

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕРИАЛЫ
III Всероссийской молодежной
научной конференции
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
И ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
ИНФОРМАЦИОННЫХ,
ТЕХНИЧЕСКИХ
И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ»

Томск, 22–23 мая 2015 г.

*Под общей редакцией
кандидата технических наук И.С. Шмырина*

Томск
Издательский Дом Томского государственного университета
2015

15. Gortsev A.M., Nezhel'skaya L.A. Estimation of parameters of synchro-alternating Poisson event flow by the method of moments // Radiotekhnika, 1995, vol. 40, no. 7 – 8, pp. 6 – 10.

16. Gortsev A.M., Sirotina M. Joint probability density function of modulated synchronous flow interval duration // Communications in Computers and Information Sciences : proceedings of the 13th International Scientific Conference ITMM 2014 named after A.F. Terpugov «Information Technologies and Mathematical Modeling» (November 20–22, 2014). Cham Heidelberg New York Dordrecht London : Springer, 2014, pp. 145 – 152.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОТОКА СУММАРНЫХ ОБРАЩЕНИЙ В СМО С ПОВТОРНЫМ ОБСЛУЖИВАНИЕМ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА АСИМПТОТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Л. А. Задиранова, С. П. Моисеева

Томский государственный университет

E-mail: zhidkova@mail.ru, smoiseeva@mail.ru

Введение

Сложный характер рыночной экономики и современный уровень предъявляемых к ней требований стимулируют использование более серьезных методов анализа ее теоретических и практических проблем. В последние десятилетия значительный вес в экономических исследованиях приобрели математические методы. Математическое моделирование становится одним из основных и наиболее плодотворных методов изучения экономических процессов и объектов.

СМО с неограниченным числом обслуживающих приборов являются математическими моделями сложных технических систем, таких как распределенные вычислительные и информационные системы [1], а также различных социально-экономических систем, в том числе торговых и страховых компаний [2].

Одной из модификаций СМО с неограниченным числом приборов являются системы массового обслуживания с повторными обращениями, которые применяются для описания математических моделей, например, страховых или торговых компаний. Такие модели используют для описания процесса зависимости величины капитала коммерческой организации от стимулирующих программ, например, предоставление скидки при приобретении товара [3, 4], кроме того, подобные системы предлагаются в качестве математических моделей распределительных вычислительных сетей [5].

В данной статье, помощью метода асимптотического анализа, приводится исследование суммарного потока заявок, обратившихся в системы $M|M|_{\infty}$, $MMPP|M|_{\infty}$ и $GI|M|_{\infty}$ за время t для повторного и первичного обслуживания.

1. Постановка задачи

Рассмотрим системы массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих устройств, в качестве моделей входящих потоков взяты пуассоновский поток (M), марковский модулированный поток ($MMPP$) и рекуррентный поток (GI).

Продолжительность обслуживания заявки является случайной величиной и имеет экспоненциальное распределение с параметром μ . Поступившая заявка занимает любой из свободных приборов, завершив обслуживание на котором, с вероятностью $1 - r$ покидает систему или с вероятностью r возвращается для повторного обслуживания.

Ставится задача исследования суммарного потока заявок, обратившихся в рассматриваемые системы за время t для повторного и первичного обслуживания (поток суммарных обращений).

2. Поток суммарных обращений в системе $M|M|_{\infty}$ с повторным обслуживанием

Рассмотрим систему массового обслуживания с неограниченным числом приборов, на вход которой поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ . Обозначим $i(t)$ – число занятых приборов в момент времени t , $m(t)$ – суммарное число заявок, обра-

тившихся в систему за время t для повторного и первичного обслуживания, тогда двумерный поток $\{i(t), m(t)\}$ является марковским.

Для распределений вероятностей $P(i, m, t) = P\{i(t) = i, m(t) = m\}$ запишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова вида:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(i, m, t)}{\partial t} = & -\lambda P(i, m, t) - i\mu P(i, m, t) + \lambda P(i-1, m-1, t) + \\ & + i\mu r P(i, m-1, t) + \mu(1-r)(1+i)P(i+1, m, t), \quad i = \overline{0, \infty}, \quad m = \overline{0, \infty}. \end{aligned} \quad (1)$$

Введем частичные характеристические функции в виде

$$H(u, v, t) = \sum_i \sum_m e^{ju i} e^{jv m} P(i, m, t),$$

тогда из (1) получаем следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial H(u, v, t)}{\partial t} = \lambda(e^{j(u+v)} - 1)H(u, v, t) + j\mu(1 - re^{jv} - (1-r)e^{-ju}) \frac{\partial H(u, v, t)}{\partial u}. \quad (2)$$

Полученное уравнение позволяет определить основные вероятностные характеристики рассматриваемой системы, в том числе и для потока суммарных обращений в систему.

Проведем исследование потока суммарных обращений в систему за время t , с помощью метода асимптотического анализа в условии растущего времени обслуживания.

Сформулируем вспомогательное утверждение, доказательство которого проводится аналогично утверждений, приведенных в работе [6].

Лемма. Асимптотическое приближение характеристической функции числа занятых приборов в системе $M|M|\infty$ в условии растущего времени обслуживания имеет вид

$$h(u) = \exp \left\{ \frac{j\lambda u}{\mu(1-r)} \right\}.$$

Чтобы сформулировать следующую теорему обозначим

$$\mu = \varepsilon, \quad u = \varepsilon y, \quad H(u, v, t) = F(y, v, t, \varepsilon),$$

тогда перепишем (2) в виде

$$\frac{\partial F(y, v, t, \varepsilon)}{\partial t} = \lambda(e^{j(\varepsilon y + v)} - 1)F(y, v, t, \varepsilon) + j(1 - re^{jv} - (1-r)e^{-j\varepsilon y}) \frac{\partial F(y, v, t, \varepsilon)}{\partial y} \quad (3)$$

Теорема 1. Предельное, при $\varepsilon \rightarrow 0$, значение функции $F(y, v, t)$ решения $F(y, v, t, \varepsilon)$ уравнения (3) имеет вид

$$F(y, v, t) = \exp \left\{ \frac{\lambda t(e^{jv} - 1)}{1-r} + \frac{j\lambda y}{1-r} \right\}. \quad (4)$$

Доказательство. Выполняя в уравнении (3) предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$, получаем уравнение в частных производных

$$\frac{\partial F(y, v, t)}{\partial t} = \lambda(e^{jv} - 1)F(y, v, t) + jr(1 - e^{jv}) \frac{\partial F(y, v, t)}{\partial y}. \quad (5)$$

Запишем соответствующую систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dt}{1} = \frac{dy}{jr(1 - e^{jv})} = \frac{dF(y, v, t)}{\lambda(e^{jv} - 1)F(y, v, t)}.$$

Определим два первых интеграла данной системы. Один из них найдем из уравнения

$$\frac{dt}{1} = \frac{dy}{jr(1 - e^{jv})},$$

очевидно, имеем

$$\begin{aligned} C_1 &= jr(1 - e^{jv})t - y, \\ y &= jr(1 - e^{jv})t - C_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Второй интеграл найдем из следующего уравнения

$$\frac{dy}{jr(1 - e^{jv})} = \frac{dF(y, v, t)}{\lambda(e^{jv} - 1)F(y, v, t)},$$

решая которое получаем

$$F(y, v, t) = C_2 \exp\left\{-\frac{j\lambda y}{r}\right\}.$$

Общее решение уравнения (5) запишем в виде

$$F(y, v, t) = \Phi(C_1) \exp\left\{-\frac{j\lambda y}{r}\right\}, \quad (7)$$

где $\Phi(C_1)$ – произвольная дифференцируемая функция, а константа C_1 определяется равенством (6).

Перепишем равенство (7)

$$F(y, v, t) = \Phi(jr(1 - e^{jv})t - y) \exp\left\{-\frac{j\lambda y}{r}\right\}.$$

Для определения частного решения уравнения (3) воспользуемся начальным условием.

Так как число обслуженных заявок за интервал нулевой длины с вероятностью единица равно нулю, то начальное условие имеет вид:

$$F(y, v, 0) = \Phi(y), \quad (8)$$

где $\Phi(y)$ – асимптотическое приближение характеристической функции распределения числа занятых приборов в системе в условии растущего времени обслуживания заявок, вид которого определен выше,

$$\Phi(y) = \exp\left\{\frac{j\lambda y}{1 - r}\right\}.$$

Таким образом, решение уравнения (3), удовлетворяющее начальному условию (8), имеет вид

$$F(y, v, t) = \exp\left\{\frac{\lambda(e^{jv} - 1)}{1 - r} + \frac{j\lambda y}{1 - r}\right\},$$

которое совпадает с равенством (4), что доказывает теорему.

Полагая в (4) $y = 0$, имеем асимптотическое приближение характеристической функции суммарного числа обращений, поступивших в систему за время t для повторного и первичного обслуживания, в условии растущего времени обслуживания

$$h(v, t) = M\{e^{jvm(t)}\} = H(0, v, t) = F(0, v, t, \varepsilon) \approx F(0, v, t) = \exp\left\{\frac{\lambda t(e^{jv} - 1)}{1 - r}\right\}. \quad (9)$$

3. Поток суммарных обращений в системе MMPP|M| ∞ с повторным обслуживанием

Рассмотрим систему массового обслуживания с неограниченным числом приборов, на вход которой поступает марковский модулированный поток, управляемый цепью Маркова $k(t)$ с конечным числом состояний, $k(t) = 1, 2, \dots, K$, заданной матрицей инфинитезимальных характеристик $\mathbf{Q} = \|q_{ij}\|$, $i, j = 1, 2, \dots, K$, и матрицей условных интенсивностей $\mathbf{\Lambda}$.

Обозначим $i(t)$ – число занятых приборов в момент времени t , $m(t)$ – суммарное число заявок, обратившихся в систему за время t для повторного и первичного обслуживания, $k(t)$ – состояние управляющей цепи Маркова.

Очевидно, что процесс $\{i(t), m(t)\}$ не является марковским, так как интенсивность поступления заявок в рассматриваемую систему зависит от состояния управляющей цепи Маркова $k(t)$, поэтому будем рассматривать трехмерную цепь Маркова $\{k(t), i(t), m(t)\}$.

Для распределения вероятностей $P(k, i, m, t) = P\{k(t) = k, i(t) = i, m(t) = m\}$ запишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова вида:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(k, i, m, t)}{\partial t} = & -\lambda_k P(k, i, m, t) - i\mu P(k, i, m, t) + \lambda_k P(k, i-1, m-1, t) + \\ & + \mu i r P(k, i, m-1, t) + \mu(1-r)(1+i)P(k, i+1, m, t) + \sum P(v, i, m, t)q_{vk}, \quad i = \overline{0, \infty}, m = \overline{0, \infty}. \end{aligned} \quad (10)$$

Введем частичные характеристические функции в виде

$$H(k, u, v, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} e^{ju i} e^{jv m} P(k, i, m, t),$$

тогда имеем

$$\frac{\partial H(k, u, v, t)}{\partial t} = j\mu \left[1 - re^{jv} - (1-r)e^{-ju} \right] \frac{\partial H(k, u, v, t)}{\partial u} + H(k, u, v, t) [\lambda_k (e^{j(u+v)} - 1)] + \sum H(v, u, v, t) q_{vk}.$$

Запишем данную систему в виде дифференциального матричного уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{H}(u, v, t)}{\partial t} + j\mu (re^{jv} - 1 + (1-r)e^{-ju}) \frac{\partial \mathbf{H}(u, v, t)}{\partial u} = \mathbf{H}(u, v, t) [(e^{j(u+v)} - 1)\mathbf{\Lambda} + \mathbf{Q}], \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(u, v, t) = & [H(1, u, v, t), H(2, u, v, t), \dots, H(K, u, v, t)], \\ \mathbf{\Lambda} = & \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \lambda_K \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdot & q_{1K} \\ q_{21} & q_{22} & \cdot & q_{2K} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ q_{K1} & q_{K2} & \cdot & q_{KK} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Чтобы сформулировать следующую теорему обозначим

$$\mu = \varepsilon, \quad u = \varepsilon y, \quad H(u, v, t) = F(y, v, t, \varepsilon),$$

и перепишем уравнение (11) в виде

$$\frac{\partial \mathbf{F}(y, v, t, \varepsilon)}{\partial t} = j \left[1 - re^{jv} - (1-r)e^{-j\varepsilon y} \right] \frac{\partial \mathbf{F}(y, v, t, \varepsilon)}{\partial y} + \mathbf{F}(y, v, t, \varepsilon) [\mathbf{\Lambda} (e^{j(\varepsilon y + v)} - 1) + \mathbf{Q}]. \quad (12)$$

Теорема 2. Предельное, при $\varepsilon \rightarrow 0$, значение функции $\mathbf{F}(y, v, t)$ решения $\mathbf{F}(y, v, t, \varepsilon)$ уравнения (12) имеет вид

$$\mathbf{F}(y, v, t) \mathbf{E} = \exp \left\{ \frac{\kappa t (e^{jv} - 1)}{1-r} + \frac{j\kappa y}{1-r} \right\}, \quad (13)$$

где $\kappa = \mathbf{R} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}$, а $\mathbf{R} = \mathbf{H}(0)$ – вектор стационарного распределения вероятностей состояний цепи Маркова $k(t)$, определяемый системой уравнений $\mathbf{R} \mathbf{Q} = 0$ и удовлетворяющий условию нормировки $\mathbf{R} \mathbf{E} = 1$.

Доказательство. Умножая обе части уравнения (12) на единичный вектор-столбец $\mathbf{E} = [1, 1, \dots, 1]^T$ и выполняя в нем предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$, получаем равенство

$$\frac{\partial \mathbf{F}(y, v, t)}{\partial t} \mathbf{E} = j r (1 - e^{jv}) \frac{\partial \mathbf{F}(y, v, t)}{\partial y} \mathbf{E} + \mathbf{F}(y, v, t) (e^{jv} - 1) \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}, \quad (14)$$

Предположим, что решение уравнения (12) имеет вид

$$\mathbf{F}(y, v, t) = \mathbf{R}\Phi(y, v, t), \quad (15)$$

тогда подставляя в (14) вид решения (15) и учитывая условие нормировки $\mathbf{R}\mathbf{E} = 1$, получаем дифференциальное уравнение первого порядка для нахождения функции $\Phi(y, v, t)$

$$\frac{\partial \Phi(y, v, t)}{\partial t} = jr(1 - e^{jv}) \frac{\partial \Phi(y, v, t)}{\partial y} + (e^{jv} - 1)\Phi(y, v, t)\mathbf{R} \cdot \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{E}.$$

Запишем соответствующую систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dt}{1} = \frac{dy}{jr(1 - e^{jv})} = \frac{d\Phi(y, v, t)}{\kappa(e^{jv} - 1)\Phi(y, v, t)}, \quad (16)$$

где $\kappa = \mathbf{R}\mathbf{\Lambda}\mathbf{E}$.

Решая полученную систему дифференциальных уравнений с учетом начального условия $\Phi(y, v, 0) = \Phi(y) = \exp\left\{\frac{j\kappa y}{1-r}\right\}$, полученного в работе [6] имеем

$$\Phi(y, v, t) = \exp\left\{\frac{\kappa(e^{jv} - 1)}{1-r} + \frac{j\kappa y}{1-r}\right\}.$$

Тогда решение уравнения (12) имеет вид

$$\mathbf{F}(y, v, t, \varepsilon)\mathbf{E} \approx \mathbf{F}(y, v, t)\mathbf{E} = \Phi(y, v, t) = \exp\left\{\frac{\kappa(e^{jv} - 1)}{1-r} + \frac{j\kappa y}{1-r}\right\}. \quad (17)$$

Полагая в (13) $y = 0$, имеем асимптотическое приближение характеристической функции суммарного числа обращений, поступивших в систему за время t для повторного и первичного обслуживания, в условии растущего времени обслуживания

$$h(v, t) = M\{e^{jvm(t)}\} = \mathbf{H}(0, v, t)\mathbf{E} = \mathbf{F}(0, v, t)\mathbf{E} = \exp\left\{\frac{\kappa t(e^{jv} - 1)}{1-r}\right\}. \quad (18)$$

4. Поток суммарных обращений в систему GI|M| ∞ с повторным обслуживанием

Рассмотрим систему массового обслуживания с неограниченным числом обслуживающих приборов, на вход которой поступает рекуррентный поток заявок с функцией распределения длин интервалов между моментами поступления заявок $A(x)$.

Обозначим $i(t)$ – число занятых приборов в системе в момент времени t , $m(t)$ – суммарное число заявок, обратившихся в систему за время t для повторного и первичного обслуживания. Так как полученный случайных процесс $\{i(t), m(t)\}$ немарковский, то марковизируем его, введя дополнительную переменную $z(t)$, равную длине интервала от момента t до момента поступления следующей заявки. Тогда трехмерный процесс $\{z(t), i(t), m(t)\}$ будет марковским.

Обозначим распределение вероятностей значений полученного марковского процесса $P(z, i, m, t) = P\{z(t) < z, i(t) = i, m(t) = m\}$, для которого получаем систему дифференциальных уравнений Колмогорова.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(z, i, m, t)}{\partial t} = & \frac{\partial P(z, i, m, t)}{\partial z} - \frac{\partial P(0, i, m, t)}{\partial z} + i\mu r P(z, i, m-1, t) + \mu(1+i)(1-r)P(z, i+1, m, t) + \\ & + A(z) \frac{\partial P(0, i-1, m-1, t)}{\partial z} - i\mu P(z, i, m, t), \quad i = \overline{0, \infty}, m = \overline{0, \infty}. \end{aligned} \quad (19)$$

Введем частичные характеристические функций в виде

$$H(z, u, v, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} e^{ju i} e^{jvm} P(z, i, m, t),$$

тогда имеем

$$\frac{\partial H(z, u, v, t)}{\partial t} = \frac{\partial H(z, u, v, t)}{\partial z} + j\mu \left[1 - re^{jv} - (1-r)e^{-jv} \right] \frac{\partial H(z, u, v, t)}{\partial u} + (e^{j(u+v)} A(z) - 1) \frac{\partial H(0, u, v, t)}{\partial z}. \quad (20)$$

Чтобы сформулировать следующую теорему обозначим

$$\mu = \varepsilon, \quad u = \varepsilon y, \quad H(z, u, v, t) = F(z, y, v, t, \varepsilon),$$

тогда перепишем (20) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial F(z, y, v, t, \varepsilon)}{\partial t} = & \frac{\partial F(z, y, v, t, \varepsilon)}{\partial z} + j \left[1 - re^{jv} - (1-r)e^{-jv} \right] \frac{\partial F(z, y, v, t, \varepsilon)}{\partial y} + \\ & + (e^{j(y+v)} A(z) - 1) \frac{\partial F(0, y, v, t, \varepsilon)}{\partial z}. \end{aligned} \quad (21)$$

Теорема 3. Предельное, при $\varepsilon \rightarrow 0$, значение функции $F(z, y, v, t)$ решения $F(z, y, v, t, \varepsilon)$ уравнения (21) имеет вид

$$F(z, y, v, t) = \exp \left\{ \frac{\omega t (e^{jv} - 1)}{1-r} + \frac{j\omega y}{1-r} \right\}, \quad (22)$$

где $\omega = \frac{\partial R(0)}{\partial z}$, $R(z)$ – стационарное распределение вероятностей значений случайного процесса $z(t)$.

Доказательство. Предположим, что решение уравнения (21) имеет вид

$$F(z, y, v, t, \varepsilon) = R(z) \Phi(y, v, t, \varepsilon), \quad (23)$$

то, выполняя в (21) предельный переход при $\varepsilon \rightarrow 0$ и $z \rightarrow \infty$, и, учитывая вид решения (23) имеем

$$\frac{\partial \Phi(y, v, t)}{\partial t} = jr(1 - e^{jv}) \frac{\partial \Phi(y, v, t)}{\partial y} + (e^{jv} - 1) \frac{\partial R(0)}{\partial z} \Phi(y, v, t).$$

Запишем соответствующую систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dt}{1} = \frac{dy}{jr(1 - e^{jv})} = \frac{d\Phi(y, v, t)}{\omega(e^{jv} - 1)\Phi(y, v, t)}.$$

Решая полученную систему дифференциальных уравнений с учетом начального условия $\Phi(y, v, 0) = \Phi(y) = \exp \left\{ \frac{j\omega y}{1-r} \right\}$, полученного в работе [7] имеем

$$\Phi(y, v, t) = \exp \left\{ \frac{\omega t (e^{jv} - 1)}{1-r} + \frac{j\omega y}{1-r} \right\}.$$

Тогда решение уравнения (21) имеет вид

$$F(z, y, v, t, \varepsilon) \approx F(y, v, t) = \Phi(y, v, t) = \exp \left\{ \frac{\omega t (e^{jv} - 1)}{1-r} + \frac{j\omega y}{1-r} \right\}. \quad (24)$$

Полагая в (22) $y = 0$, имеем асимптотическое приближение характеристической функции суммарного числа обращений, поступивших в систему за время t для повторного и первичного обслуживания

$$h(v, t) = M \{ e^{jym(t)} \} = H(0, v, t) = F(0, v, t) = \exp \left\{ \frac{\omega t (e^{jv} - 1)}{1-r} \right\}. \quad (25)$$

Полученные результаты, позволяют сделать вывод о том, асимптотическое приближение характеристических функций суммарного числа обращений, поступивших в рассматриваемые системы за время t для повторного и первичного обслуживания, имеют вид распределения Пуассона.

Заключение

В настоящей работе рассмотрены математические модели систем $M|M|_{\infty}$, $MMPP|M|_{\infty}$ и $GI|M|_{\infty}$ с повторными обращениями, получено асимптотическое приближение характеристических функций потока суммарных обращений в условии растущего времени обслуживания для каждой системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Whitt W. 1982. On the heavy-traffic limit theorem for $GI/G/\infty$ queues. Adv. Appl. Prob., 14, P. 171–190.
2. Галажинская О.Н. Бесконечно линейная бесконечно фазная система массового обслуживания со случайным прерыванием обслуживания // Вестник ТГУ. Приложение №18, 2006. – С. 261–266.
3. Жидкова Л.А. Математическая модель потоков покупателей двухпродуктовой торговой компании в виде системы массового обслуживания с повторными обращениями к блокам / Л.А. Жидкова, С.П. Моисеева // Известия Томского политехнического университета. 2013. Том 322, № 6, С. 5–9.
4. Морозова А.С. Исследование математических моделей стимулирования сбыта продукции: дис. канд. физ.-мат. наук: 05.13.18; Филиал Кемеровского гос. ун-та в г. А.-Судженске – Анжеро-Судженск. 2007. 115 с.
5. Моисеева С.П. Математическая модель параллельного обслуживания кратных заявок с повторными обращениями / С.П. Моисеева, И.А. Захорольная // Автометрия. – 2011. – Т. 47, № 6. – С. 51–58.
6. Жидкова Л.А. Исследование числа занятых приборов в системе $MMPP|M|_{\infty}$ с повторными обращениями / Л.А. Жидкова, С.П. Моисеева // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2014. №1 (26). С. 53–62.
7. Жидкова Л.А. Исследование системы $GI|M|_{\infty}$ с повторным обращениями / Л.А. Жидкова, С.П. Моисеева // Труды Томского государственного университета. - Серия физико-математическая: Математическое и программное обеспечение информационных, технических и экономических систем: материалы II Всероссийской молодежной научной конференции, Т. 295. - Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2014. – С. 94–100.

ОЦЕНИВАНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ В ОБОБЩЕННОМ ПОЛУСИНХРОННОМ ПОТОКЕ СОБЫТИЙ

А. А. Калягин

Томский государственный университет

E-mail: redall@inbox.ru

Введение

Изучаемый поток относится к классу дважды стохастических потоков событий и является одной из адекватных математических моделей информационных потоков сообщений, функционирующих в ЦСИО [1]. Дважды стохастические потоки делятся на два класса: к первому классу относятся потоки, интенсивность которых есть непрерывный случайный процесс; ко второму классу относятся потоки, интенсивность которых есть кусочно-постоянный случайный процесс с конечным числом состояний.

В реальных ситуациях параметры, задающие входящий поток событий, известны либо частично, либо вообще неизвестны, либо изменяются со временем. В подобных ситуациях наиболее рациональным является применение адаптивных систем массового обслуживания, которые в процессе функционирования оценивают неизвестные параметры либо состояния входящих потоков событий и изменяют дисциплины обслуживания в соответствии с полученными оценками [2].

Одним из искажающих факторов при оценке состояний и параметров потока событий выступает мертвое время регистрирующих приборов [3], которое порождается зарегистрированным событием. Другие же события, наступившие в течение периода мертвого времени, недоступны наблюдению (теряются). Можно считать, что этот период продолжается некоторое фиксированное время (непродлевающееся мертвое время). Для того чтобы оценить потери сообщений потока, возникающие из-за эффекта мертвого времени, необходимо оценить его длительность.

В настоящей статье с помощью метода максимального правдоподобия решается задача оценивания длительности мертвого времени.