На правах рукописи

Сай Си Ту Мин

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ СО СКАЧКООБРАЗНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ХАРАКТЕРИСТИК В УСЛОВИЯХ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации
(в отраслях информатики, вычислительной техники и автоматизации)

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск – 2017

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский университет «МЭИ» на кафедре радиотехнических приборов и антенных систем.

Научный руководитель доктор физико-математических наук, доцент
Чернояров Олег Вячеславович

Официальные оппоненты:

Корчагин Юрий Эдуардович, доктор физико-математических наук, доцент, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет», кафедра радиофизики, доцент

Кушнир Александр Федорович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики Российской академии наук, лаборатория регистрации и интерпретации волновых полей, ведущий научный сотрудник

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Защита состоится 05 апреля 2017 г. в 10 ч. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.267.12, созданного на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36 (учебный корпус № 2 ТГУ, ауд. 112Б).

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке и на официальном сайте федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» www.tsu.ru

Материалы по защите диссертации размещены на официальном сайте ТГУ:
http://www.ams.tsu.ru/TSU/QualificationDep/co-searchers.nsf/newpublicationn/Sai_Si_Thu_Min05042017.html

Автореферат разослан «____» марта 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук,
доцент

Тарасенко
Петр Феликсович

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Одним из наиболее интенсивно развивающихся в настоящее время научных направлений является разработка методов оптимальной и субоптимальной обработки информационных процессов, наблюдаемых на фоне помех в условиях параметрической априорной неопределенности. Одной из задач, ставшей уже классической, является задача обнаружения и измерения зашумленного сигнала (или последовательности сигналов) с неизвестным временем прихода, представляющая собой частный случай задачи анализа скачкообразного изменения (разладки) статистических характеристик реализации наблюдаемых данных. Ситуации, когда время прихода (момент скачкообразного изменения) сигнала априори неизвестно, часто возникают в системах связи (прием стартстопных комбинаций, появляющихся в произвольный момент времени), в радиолокации (обнаружение импульсов, отраженных от объекта с неизвестным местонахождением), в системах телесигнализации и телеуправления (спорадическая передача управляющих сигналов в виде одиночных импульсов или кодовых групп) и т.д.

Ряд задач статистического анализа информационных процессов со скачкообразным изменением характеристик рассматривалась и ранее в работах Бассвиль М., Виллски А.С., Пейджа Е.С., Хинклея Д.В., Воробейчикова С.Э., Жиглявского А.А., Клигене Л.И., Конева В.В., Красковского А.Е., Мальцева А.А., Никифорова И.В., Силаева А.М., Тельксниса Л.А., Трифонова А.П., Ширяева А.Н. и др. При этом, как правило, помимо предположения о гауссовском характере реализации наблюдаемых данных накладывались некоторые дополнительные ограничения, связанные с некоррелированностью обрабатываемых отсчетов, классом математических моделей информационного сигнала и пр. Кроме того, достаточно часто синтез алгоритмов обнаружения и измерения момента разладки проводился в условиях полной априорной определенности относительно неинформативных параметров анализируемого случайного процесса и его случайных искажений. Во многих случаях остается открытым вопрос о характеристиках синтезированных алгоритмов обработки, позволяющих аналитически оценить качество их функционирования.

Таким образом, актуальность темы диссертации обусловлена необходимостью развить новые подходы к решению задачи статистического анализа случайных процессов с неизвестными разрывными параметрами, в том числе не только найти структуру оптимальных (квазиоптимальных) алгоритмов обнаружения и измерения таких сигналов, превосходящих в том или ином смысле известные аналоги, но и получить аналитические выражения для определения качества их функционирования в каждой конкретной ситуации.

Цель и задачи диссертационной работы. Целью работы является предложить технически более простые и универсальные по сравнению с существующими способы обнаружения и измерения скачкообразного изменения характеристик информационных процессов с неизвестными параметрами на фоне помех и разработать методики аналитического расчета характеристик синтезированных на их основе обнаружителей и измерителей.

Для реализации этой цели в работе поставлены и решены следующие основные задачи:

1. Развита единая методика статистического анализа разрывных квазидетерминированных и случайных сигналов с неизвестными параметрами, в том числе при нарушении свойства состоятельности оценки разрывного информационного параметра.

2. Предложены способы получения технически более простых по сравнению с известными аналогами алгоритмов обнаружения и измерения разладки информационных процессов с неизвестными параметрами в предположении лишь их гауссовости и быстроты флуктуаций, без дополнительных ограничений на свойства стохастической модели процесса.

3. На основе предложенных подходов синтезированы новые обнаружители и измерители низкочастотных и высокочастотных быстрофлуктуирующих гауссовских сигналов со скачкообразным изменением статистических характеристик на фоне помех в условиях параметрической априорной неопределенности.

4. С помощью представленной методики найдены аналитические выражения для характеристик эффективности функционирования синтезированных обнаружителей и измерителей.

5. Методами статистического моделирования установлена работоспособность синтезированных обнаружителей и измерителей и определены границы применимости полученных теоретических результатов.

Методы проведения исследования. При решении поставленных в диссертации задач использовались современные методы статистической теории информации, а именно, теории статистических решений, математического анализа, теории вероятностей, теории случайных процессов и полей. Экспериментальные исследования выполнялись методами статистического имитационного моделирования на ЭВМ с привлечением современных численных методов.

Научная новизна. В работе впервые получены или впервые подробно развиты следующие результаты.

1. Новые методики синтеза алгоритмов обнаружения и измерения разладки статистических характеристик случайных процессов в условиях параметрической априорной неопределенности, основанные на пренебрежении величинами порядка и менее времени корреляции анализируемого информационного процесса. Использование данных методик позволяет получить одноканальные алгоритмы обработки, более универсальные и технически существенно более простые по сравнению с известными многоканальными вариантами (при наличии последних).

2. Обобщение методов статистического анализа алгоритмов обнаружения и измерения разрывных квазидетерминированных и случайных сигналов с неизвестными параметрами, позволяющих теоретически определять их точностные характеристики, в том числе при нарушении состоятельности оценки разрывного параметра и с учетом аномальных эффектов.

3. Новая методика аналитического определения закона распределения и моментов оценки разрывного параметра информационного процесса при произвольных выходных

отношениях сигнал/шум (ОСШ) в случае, когда сигнальная составляющая решающей статистики является строго монотонной (во всей области задания) функцией.

4. Полученные с помощью развитых подходов новые алгоритмы обработки случайных процессов со скачкообразным изменением статистических характеристик, а именно:

- максимально-правдоподобный алгоритм обнаружения разладки неизвестного математического ожидания низкочастотного случайного процесса с неизвестной интенсивностью,

- максимально-правдоподобный алгоритм измерения момента разладки математического ожидания низкочастотного случайного процесса и его неизвестных энергетических параметров (интенсивности и математического ожидания до и после разладки),

- максимально-правдоподобный алгоритм обнаружения разладки неизвестной дисперсии высокочастотного случайного процесса,

- максимально-правдоподобный алгоритм измерения момента разладки и дисперсии до и после разладки высокочастотного случайного процесса,

а также характеристики эффективности этих алгоритмов.

5. Методы статистического моделирования на ЭВМ алгоритмов обработки случайных процессов со скачкообразным изменением статистических характеристик, позволяющие существенно экономить машинное время, а также повысить быстродействие проектируемых информационных систем.

Практическая ценность результатов работы состоит в том, что они позволяют внедрять в практические разработки информационных систем (связи, радиолокации, мониторинга и др.) технически более простые и универсальные по сравнению с имеющимися аналогами алгоритмы статистического анализа информационных процессов со скачкообразным изменением характеристик. Найденные в работе теоретические зависимости для количественного определения эффективности предлагаемых алгоритмов позволяют сделать обоснованный выбор между этими и другими алгоритмами в зависимости от имеющейся априорной информации и в соответствии с требованиями, предъявляемыми к качеству алгоритма обработки и к степени простоты его технической реализации. Результаты работы могут быть использованы при исследовании и анализе

- физических и статистических свойств природных и искусственных объектов по их спонтанным и вынужденным импульсным откликам,

- обработке радио-, гидролокационных и оптических сигналов,

- систем связи с импульсными поднесущими, работающими в сложной помеховой обстановке, характеризуемой наличием как аддитивных, так и мультипликативных искажений,

- перспективных локационных и связных систем, использующих в качестве информационных сигналов импульсы с шумовой несущей,

- систем мониторинга сложных радиосигналов,

- систем телесигнализации и телеуправления,

- сигналов в технической и медицинской диагностике,

- аппаратурного анализа случайных процессов.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на

1. XX, XXI, XXII Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов "Радиоэлектроника, электротехника и энергетика", г. Москва, 2014 г., 2015 г., 2016 г.

2. Международной конференции "Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий – РЭУС-2014", г. Москва, 2014 г.

3. 10-й Международной конференции "ELEKTRO2014", г. Раецке Теплице, Словакия, 2014 г.

4. Международных научно-технических семинарах с элементами научной школы для молодых ученых "Методы и алгоритмы обработки квазидетерминированных и стохастических сигналов и изображений в условиях различной априорной неопределенности" (2014 г.), "Разрывные модели сигналов и изображений и оценка их параметров" (2015 г.), "Методы статистического синтеза, анализа и моделирования алгоритмов обработки сигналов, изображений и полей" (2016 г.), г. Москва.

5. Международной научной конференции "Робастная статистика и финансовая математика", г. Томск, 2016 г.

Публикации. По теме диссертации опубликованы работы [1-9].

Основные результаты и положения, выносимые на защиту:

- оригинальные методы синтеза алгоритмов обработки быстрофлуктуирующих случайных процессов со скачкообразным изменением характеристик в условиях параметрической априорной неопределенности, допускающих практическую реализацию в виде одноканальных устройств, в отличие от получаемых с помощью известных подходов многоканальных аналогов;

- усовершенствованные методы статистического анализа алгоритмов обнаружения и измерения разрывных квазидетерминированных и случайных сигналов с неизвестными параметрами, позволяющие аналитически находить количественные характеристики качества их функционирования, в том числе при нарушении состоятельности оценки разрывного параметра и с учетом аномальных решений;

- представленные новые оптимальные обнаружители и измерители разладки низкочастотных и высокочастотных случайных процессов с неизвестными параметрами, технически более простые по сравнению с существующими прототипами;

- найденные асимптотические выражения для характеристик эффективности синтезированных обнаружителей и измерителей разладки низкочастотных и высокочастотных случайных процессов, позволяющие сделать обоснованный выбор между предложенными, а также другими приемными устройствами в зависимости от требований, предъявляемых к качеству функционирования алгоритма обработки и степени простоты его аппаратурной реализации;

- методики статистического моделирования синтезированных алгоритмов обработки случайных процессов со скачкообразным изменением характеристик, позволяю-

щие минимизировать временные и вычислительные затраты при их программной и аппаратной реализации, и полученные на их основе результаты подтверждающие корректность и достоверность сформулированных в работе теоретических выводов и рекомендаций.

Объем и структура диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, 4 разделов, заключения, списка литературы, состоящего из 74 наименований. Объем диссертации составляет 140 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждается актуальность темы исследований, приведен краткий обзор известных результатов по теме диссертации. Сформулирована цель работы и в аннотированном виде изложены основные результаты работы.

В первом разделе диссертации рассматривается методика определения эффективности функционирования оптимальных (максимально-правдоподобных) приемных устройств сигналов с неизвестными разрывными параметрами. При неизвестном разрывном параметре l_0 и гауссовском характере реализации наблюдаемых данных решающая статистика (логарифм функционала отношения правдоподобия) $M(l)$ в достаточно общем случае может быть представлена в виде суммы сигнальной $S(l)=\langle M(l)\rangle$ и шумовой $N(l)=M(l)-\langle M(l)\rangle$ функций:

$$M(l)=S(l)+N(l), \tag{1}$$

где $S(l)=S_0\max(0,1-|l-l_0|)+S_N$, а $N(l)=M(l)-\langle M(l)\rangle$ – центрированный гауссовский (асимптотически гауссовский) случайный процесс с корреляционной функцией вида

$$\begin{gathered}\langle N(l_1)N(l_2)\rangle=\sigma_N^2\max(0,1-|l_1-l_2|)+\left(\sigma_S^2-\sigma_N^2\right)\times\\ \times\max[0,1+\min(0,l_1-l_0,l_2-l_0)-\max(0,l_1-l_0,l_2-l_0)].\end{gathered} \tag{2}$$

Здесь S_0 и S_N характеризуют накопленную (выходную) энергию полезного сигнала и шума соответственно, σ_S^2, σ_N^2 описывают дисперсии процесса $N(l)$ в сигнальной $l\in\Gamma_S$ и шумовой $l\in\Gamma_N=\Gamma\setminus\Gamma_S$ областях интервала возможных значений $[L_1,L_2]$ параметра l_0 соответственно, а $\langle\ \rangle$ означают усреднение по всем возможным реализациям наблюдаемых данных. Под сигнальной и шумовой областями будем понимать подынтервалы $\Gamma_S\equiv[l_0-1,l_0+1]$, $\Gamma_N\equiv[L_1,l_0-1)\cup(l_0+1,L_2]$, на которых сигнальная функция $S(l)$ (1) отлична от S_N (т.е., зависит от истинного значения неизвестного параметра l_0) или равна S_N (т.е., не зависит от величины l_0).

Решающее правило обнаружения

$$\sup M(l)\underset{0}{\overset{1}{\gtrless}}c, \tag{3}$$

где c – порог, выбираемый в соответствии с принятым критерием оптимальности, характеризуется вероятностями ошибки 1-го рода (ложной тревоги) α и 2-го рода (пропуска сигнала) β. Для расчета вероятности ложной тревоги используются понятие о среднем числе пуассоновского потока τ-выходов за уровень $c \to \infty$ и марковские свойства процесса $M(l)$, следующие из (2). В результате, решая соответствующее уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова, получаем асимптотически точную (с ростом m и u) аппроксимацию вероятности α:

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\left(mu/\sqrt{2\pi}\right)\exp\left(-u^2/2\right)\right], & u \geq 1, \\ 1, & u < 1. \end{cases} \tag{4}$$

Здесь $m = L_2 - L_1$, а $u = (c - S_N)/\sigma_N$ – нормированный порог.

Вероятность β эквивалентна вероятности $P[H_N < c, H_S < c]$, где

$$H_N = \sup_{l \in \Gamma_N} M(l), \qquad H_S = \sup_{l \in \Gamma_S} M(l),$$

причем согласно (2) при $m >> 1$ случайные величины H_N и H_S приближенно статистически независимы, так что $\beta \approx P[H_N < c]P[H_S < c]$. Тогда $P[H_N < c] \approx 1 - \alpha$, а вероятность $P[H_S < c]$ может быть найдена на основе марковских свойств приращения решающей статистики $M(l)$ в малой окрестности точки l_0 (метода локально-марковской аппроксимации). После соответствующих математических преобразований находим

$$\begin{gathered} \beta = \exp\left[-\left(mu/\sqrt{2\pi}\right)\exp\left(-u^2/2\right)\right]\left\{\Phi(u/r - z) - 2\exp\left[\psi^2 z^2/2 + \psi z(z - u/r)\right]\times \right. \\ \left. \times \Phi[u/r - z(\psi + 1)] + \exp\left[2\psi^2 z^2 + 2\psi z(z - u/r)\right]\Phi[u/r - z(2\psi + 1)]\right\}, \end{gathered} \tag{5}$$

если $u \geq 1$, и $\beta \approx 0$, если $u < 1$. Здесь $\psi = 2r^2/(1 + r^2)$, $r = \sigma_S/\sigma_N$, $z = S_0/\sigma_S$ – выходное ОСШ, $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \exp\left(-t^2/2\right)dt/\sqrt{2\pi}$ – интеграл вероятности, а u определяется также, как в (4). Точность формулы (5) возрастает с увеличением m, u, z.

При анализе максимально-правдоподобного измерителя неизвестного разрывного параметра, работающего по правилу

$$l_m = \arg\sup M(l), \tag{6}$$

с помощью метода локально-марковской аппроксимации были найдены общие выражения для условных плотности вероятности $w(x|l_0)$ и центральных моментов $\mu_n(l_m|l_0) = \left\langle (l_m - l_0)^n \right\rangle$ оценки l_m, в том числе с учетом аномальных ошибок:

$$\begin{gathered} w(x|l_0) = P_0 w_0(x|l_0) + (1 - P_0)/m, \\ \mu_n(l_m|l_0) = P_0 \mu_{0n}(l_m|l_0) + (1 - P_0)\left[(L_2 - l_0)^{n+1} - (L_1 - l_0)^{n+1}\right]/m(n+1). \end{gathered} \tag{7}$$

Здесь

$$P_0 = \frac{2\psi z}{r}\exp\left(\frac{2\psi^2 z^2}{2} + 2\psi z^2\right)\int_1^\infty \exp\left[-\frac{mx}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right]\left\{\exp\left(-\frac{\psi z x}{r}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\Phi\left[\frac{x}{r} - z(\psi+1)\right] - \exp\left[\frac{3\psi^2 z^2}{2} + \psi z\left(z - \frac{2x}{r}\right)\right]\Phi\left[\frac{x}{r} - z(2\psi+1)\right]\right\}dx,$$

$$w_0(x|l_0) = \psi z^2\left\{\Phi\left(z\sqrt{\psi|x-l_0|/2}\right) - 1 + 3\exp\left(2\psi z^2|x-l_0|\right)\left[1 - \Phi\left(3z\sqrt{\psi|x-l_0|/2}\right)\right]\right\},$$

$$\mu_{0n}(l_m|l_0) = \left[1+(-1)^n\right]\frac{2^n}{\psi^n z^{2n}}\left\{\frac{1}{3^{2n+1}}\frac{d^n}{dy^n}\left[\frac{1-\sqrt{1-2y}}{y\sqrt{1-2y}}\right]_{y=4/9} - \frac{(2n+1)!!}{n+1}\right\}.$$

– условные вероятность, плотность вероятности и центральный момент n-го порядка надежной оценки l_m, а m, r, ψ, z определяются так же, как в (5). Под надежной понимается оценка, удовлетворяющая условию $l_m \in \Gamma_S$.

Из (7), в частности, следует, что оценка l_m разрывного параметра l_0 вследствие возможного наличия аномальных ошибок в общем случае является условно смещенной: $b(l_m|l_0) = \langle l_m - l_0\rangle = (1-P_0)\left[(L_2+L_1)/2 - l_0\right]$ а ее рассеяние имеет вид

$$V(l_m|l_0) = \left\langle (l_m - l_0)^2\right\rangle = P_0 V_0(l_m|l_0) + (1-P_0)\left[\left(L_2^2 + L_1L_2 + L_1^2\right)/3 - (L_2+L_1)\,l_0 + l_0^2\right], \quad (8)$$

где $V_0(l_m|l_0) = 13/2\psi^2 z^4$. Точность формул (7) возрастает с увеличением m и z.

Применение найденных общих соотношений для расчета точностных характеристик обнаружителей и измерителей разрывных сигналов было проиллюстрировано на примере приема прямоугольного видеоимпульса и случайного радиоимпульса с неизвестным временем прихода на фоне белого шума и полосовой гауссовской помехи. Полученные теоретические результаты показаны на рис. 1, 2 (для прямоугольного видеоимпульса) и рис. 3, 4 (для случайного радиоимпульса). Здесь же приведены соответствующие экспериментальные зависимости, определенные в ходе статистического моделирования на ЭВМ.

На рис. 1 показаны теоретические (сплошной линией) и экспериментальные (квадратиками) значения вероятности пропуска сигнала (5) от ОСШ z. Величина порога c определялась по критерию Неймана-Пирсона в соответствии с заданным уровнем вероятности ложной тревоги $\alpha = 0{,}01$. На рис. 2 сплошной линией изображена зависимость (8) рассеяния $\tilde{V}_l = 12V(l_m|l_0)/m^2$ нормированной оценки времени прихода l_m/τ прямоугольного видеоимпульса длительностью τ с учетом аномальных ошибок от ОСШ z. При расчете характеристик (5), (8) полагалось, что $m = (L_2 - L_1)/\tau = 20$. Также на рис. 2 штриховой линией нанесена зависимость рассеяния $\tilde{V}_{0l} = 12V_0(l_m|l_0)/m^2$ надежной ОМП l_m/τ. Экспериментальные значения вероятности пропуска сигнала β и рассеяний $\tilde{V}_l$, $\tilde{V}_{0l}$, полученные при $\tau\Omega/4\pi = 50$, $E_\gamma/E_N = 1$, обозначены квадратиками и крестиками соот-

ветственно. Здесь Ω и E_γ – ширина полосы частот и средняя мощность гауссовской помехи, а E_N – средняя мощность белого шума в полосе частот Ω.

На рис. 3 приведены теоретические зависимости вероятности пропуска сигнала, рассчитанные с использованием (5) от параметра $q = D/E_N$ при $E_\gamma = E_N/2$. Кривая 1 соответствует $\mu = 50$, 2 – 100, 3 – 200. Здесь $\mu = \tau\Omega_1/2\pi$, τ – длительность радиоимпульса, D и Ω_1 – дисперсия и ширина полосы частот его случайной субструктуры (высокочастотного заполнения), E_γ, E_N – средние мощности гауссовской помехи и белого шума в полосе частот Ω_1. Порог c определялся на основе соотношения (4) по критерию Неймана-Пирсона для заданного уровня вероятности ложной тревоги $\alpha = 0{,}01$. Экспериментальные значения вероятности пропуска сигнала обозначены квадратиками, крестиками, ромбиками для $\mu = 50$, 100, 200 соответственно.

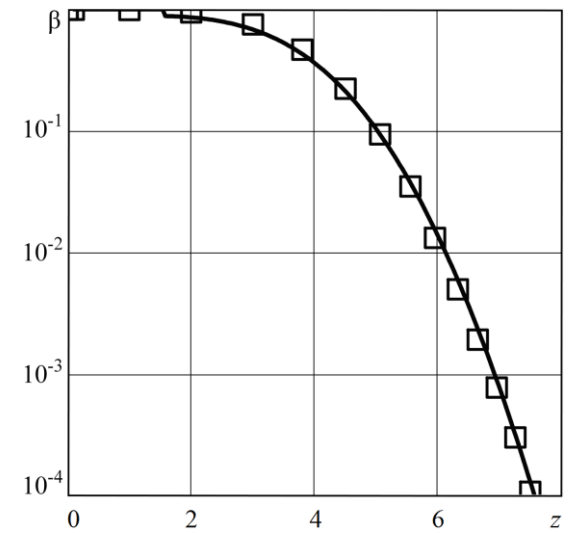

Рис. 1.

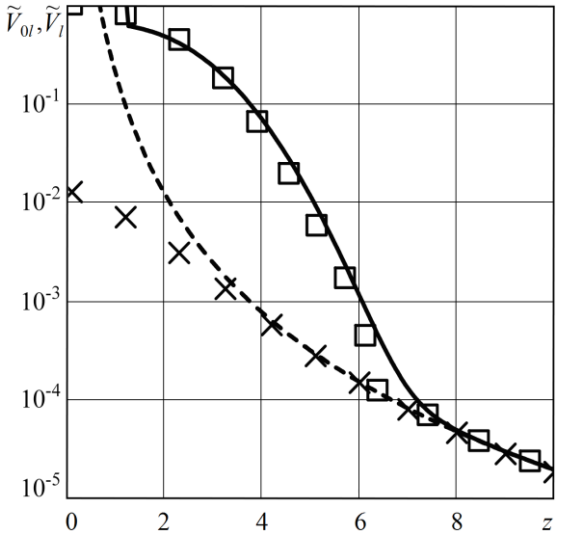

Рис. 2.

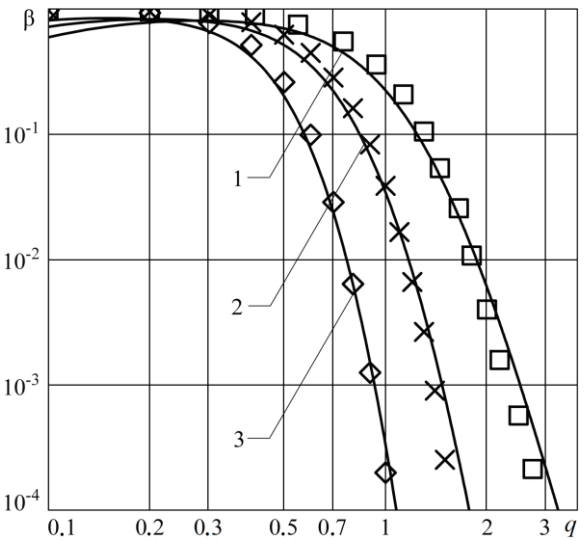

Рис. 3.

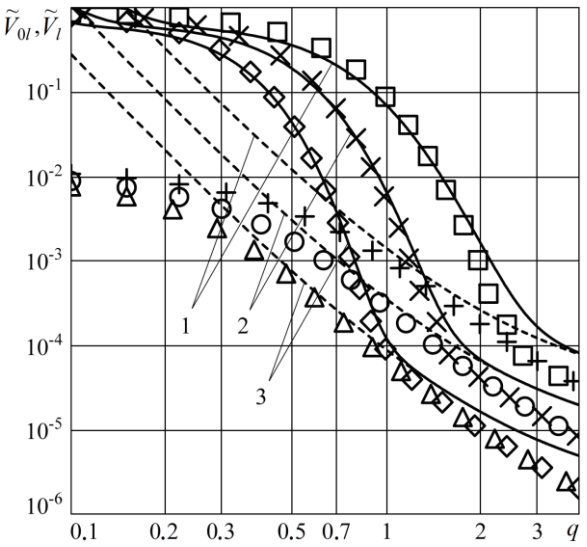

Рис. 4.

На рис. 4 сплошными линиями построены зависимости (8) рассеяния $\tilde{V}_l(q)=12V(l_m|l_0)/m^2$ нормированной оценки l_m/τ времени прихода случайного радиоимпульса с учетом аномальных ошибок. Здесь же штриховыми линиями нанесены аналогичные зависимости рассеяния $\tilde{V}_{0l}(q)=12V_0(l_m|l_0)/m^2$ надежной ОМП l_m/τ. Кривые 1 рассчитаны при $E_\gamma=E_N/2$ и $\mu=50$, 2 – 100, 3 – 200. Экспериментальные значения рассеяний $\tilde{V}_l$, $\tilde{V}_{0l}$ обозначены квадратиками, крестиками, ромбиками и плюсиками, кружочками, треугольниками для $\mu=50$, 100 и 200 соответственно. При построении зависимостей (5), (8) полагалось, что $m=(L_2-L_1)/\tau=20$, и помеха по полосе частот перекрывает субструктуру радиоимпульса.

Как следует из проведенных исследований и рис. 1-4, полученные в работе общие теоретические формулы для характеристик алгоритмов обнаружения (3) и оценивания (6) сигналов с неизвестным разрывным параметром являются работоспособными и удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные в широком диапазоне значений выходных ОСШ z (больших 0…3 в зависимости от вида конкретного обнаружителя/измерителя). В случае не слишком больших ОСШ (меньших 3…7 для рассмотренных практических задач) при оценивании разрывного параметра необходим учет пороговых эффектов, связанных с появлением аномальных ошибок и обуславливающих скачкообразное изменение рассеяния по сравнению со случаем надежной оценки.

При ОСШ, меньших 1…3, теоретические зависимости для рассеяния надежной ОМП разрывного параметра заметно отклоняются от экспериментальных, поскольку найдены без учета конечной длительности априорного интервала возможных значений оценки. Отклонение теоретических зависимостей $\tilde{V}_{0l}$, $\tilde{V}_l$ для оценки времени прихода случайного радиоимпульса от экспериментальных данных наблюдается также и при больших ОСШ, когда $q>2\ldots3$. Это связано с тем, что аналитические формулы для характеристик (1), (2) решающей статистики $M(l)$ удается получить лишь в пренебрежении величинами порядка времени корреляции $2\pi/\Omega_1$ случайной субструктуры радиоимпульса. Таким образом, когда рассеяние оценки времени прихода убывает до величины порядка $(2\pi/\Omega_1)^2$, погрешность формулы (8) становится значительной.

<u>Во втором разделе</u> выполнено обобщение результатов первого раздела (метода локально-марковской аппроксимации) для определения характеристик приемного устройства сигнала с неизвестным разрывным параметром на фоне гауссовских помех при нарушении свойства состоятельности оценки параметра. В этом случае сигнальная функция $S(l)$ и корреляционная функция шумовой функции $N(l)$ решающей статистики $M(l)$ (1) в достаточно общем виде могут быть представлены как

$$S(l)=S_0C(l-l_0,\delta)+S_N,\qquad \langle N(l_1)N(l_2)\rangle=\sigma_N^2R_1(l_1,l_2)+\left(\sigma_S^2-\sigma_N^2\right)R_2(l_0,l_1,l_2),\qquad (9)$$

где

$$C(x,y)=\begin{cases}1+\min(0,y), & |x|\le|y|/2, \\ 1+y/2-|x|, & |y|/2<|x|\le 1+y/2, \\ 0, & |x|>1+y/2,\end{cases}\qquad \begin{aligned}&R_1(l_1,l_2)=\max(0,1+\delta-|l_1-l_2|),\\ &R_2(l_0,l_1,l_2)=\max[0,1+\min(l_0,l_1+\delta/2,\\ &l_2+\delta/2)-\max(l_0,l_1-\delta/2,l_2-\delta/2)],\end{aligned}$$

а δ определяет размеры области несостоятельности оценки $l_q=\arg\sup M(l)$ параметра l_q. В частном случае при $\delta=0$ оценка l_q переходит в ОМП l_m (6) и становится состоятельной.

Используя понятие о среднем числе пуассоновского потока τ-выходов за уровень $c\to\infty$ и следующие из (9) марковские свойства процесса $M(l)$ при $l\in[L_1,l_0-1-\delta/2)\cup(l_0+1+\delta/2,L_2]$ и марковские свойства приращения $\Delta(l)=M(l)-M(x)$ при $l,x\in[\,l_0-1-\delta/2,l_0+1+\delta/2\,]$, были найдены общие формулы для вероятностей ложной тревоги α^* и пропуска сигнала β^*:

$$\alpha^*=\begin{cases}1-\exp\left\{-\dfrac{m\zeta_N(c)}{(1+\delta)\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\dfrac{\zeta_N^2(c)}{2}\right]\right\}, & c\ge S_N+\sigma_N\sqrt{1+\delta}, \\ 1, & c<S_N+\sigma_N\sqrt{1+\delta},\end{cases}\tag{10}$$

$$\beta^*=(1-\alpha^*)\Psi_0[\zeta_S(c),m_S],\tag{11}$$

и условных функции распределения $F^*(x|l_0)=P\left[l_q<x|l_0\right]$ и центрального момента n-го порядка $\mu_n(l_q|l_0)=\left\langle(l_q-l_0)^n\right\rangle$ оценки l_q с учетом аномальных ошибок. В частности, показано, что оценка в общем случае является условно смещенной: $b(l_q|l_0)=\langle l_q-l_0\rangle=(1-P_0^*)[\,(L_2+L_1)/2-l_0\,]$, а ее условное рассеяние имеет вид

$$V(l_q|l_0)=\left\langle(l_q-l_0)^2\right\rangle=P_0^*V_0(l_q|l_0)+(1-P_0^*)\left[\left(L_2^2+L_1L_2+L_1^2\right)/3-(L_2+L_1)\,l_0+l_0^2\right].\tag{12}$$

В (10)-(12) обозначено: $\zeta_N(c)=(c-S_N)/\sigma_N\sqrt{(1+\delta)}$, $\zeta_S(c)=\{\,c-S_0[1+\min(0,\delta)]-S_N\}/\sigma$,

$$\sigma^2=\begin{cases}\sigma_S^2(1+\delta), & \delta<0, \\ \sigma_S^2+\sigma_N^2\delta, & \delta>0,\end{cases}\qquad m_S=\begin{cases}|\delta|/(1+\delta), & \delta<0, \\ \sigma_N^2\delta/\left(\sigma_S^2+\sigma_N^2\delta\right), & \delta>0,\end{cases}$$

$$\Psi_0(u,\rho)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{u}\Phi\left[\frac{u-x(1-\rho)}{\sqrt{\rho(2-\rho)}}\right]\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx-$$

$$-\frac{\rho u}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)\Phi\left(u\sqrt{\frac{\rho}{2-\rho}}\right)-\frac{\sqrt{\rho(2-\rho)}}{2\pi}\exp\left(-\frac{u^2}{2-\rho}\right),$$

вероятность надежной оценки

$$P_0^*=P\left[|l_q-l_0|\le 1+\delta/2\right]=\frac{\sigma_N}{\sigma}\sqrt{\frac{1+\delta}{2\pi}}\int_1^{\infty}\exp\left[-\frac{mx}{(1+\delta)\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right]\times$$

$$\times\left\{\left[2+m_S\zeta^2(x)-m_S\right]\Phi\left[\zeta(x)\sqrt{\frac{m_S}{2-m_S}}\right]\exp\left[-\frac{\zeta^2(x)}{2}\right]+\sqrt{\frac{m_S(2-m_S)}{2\pi}}\zeta(x)\exp\left[-\frac{\zeta^2(x)}{2-m_S}\right]\right\}dx,\tag{13}$$

$$\zeta(x)=\begin{cases}\left(x\sigma_N - S_0\sqrt{1+\delta}\right)/\sigma_S\,, & \delta<0\,,\\ \left(x\sigma_N\sqrt{1+\delta}-S_0\right)/\sqrt{\sigma_S^2+\sigma_N^2\delta}\,, & \delta>0\,,\end{cases}$$

условное рассеяние надежной оценки

$$V_0\left(l_q\middle|l_0\right)=\frac{\delta^2}{8}+\exp\left(\frac{2z^2B_1|\delta|}{B_2^2}\right)\left[1-\Phi\left(\frac{2z}{B_2}\sqrt{B_1|\delta|}\right)\right]\times$$

$$\times\left[\frac{13B_2^2}{4z^4}+\frac{|\delta|}{z^2}\left(\frac{3B_2}{2}-8B_1\right)+\frac{4B_1}{B_2^2}\delta^2\left(3B_1-B_2\right)+\frac{8z^2B_1^2}{B_2^3}|\delta|^3\left(1-\frac{4B_1}{3B_2}\right)\right]+ \qquad (14)$$

$$+\sqrt{\frac{|\delta|B_1}{2\pi}}\left[4z\delta^2\frac{B_1}{B_2^2}\left(\frac{4B_1}{3B_2}-1\right)+\frac{|\delta|}{z}\left(3-\frac{22B_1}{3B_2}\right)+\frac{13B_2}{2z^3}\right],$$

$$B_1=\begin{cases}2\,, & \delta<0\,,\\ 2\sigma_N^2/\sigma_S^2\,, & \delta>0\,,\end{cases}\qquad B_2=1+\sigma_N^2/\sigma_S^2\,.$$

а m, z определяются так же, как в (4), (5) соответственно. Точность формулы (10) возрастает с увеличением m и c, формулы (11) – с увеличением m, c, z, формул (12), (13) – с увеличением m, z, формулы (14) – с увеличением z.

Применение найденных общих соотношений (10)-(14) было проиллюстрировано на примере приема прямоугольного видеоимпульса и случайного радиоимпульса с неизвестным временем прихода и неточно известной длительностью на фоне белого шума и полосовой гауссовской помехи. Полученные теоретические результаты показаны на рис. 5, 6 (для прямоугольного видеоимпульса) и рис. 7, 8 (для случайного радиоимпульса), где также приведены соответствующие экспериментальные зависимости, определенные в ходе статистического моделирования на ЭВМ. Полагалось, что $m=\left(L_2-L_1\right)/\tau=20$, а относительная расстройка по длительности полезного сигнала $\delta=\left(\tau^*-\tau\right)/\tau=0{,}1$. Здесь τ^* и τ – ожидаемое и истинное значение длительности импульса.

На рис. 5 показаны теоретические (сплошной линией) и экспериментальные (квадратиками) значения вероятности пропуска сигнала (11) от ОСШ z. Величина порога c определялась по критерию Неймана-Пирсона в соответствии с заданным уровнем вероятности ложной тревоги $\alpha^*=0{,}01$. На рис. 6 сплошной линией изображена зависимость (12) рассеяния $\tilde{V}_l^*=12V\left(l_q\middle|l_0\right)/m^2$ нормированной оценки времени прихода l_q/τ прямоугольного видеоимпульса с учетом аномальных ошибок от ОСШ z. Здесь же штриховой линией нанесена зависимость (14) рассеяния $\tilde{V}_{0l}^*=12V_0\left(l_q\middle|l_0\right)/\tau^2m^2$ надежной оценки l_q/τ. Экспериментальные значения вероятности пропуска сигнала β^* и рассеяний $\tilde{V}_l^*$, $\tilde{V}_{0l}^*$, полученные при $\tau\Omega/4\pi=50$, $E_\gamma=E_N/2$, обозначены квадратиками и крестиками соответственно. Здесь Ω и E_γ – ширина полосы частот и средняя мощность гауссовской помехи, а E_N – средняя мощность белого шума в полосе частот Ω.

На рис. 7 приведены теоретические зависимости вероятности пропуска сигнала, рассчитанные согласно (11) от параметра $q = D/E_N$ при $E_\gamma = E_N/2$. Кривая 1 соответствует $\mu = 50$, 2 – 100, 3 – 200. Здесь $\mu = \tau\Omega_1/2\pi$, τ – длительность радиоимпульса, D и Ω_1 – дисперсия и ширина полосы частот его случайной субструктуры, E_γ, E_N – средние мощности гауссовской помехи и белого шума в полосе частот Ω_1. Порог c определялся из (10) по критерию Неймана-Пирсона для заданного уровня вероятности ложной тревоги $\alpha^* = 0{,}01$. Экспериментальные значения вероятности пропуска сигнала обозначены квадратиками, крестиками, ромбиками для $\mu = 50$, 100, 200 соответственно.

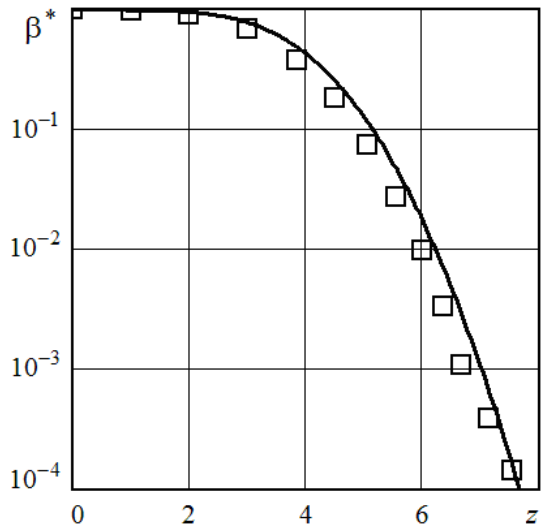

Рис. 5.

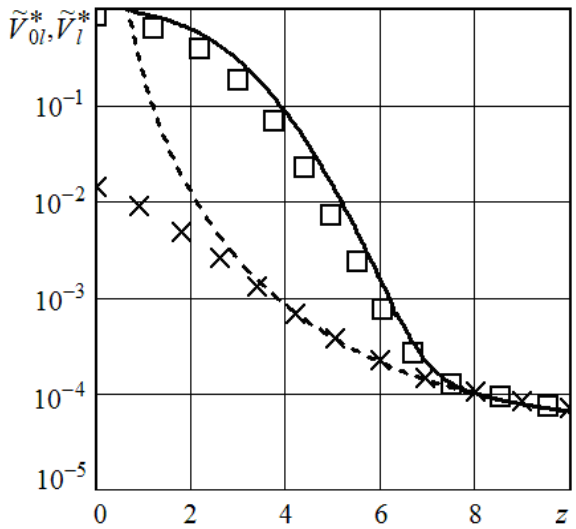

Рис. 6.

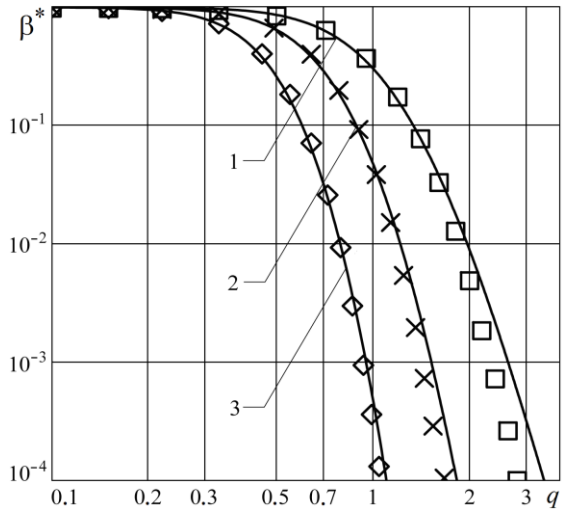

Рис. 7.

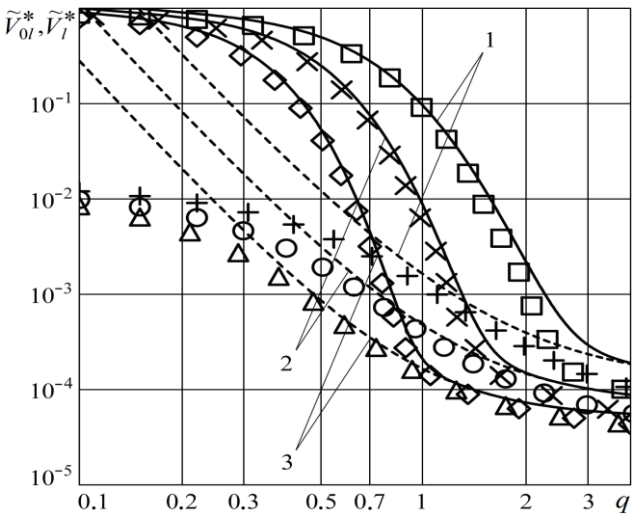

Рис. 8.

На рис. 8 сплошными линиями построены зависимости (12) рассеяния $\tilde{V}_l^* = 12V(l_q|l_0)/m^2$ нормированной оценки l_q/τ времени прихода случайного радиоимпульса с учетом аномальных ошибок. Здесь же штриховыми линиями нанесены анало-

гичные зависимости (14) рассеяния $\tilde{V}_{0l}^{*} = 12V_0\left(l_q \middle| l_0\right)\Big/ m^2$ надежной оценки l_q/τ. Кривые 1 рассчитаны при $E_\gamma = E_N/2$ и $\mu = 50$, 2 – 100, 3 – 200. Экспериментальные значения рассеяний $\tilde{V}_l^{*}$, $\tilde{V}_{0l}^{*}$ обозначены квадратиками, крестиками, ромбиками и плюсиками, кружочками, треугольниками для $\mu = 50$, 100 и 200 соответственно. При построении зависимостей (11), (12), (14) полагалось, что помеха по полосе частот перекрывает субструктуру радиоимпульса.

Как следует из проведенных исследований и рис. 5-8, полученные в работе общие теоретические формулы для характеристик алгоритмов обнаружения и измерения сигналов с неизвестным разрывным параметром при несостоятельности его оценки являются работоспособными и удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные в широком диапазоне значений выходных ОСШ z (больших 0…3 в зависимости от вида конкретного обнаружителя/измерителя). В случае не слишком больших ОСШ (меньших 5…7 для рассмотренных практических задач) при оценивании разрывного параметра необходим учет пороговых эффектов, связанных с появлением аномальных ошибок и обуславливающих скачкообразное изменение рассеяния по сравнению со случаем надежной оценки. При ОСШ, меньших 2…3, теоретические зависимости для рассеяния надежной оценки разрывного параметра заметно отклоняются от экспериментальных, поскольку найдены без учета конечной длительности априорного интервала возможных значений оценки.

Полученные в разделах 1 и 2 результаты позволяют теоретически оценить целесообразность практического применения того или иного алгоритма обработки разрывных сигналов в каждом конкретном случае.

<u>В третьем разделе</u> на примере определения разладки математического ожидания гауссовского случайного процесса с неизвестной интенсивностью показан новый технически простой по сравнению с известными аналогами способ обнаружения и измерения скачкообразных изменений статистических характеристик быстрофлуктуирующих низкочастотных процессов в условиях параметрической априорной неопределенности. Аналитически процесс со скачкообразным изменением математического ожидания может быть представлен следующим образом

$$\xi(t) = \nu(t) + a_{01} + (a_{02} - a_{01})\theta(t - \lambda_0). \qquad (15)$$

Здесь $\theta(t) = 0$ при $t < 0$ и $\theta(t) = 1$ при $t \geq 0$ – функция Хевисайда, λ_0 – момент возможной разладки, a_{01}, a_{02} – математические ожидания процесса $\xi(t)$ при $t < \lambda_0$ и $t \geq \lambda_0$ соответственно. Под $\nu(t)$ в (15) будем понимать стационарный центрированный гауссовский случайный процесс, обладающий спектральной плотностью $G(\omega) = d_0/2$, если $|\omega| \leq \Omega/2$, и $G(\omega) = 0$, если $|\omega| > \Omega/2$. Здесь Ω – ширина полосы частот, а d_0 – интенсивность процесса $\nu(t)$.

Полагаем, что процесс (15) наблюдается на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0. В результате наблюдению доступна смесь

$$x(t)=\xi(t)+n(t), \qquad t\in[0,T]. \tag{16}$$

Флуктуации процесса $\xi(t)$ будем считать «быстрыми», так что выполняется условие $\mu_{\min}=T_{\min}\Omega/2\pi>>1$, где $T_{\min}=\min(\lambda_0,T-\lambda_0)$. По реализации (16) необходимо вынести решение о наличии или отсутствии разладки по постоянной составляющей в наблюдаемых данных. При этом параметры a_{01}, a_{02}, d_0 являются в общем случае неизвестными.

При решении задачи обнаружения разладки математического ожидания процесса $\xi(t)$ выделялось два возможных случая: 1) $a_{01}=a_{02}$, т.е. разладка отсутствует (гипотеза H_0); 2) $a_{01}\neq a_{02}$ (гипотеза H_1). Задача проверки указанных гипотез решалась с помощью метода максимального правдоподобия. С этой целью были найдены выражения для решающих статистик (логарифмов функционала отношения правдоподобия) при гипотезах H_0 и H_1 против альтернативы H: $x(t)=n(t)$ как функций текущих значений λ, a_1, a_2, d неизвестных параметров λ_0, a_{01}, a_{02}, d_0 и выполнена аналитически их максимизация по переменным a_1, a_2, d. В результате был получен следующий технически простой максимально-правдоподобный алгоритм обнаружения разладки математического ожидания гауссовского случайного процесса с неизвестной интенсивностью

$$\max_{\lambda\in[\Lambda_1,\Lambda_2]} M(\lambda) \underset{<}{\overset{>}{}} c, \qquad M(\lambda)=M_1^2(\lambda)/\lambda+M_2^2(\lambda)/(T-\lambda)-M_3^2/T, \tag{17}$$

который также является инвариантным к спектральной плотности белого шума. В (17) обозначено: $[\Lambda_1,\Lambda_2]$ – априорный интервал возможных значений параметра λ_0,

$$M_1(\lambda)=\int_0^{\lambda} x(t)\,dt, \qquad M_2(\lambda)=\int_{\lambda}^{T} x(t)\,dt, \qquad M_3=\int_0^{T} x(t)\,dt,$$

а c – порог, рассчитываемый в соответствии с выбранным критерием оптимальности.

Качество обнаружения характеризовалось вероятностями ошибок 1-го рода (ложной тревоги) α и 2-го рода (пропуска сигнала) β. Показано, что задача нахождения вероятности α сводится к задаче о вероятности превышения порога $u=2c/T(N_0+d_0)$ случайным процессом $\tilde{M}(l)=\left[N_1(l)\sqrt{(1-l)/l}-N_2(l)\sqrt{l/(1-l)}\right]^2$:

$$\alpha=P\left[\max\tilde{M}(l)>u\right], \qquad l\in\left[\tilde{\Lambda}_1,\tilde{\Lambda}_2\right], \qquad \tilde{\Lambda}_{1,2}=\Lambda_{1,2}/T. \tag{18}$$

Здесь $N_i(l)$, $i=1,2$ – статистически независимые центрированные гауссовские случайные процессы с корреляционными функциями $\langle N_1(l_1)N_1(l_2)\rangle=\min(l_1,l_2)$, $\langle N_2(l_1)N_2(l_2)\rangle=1-\max(l_1,l_2)$. Тогда для вероятности ложной тревоги находим

$$\alpha=\begin{cases}1-(Y_1/Y_2)^{\sqrt{u/2\pi}\exp(-u/2)}, & u\geq 1,\\ 1, & u<1,\end{cases} \tag{19}$$

где $Y_i=\tilde{\Lambda}_i/(1-\tilde{\Lambda}_i)$, $i=1,2$.

Вероятность β при выполнении условия

$$\Delta z^2=2(a_{02}-a_{01})^2T/(N_0+d_0)>>1 \tag{20}$$

может быть представлена через вероятность непревышения порога u (18) марковским случайным процессом $\tilde{M}(y)$, $y \in [Y_1, Y_2]$ с коэффициентами сноса и диффузии вида

$$K_1 = \Delta z^2 (1 - l_0)^2 \begin{cases} 1, & y \le y_0, \\ -1, & y > y_0, \end{cases} \qquad K_2 = 4\Delta z^2 (1 - l_0)^2 .$$

Здесь $l_0 = \lambda_0 / T$, $y_0 = l_0 / (1 - l_0)$, а Y_1, Y_2 определяются также, как в (19). В результате получаем следующую аппроксимацию

$$\begin{aligned} \beta = 1 - \Phi\left(\frac{|K_1| y_0 - u}{\sqrt{K_2 y_0}}\right) - \exp\left(\frac{2|K_1| u}{K_2}\right)\left[1 - \Phi\left(\frac{|K_1| y_0 + u}{\sqrt{K_2 y_0}}\right)\right] - \exp\left[\frac{2|K_1|\left(2|K_1| y_0 - u\right)}{K_2}\right] \times \\ \times \left[1 - \Phi\left(\frac{3|K_1| y_0 - u}{\sqrt{K_2 y_0}}\right)\right] + \exp\left[\frac{4|K_1|\left(|K_1| y_0 + u\right)}{K_2}\right]\left[1 - \Phi\left(\frac{3|K_1| y_0 + u}{\sqrt{K_2 y_0}}\right)\right]. \end{aligned} \tag{21}$$

Положим теперь, что разладка математического ожидания случайного процесса $\xi(t)$ (1) реализуется на интервале $[\Lambda_1, \Lambda_2]$ с вероятностью 1. При этом необходимо измерить момент разладки λ_0 и значения энергетических параметров a_{01}, a_{02}, d_0. Синтез алгоритма совместного оценивания проводился на основе метода максимального правдоподобия. Используя найденную упрощенную аппроксимацию решающей статистики, для ОМП λ_m, a_{1m}, a_{2m}, d_m неизвестных величин λ_0, a_{01}, a_{02}, d_0 получаем

$$\begin{gathered} \lambda_m = \underset{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]}{\arg\max}\, M(\lambda), \quad a_{1m} = M_1(\lambda_m)/\lambda_m, \qquad a_{2m} = M_2(\lambda_m)/(T - \lambda_m), \\ d_m = \max\left\{0, \frac{1}{\mu}\left[\int_0^T y^2(t)\,dt - \frac{1}{\lambda_m} M_1^2(\lambda_m) - \frac{1}{T - \lambda_m} M_2^2(\lambda_m)\right] - N_0\right\}, \end{gathered} \tag{22}$$

где $\mu = \Omega T / 4\pi$, $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t - t')\,dt'$ – отклик фильтра, передаточная функция $H(\omega)$ которого удовлетворяет условию $|H(\omega)|^2 = 2G(\omega)/d_0$, на реализацию наблюдаемых данных $x(t)$ (16), а $M(\lambda)$, $M_i(\lambda)$, $i = 1,2$ определяются также, как в (17).

В качестве характеристик оценок (22) были выбраны условные смещения (систематические ошибки) и условные рассеяния (средние квадраты ошибок). Аналитические формулы для смещения и рассеяния оценки λ_m были найдены с помощью метода локально-марковской аппроксимации, изложенного в первом разделе. В частности, показано, что в условиях высокой апостериорной точности (когда выполняется (20)) ОМП λ_m является асимптотически условно несмещенной: $b_0(\lambda_m | \lambda_0) = \langle \lambda_m - \lambda_0 \rangle = 0$, а ее рассеяние имеет вид

$$V_0(\lambda_m | \lambda_0) = \left\langle (\lambda_m - \lambda_0)^2 \right\rangle = 26 T^2 / \Delta z^4 . \tag{23}$$

При произвольных значениях Δz (20) с помощью разработанной оригинальной методики были получены асимптотические выражения для смещения $b(\lambda_m|\lambda_0)$ и рассеяния $V(\lambda_m|\lambda_0)$ оценки λ_m с учетом аномальных эффектов. Характеристики оценок a_{1m}, a_{2m}, d_m непрерывных параметров в условиях высокой апостериорной точности можно определить из (22) путем непосредственного усреднения по реализациям наблюдаемых данных. В результате имеем:

$$b_0(a_{1m}|a_{01}) = \langle a_{1m} - a_{01} \rangle = 0, \quad V_0(a_{1m}|a_{01}) = \left\langle (a_{1m} - a_{01})^2 \right\rangle = (N_0 + d_0)/2\lambda_0,$$

$$b_0(a_{2m}|a_{02}) = \langle a_{2m} - a_{02} \rangle = 0, \; V_0(a_{2m}|a_{02}) = \left\langle (a_{2m} - a_{02})^2 \right\rangle = (N_0 + d_0)/2(T - \lambda_0), \quad (24)$$

$$b(d_m|d_0) = \langle d_m - d_0 \rangle = -(N_0 + d_0)/2\mu, \quad V(d_m|d_0) = \left\langle (d_m - d_0)^2 \right\rangle = (N_0 + d_0)^2/\mu.$$

С целью установления границ применимости найденных асимптотически точных формул для характеристик обнаружения было выполнено статистическое моделирование работы алгоритмов (17), (22) на ЭВМ. Некоторые результаты статистического моделирования представлены на рис. 9-12, где показаны также соответствующие теоретические зависимости. На рис. 9 изображены теоретические зависимости вероятности пропуска сигнала $\beta(\Delta z)$ (21). Кривая 1 рассчитана в случае $l_0 = 0{,}05$, $\tilde{\Lambda}_1 = 0{,}025$, $\tilde{\Lambda}_2 = 0{,}975$, 2 – $l_0 = 0{,}125$, $\tilde{\Lambda}_1 = 0{,}1$, $\tilde{\Lambda}_2 = 0{,}9$, 3 – $l_0 = 0{,}5$, $\tilde{\Lambda}_1 = 0{,}1$, $\tilde{\Lambda}_2 = 0{,}9$. Величина порога u определялась из (19) по критерию Неймана-Пирсона в соответствии с заданным уровнем вероятности ложной тревоги, равном $0{,}01$. Соответствующие экспериментальные значения вероятности пропуска сигнала β обозначены квадратиками, крестиками и ромбиками.

На рис. 10 штриховой линией нанесена зависимость нормированного условного рассеяния $V_{0l}(\Delta z) = V_0(\lambda_m|\lambda_0)/T^2$ (23) надежной оценки момента разладки λ_m (22), а сплошными линиями – нормированного условного рассеяния $V_l(\Delta z) = V(\lambda_m|\lambda_0)/T^2$ оценки λ_m с учетом аномальных эффектов. Кривая 1 рассчитана для $l_0 = 0{,}05$, $\tilde{\Lambda}_1 = 0{,}04$, $\tilde{\Lambda}_2 = 0{,}96$, 2 – $l_0 = 0{,}125$, $\tilde{\Lambda}_1 = 0{,}1$, $\tilde{\Lambda}_2 = 0{,}9$, 3 – $l_0 = 0{,}25$, $\tilde{\Lambda}_1 = 0{,}1$, $\tilde{\Lambda}_2 = 0{,}9$. Экспериментальные значения рассеяния оценки λ_m, соответствующие кривым 1-3, обозначены квадратиками, крестиками и ромбиками.

На рис. 11 приведены теоретические зависимости (24) нормированного условного рассеяния $V_{z1} = 2TV(a_{1m}|a_0)/(N_0 + d_0)$ оценки a_{1m} (22). Кривые 1 соответствуют $l_0 = 0{,}125$, 2 – 0,25, 3 – 0,5. Экспериментальные значения рассеяния V_{z1}, найденные при $\tilde{\Lambda}_1 = 0{,}1$, $\tilde{\Lambda}_2 = 0{,}9$ и $l_0 = 0{,}125$, 0,25, 0,5 обозначены соответственно квадратиками, крестиками, ромбиками. Наконец, на рис. 12 показаны теоретические зависимости нормированного условного рассеяния $V_q(q_0) = V(d_m|d_0)/N_0^2$ оценки d_m (22). Здесь $q_0 = d_0/N_0$. Кривая 1 рассчитана согласно (24) при $\mu = 200$, $l_0 = 0{,}125$, 2 – $\mu = 500$, $l_0 = 0{,}25$, 3 – $\mu = 1000$, $l_0 = 0{,}5$. Соответствующие экспериментальные значения рассеяния V_q обозначены квадратиками, крестиками и ромбиками (полагалось, что $\tilde{\Lambda}_1 = 0{,}1$, $\tilde{\Lambda}_2 = 0{,}9$,

$|\Delta z| = 3$, однако аналогичные экспериментальные зависимости получаются при любых значениях $|\Delta z| \geq 0$).

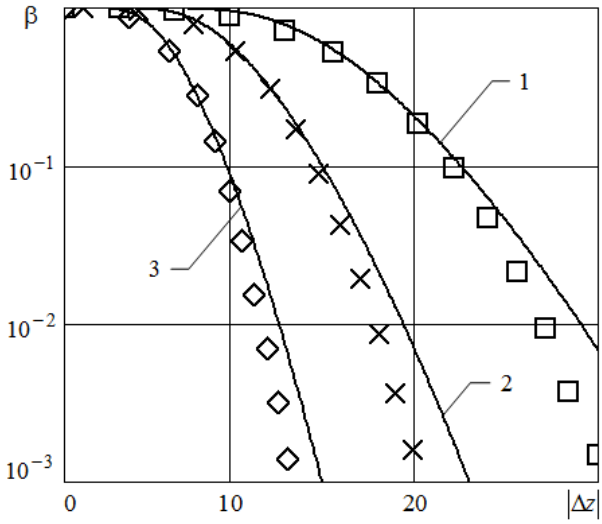

Рис. 9.

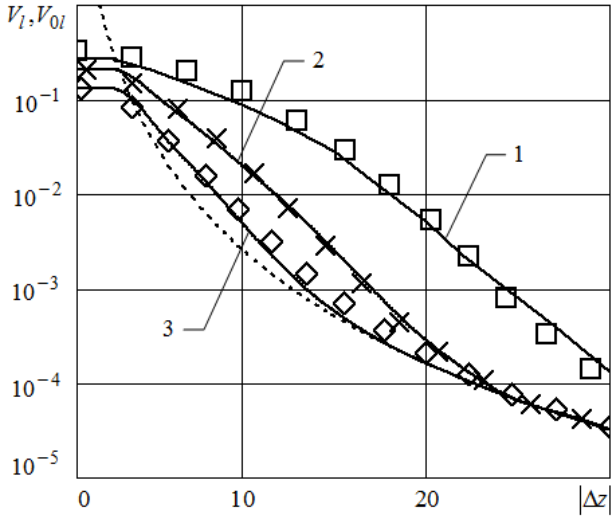

Рис. 10.

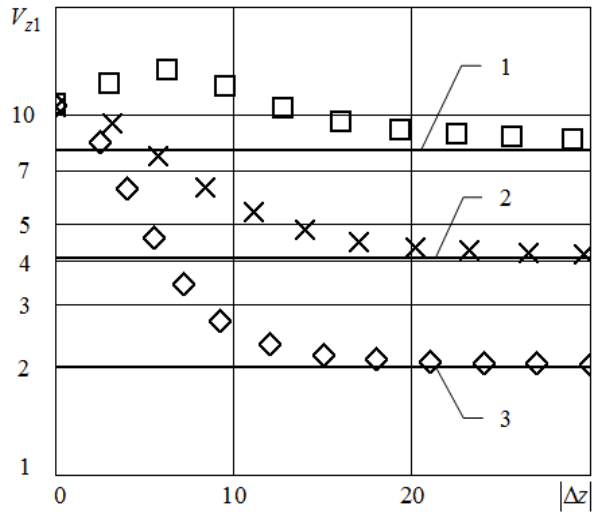

Рис. 11.

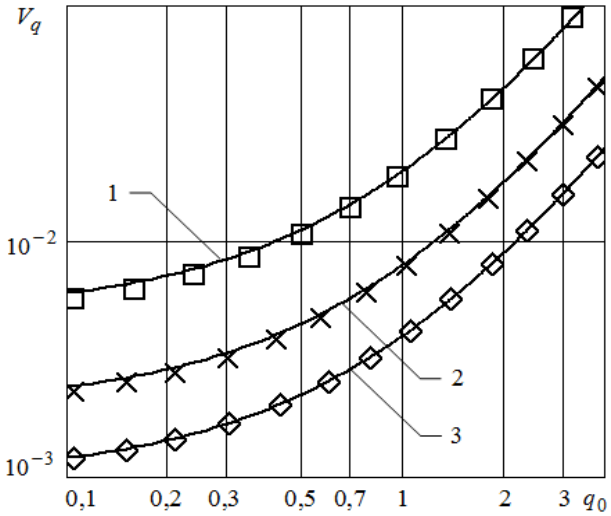

Рис. 12.

При нахождении экспериментальных значений вероятности пропуска сигнала β и рассеяний V_l, V_{z1} в процессе моделирования для определенности принималось $\mu = 1000$, $q_0 = 1$. Однако аналогичные зависимости наблюдаются в широком диапазоне значений параметров μ и q_0, по крайней мере, при $\mu \geq 200$ и $q_0 \geq 0$.

Из проведенного анализа и рис. 9-12 следует, что теоретические зависимости для вероятностей α (19), β (21) и рассеяния $V(\lambda_m|\lambda_0)$ ОМП λ_m с учетом аномальных эффектов хорошо согласуются с экспериментальными данными уже при $\mu \geq 200$, $q_0 \geq 0$, $\tilde{\Lambda}_1 \geq 0{,}04$, $\tilde{\Lambda}_2 \leq 0{,}96$ и $|\Delta z| \geq 0$. Если же при этом $\tilde{\Lambda}_1 \geq 0{,}1$, $\tilde{\Lambda}_2 \leq 0{,}9$, то, начиная с $|\Delta z| \geq 10 \ldots 20$, для расчета рассеяния оценки момента разладки можно пользоваться более простой формулой (23). Формулы (24) для рассеяний оценок a_{1m}, a_{2m} удовлетворитель-

но аппроксимируют экспериментальные данные при $\mu \ge 200$, $q_0 \ge 0$, $\tilde{\Lambda}_1 \ge 0{,}1$, $\tilde{\Lambda}_2 \le 0{,}9$ и $|\Delta z| > 15\ldots20$, а для рассеяния оценки d_m – при $\mu \ge 200$, $q_0 \ge 0{,}1$.

<u>В четвертом разделе</u> предложен технически простой способ определения скачкообразного изменения дисперсии высокочастотного быстрофлуктуирующего гауссовского процесса наблюдаемого на фоне белого шума с неизвестной величиной спектральной плотности. Высокочастотный случайный процесс со скачкообразным изменением интенсивности (дисперсии) запишем как

$$\xi(t) = \left[\, \sigma' + (\sigma'' - \sigma')\theta(t - \lambda_0) \,\right] \nu(t). \qquad (25)$$

Здесь $\theta(t)$ определяется так же, как в (15), λ_0 – момент возможной разладки, σ', σ'' – среднеквадратические отклонения процесса $\xi(t)$ при $t < \lambda_0$ и $t \ge \lambda_0$ соответственно, а $\nu(t)$ – стационарный центрированный гауссовский случайный процесс, обладающий спектральной плотностью

$$G(\omega) = \frac{\pi}{\Omega} \begin{cases} 1, & \vartheta - \Omega/2 \le |\omega| \le \vartheta + \Omega/2, \\ 0, & |\omega| < \vartheta - \Omega/2 \text{ или } |\omega| > \vartheta + \Omega/2. \end{cases}$$

Здесь ϑ – центральная частота, а Ω – ширина полосы частот процесса $\nu(t)$.

Полагаем, что процесс (25) наблюдается на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0. В результате наблюдению доступна смесь

$$x(t) = \xi(t) + n(t), \qquad t \in [0, T]. \qquad (26)$$

Флуктуации процесса $\xi(t)$ будем считать «быстрыми», так что выполняется условие $\mu_{\min} = T_{\min}\Omega/2\pi >> 1$, где $T_{\min} = \min(\lambda_0, T - \lambda_0)$. По реализации (26) необходимо обнаружить момент разладки и оценить параметры $\lambda_0 \in [\Lambda_1, \Lambda_2]$, σ', σ''.

При решении задачи обнаружения разладки дисперсии процесса $\xi(t)$ выделялось три возможных случая: 1) $\sigma' = \sigma''$, т.е. разладка отсутствует (гипотеза H_0); 2) $\sigma' > \sigma''$ (гипотеза H_1); 3) $\sigma'' > \sigma'$ (гипотеза H_2). Задача проверки указанных гипотез решалась с помощью метода максимального правдоподобия. С этой целью были найдены выражения для решающих статистик (логарифмов функционала отношения правдоподобия) при гипотезах H_0, H_1, H_2 против альтернативы H: $x(t) = n(t)$ и выполнена аналитически их максимизация по текущим значениям непрерывных параметров. В результате был получен следующий технически простой максимально-правдоподобный алгоритм обнаружения разладки неизвестной дисперсии гауссовского случайного процесса

$$\max_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} M(\lambda) \underset{H_0}{\overset{H_1 \text{ или } H_2}{\gtrless}} c, \qquad M(\lambda) = \ln[M_3/M_2(\lambda)] - (\lambda/T)\ln[M_1(\lambda)/M_2(\lambda)], \qquad (27)$$

который является инвариантным к спектральной плотности белого шума и направлению изменения (увеличению или уменьшению) значения дисперсии случайного процесса. В (27) обозначено: $[\Lambda_1, \Lambda_2]$ – априорный интервал возможных значений параметра λ_0,

$$M_1(\lambda)=\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda} y^2(t)\,dt, \qquad M_2(\lambda)=\frac{1}{T-\lambda}\int_{\lambda}^{T} y^2(t)\,dt, \qquad M_3=\frac{1}{T}\int_0^{T} y^2(t)\,dt,$$

$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(t')h(t-t')\,dt'$ – выходной сигнал фильтра с передаточной функцией $H(\omega)$, удовлетворяющей условию $|H(\omega)|^2=\Omega G(\omega)/\pi$, а c – порог, рассчитываемый в соответствии с выбранным критерием оптимальности.

Положим теперь, что разладка дисперсии случайного процесса $\xi(t)$ реализуется на интервале $[\Lambda_1,\Lambda_2]$ с вероятностью 1. При этом необходимо измерить момент разладки λ_0 и дисперсии σ'^2, σ''^2 процесса $\xi(t)$ до и после разладки. Используя найденную упрощенную аппроксимацию решающей статистики, для ОМП λ_m, σ'_m, σ''_m параметров λ_0, σ', σ'' получаем:

$$\lambda_m=\underset{\lambda\in[\Lambda_1,\Lambda_2]}{\arg\max}\left\{\ln\left[\frac{\frac{1}{T}\int_0^T y^2(t)\,dt}{\frac{1}{T-\lambda}\int_{\lambda}^T y^2(t)\,dt}\right]-\frac{\lambda}{T}\ln\left[\frac{\frac{1}{\lambda}\int_0^{\lambda} y^2(t)\,dt}{\frac{1}{T-\lambda}\int_{\lambda}^T y^2(t)\,dt}\right]\right\},$$

$$\sigma'_m=\frac{1}{\lambda_m}\int_0^{\lambda_m} y^2(t)\,dt, \qquad \sigma''_m=\frac{1}{T-\lambda_m}\int_{\lambda_m}^{T} y^2(t)\,dt. \tag{28}$$

Для определения качества функционирования синтезированных алгоритмов обнаружения (27) и оценивания (28) с помощью метода локально-марковской аппроксимации, развитого в первом разделе, были найдены асимптотически точные (с ростом $\mu_{\min}$) выражения для их характеристик – вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала (для алгоритма (27)) и условных смещений и рассеяний оценок (для алгоритма (28)).

Экспериментальная проверка эффективности обнаружителя (27) и измерителя (28) осуществлялась методами статистического моделирования на ЭВМ. Некоторые результаты статистического моделирования представлены на рис. 13-16, где показаны также соответствующие экспериментальные зависимости, полученные при $l_0=\lambda_0/T=0{,}75$, $\tilde{\Lambda}_1=0{,}05$, $\tilde{\Lambda}_2=0{,}95$. Здесь $\tilde{\Lambda}_{1,2}=\Lambda_{1,2}/T$.

На рис. 13 сплошными линиями изображены зависимости вероятности пропуска сигнала β от величины разладки нормированной дисперсии процесса $\xi(t)$. Здесь $\Delta q=q''-q'$, $q''=\sigma''^2/E_N$, $q'=\sigma'^2/E_N$, $E_N=N_0\Omega/2\pi$. Для определенности полагалось, что $q'=0{,}1$. Величина порога c определялась по критерию Неймана-Пирсона в соответствии с заданным уровнем вероятности ложной тревоги, равном 0,01. На рис. 14 штриховыми линиями показаны зависимости нормированного условного рассеяния $V_{0l}(\Delta q)=V_0(\lambda_m|\lambda_0)/T^2$ надежной оценки момента разладки λ_m, а сплошными – условного рассеяния $V_l(\Delta q)=V(\lambda_m|\lambda_0)/T^2$ оценки λ_m с учетом аномальных эффектов от величины Δq при $q'=0{,}1$. Наконец, на рис. 15, 16 приведены теоретические зависимости

нормированных условных рассеяний $V_{q'} = V_0\left(\sigma_m'^2 \middle| \sigma'^2\right) \Big/ E_N^2$, $V_{q''} = V_0\left(\sigma_m''^2 \middle| \sigma''^2\right) \Big/ E_N^2$ оценок $\sigma_m'^2$, $\sigma_m''^2$ от значений q', q''.

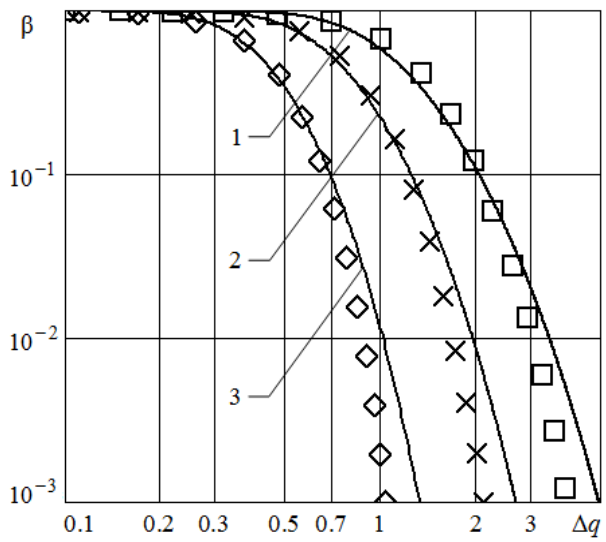

Рис. 13.

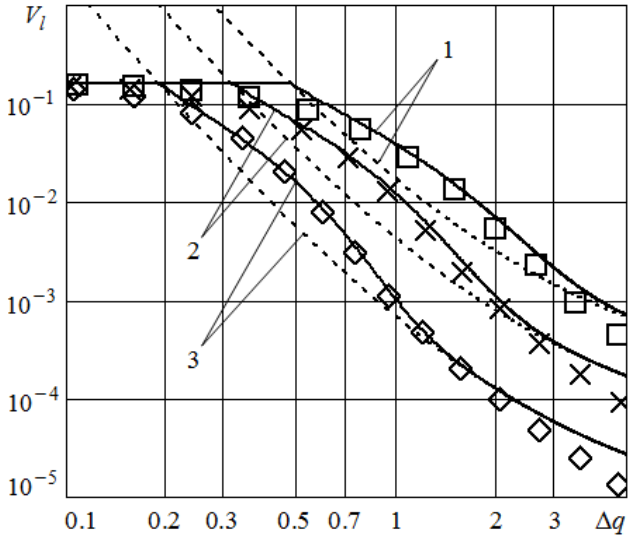

Рис. 14.

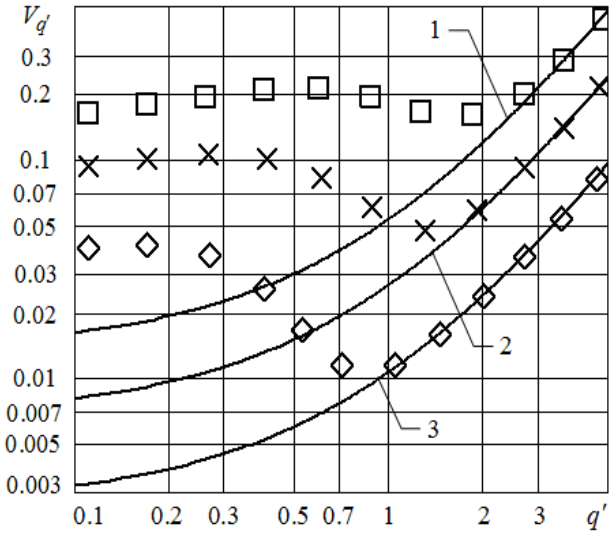

Рис. 15.

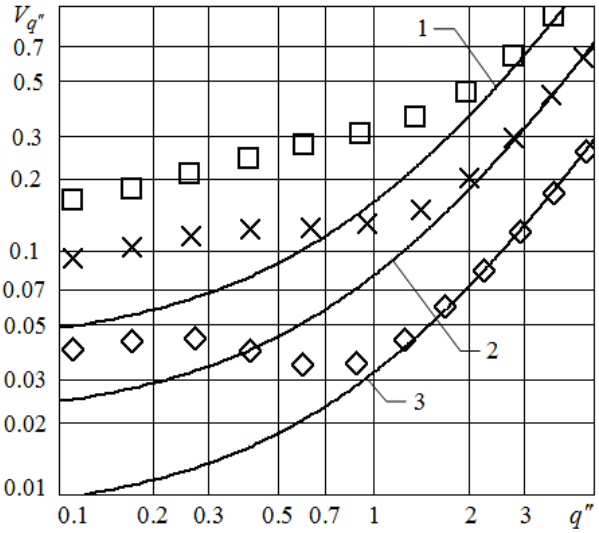

Рис. 16.

Кривые 1 на рис. 13-16 рассчитаны для $\mu = \Omega T / 2\pi = 100$, 2 – 200, 3 – 500. Экспериментальные значения характеристик обнаружения и оценивания при $\mu = 100$, 200 и 500 обозначены квадратиками, крестиками и ромбиками соответственно.

Из проведенного анализа и рис. 13-16 следует, что аналитические зависимости для характеристик обнаружения и рассеяния $V(\lambda_m | \lambda_0)$ хорошо согласуются с экспериментальными данными, по крайней мере, при $\mu \geq 100$, $|\Delta q| \geq 0$, $\tilde{\Lambda}_1 \geq 0{,}05$, $\tilde{\Lambda}_2 \leq 0{,}95$. Формулы для рассеяний оценок $\sigma_m'^2$, $\sigma_m''^2$ удовлетворительно аппроксимируют соответствующие экспериментальные данные при выходных ОСШ, больших $3{,}5 \ldots 4$, когда оценка момента разладки λ_m является надежной с вероятностью, близкой к 1.

В заключении подведены итоги по диссертации в целом и сформулированы основные результаты работы:

1. Предложена и развита методика статистического анализа алгоритмов обработки квазидетерминированных и случайных сигналов с неизвестным разрывным параметром (метод локально-марковской аппроксимации). Показано применение предложенного подхода в практических приложениях при анализе эффективности функционирования обнаружителей и измерителей прямоугольного видеоимпульса и случайного радиоимпульса на фоне белой и коррелированной помех.

2. Предложен технически простой способ определения скачкообразного изменения параметров низкочастотных быстрофлуктуирующих гауссовских процессов в условиях параметрической априорной неопределенности. На основе предложенного подхода выполнен синтез и анализ обнаружителя и измерителя разладки неизвестного математического ожидания полосового случайного процесса с неизвестной дисперсией.

3. Предложен технически простой способ определения скачкообразного изменения параметров высокочастотных быстрофлуктуирующих гауссовских процессов в условиях параметрической априорной неопределенности. На основе предложенного подхода выполнен синтез и анализ обнаружителя и измерителя разладки неизвестной дисперсии полосового случайного процесса, наблюдаемого на фоне белого шума с неизвестной интенсивностью.

4. Предложена новая методика аналитического определения закона распределения и моментов оценки разрывного параметра информационного процесса при произвольных выходных отношениях сигнал/шум в случае, когда сигнальная составляющая решающей статистики является строго монотонной (во всей области задания) функцией.

5. С помощью статистического моделирования на ЭВМ установлена работоспособность предложенных алгоритмов обработки квазидетерминированных и случайных сигналов со скачкообразным изменением свойств, а также найдены границы применимости асимптотически точных формул для характеристик эффективности этих алгоритмов.

Результаты работы имеют достаточно общий характер и могут быть использованы в радиотехнических измерениях, при обработке импульсных сигналов оптического, акустического, электромагнитного, гравитационного и иных происхождений, в системах передачи и обработки информации, в системах контроля и управления технологическими процессами, в других областях науки и техники, связанных с регистрацией и измерением информационных процессов со скачкообразным изменением характеристик.

Список опубликованных работ по теме диссертации

Статьи в журналах, включенных в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук, в том числе статьи в зарубежных журналах, индексируемых Web of Science/Scopus:

1. Чернояров О. В. Разладка математического ожидания быстрофлуктуирующего гауссовского процесса с неизвестной интенсивностью / О. В. Чернояров, **Сай Си Ту Мин** // Вестник Московского энергетического института. – 2016. – № 4. – С. 135-142. – 0,5 / 0,35 п.л.

2. Chernoyarov O. V. Application of the local Markov approximation method for the analysis of information processes processing algorithms with unknown discontinuous parameters / O. V. Chernoyarov, **Sai Si Thu Min**, A. V. Salnikova, B. I. Shakhtarin, A. A. Artemenko // Applied Mathematical Sciences. – 2014. – Vol. 8, no. 90. – P. 4469-4496. – DOI: 10.12988/ams.2014.46415. – 1,75 / 1,0 п.л.

3. Chernoyarov O. V. Application of the local Markov approximation method for the analysis of information processes processing algorithms with unknown discontinuous parameters under violation of the consistency property of their estimates / O. V. Chernoyarov, **Sai Si Thu Min**, Yu. A. Guseva, B. I. Shakhtarin, A. A. Artemenko // Applied Mathematical Sciences. – 2014. – Vol. 8, no. 126. – P. 6267-6294. – DOI: 10.12988/ams.2014.48620. – 1,75 / 1,0 п.л.

Статья в сборнике материалов конференции, индексируемом Web of Science:

4. Chernoyarov O. V. Detection and estimation of abrupt changes in Gaussian random processes with unknown parameters / O. V. Chernoyarov, **Sai Si Thu Min**, A. V. Salnikova, M. Kuba // IEEE. ELEKTRO 2014 : proceedings of the 10th International Conference. Rajecke Teplice, Slovak Republik, May 19-20, 2014. – Žilina, 2014. – P. 46-51. – DOI: 10.1109/ELEKTRO.2014.6847869. – 0,37 / 0,22 п.л.

Монография:

5. Чернояров О. В. Разрывные сигналы с неизвестными параметрами. Статистический анализ информационных процессов со скачкообразным изменением характеристик / О. В. Чернояров, Сальникова А.В., **Сай Си Ту Мин**. – LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH&Co. KG. – 172 с. – 10,75 / 6,25 п.л.

Публикации в других научных изданиях:

6. Куприянова Я. А. Обнаружение разладки математического ожидания случайного процесса с неизвестной интенсивностью / Я. А. Куприянова, **Сай Си Ту Мин**, О. В. Чернояров // Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий – РЭУС-2014 : доклады международной конференции. – М., 2014. – С. 90-94. – 0,31 / 0,20 п.л.

7. **Сай Си Ту Мин** Статистический анализ информационных сигналов с неизвестными разрывными параметрами / Сай Си Ту Мин // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика: тезисы докладов XX Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов. Москва, 27–28 февраля 2014 г. – М., 2014. – Т. 1. – С. 127. – 0,05 п.л.

8. Сальникова А. В. Определение момента разладки дисперсии гауссовского случайного процесса с неизвестной центральной частотой / А. В. Сальникова, **Сай Си Ту Мин** // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика: тезисы докладов Двадцать первой Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов. Москва, 26-27 февраля 2015 г. – М., 2015. – Т. 1. – С. 87. – 0,05 / 0,03 п.л.

9. **Сай Си Ту Мин** Обнаружение и измерение разладки дисперсии гауссовского случайного процесса с неизвестной полосой частот / Сай Си Ту Мин // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика: тезисы докладов Двадцать второй Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов. 25-26 февраля 2016 г. – Т. 1. – М., 2016. – С. 89. – 0,05 п.л.

Издание подготовлено в авторской редакции.
Отпечатано на участке цифровой печати
Издательского Дома Томского государственного университета
Заказ № 190117 от «19» января 2017 г. Тираж 100 экз.
г. Томск Московский тр.8 тел. 53-15-28