

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ  
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЁНЫХ ТГУ

**V Международная молодежная научная конференция**  
**«Актуальные проблемы современной механики**  
**сплошных сред и небесной механики»**  
25–27 ноября 2015 г., Томск

Издательство Томского университета  
2016

DOI: 10.17223/9785751124199/14

## АНАЛИЗ ДОЛГОВРЕМЕННОЙ ОРБИТАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ ОТРАБОТАВШИХ ОБЪЕКТОВ ГНСС

**М.В. Каширин, И.В. Томилова, Т.В. Бордовицына**

*Представлены результаты MEGNO-анализа орбитальной эволюции отработавших объектов ГНСС. Выявлены все действующие на объекты орбитальные и вековые резонансы. Установлена взаимосвязь возникновения хаотичности в движении объектов с совместным действием резонансов различных типов: орбитального и вековых или нескольких вековых, среди которых есть резонансы, меняющие в процессе движения устойчивую конфигурацию на неустойчивую и обратно.*

## ANALYSIS OF LONG-TERM ORBITAL EVOLUTION OF EXHAUST GNSS OBJECTS

**M.V. Kashirin, I.V. Tomilova, T.V. Bordovitsina**

*The results of the analysis MEGNO-orbital evolution of exhaust facilities GNSS are presented. All the orbital and secular resonances in the motion of the objects have been revealed. The interrelation of occurrence of chaotic motion of objects in a joint action of the resonances of different types: the orbital and the secular, or several centuries, among which there are resonances that change in motion a stable configuration on an unstable and back have been fixed.*

### **Введение**

Глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС) функционируют в настоящее время в области МЕО (medium Earth orbits) околоземного космического пространства, на наклонных почти круговых орбитах со средними периодами обращения 40 544 с для спутников системы ГЛОНАСС и 43 080 с для объектов системы GPS. Система ГЛОНАСС состоит из 24 действующих объектов, а система GPS – из 32. Особенностью орбит объектов всех современных ГНСС является наличие наклонений, приводящих к появлению вековых резонансов в движении объектов. Это в свою очередь может приводить к возрастанию эксцентриситетов орбит объектов и даже к возникновению хаотичности в их движении [1, 2]. Знание будущей орбитальной эволюции отработавших объектов необходимо для решения проблемы их утилизации и обеспечения безопасности функционирующих спутников.

В работах [1, 2] особенности эволюции отработавших КА систем ГЛОНАСС и GPS рассматривались на модельных объектах. Получен ряд интересных результатов относительно влияния вековых резонансов на орбитальную эволюцию модельных объектов систем ГЛОНАСС и GPS. В работе [3] дано описание долговременной орбитальной эволюции ныне существующих объектов этих систем в предположении, что все они потеряли управление 8.01.2015 г.

В настоящей работе на основе данных численного эксперимента, приведенных в [3], дается анализ долговременной эволюции неуправляемых объектов ГНСС с точки зрения влияния на них вековых резонансов различных типов.

### **Методика исследования**

Аналитическая методика выявления вековых резонансов [1] состоит в вычислении условий возникновения резонансов. Будем считать, что спутник подвержен влиянию сжатия Земли, описываемого второй зональной гармоникой геопотенциала, а также притяжения Луны и Солнца, которые рассматриваются как материальные точки, движущиеся по эллипсам с вращающимися линиями апсид и узлов. При сделанных предположениях аргумент разложения возмущающей функции в однократно осредненной задаче трех тел будет иметь следующий вид:

$$\underline{\psi} = (l - 2p' + q')M' - (l - 2p)\omega + (l - 2p')\omega' - \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (1)$$

а в двукратно осредненной задаче запишется как

$$\underline{\underline{\psi}} = (l - 2p')\omega' - (l - 2p)\omega - \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (2)$$

причем

$$\begin{aligned} M' &= M'_0 + \bar{n}'(t - t_0), \quad \omega' = \omega'_0 + \dot{\omega}'(t - t_0), \quad \Omega' = \Omega'_0 + \dot{\Omega}'(t - t_0), \\ \omega &= \omega_0 + \dot{\omega}(t - t_0), \quad \Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0). \end{aligned} \quad (3)$$

Используются стандартные обозначения элементов орбит объектов. Вековые частоты в движении спутника

$$\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_{J_2} + \dot{\Omega}_L + \dot{\Omega}_S, \quad \dot{\omega} = \dot{\omega}_{J_2} + \dot{\omega}_L + \dot{\omega}_S$$

вычисляются по известным формулам [4].

Условие возникновения резонанса можно представить в виде

$$\underline{\underline{\psi}} \approx 0, \quad \underline{\psi} \approx 0. \quad (4)$$

В работе [2] для значений индексов:  $l = 2$ ,  $p$ ,  $p'$ ,  $\bar{m} = 0, 1, 2$ ,  $q$ ,  $q' = -1, 0, 1$  было получено 29 резонансных соотношений (4) низких порядков.

Алгоритм выявления вековых резонансов сводится к проверке выполнения условий (4). Если условие выполняется, для тех же значений индексов рассматривается эволюция во времени соотношения (1) или (2), которые называются критическими аргументами. Это делается для того, чтобы установить, какой характер имеют резонансные конфигурации: устойчивый при либрационном изменении соотношений (1), (2) или неустойчивый при циркуляционном изменении.

Численное моделирование долговременной орбитальной эволюции рассматриваемых объектов осуществляется с помощью программного комплекса «Численная модель движения систем ИСЗ» [5], дополненного программой MEGNO-анализа орбитальной эволюции объектов [6]. Параметр MEGNO [7] представляет собой взвешенную по времени интегральную форму ляпуновского характеристического числа и обладает рядом интересных свойств.

Известно, что для квазипериодических (регулярных) орбит параметр осциллирует около 2. Более того, его усредненное значение для квазипериодических орбит всегда стремится к 2, а для устойчивых орбит типа гармонического осциллятора равно нулю.

### Результаты анализа

Исследование долговременной (на 100-летнем интервале времени) орбитальной эволюции рассматриваемых объектов ГНСС ГЛОНАСС и GPS в предположении, что все они потеряли управление 8.01.2015 г., описанное в работе [3], позволяет выделить ряд особенностей движения объектов. Главной особенностью эволюции является возрастание эксцентриситетов орбит большинства рассмотренных объектов. Движение всех объектов системы ГЛОНАСС является регулярным на рассматри-

ваемом интервале времени, а движение значительной части объектов системы GPS подвержено хаотизации с быстрым ростом осредненного параметра MEGNO. Полученные в данной работе результаты позволяют связать особенности эволюции объектов с действием вековых резонансов различных типов.

Для всех объектов той и другой систем ГНСС и для всех 29 резонансов было проверено выполнение условий (4). В тех случаях, когда выполнение условий имело место, была рассмотрена эволюция во времени соответствующих критических аргументов (рис. 1).

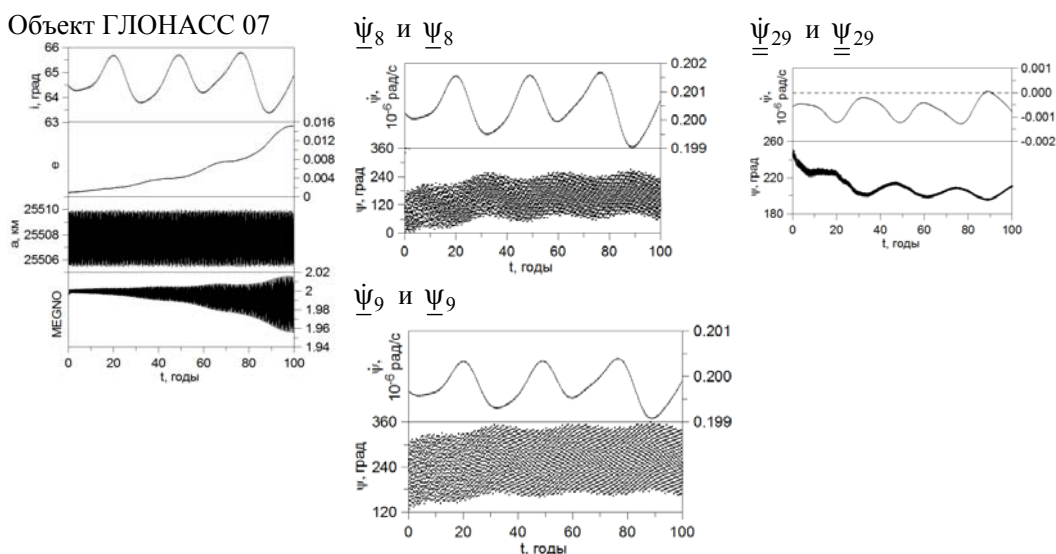


Рис. 1. Типичный пример орбитальной эволюции объекта ГЛОНАСС (левый график) и изменение во времени его резонансных соотношений и критических аргументов (графики справа)

Результаты показали, что для всех объектов системы ГЛОНАСС характерно действие двух резонансов, связанных со средним движением Солнца:  $\dot{\psi}_8 = \dot{M}'_S - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_S$ ,  $\dot{\psi}_9 = \dot{M}'_S - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_S$  и геометрического резонанса Лидова–Козаи  $\dot{\psi} = \dot{\omega}$ . Используется нумерация резонансов, принятая в работе [2].

Приведенный на рис. 2 пример говорит о том, что все действующие резонансы имеют устойчивую конфигурацию, причем действие вековых резонансов, связанных со средним движением Солнца, меньше, чем действие резонанса Лидова–Козаи, так как в отличие от последнего резонансные соотношения для  $\dot{\psi}_8$  и  $\dot{\psi}_9$  не переходят через нулевое значение. Движение является регулярным, неосредненный параметр MEGNO колеблется около 2. Имеет место типичное для действия резонанса Лидова–Козаи возрастание эксцентриситета. На столетнем интервале времени эксцентриситет возрастает в 16 раз.

Орбитальная эволюция объектов системы GPS не столь однотипна, хотя главным фактором эволюции является апсидально-нодальный резонанс

$$\dot{\psi}_{12} = (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S) + 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_S.$$

Эксперимент показывает, что возможны два случая орбитальной эволюции, когда действие устойчивого резонанса  $\dot{\psi}_{12} \approx 0$  сопровождается регулярным движением

ем при осредненном параметре MEGNO, равном 2. Наблюдается либо рост эксцентриситета, как показано на рис. 2, либо долгопериодические колебания эксцентриситета с большой амплитудой (рис. 3).

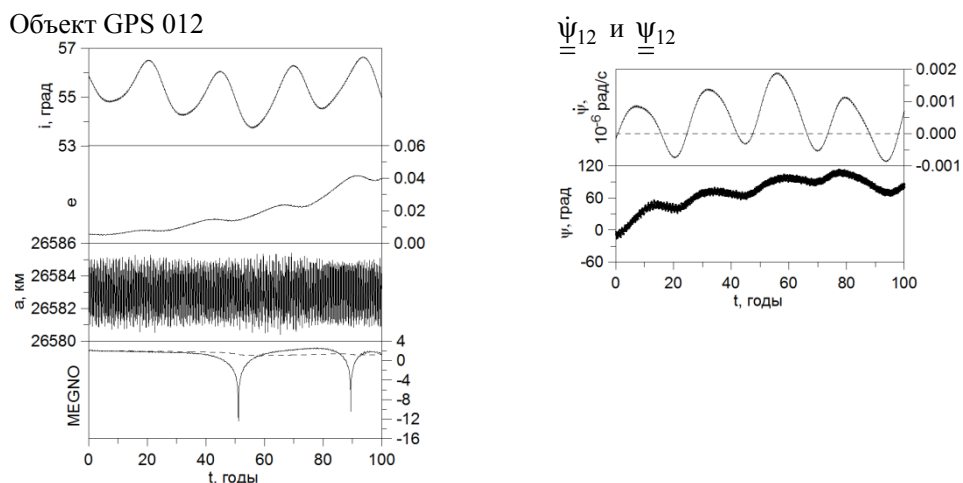


Рис. 2. Регулярное движение с возрастанием эксцентриситета

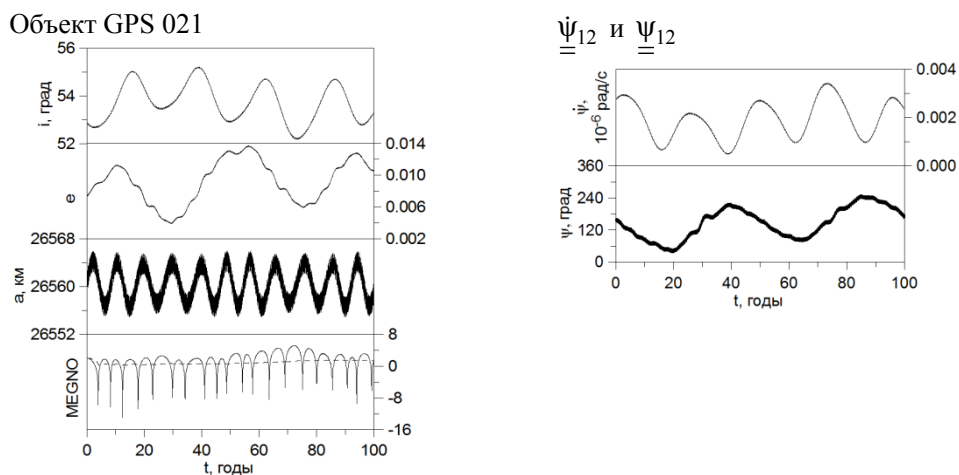


Рис. 3. Регулярное движение с долгопериодическими колебаниями эксцентриситета

Однако наиболее распространенным типом орбитальной эволюции является хаотизация движения при действии одного устойчивого апсидально-нодального резонанса  $\psi_{12}$ . Из 34 объектов 22 показывают хаотизацию движения на 100-летнем интервале времени. Для 10 объектов из этих 22 хаотизация движения имеет место уже на интервале 30–40 лет. На рис. 4–6 приведены примеры орбитальной эволюции с различной скоростью хаотизации движения.

## Объект GPS 011

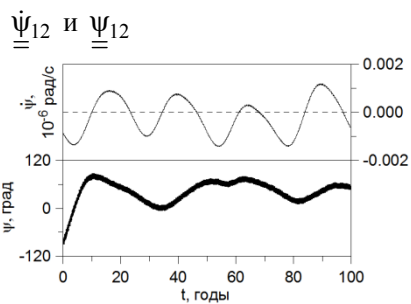
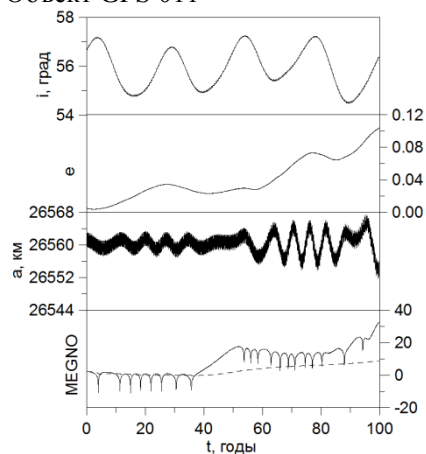


Рис. 4. Орбитальная эволюция с постепенной хаотизацией движения

## Объект GPS 026

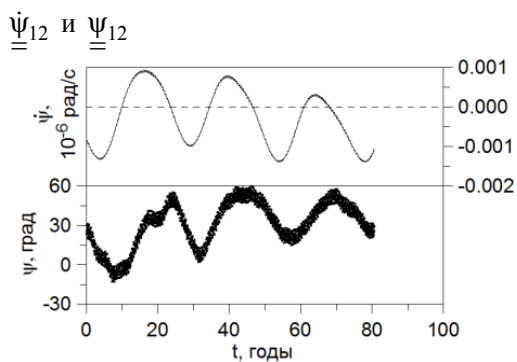
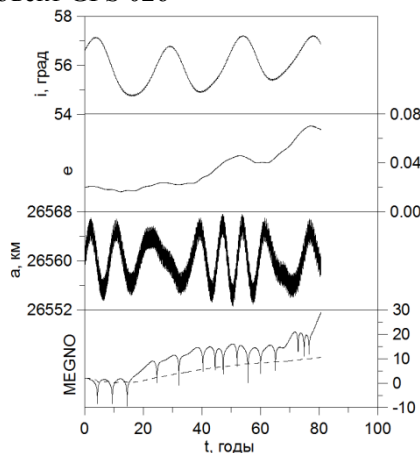


Рис. 5. Орбитальная эволюция с быстрой хаотизацией движения

## Объект GPS 016

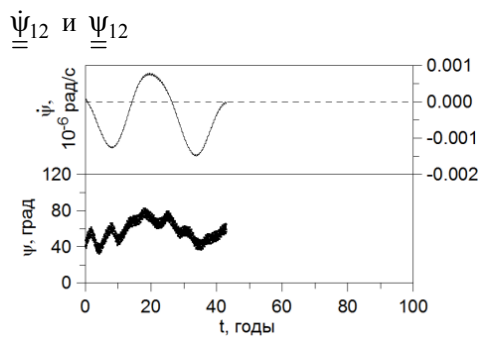
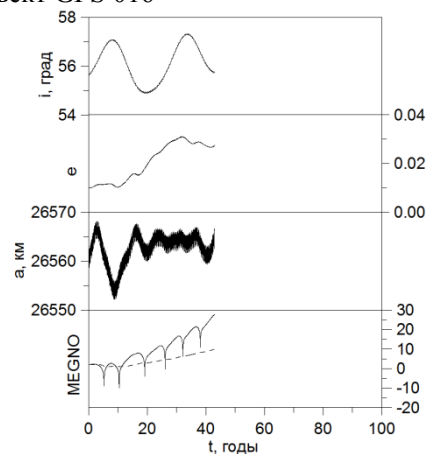


Рис. 6. Орбитальная эволюция со стремительной хаотизацией движения

У объекта, представленного на рис. 6, параметр MEGNO растет так быстро, что интегрирование останавливается на середине интервала прогнозирования.

Особенностью апсидально-нодального резонанса, как отмечено в работе [8], является наличие целого спектра возможных конфигураций, приводящих к появлению этого резонанса. В обозначениях работы [2] это резонансы с номерами 10–14. Во всех рассмотренных здесь случаях все резонансные соотношения из апсидально-нодального спектра, кроме 12-го, не переходят через нулевое значение, хотя колеблются очень близко около него. Устойчивую конфигурацию имеет только 12-й резонанс. Резонанс с номером 10 в некоторых случаях имеет критический аргумент с либрационно-циркуляционным характером изменения. Как следует из работы Б.В. Чирикова [9], наложение близких по спектру резонансов способно вызывать хаос в движении объекта.

Нетипичный пример долговременной эволюции неуправляемого объекта системы GPS приведен на рис. 7. На объект действуют три резонанса с устойчивыми конфигурациями, но действие их является слабым, так как ни одно резонансное соотношение на интервале времени 100 лет не переходит через нулевое значение, хотя и приближается к нему.

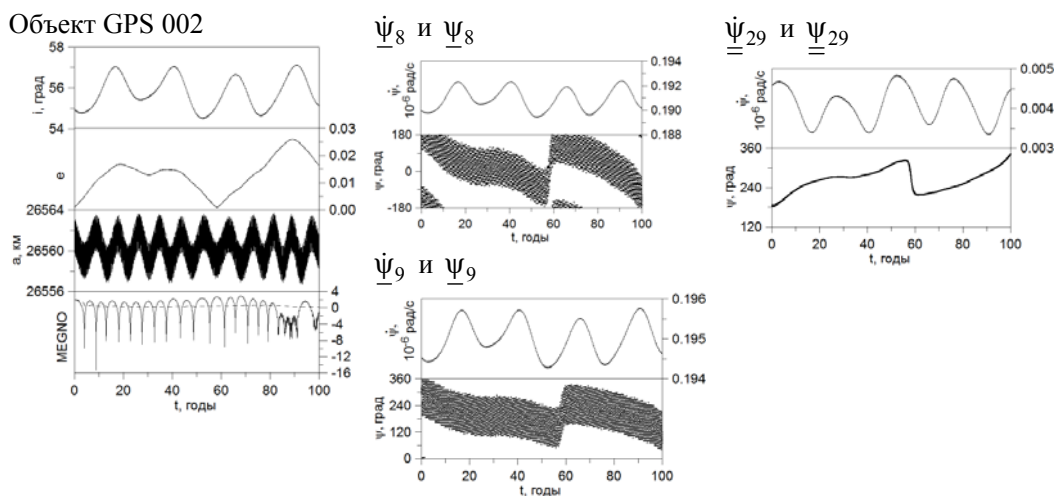


Рис. 7. Нетипичный пример орбитальной эволюции объекта системы GPS

### Заключение

Таким образом, анализ долговременной орбитальной эволюции показал, что, несмотря на близость орбитальных параметров объектов обоих ГНСС, движущихся в области МЕО, объекты могут иметь совершенно разную орбитальную эволюцию. Это связано со спецификой действия на них вековых резонансов.

Заслуживает дальнейшего тщательного рассмотрения вопрос обо всем спектре резонансов типа  $\underline{\underline{\psi}}_{12} \approx 0$ . Это позволит установить реальные причины возникновения хаотичности в динамике неуправляемых объектов системы GPS.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 15-02-02868 а.

### Литература

1. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Влияние вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию неуправляемых объектов спутниковых радионавигационных систем в области МЕО // Астрон.вестн. 2012. Т. 46, № 5. С. 356–368.

2. Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Вековые резонансы как источник возникновения динамической хаотичности в долговременной орбитальной эволюции неуправляемых объектов спутниковых радионавигационных систем // Астрон. вестн. 2014. Т. 48, № 4. С. 280–289.

3. Томилова И.В., Каширин М.В., Бордовицына Т.В. Описание долговременной орбитальной эволюции неуправляемых объектов ГНСС ГЛОНАСС и GPS // Изв. вузов. Физика. 2015. Т. 58, вып. 10/2.

4. Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Теория движения ИСЗ. Аналитические и численные методы. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. 105 с.

5. Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А., Чувашов И.Н. и др. Численное моделирование движения систем ИСЗ в среде параллельных вычислений // Изв. вузов. Физика. 2009. № 10/2. С. 5–11.

6. Бордовицына Т.В., Александрова А.Г., Чувашов И.Н. Комплекс алгоритмов и программ для исследования хаотичности в динамике искусственных спутников Земли // Изв. вузов. Физика. 2010. № 8/2. С. 14–21.

7. Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C. Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // Physica D. 2003. Vol. 182. P. 151–178.

8. Rosengren A.J., Alessi E.M., Rossi A., Valsecchi G.B. Chaos in navigation satellite orbits caused by the perturbed motion // MNRAS. 2015. Vol. 449, Is. 4. P. 3522–3526.

9. Chirikov B.V. A universal instability of many-dimensional oscillator systems // Phys. Rep. 1979. Vol. 52. P. 263.

DOI: 10.17223/9785751124199/15

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЕНИЯ БЕДНЫХ МЕТАНОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ В ЩЕЛЕВОЙ ГОРЕЛКЕ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНО РАЗОГРЕТОЙ ВНУТРЕННЕЙ ВСТАВКОЙ**

**А.Ю. Крайнов, Л.Л. Миньков, К.М. Моисеева**

*Выполнено теоретическое исследование горения бедной метановоздушной смеси в щелевой горелке при инициировании горения предварительно разогретой внутренней вставкой в двухмерном приближении с использованием пакета AnsysFluent. Определена граница устойчивого горения метановоздушной смеси в зависимости от расхода газа и содержания горючей компоненты в смеси. Проведено сопоставление с результатами численного исследования задачи в одномерной постановке.*

## **THE SIMULATION OF THE LEAN METHANE-AIR MIXTURES COMBUSTION IN A SLOT BURNER WITH PREHEATED INERT INTERNAL**

**A.Yu. Krainov, L.L. Minkov, K.M. Moiseeva**

*The theoretical study of the lean methane-air mixture combustion initiated by the preheated internal insert in the slot burner was performed in the two-dimensional approximation using package Ansys Fluent. The boundary of stable combustion of methane-air mixture was defined depending on the gas flow rate and the combustible component in the mixture. The comparison of 1-D and 2-D approaches for the problem under consideration was carried out.*

Задача о горении бедных газовых смесей в устройствах с рекуперацией тепла представляет собой одно из актуальных направлений в задачах о горении и взрыве. За счет рекуперации тепла, как показано, в частности, в [1–4], становится возможным инициировать и поддерживать горение смесей, не горящих в обычных условиях. Обширный обзор по вопросам горения газовых смесей в устройствах с рекуперацией тепла дан в работе [1]. Представлены результаты теоретических и экспериментальных работ по горению газов в горелках типа Swissroll, U-образных каналах, противоточных горелках [1]. В работе [2] для задачи горения пропановоздушной смеси в горелке с рекуперацией тепла, состоящей из симметричных U-образных каналов, объединенных общей стенкой, показано влияние входной скорости течения и теплообмена газа со стенками горелки на устойчивость устанавливающегося режима горения. В [3] проведено экспериментальное исследование горения метановоздушной смеси (МВС) в противоточной горелке с пористыми стенками и четырьмя па-