	416,8	428,1	439,6
22	428,9	434,0	444,1
23	438,9	440,2	449,1

Вариант 24

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	57,5	90,5	98,6
2	72,3	98,1	106,8
3	87,1	106,1	115,9
4	101,5	115,1	126,8
5	115,7	125,7	139,8
6	130,1	138,1	155,3
7	145,4	152,0	172,6
8	162,5	167,4	189,5
9	181,9	184,5	203,1
10	203,7	203,9	212,0
11	226,7	225,8	218,4
12	249,9	249,2	228,0
13	272,0	272,6	248,2
14	291,6	295,8	285,2
15	308,0	319,9	334,4
16	322,9	345,0	380,9
17	339,1	370,5	413,2
18	358,0	395,0	432,4
19	378,5	416,2	443,6
20	398,8	432,1	450,9
21	418,1	443,3	456,7
22	436,0	452,3	462,7
23	452,4	460,8	469,1

Большой оборот вперед на перекладине

Вариант 1

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	469,7	457,0	455,0
2	478,6	468,2	466,4
3	489,5	479,5	477,6
4	502,5	491,7	488,9
5	517,5	505,0	500,7
6	534,1	519,6	514,1
7	551,5	536,4	530,6
8	569,1	555,5	552,3
9	586,7	576,5	580,8
10	604,6	598,9	613,7
11	623,9	622,6	643,3
12	645,8	646,6	662,1
13	670,6	669,1	670,0
14	696,4	688,3	672,8
15	721,6	703,5	677,6
16	745,3	715,4	688,3
17	766,3	726,2	704,6
18	783,1	738,0	723,5
19	795,8	751,4	742,1
20	805,2	765,9	759,2
21	812,1	780,4	774,7
22	817,6	794,1	789,1

Вариант 2

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	449,8	399,8	388,2
2	462,1	417,0	410,8
3	471,1	436,0	431,7
4	478,6	454,5	450,8
5	485,8	471,5	468,4
6	494,5	487,4	484,8
7	506,5	503,0	500,1
8	522,5	518,5	514,4
9	540,9	534,3	529,5
10	559,7	551,4	548,1
11	578,4	570,9	573,0
12	597,8	593,0	604,0
13	618,4	617,0	635,9
14	640,4	641,9	660,6
15	664,7	666,0	672,6
16	691,3	688,0	674,3
17	719,0	707,2	675,0
18	746,7	723,6	682,9
19	773,1	737,7	700,3
20	795,2	751,7	724,5
21	811,2	768,4	752,0
22	821,7	788,3	780,0

Вариант 3

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	456,4	408,1	399,7
2	466,9	426,4	421,5
3	475,0	445,4	441,5
4	482,1	463,2	459,8
5	489,9	479,5	476,8
6	500,0	495,2	492,6
7	514,0	510,7	507,3
8	531,5	526,3	521,7
9	550,3	542,6	538,1
10	569,0	560,8	559,7
11	588,0	581,7	588,0
12	608,0	604,8	620,3
13	629,1	629,4	649,7
14	652,2	654,2	668,3
15	677,8	677,3	674,2
16	705,1	698,0	674,2
17	732,9	715,8	677,8
18	760,3	730,8	690,5
19	784,9	744,6	711,8
20	804,0	759,6	738,1
21	817,0	778,0	766,0
22	825,7	798,8	793,7

Вариант 4

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	461,9	457,5	452,5
2	467,5	463,7	460,9
3	474,7	470,8	470,2
4	483,6	478,9	480,4
5	494,4	488,1	491,1
6	507,0	498,8	501,5
7	521,2	511,2	512,0
8	537,2	525,2	523,5
9	555,5	540,1	537,7
10	576,0	555,3	556,5
11	597,2	571,4	581,2
12	617,0	589,8	608,9
13	635,1	611,9	633,9
14	653,0	636,9	652,1
15	672,7	661,1	664,1
16	694,8	681,4	673,0
17	717,9	697,4	681,8
18	739,7	710,6	692,5
19	758,3	722,5	705,8
20	773,1	734,1	721,4
21	784,5	745,7	737,8
22	793,1	757,1	753,5
23	799,4	768,0	767,4
24	804,2	778,2	779,5
25	808,0	787,6	789,9

Вариант 5

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	91,4	59,4	53,0
2	96,0	72,1	67,0
3	100,8	83,8	80,5
4	106,7	94,7	93,4
5	114,3	105,1	105,7
6	123,9	115,8	117,3
7	135,4	127,5	128,6
8	148,8	140,5	140,0
9	164,1	154,6	152,1
10	180,9	170,1	166,0
11	198,7	187,3	183,6
12	216,8	206,5	207,2
13	235,5	227,4	237,6
14	255,4	250,1	269,3
15	277,0	274,3	293,8
16	300,3	298,6	307,0
17	324,8	320,3	312,2
18	349,8	337,2	315,9
19	374,6	349,6	323,9
20	397,4	359,9	338,0
21	416,0	370,9	356,1
22	430,0	383,8	375,2
23	440,2	398,3	393,2
24	447,8	412,9	409,6
25	453,9	426,6	424,1

Вариант 6

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	89,1	52,9	45,8
2	93,7	65,8	60,1
3	98,3	78,1	73,9
4	103,6	89,4	87,0
5	110,3	99,9	99,6
6	118,8	110,4	111,6
7	129,4	121,5	123,0
8	141,9	133,9	134,2
9	156,2	147,4	145,9
10	172,3	162,2	158,7
11	189,7	178,4	174,2
12	207,7	196,6	194,5
13	226,1	216,7	221,8
14	245,2	238,5	253,8
15	265,9	262,1	282,9
16	288,5	286,6	301,8
17	312,5	310,0	310,2
18	337,3	329,4	313,8
19	362,3	343,8	319,2
20	386,4	354,8	330,3
21	407,3	365,2	346,7
22	423,6	377,1	365,7
23	435,5	390,9	384,4
24	444,3	405,6	401,6
25	451,0	419,9	417,0

Вариант 7

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	100,4	87,3	81,5
2	107,4	97,9	94,1
3	115,7	108,6	106,0
4	125,9	119,5	117,6
5	138,1	130,9	129,5
6	152,1	143,8	142,1
7	167,5	158,6	155,9
8	184,2	175,2	171,9
9	202,1	193,5	192,3
10	220,8	213,4	217,9
11	240,1	235,1	246,8
12	260,2	258,4	274,2
13	281,8	282,6	294,4
14	305,5	306,2	304,8
15	331,4	327,3	307,8
16	357,9	344,2	310,2
17	382,4	357,6	317,6
18	403,5	369,8	331,2
19	420,4	382,3	349,0
20	432,7	396,1	368,4
21	441,6	410,4	388,0
22	448,6	423,7	407,4
23	455,0	435,5	425,8
24	461,0	446,4	442,3

Вариант 8

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	97,2	82,0	75,1
2	103,8	92,6	87,8
3	111,3	103,3	100,1
4	120,6	114,0	111,8
5	131,8	125,1	123,5
6	144,9	137,2	135,7
7	159,6	150,9	148,8
8	175,7	166,7	163,5
9	193,0	184,1	181,5
10	211,4	203,3	204,5
11	230,4	224,0	232,2
12	250,1	246,6	261,0
13	270,8	270,4	285,4
14	293,3	294,6	300,8
15	318,3	317,2	306,9
16	344,8	336,2	308,7
17	370,5	351,2	313,1
18	393,5	363,7	323,7
19	412,5	375,9	339,8
20	427,1	389,1	358,6
21	437,5	403,2	378,2
22	445,2	417,3	397,8
23	451,9	429,8	416,8
24	458,1	441,0	434,3

Вариант 9

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,2	58,2	44,5
2	95,2	71,0	60,9
3	100,8	83,6	76,9
4	107,8	95,9	91,9
5	116,3	107,7	105,5
6	126,3	119,4	118,3
7	138,1	131,7	131,0
8	152,0	145,4	143,8
9	167,8	160,7	157,7
10	185,3	177,5	174,0
11	204,4	195,7	194,7
12	224,9	215,8	221,5
13	246,3	238,1	251,4
14	268,3	262,7	277,0
15	291,4	287,8	293,1
16	316,7	311,1	301,3
17	344,1	331,0	306,8
18	371,5	347,8	314,2
19	395,8	362,5	325,9
20	414,8	376,1	341,4
21	428,7	389,7	359,5
22	438,5	403,5	378,8
23	445,4	417,5	398,5
24	450,5	431,1	417,5

Вариант 10

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	92,5	82,9	84,6
2	96,4	88,7	91,9
3	100,9	94,7	98,9
4	106,5	101,0	105,3
5	113,2	107,8	111,8
6	121,4	115,5	118,8
7	131,4	124,1	126,7
8	143,4	134,0	135,6
9	157,3	145,4	145,5
10	172,6	158,4	156,7
11	188,6	173,6	170,0
12	204,8	190,8	187,0
13	221,6	209,9	209,4
14	239,1	230,7	236,4
15	258,1	252,7	263,0
16	278,6	275,1	283,8
17	300,7	296,4	297,8
18	324,1	315,4	307,4
19	348,0	331,4	315,9
20	371,1	345,0	325,8
21	391,8	357,1	338,3
22	408,9	369,0	353,4
23	422,2	381,8	369,3
24	432,2	396,2	384,0
25	439,4	411,4	396,7

Вариант 11

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	459,6	454,7	448,2
2	464,6	460,5	456,7
3	470,9	467,1	465,4
4	478,9	474,7	475,2
5	488,8	483,3	485,7
6	500,5	493,3	496,3
7	513,9	504,8	506,7
8	529,0	518,1	517,5
9	546,0	532,5	530,2
10	565,5	547,7	546,4
11	586,7	563,2	568,2
12	607,4	580,2	595,0
13	626,2	600,4	622,1
14	644,0	624,2	643,9
15	662,6	649,3	658,7
16	683,5	671,8	668,7
17	706,4	689,9	677,3
18	729,1	704,2	686,8
19	749,4	716,6	698,8
20	766,2	728,3	713,4
21	779,2	739,9	729,6
22	789,1	751,5	745,8
23	796,5	762,7	760,7
24	802,0	773,2	773,7
25	806,2	783,0	784,8

Вариант 12

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,6	80,0	80,8
2	94,4	85,8	88,3
3	98,6	91,7	95,5
4	103,6	97,8	102,1
5	109,7	104,3	108,5
6	117,1	111,5	115,2
7	126,2	119,7	122,7
8	137,2	128,9	131,1
9	150,2	139,5	140,4
10	164,8	151,7	150,9
11	180,5	165,7	163,0
12	196,7	181,9	178,0
13	213,1	200,1	197,5
14	230,2	220,2	222,6
15	248,4	241,6	250,2
16	268,1	263,9	274,3
17	289,4	286,0	291,5
18	312,2	306,3	302,9
19	336,0	323,8	311,6
20	359,8	338,5	320,5
21	381,9	351,2	331,7
22	400,8	363,0	345,6
23	416,0	375,3	361,4
24	427,6	388,8	376,9
25	436,1	403,8	390,6

Вариант 13

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	466,0	451,3	449,1
2	473,9	462,6	460,7
3	483,8	473,8	472,0
4	495,7	485,5	483,2
5	509,7	498,2	494,6
6	525,6	512,1	507,1
7	542,7	527,7	521,9
8	560,3	545,7	540,7
9	577,9	565,8	565,7
10	595,5	587,5	597,1
11	614,0	610,6	629,5
12	634,4	634,7	654,3
13	658,0	658,2	667,1
14	683,5	679,2	671,5
15	709,1	696,4	674,6
16	733,7	709,7	682,1
17	756,2	720,8	695,9
18	775,2	731,9	714,0
19	789,9	744,5	733,0
20	800,8	758,6	750,9
21	808,9	773,2	767,1
22	814,9	787,4	782,0
23	820,1	800,6	795,9
24	825,1	812,8	809,2
25	830,2	824,3	822,3

Вариант 14

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	96,0	72,1	67,0
2	100,8	83,8	80,5
3	106,7	94,7	93,4
4	114,3	105,1	105,7
5	123,9	115,8	117,3
6	135,4	127,5	128,6
7	148,8	140,5	140,0
8	164,1	154,6	152,1
9	180,9	170,1	166,0
10	198,7	187,3	183,6
11	216,8	206,5	207,2
12	235,5	227,4	237,6
13	255,4	250,1	269,3
14	277,0	274,3	293,8
15	300,3	298,6	307,0
16	324,8	320,3	312,2
17	349,8	337,2	315,9
18	374,6	349,6	323,9
19	397,4	359,9	338,0
20	416,0	370,9	356,1
21	430,0	383,8	375,2
22	440,2	398,3	393,2
23	447,8	412,9	409,6
24	453,9	426,6	424,1
25	459,6	439,4	437,1

Вариант 15

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,7	65,8	60,1
2	98,3	78,1	73,9
3	103,6	89,4	87,0
4	110,3	99,9	99,6
5	118,8	110,4	111,6
6	129,4	121,5	123,0
7	141,9	133,9	134,2
8	156,2	147,4	145,9
9	172,3	162,2	158,7
10	189,7	178,4	174,2
11	207,7	196,6	194,5
12	226,1	216,7	221,8
13	245,2	238,5	253,8
14	265,9	262,1	282,9
15	288,5	286,6	301,8
16	312,5	310,0	310,2
17	337,3	329,4	313,8
18	362,3	343,8	319,2
19	386,4	354,8	330,3
20	407,3	365,2	346,7
21	423,6	377,1	365,7
22	435,5	390,9	384,4
23	444,3	405,6	401,6
24	451,0	419,9	417,0
25	456,7	433,1	430,7

Вариант 16

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,7	82,9	79,0
2	98,7	90,3	88,8
3	104,0	98,0	98,4
4	110,1	106,1	107,9
5	117,4	114,9	117,4
6	126,4	124,6	127,1
7	137,2	135,4	137,3
8	150,2	147,6	148,5
9	165,0	161,3	161,2
10	181,5	176,9	176,2
11	199,0	194,2	193,8
12	216,6	213,4	214,4
13	234,7	234,4	237,7
14	255,4	257,0	261,5
15	280,2	280,4	282,3
16	306,7	303,2	297,6
17	331,9	323,4	307,7
18	356,7	339,3	315,4
19	381,2	351,4	324,1
20	402,0	361,9	335,8
21	416,5	373,0	350,6
22	426,2	385,4	367,1
23	433,4	398,3	383,5
24	439,0	410,6	398,9
25	443,2	421,5	413,2

Вариант 17

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,2	63,6	61,6
2	97,2	75,0	72,5
3	101,6	86,0	83,5
4	106,9	96,4	94,6
5	113,5	106,2	105,7
6	121,7	116,5	116,7
7	131,6	128,1	127,6
8	143,7	141,1	139,1
9	158,2	155,6	151,7
10	175,0	171,2	166,3
11	194,0	188,4	183,9
12	214,3	207,4	205,7
13	235,1	228,7	231,8
14	256,4	251,8	258,4
15	278,8	275,6	279,4
16	302,8	298,6	292,6
17	328,4	319,4	301,0
18	354,5	337,5	309,0
19	379,2	352,9	319,2
20	400,4	365,8	332,2
21	417,2	377,0	347,1
22	429,8	387,2	362,8
23	439,2	397,2	378,7
24	446,4	407,5	394,3
25	452,0	418,0	408,6

Вариант 18

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	95,2	69,3	67,1
2	99,3	80,6	78,0
3	104,1	91,3	89,0
4	110,0	101,3	100,1
5	117,4	111,3	111,2
6	126,4	122,1	122,2
7	137,3	134,4	133,2
8	150,6	148,2	145,2
9	166,3	163,2	158,7
10	184,3	179,6	174,6
11	204,0	197,6	194,2
12	224,7	217,8	218,3
13	245,7	240,1	245,4
14	267,4	263,7	269,9
15	290,6	287,3	286,9
16	315,5	309,3	297,2
17	341,5	328,9	304,8
18	367,1	345,5	313,7
19	390,3	359,6	325,4
20	409,4	371,6	339,5
21	423,9	382,2	354,9
22	434,8	392,2	370,8
23	443,1	402,3	386,6
24	449,4	412,7	401,7
25	454,3	423,3	415,1

Вариант 19

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	92,7	64,6	52,7
2	97,8	77,3	68,9
3	104,1	89,8	84,6
4	111,9	101,9	98,8
5	121,1	113,5	112,0
6	131,9	125,4	124,6
7	144,7	138,3	137,3
8	159,7	152,8	150,6
9	176,3	168,9	165,4
10	194,6	186,4	183,6
11	214,5	205,5	207,4
12	235,5	226,6	236,5
13	257,2	250,2	265,2
14	279,6	275,4	286,3
15	303,8	299,8	297,9
16	330,3	321,5	304,0
17	358,0	339,8	310,0
18	384,2	355,4	319,5
19	406,0	369,4	333,3
20	422,4	382,9	350,2
21	434,1	396,5	369,0
22	442,2	410,5	388,7
23	448,1	424,4	408,1
24	452,7	437,7	426,5
25	457,1	450,3	443,1

Вариант 20

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,2	61,7	48,0
2	93,8	77,1	64,6
3	98,2	91,8	80,5
4	105,0	104,9	94,5
5	115,1	116,4	106,5
6	128,3	127,2	117,5
7	143,8	138,4	128,8
8	160,3	151,2	141,3
9	177,3	166,1	156,9
10	194,7	183,4	177,1
11	212,5	202,8	203,8
12	230,5	224,2	236,7
13	248,7	247,1	270,3
14	268,4	271,1	294,8
15	291,6	295,1	303,8
16	318,2	316,8	301,5
17	346,0	334,7	298,3
18	372,4	348,9	303,4
19	396,3	360,9	318,7
20	416,1	372,8	340,6
21	430,4	386,9	364,3
22	439,5	403,4	386,5
23	445,2	420,6	406,9
24	449,5	436,7	425,4
25	453,7	451,5	441,8

Вариант 21

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	92,0	69,4	56,3
2	95,8	84,6	72,7
3	101,2	98,6	87,8
4	109,6	110,8	100,7
5	121,4	121,8	112,1
6	135,9	132,7	123,1
7	151,9	144,5	134,8
8	168,8	158,4	148,6
9	186,0	174,5	166,3
10	203,6	192,9	189,6
11	221,5	213,3	219,6
12	239,5	235,5	254,1
13	258,3	259,0	284,3
14	279,5	283,2	301,2
15	304,5	306,4	303,5
16	332,1	326,3	299,3
17	359,4	342,2	299,5
18	384,7	355,1	309,9
19	406,8	366,7	329,2
20	423,9	379,4	352,5
21	435,5	394,9	375,7
22	442,6	412,1	396,9
23	447,4	428,8	416,4
24	451,5	444,3	433,9
25	456,1	458,5	449,2

Вариант 22

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	96,2	86,6	83,9
2	101,3	94,1	93,6
3	107,0	102,0	103,2
4	113,6	110,4	112,6
5	121,7	119,6	122,2
6	131,5	129,9	132,1
7	143,4	141,3	142,8
8	157,4	154,2	154,7
9	173,1	168,9	168,4
10	190,2	185,3	184,6
11	207,8	203,6	203,7
12	225,5	223,7	225,8
13	244,5	245,6	249,7
14	267,4	268,7	272,5
15	293,5	292,0	290,7
16	319,5	313,8	303,1
17	344,2	331,9	311,6
18	369,1	345,7	319,4
19	392,3	356,7	329,5
20	410,0	367,3	342,9
21	421,8	379,0	358,8
22	430,1	391,8	375,4
23	436,4	404,6	391,3
24	441,2	416,2	406,2
25	444,9	426,5	419,9

Вариант 23

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	90,8	89,3	82,3
2	95,8	97,6	91,9
3	102,1	105,3	100,5
4	109,9	112,9	108,6
5	119,4	121,1	116,6
6	131,1	130,0	124,8
7	144,9	139,8	133,6
8	160,3	151,1	143,6
9	176,5	164,6	155,9
10	193,2	180,5	172,2
11	210,0	198,5	194,0
12	226,8	218,1	221,6
13	244,3	239,0	252,0
14	263,4	261,1	278,5
15	284,6	284,0	295,6
16	307,5	306,5	302,9
17	331,4	326,8	304,8
18	355,7	343,4	306,9
19	379,4	356,4	313,6
20	400,7	367,0	326,5
21	417,4	377,3	344,4
22	429,2	388,8	364,5
23	436,7	401,7	384,2
24	441,4	415,0	402,2
25	444,6	427,4	417,9

Вариант 24

№ кадра	Обобщенные координаты		
	Q ₁	Q ₂	Q ₃
1	93,2	93,5	87,3
2	98,8	101,5	96,3
3	105,8	109,1	104,6
4	114,4	116,9	112,6
5	125,0	125,5	120,6
6	137,7	134,7	129,1
7	152,4	145,2	138,4
8	168,3	157,6	149,3
9	184,8	172,3	163,5
10	201,6	189,3	182,3
11	218,4	208,1	207,1
12	235,5	228,4	236,8
13	253,6	249,9	266,2
14	273,7	272,5	288,4
15	295,8	295,5	300,2
16	319,3	317,0	304,1
17	343,5	335,6	305,5
18	367,7	350,3	309,5
19	390,5	361,8	319,3
20	409,7	372,1	335,0
21	423,9	382,8	354,3
22	433,4	395,1	374,5
23	439,3	408,4	393,5
24	443,1	421,3	410,3
25	446,0	433,1	424,9

ЛИТЕРАТУРА

1. *Донской Д.Д.* Биомеханика : учеб. пособие. М. : Просвещение, 1975. 238 с.
2. *Донской Д.Д., Зациорский В.М.* Биомеханика : учебник для институтов физической культуры. М. : Физкультура и спорт, 1979. 264 с.
3. *Загревский В.И., Загревский О.И.* Биомеханика физических упражнений : учеб. пособие. Томск: ТМЛ-Пресс, 2007. – 274 с.
4. *Зациорский В.М., Аруин А.С., Селуянов В.Н.* Биомеханика двигательного аппарата человека. М.: ФиС, 1981. 143 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1	3
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2	14
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3	18
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4	31
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5	38
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6	42
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7	50
ЛИТЕРАТУРА	80

Учебное издание

**ЗАГРЕВСКИЙ Валерий Иннокентьевич
ЗАГРЕВСКИЙ Олег Иннокентьевич**

**ПРАКТИКУМ ПО БИОМЕХАНИКЕ
ФИЗИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ
(расчетно-графические работы)**

Учебное пособие

для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по специальности 49.03.01 – Физическая культура

Издание представлено в авторской редакции

Дизайн обложки Л.Д. Кривцовой

Подписано к печати 03.07.2017 г. Формат 60×84¹/₁₆.

Бумага для офисной техники. Гарнитура Times.

Усл. печ. л. 4,7.

Тираж 50 экз. Заказ № 2631.

Отпечатано на оборудовании

Издательского Дома

Томского государственного университета

634050, г. Томск, пр. Ленина, 36

Тел. 8+(382-2)–53-15-28

Сайт: <http://publish.tsu.ru>

E-mail: rio.tsu@mail.ru