

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ
МЕТОДЫ
ИССЛЕДОВАНИЯ
И КОНТРОЛЯ МАТЕРИАЛОВ**

ТОМСК — 1977

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
И КОНТРОЛЯ МАТЕРИАЛОВ



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
ТОМСК - 1977

Знб 2422

В настоящем сборнике помещены доклады, прочитанные на научных семинарах лаборатории электромагнитных методов контроля СВЧ в 1974-1975 гг. В них рассмотрены вопросы теории и практики электромагнитной и тепловой дефектоскопии различных материалов в широком диапазоне частот, а также результаты исследования физических свойств некоторых материалов. Ряд работ посвящен разработке теоретических основ перспективных методов измерения и контроля на СВЧ, основанных на учете дифракции электромагнитных волн.

Предлагаемый сборник статей может быть полезен для широкого круга специалистов, а также студентов и аспирантов, специализирующихся в области электромагнитного контроля и измерения свойств материалов.

Редактор - кандидат физ.-мат. наук
В.С. Семенов

© Издательство Томского университета, 1977г.



2422

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОНКОЙ НЕМАГНИТНОЙ
ПОЛОСЫ СО СКВОЗНЫМ ПРОДОЛЬНЫМ РАЗ-
РЕЗОМ ПРИ ЗАДАННОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ
ПЛОТНОСТИ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ ПО ЕЁ ШИ-
РИНЕ

В.И.Иванчиков

Задача о пластине со сквозным разрезом, находящейся в пере-
менном магнитном поле, рассматривалась как в строгой [1],
так и в упрощенной постановке [2]. При этом преследовалась
цель - расширить представления об особенностях топографии маг-
нитного поля в окрестности разреза, имеющего место при его вы-
явлении с помощью переменных магнитных полей.

В данной работе сделана попытка дополнить полученные в
[1],[2] сведения об "эффekte разреза" путем решения следующей
задачи.

Дана бесконечно длинная шириной $a+b$ и толщиной
 $\delta \ll (a+b)$ немагнитная полоса, параллельно кромке которой про-
ходит бесконечно тонкий разрез; требуется найти величину и
распределение магнитного поля вихревых токов над полосой, если
их плотность распределения в области $-b \leq \xi \leq 0$ и в
области $0 \leq \xi \leq a$ (см.рис.1) описывается соответственно
функциями

$$j^{(1)}(\xi) = \frac{\kappa H_0}{4g_1} [Sh \kappa \xi - g_1 Ch \kappa \xi]; \quad (1)$$

$$j^{(2)}(\xi) = \frac{\kappa H_0}{4g_2} [Sh \kappa \xi + g_2 Ch \kappa \xi], \quad (2)$$

где
$$g_1 = -th \frac{\kappa b}{2}; \quad g_2 = -th \frac{\kappa a}{2},$$

$$\kappa = (1-i)\alpha; \quad \alpha = 2\sqrt{b} \cdot 10^{-9};$$

b - электропроводность материала полосы;

H_0 - амплитуда первичного поля;

ξ - текущая координата по оси $\pm x$ (см. рис.1).

Задача, как видно, сводится к расчету магнитного поля от двух бесконечно длинных лент шириной b и a , образующих стык с заданным распределением плотности вихревых токов по их ширине, без учета их влияния друг на друга ("эффекта близости").

Из рассмотрения рис.1 видно, что элементарный линейный ток с плотностью $j^{(1)}(\xi)$ создает в точке $M(x,y)$ напряженность магнитного поля

$$dH^{(1)} = \frac{2j^{(1)}\delta d\xi}{r_1}, \quad (3)$$

а ток с плотностью $j^{(2)}(\xi)$

$$dH^{(2)} = \frac{2j^{(2)}\delta d\xi}{r_2}, \quad (4)$$

где $r_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + y^2}$; $\xi \leq 0$; $r_2 = \sqrt{(x-\xi)^2 + y^2}$; $\xi \geq 0$.

Нормальная (к поверхности полосы) составляющая вектора напряженности магнитного поля вихревых токов, текущих по левой "половине" полосы, будет

$$H_y^{(1)}(x,y) = 2\delta \int_{-b}^0 \frac{j^{(1)}(\xi)(x-\xi)d\xi}{(x-\xi)^2 + y^2}, \quad (5)$$

а токи, протекающие по правой "половине" полосы создадут напряженность

$$H_{xy}^{(+)} = 2\delta \int_0^a \frac{j(\xi)(x-\xi) d\xi}{(x-\xi)^2 + y^2} \quad (5')$$

Произведя подстановку (I) в (4) и перейдя к новой переменной $t = x - \xi$, получим

$$H_{xy}^{(+)}(x,y) = -\frac{\delta k H_0}{4\pi} \left\{ (1-g_1) e^{kx} [R_1(x,y) + R_2(x,y)] - (1-g_2) e^{kx} [R_3(x,y) + R_4(x,y)] \right\}, \quad (6)$$

где $R_{1,2}(x,y) = \int_{x+\beta}^x \frac{e^{-kt} dt}{t \pm iy}$; $R_{3,4}(x,y) = \int_{x+\beta}^x \frac{e^{kt} dt}{t \pm iy}$.

Выразим каждый из этих интегралов через интегральную показательную функцию соответствующего комплексного аргумента (с помощью известного [3] соотношения)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-mt} dt}{t + p} = e^{mp} Ei[-m(\alpha + p)], \quad (7)$$

получим

$$\begin{aligned} R_1(x,y) &= e^{iky} \{ Ei[ku] - Ei[-k(u+\beta)] \}; \\ R_2(x,y) &= e^{-iky} \{ Ei[-ku^*] - Ei[-k(u^*+\beta)] \}; \\ R_3(x,y) &= e^{-iky} \{ Ei[ku] - Ei[k(u+\beta)] \}; \\ R_4(x,y) &= e^{iky} \{ Ei[ku^*] - Ei[k(u^*+\beta)] \}; \end{aligned} \quad (8)$$

где $u = x + iy$; $u^* = x - iy$;

$$E_1(z) = C + \ln(z) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{z^m}{m \cdot (m)!} \quad - \text{интегральная показательная функция [4]}. \quad (9)$$

После подстановки найденных выражений для R_1 , R_2 , R_3 и R_4 в (6) найдем

$$\frac{H_{1y}(x,y)}{\frac{\delta \kappa H_0}{8 \mathcal{H}}} = (1-g_1) \left\{ e^{ku} [E_1(-ku) - E_1(-ku - kv)] + e^{ku^*} [E_1(-ku^*) - E_1(-ku^* - kv)] \right\} - \\ (1+g_1) \left\{ e^{-ku} [E_1(ku) - E_1(ku + kv)] + e^{-ku^*} [E_1(ku^*) - E_1(ku^* + kv)] \right\}. \quad (10)$$

Повторив эти же выкладки для правой "половины" полосы, будем иметь

$$\frac{H_{1y}(x,y)}{\frac{\delta \kappa H_0}{8 \mathcal{H}}} = (1+g_2) \left\{ e^{ku} [E_1(-ku) - E_1(-ku - ka)] + e^{ku^*} [E_1(-ku^*) - E_1(-ku^* - ka)] \right\} - \\ (1-g_2) \left\{ e^{-ku} [E_1(ku) - E_1(ku + ka)] + e^{-ku^*} [E_1(ku^*) - E_1(ku^* + ka)] \right\}. \quad (11)$$

Таким образом, решение задачи об определении вертикальной компоненты магнитного поля вихревых токов с заданным распределением их плотности в форме (I-2) можно представить в виде

$$\frac{H_{1y}(x,y)}{H_0} = (1+g_1) \left\{ e^{-ku} [E_1(ku) - E_1(ku + kv)] + e^{-ku^*} [E_1(ku^*) - E_1(ku^* + kv)] \right\} - \\ (1-g_1) \left\{ e^{ku} [E_1(-ku) - E_1(-ku - kv)] + e^{ku^*} [E_1(-ku^*) - E_1(-ku^* - kv)] \right\} + \\ (1+g_2) \left\{ e^{ku} [E_1(-ku) - E_1(-ku - ka)] + e^{ku^*} [E_1(-ku^*) - E_1(-ku^* - ka)] \right\} - \\ (1-g_2) \left\{ e^{-ku} [E_1(ku) - E_1(ku + ka)] + e^{-ku^*} [E_1(ku^*) - E_1(ku^* + ka)] \right\}, \quad (12)$$

где $H_0^* = \frac{\partial K}{4\pi} H_0$.

В том случае, когда разрез делит полосу на две ленты равной ширины, (12) несколько упрощается, а именно при $a=b$

$$\frac{H_{xy}(x,y)}{H_0^*} = -th \frac{\kappa a}{2} \left\{ e^{\kappa u} [E_i(-\kappa u) - E_i(-\kappa u - \kappa a)] + e^{-\kappa u} [E_i(\kappa u) - E_i(\kappa u + \kappa a)] + e^{\kappa u^*} [E_i(-\kappa u^*) - E_i(-\kappa u^* - \kappa a)] + e^{-\kappa u^*} [E_i(\kappa u^*) - E_i(\kappa u^* + \kappa a)] \right\}. \quad (13)$$

Наконец, когда полоса при $a=b=\infty$ вырождается в бесконечно широкий лист, разделенный разрезом на две полуплоскости:

$$\lim_{a=b \rightarrow \infty} H_{xy}(x,y) = -H_0^* [e^{\kappa u} E_i(-\kappa u) + e^{-\kappa u} E_i(\kappa u) + e^{\kappa u^*} E_i(-\kappa u^*) + e^{-\kappa u^*} E_i(\kappa u^*)]. \quad (14)$$

В этом нетрудно убедиться, выполнив предельный переход в (13).

Распределение плотности вихревых токов слева и справа от разреза будет при этом (с учетом (1-2)) описываться зависимостью

$$j(\xi) = \pm \frac{\kappa H_0}{4\pi} e^{\pm \kappa x}. \quad (15)$$

Эти встречные вихревые токи (каждый из которых течет по соответствующему "берегу" разреза) создают симметричное распределение составляющей $H_{xy}(x,y)$ как относительно плоскости, в которой лежит лист, так и в плоскости, проходящей через линию разреза.

Это непосредственно следует из того, что замена x на $-x$ и y на $-y$ в (14) приводит нас к равенству

$$H_{iy}(x, y) = H_{iy}(-x, -y) \quad (16)$$

При обтекании разреза токами (I-2) во взаимно противоположных направлениях распределение $H_{iy}(x, y)$ над листом имеет экстремальный характер. В самом деле, по мере приближения к разрезу (на нулевой высоте) H_{iy} , согласно (9) при $x \rightarrow 0$, неограниченно растет в силу логарифмической особенности в точке $x=0$ интегральной экспоненты.

С другой стороны, полагая в (14) поочередно $y=0$ и $x=0$, соответственно получим

$$H_{iy}(x, 0) = -2H_0^* [e^{kx} Ei(-kx) + e^{-kx} Ei(kx)] ; \quad (17)$$

$$H_{iy}(0, y) = -2H_0^* [e^{iky} Ei(-iky) + e^{-iky} Ei(iky)]. \quad (18)$$

Воспользовавшись асимптотическим представлением интегральной показательной функции в виде ряда (когда аргумент по модулю велик) [4]

$$Ei(z) = \frac{e^z}{z} \left[\sum_{m=0}^n \frac{m!}{z^m} + \zeta_m(z) \right], \quad (19)$$

где $\zeta_m(z) = (m+1)! z^{-m} \int_{-\infty}^z \frac{e^t dt}{t^{m+2}}$ - остаточный член, легко убедиться в том, что с помощью (17), (18), и (19) мы приходим к заключению

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{H_{iy}}{H_0^*} \right)_{y=0} = -\frac{2}{kx} \sum_{m=0}^n m! \left[\frac{1}{(kx)^m} - \frac{1}{(-kx)^m} \right]_{x=\infty} = 0 \quad (20)$$

и точно также

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \left(\frac{H_{iy}}{H_0^*} \right)_{x=0} = 0. \quad (21)$$

Таким образом, "эффект разреза" в бесконечно широком и тонком немагнитном листе за счет его обтекания вихревыми токами заданного распределения (в форме (I-2)) будет проявляться в виде всплеска нормальной составляющей вектора напряженности магнитного поля строго над разрезом.

Для простейшего случая, когда убывание плотности тока по мере удаления от разреза происходит по экспоненциальному закону (т.е. когда под κ следует подразумевать его модуль), представляется возможным получить (на основе (I4), (I7), (I8), (23)) расчетные формулы для $\frac{H_{iy}(x,y)}{H_0^*}$, $\left(\frac{H_{iy}(x)}{H_0^*} \right)_{y=0}$, $\left(\frac{H_{iy}(y)}{H_0^*} \right)_{x=0}$ и исследовать особенности поведения $H_{iy}(x,y)$ в области разреза ("эффект разреза").

Так, если $\kappa = \bar{\kappa} = \kappa \sqrt{2}$, то (I8) принимает вид

$$\left(\frac{H_{iy}(y)}{H_0^*} \right)_{x=0} = -2 \left[e^{i\bar{\kappa}y} Ei(-i\bar{\kappa}y) + e^{-i\bar{\kappa}y} Ei(-i\bar{\kappa}y) \right]. \quad (22)$$

Воспользовавшись выражением интегральной экспоненты от чисто мнимого аргумента через интегральный косинус и интегральный синус в виде

$$Ei(\pm iy) = Ci(y) \pm i Si(y), \quad (23)$$

приходим к представлению (22) в расчетной форме

$$\left(\frac{H_{iy}(y)}{H_0^*} \right)_{x=0} = \frac{\delta \bar{\kappa}}{\pi} \left\{ Ci(\bar{\kappa}y) \cos \bar{\kappa}y + \left[Si(\bar{\kappa}y) - \frac{\pi}{2} \right] \sin \bar{\kappa}y \right\}, \quad (24)$$

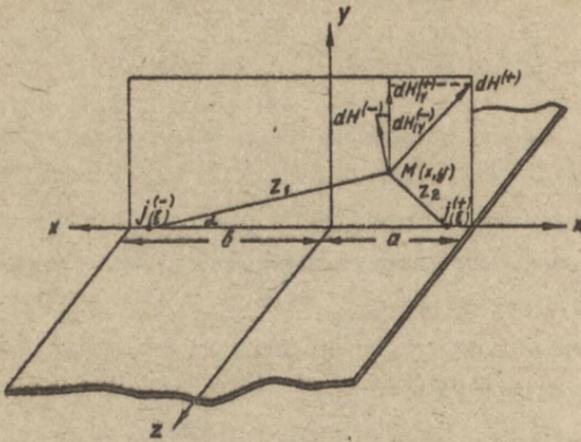


Рис. 1.

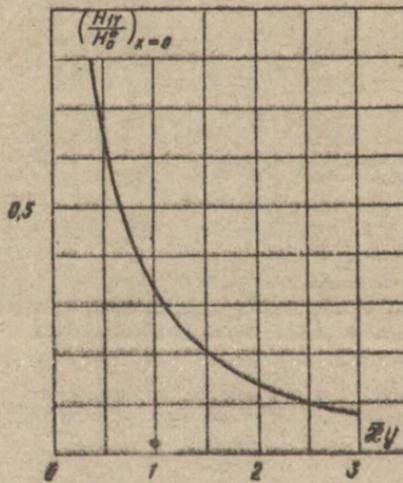


Рис. 2.

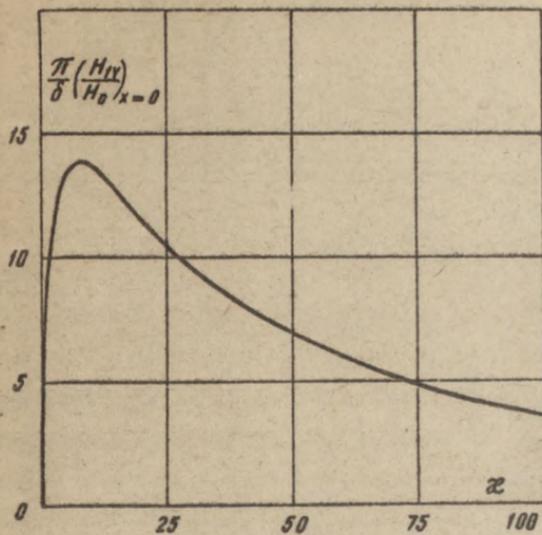


Рис. 3.

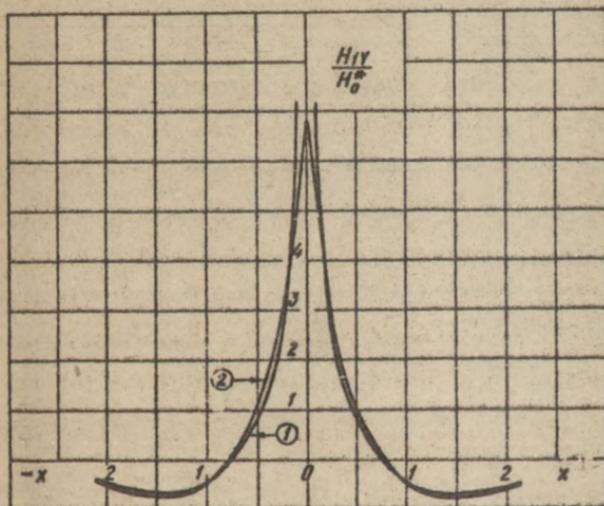


Рис. 4

$$\text{где } Ci(\bar{x}y) = ci(\bar{x}y) = -\int_{\bar{x}y}^{\infty} \frac{Cost}{t} dt = C + \ln(\bar{x}y) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (\bar{x}y)^{2m}}{2m(2m)!};$$

$$Si(\bar{x}y) - \frac{\pi}{2} = si(\bar{x}y) = \int_{\bar{x}y}^{\infty} \frac{Sint}{t} dt = -\frac{\pi}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (\bar{x}y)^{2m-1}}{(2m-1)(2m-1)!}$$

— соответственно интегральный косинус и интегральный синус,

$C = 0,577\dots$ — постоянная Эйлера.

Формула (24) позволяет весьма просто (используя табулированные функции $Ci(y)$ и $Si(y)$ [5],[6],[7]) исследовать путем расчета не только характер убывания составляющей H_{iy} с высотой строго над разрезом, но и её зависимость от \bar{x} , т.е. от частоты и проводимости.

На рис.2 и рис.3 представлены соответствующие расчетные кривые.

Наличие оптимального значения $\bar{x}_{opt} = 2\sqrt{(6f)_{opt}} \cdot 2 \cdot 10^{-9}$, при котором $(H_{iy})_{x=0}$ достигает максимального значения (рис.3), связано с тем, что при $\bar{x} \rightarrow 0$ поле вихревых токов исчезает согласно (15), а при $\bar{x} \rightarrow \infty$ поле также стремится к нулю вследствие взаимной компенсации полей смежных токов, образующих своеобразный бифиляр.

Для того, чтобы установить характер нарастания H_{iy} по мере приближения к разрезу (на некоторой фиксированной высоте над листом), необходимо привести исходное выражение (14) к расчетному виду и протабулировать интегральную показательную функцию.

Если учесть, что

$$\begin{aligned} E_i(-\bar{x}u^*) &= E_i^*(-\bar{x}u); \\ E_i(\bar{x}u^*) &= E_i^*(\bar{x}u); \end{aligned} \quad (25)$$

и проделать соответствующие преобразования, то (14) представит-
ся в виде

$$\begin{aligned} \frac{H_{iy}(x,y)}{H_0} &= -2 \left\{ [\operatorname{Re} E_i(-\bar{x}u) \cos \bar{x}y - \operatorname{Im} E_i(-\bar{x}u) \sin \bar{x}y] e^{\bar{x}x} + \right. \\ &+ \left. [\operatorname{Re} E_i(\bar{x}u) \cos \bar{x}y + \operatorname{Im} E_i(\bar{x}u) \sin \bar{x}y] e^{-\bar{x}x} \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Не представляет труда убедиться в том, что это выражение пере-
ходит в (24) при $x=0$.

На рис. 4 изображены расчетные кривые, где кривая 1 соответ-
ствует случаю $y=0$, а кривая 2 характеризует широтное распре-
деление вертикальной компоненты поля H_{iy} на высоте $y = 0,1$
см, когда $\bar{x} = 1,25$.

Из рассмотрения кривой 2 видно, что нормальная составляющая
напряженности магнитного поля вихревых токов, обтекающих раз-
рез, по мере приближения к нему медленно нарастает, достигает сла-
бо выраженного максимума и после смены направления стремительно
достигает, строго над разрезом, своего максимального значения.

Л и т е р а т у р а

1. Кессених В.Н. Теория скин-эффекта и некоторые задачи дефекто-
скопии. - ЖЭТФ, т.8, в.5, 1938.

2. Иванчиков В.И. Вихревые токи и их магнитное поле у дефекта простейшей формы. - Канд. дис. Томск, 1951.
3. Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ГИТТЛ, 1943.
4. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. М., ГИТТЛ, 1953.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М., "Наука", 1973.
6. Янке Е., Эмде Ф. Таблицы функций. Киев, 1934.
7. Шпильрейн Я.Н. Таблицы специальных функций. М., ГИТТЛ, ч. I, 1933.

К РАСЧЕТУ ПОЛЯ ВНУТРЕННЕГО ДЕФЕКТА В СЛАБОМАГНИТНОМ МАТЕРИАЛЕ

Г.С.Будько

Материалы данной работы представляют интерес для магнитной дефектоскопии слабомагнитных материалов типа бетона и его сыпучих составляющих.

Известные расчеты полей внутренних дефектов, расположенных в слабомагнитных средах, как правило не учитывают влияния маскирующего слоя, то есть проводятся без учета влияния магнитной поляризации на границе воздух-среда [1]. В этой связи представляют интерес оценить влияние маскирующего слоя и получить условия, при которых его влиянием можно пренебречь.

Для слабомагнитной среды эта задача легко решается приближенным методом Гринберга для случая однородного намагничивающего поля и в нулевом приближении.

Условия задачи формулируются следующим образом.

В слабомагнитном изотропном полупространстве с магнитной проницаемостью μ_1 расположен дефект в виде полости прямоугольного сечения с магнитной проницаемостью $\mu_2 = 1$. В верхнем полупространстве (воздух) находится источник однородного магнитного поля H_0 . Направление поля в плоскости произвольное. Требуется определить составляющие поля рассеивания дефекта в произвольной точке наблюдения A , расположен-

ной в воздухе.

Считаем, что условием слабомагнитности исследуемой среды является неравенство $\mu_2 - 1 \ll 1$. Решение проводим в декартовой системе координат с использованием обозначений на рис. I, где x_0, y_0 - координаты точки наблюдения А; b, c - полуразмеры сечения дефекта.

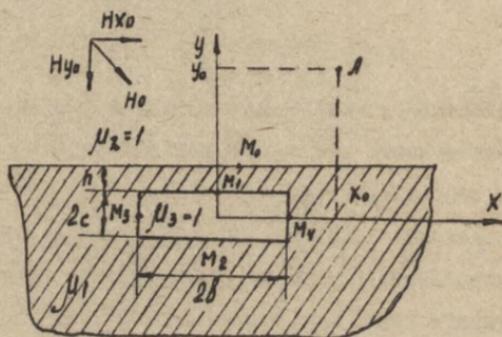


Рис. I

Выберем на границе раздела среда-воздух произвольную точку M_0 , а на гранях дефекта точки M_1, M_2, M_3, M_4 соответственно.

Текущие координаты выбранных точек соответствуют выбранной системе координат, то есть y, x .

Временно перенесем начало координат в центр верхней грани призмы. В этом случае нормальная составляющая напряженности поля в точке M_1 , обусловленная первичным полем H_{y0} и полем зазоров, расположенных на граничной поверхности, будет равна:

$$H_n(M_1) = H_{y0} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k H_{y0} y dy}{y^2 + x^2} = (1 - \pi k) H_{y0},$$

$$\text{где } K = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{1 - \mu_0}{1 + \mu_2}.$$

Аналогично получаем, что $H_n(M_2) = (1 - \pi K) H_{y_0}$.

В точках M_3 и M_4 нормальная составляющая поля равна H_{x_0} .

Плотность поляризованных зарядов в выбранных точках будет равна

$$\sigma_{(M_1)} = -(1 - \pi K) K H_{y_0}; \quad \sigma_{(M_2)} = (1 - \pi K) K H_{y_0};$$

$$\sigma_{(M_3)} = K H_{x_0}; \quad \sigma_{(M_4)} = -K H_{x_0}.$$

Составляющие поля в точке наблюдения, обусловленные намагничиванием дефекта полем H_0 и полем поляризованных зарядов на границе воздух-среда, могут быть записаны в виде

$$H'_{y(A)} = \int_{x_0-b}^{x_0+b} \frac{\kappa(1-\pi K)H_{y_0}(y_0-c)dx}{x^2+(y_0-c)^2} + \int_{y_0-c}^{y_0+c} \frac{H_{x_0} \kappa y dy}{(x_0+b)^2+y^2} -$$

$$- \int_{x_0-b}^{x_0+b} \frac{H_{y_0} \kappa(1-\pi K)(y_0+c)dx}{x^2+(y_0+c)^2} - \int_{y_0+c}^{y_0+c} \frac{H_{y_0} \kappa y dy}{(x_0-b)^2+y^2};$$

$$H'_{x(A)} = \int_{x_0-b}^{x_0+b} \frac{\kappa(1-\pi K)H_{y_0} x dx}{x^2+(y_0-c)^2} + \int_{y_0-c}^{y_0+c} \frac{\kappa H_{x_0} (x_0+b) dy}{(x_0+b)^2+y^2} -$$

$$- \int_{x_0-b}^{x_0+b} \frac{\kappa(1-\pi K)H_{y_0} x dx}{x^2+(y_0-c)^2} - \int_{y_0+c}^{y_0+c} \frac{\kappa H_{x_0} (x_0-b) dx}{(x_0-b)^2+y^2}.$$



После интегрирования получаем

$$H'_{y(A)} = \kappa(1-\mu\kappa)H_{y_0} \left[\operatorname{arctg} \frac{x_0+b}{y_0-c} - \operatorname{arctg} \frac{x_0-b}{y_0-c} + \right. \\ \left. + \operatorname{arctg} \frac{x_0+b}{y_0+c} - \operatorname{arctg} \frac{x_0-b}{y_0+c} \right] + \\ + \frac{\kappa H_{x_0}}{2} \ln \frac{[(x_0+b)^2 + (y_0+c)^2][(x_0-b)^2 + (y_0+c)^2]}{[(x_0+b)^2 + (y_0-c)^2][(x_0-b)^2 + (y_0-c)^2]} ;$$

$$H'_{x(A)} = \kappa H_{x_0} \left[\operatorname{arctg} \frac{y_0+c}{x_0+b} + \operatorname{arctg} \frac{y_0-c}{x_0-b} - \right. \\ \left. - \operatorname{arctg} \frac{y_0+c}{x_0-b} - \operatorname{arctg} \frac{y_0-c}{x_0+b} \right] + \\ + \frac{\kappa(1-\mu\kappa)H_{y_0}}{2} \ln \frac{[(x_0+b)^2 + (y_0-c)^2][(x_0-b)^2 + (y_0-c)^2]}{[(x_0-b)^2 + (y_0+c)^2][(x_0+b)^2 + (y_0+c)^2]} ;$$

Нетрудно показать, что при $\mu\kappa \ll 1$ и $H_{x_0} = 0$ полученные формулы обращаются в известные [1].

А так как для выбранных нами сред $\mu\kappa \ll 1$, то можно сделать вывод, что при практических расчетах полей внутренних дефектов в слабомагнитных средах влияние маскирующего слоя можно не учитывать.

Кроме того, представляет практический интерес вопрос о влиянии направления намагничивания на распределение поля дефекта. На рис.2 и рис.3 приведены графики, построенные по результатам численных расчетов, для трех направлений намагничивания. Ход графиков показывает, что направление намагничивания



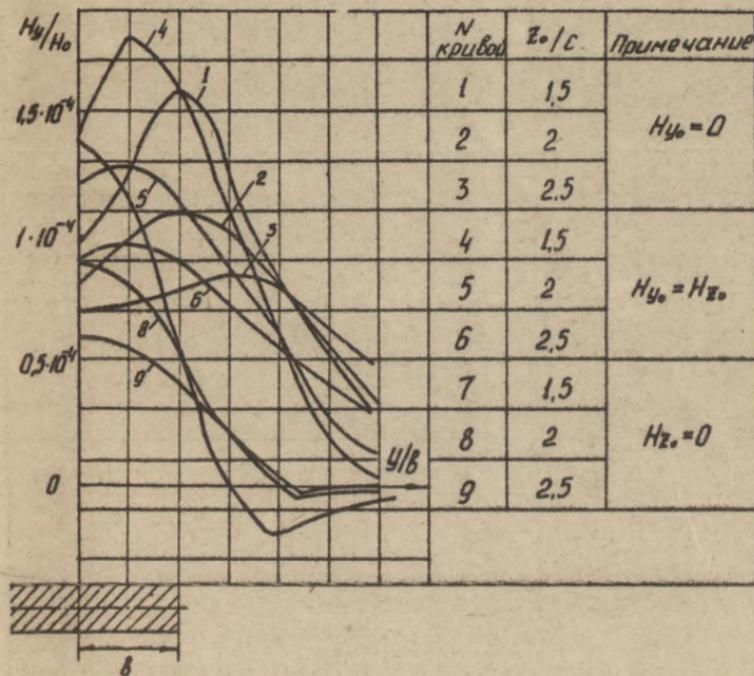


Рис. 2

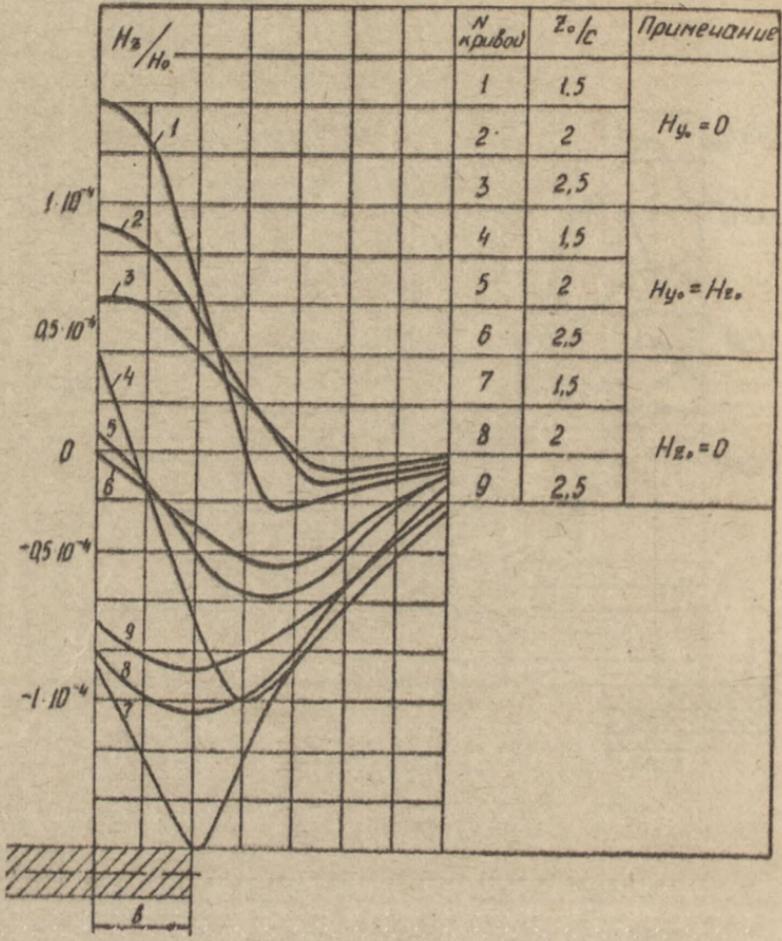


Рис. 3.

ния существенно влияет на топографию поля дефекта.

Л и т е р а т у р а

1. Семенов В.С., Радугин О.К. Постоянное магнитное поле тел прямоугольного сечения, намагничиваемых источниками различных типов, без учета взаимодействия поверхностных магнитных зарядов: - "Труды СВТИ", вып. 52. Томск, изд-во ТГУ. 1970.

ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ В ПОЛЕ ВЕРТИКАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ

Г.С.Будько

Расчет поля тел конечных размеров представляет большой интерес для электромагнитной дефектоскопии и геофизических исследований. Тем не менее в этом вопросе имеется существенный пробел, обусловленный трудностью решения такого рода задач строгими методами. В [1] дано приближенное решение задачи о поле куба, намагничиваемого источником однородного поля.

В данной работе предлагается приближенное решение задачи о поле прямоугольной призмы конечных размеров, намагничиваемой дипольным источником постоянного магнитного поля.

Условия задачи можно сформулировать следующим образом.

В среде с магнитной проницаемостью μ_1 находится объект в виде прямоугольной призмы конечных размеров с магнитной проницаемостью μ_2 . В этой же среде находится источник постоянного магнитного поля типа "вертикальный диполь". Требуется определить составляющие аномальной части поля в точке наблюдения A , совмещенной с источником намагничивающего поля.

Решение проведем в декартовой системе координат, причем начало координат совместим с центром призмы, как показано на рис.1.

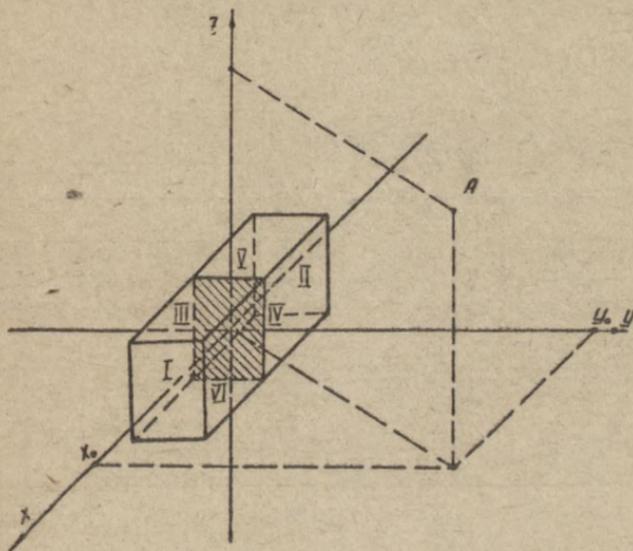


Рис. I

Выражения для составляющих поля вертикального диполя в произвольной точке наблюдения можно получить из известной формулы для его скалярного потенциала

$$\varphi = \frac{M \cos \theta}{4\pi m_1 \rho^2} = \frac{Mz}{4\pi m_1 \rho^3} = \frac{Mz}{4\pi m_1 (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

откуда

$$H_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{M(2z^2 - x^2 - y^2)}{4\pi m_1 (x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} ;$$

$$H_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{3Mzy}{4\pi m_1 (x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} ;$$

$$H_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{3Mzx}{4\pi m_1 (x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}$$

Так как решения для составляющих поля H_y и H_x однотипны, то полагаем, что для количественной оценки магнитного поля от призмы и выявления его топографии достаточно найти H'_z и H'_y . Выражение для скалярного потенциала вторичного поля в трехмерном случае представляется формулой

$$\varphi_{(A)} = \sum_K \int \frac{\sigma_K(M)}{4\pi m_1 \rho_K} dS_K(M) ,$$

где K - число поверхностей раздела;

$\sigma_K(M)$ - плотность поверхностных зарядов на элементарной площадке dS_K , включающей в себя точку M ;

A - произвольная точка наблюдения.

Используя соотношение Гринберга для плотности поверхностных поляризационных зарядов и выражения для составляющих H_z , H_y , H_x поля вертикального диполя и введя обозначение:

$$K = \frac{M_1 - M_2}{2\sqrt{\epsilon}(M_1 - M_2)} = -\frac{M_2 - M_1}{2\sqrt{\epsilon}(M_1 + M_2)},$$

можем записать

$$\begin{aligned} H'_{z(A)} = & -\frac{\partial \gamma'}{\partial z} = \int_{z_0-c}^{z_0+c} dz \int_{y_0-b}^{y_0+b} \frac{3\kappa M(x_0+a)[5z^2 - y^2 - (x_0+a)^2]}{[(x_0+a)^2 + y^2 + z^2]^4} dy - \\ & - \int_{z_0-c}^{z_0+c} dz \int_{y_0-b}^{y_0+b} \frac{3\kappa M(x_0-a)[5z^2 - y^2 - (x_0-a)^2]}{[(x_0-a)^2 + y^2 + z^2]^4} dy + \\ & + \int_{z_0-c}^{z_0+c} dz \int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{3\kappa M(y_0+b)[5z^2 - (y_0+b)^2 - x^2]}{[x^2 + (y_0+b)^2 + z^2]^4} dx - \\ & - \int_{z_0-c}^{z_0+c} dz \int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{3\kappa M(y_0-b)[5z^2 - (y_0-b)^2 - x^2]}{[x^2 + (y_0-b)^2 + z^2]^4} dx + \\ & + \int_{y_0-b}^{y_0+b} dy \int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{2\kappa M(z_0+c)[5x^2 + 5y^2 - 4(z_0+c)^2]}{[x^2 + y^2 + (z_0+c)^2]^4} dx - \\ & - \int_{y_0-b}^{y_0+b} dy \int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{2\kappa M(z_0-c)[5x^2 + 5y^2 - 4(z_0-c)^2]}{[x^2 + y^2 + (z_0-c)^2]^4} dx ; \\ H'_{y(A)} = & -\frac{\partial \gamma'}{\partial y} = \int_{z_0-c}^{z_0+c} dz \int_{y_0-b}^{y_0+b} \frac{18\kappa Mz(x_0+a)dy}{[(x_0+a)^2 + y^2 + z^2]^4} - \end{aligned}$$

$$- \int_{z_0-c}^{z_0+c} dz \int_{y_0-b}^{y_0+b} \frac{18KMz(x_0-a)}{[(x_0-a)^2 + y^2 + z^2]^4} dy +$$

$$+ \int_{z_0-c}^{z_0+c} dz \int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{3KMz[5(y_0+b)^2 - z^2 - x^2]}{[x^2 + (y_0+b)^2 + z^2]^4} dx -$$

$$- \int_{z_0-c}^{z_0+c} dz \int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{3KMz[5(y_0-b)^2 - z^2 - x^2]}{[x^2 + (y_0-b)^2 + z^2]^4} dx +$$

$$+ \int_{y_0-b}^{y_0+b} dy \int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{2KMz[7(z_0+c)^2 - 2x^2 - 2y^2]}{[x^2 + y^2 + (z_0+c)^2]^4} dx -$$

$$- \int_{y_0-b}^{y_0+b} dy \int_{x_0-a}^{x_0+a} \frac{2KMz[7(z_0-c)^2 - 2x^2 - 2y^2]}{[x^2 + y^2 + (z_0-c)^2]^4} dx.$$

Эти интегралы выражаются через элементарные функции и в конечном итоге берутся с помощью известных приемов. Однако результат интегрирования может быть пригоден лишь после внимательного счета. Поэтому для удобства записи конечные выражения целесообразно оставить в виде интегралов.

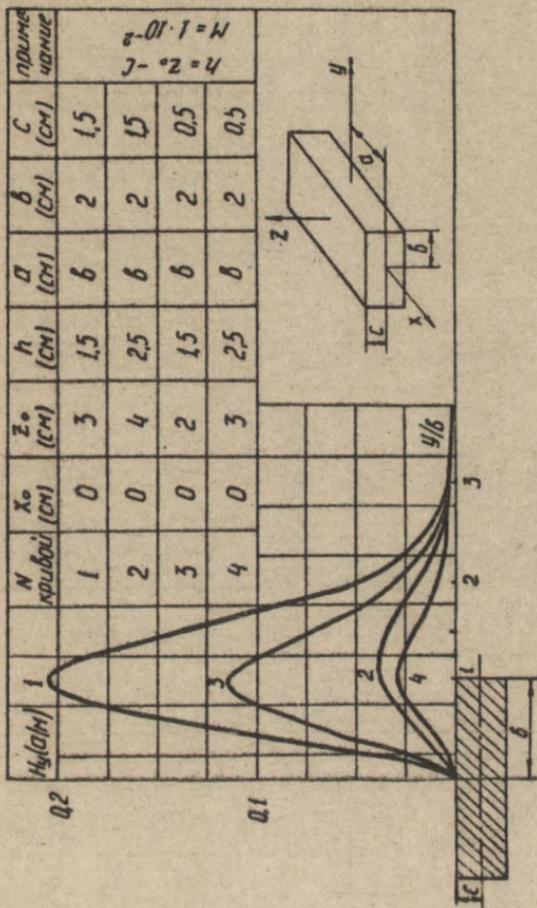


Рис. 2

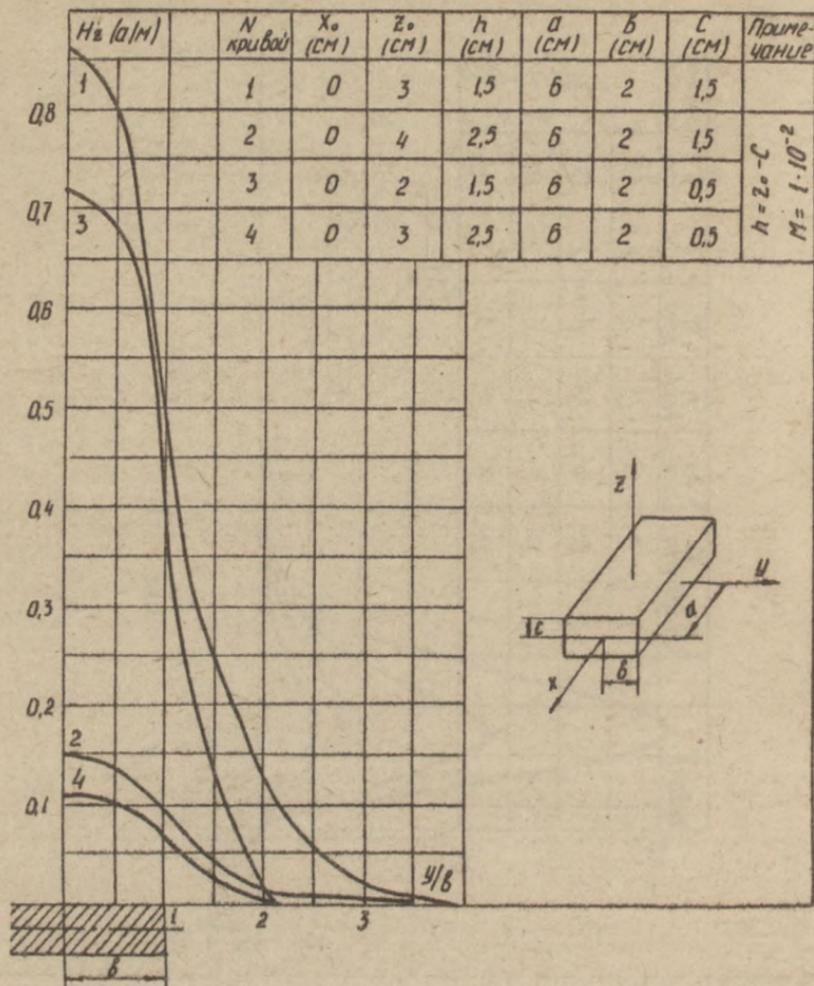


Рис. 3.

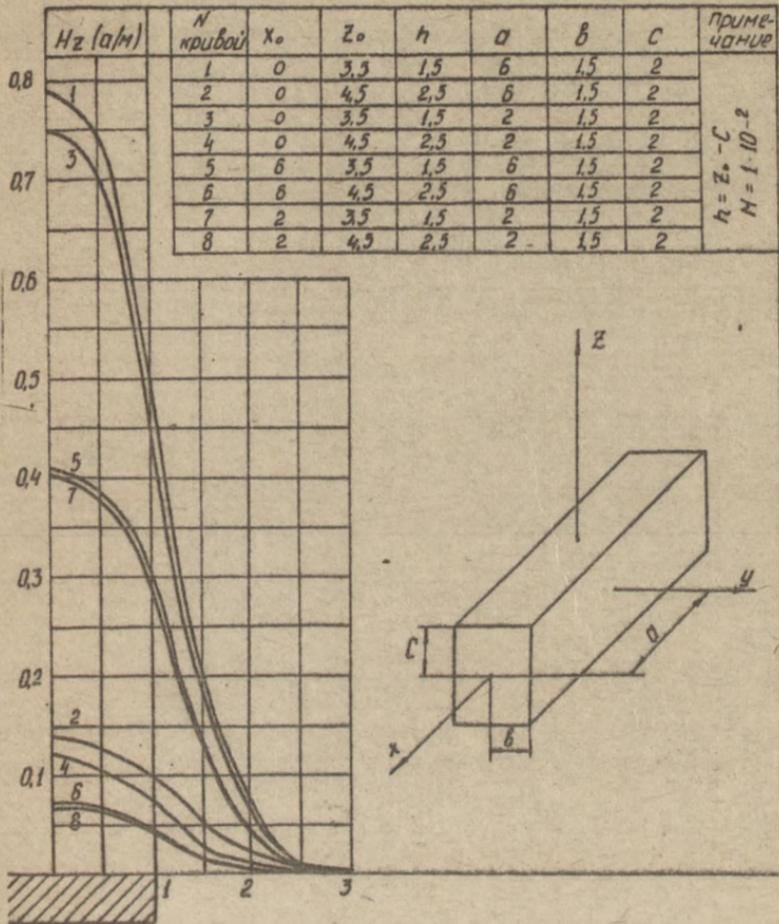


Рис. 4

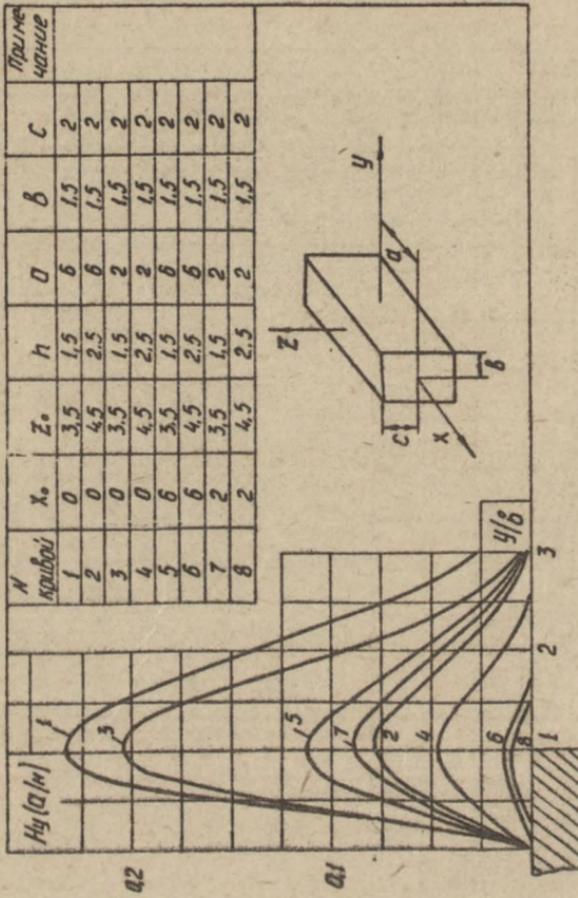


Рис. 5.

На рис.(2-5) приведены некоторые результаты численных расчетов для призм из слабомагнитных материалов.

Результаты численного анализа позволяют сделать следующие выводы:

1. При изменении размера призм по оси Z H'_y , а следовательно, и H'_x , изменяются сильнее, чем H'_z .
2. При изменении размера призм по оси X , а следовательно и по оси Y , H'_z изменяется сильнее, чем H'_y и H'_x .

Л и т е р а т у р а

Исменов В.С., Радугин О.К. Постоянное магнитное поле тел прямоугольного сечения, намагничиваемых источниками различных типов, без учета взаимодействия поверхностных магнитных зарядов. - "Труды СФТИ", вып. 52. Томск, изд-во ТГУ, 1970.

О ПРИБЛИЖЕННОМ РАСЧЕТЕ ВТОРИЧНОГО ПОЛЯ ШАРА, НАХОДЯЩЕГОСЯ В ПОЛЕ ВЫТЯНУТОГО ВИТКА

А. П. Рябцев, Л. С. Фрумкис

В [1] рассмотрена задача об определении вторичного поля проводящего шара, находящегося в поле сильно вытянутого витка, и приведены результаты численных расчетов. При этом показано, что особенности топографии вторичного магнитного поля можно использовать для определения координат шара, например, в потоке транспортируемого сыпучего материала, что в ряде случаев позволяет повысить производительность контроля.

В данной работе постановка задачи не отличается от [1], однако целью работы является получение формул, пригодных для инженерных расчетов вторичного поля шара.

Пусть виток с магнитным моментом M , длина которого A много больше ширины, расположен вдоль координатной оси X (рис.1). Определим поле витка в точке N с координатами $(x_a, 0, -h)$. С этой целью разобьем виток на элементарные участки длиной dx каждый. Известно, что на расстояниях, превышающих диаметр витка в 2,5-3 раза, магнитное поле витка совпадает с полем диполя с тем же магнитным моментом. Поэтому, если расстояние h между точкой N и витком в 2,5-3 раза больше его ширины, поле в точке N может быть найдено как сумма полей магнитных диполей с моментами $\frac{M}{A} dx$.

Поле в точке N , создаваемое каждым диполем, имеет две составляющие

$$dH_z^0 = \frac{M}{4\pi A r^3} [2h^2 - (x_a - x)^2] dx; \quad (1)$$

$$dH_x^0 = \frac{3Mh}{4\pi A r^3} (x_a - x) dx, \quad (2)$$

где $r^2 = h^2 + (x_a - x)^2$.

Интегрируя (1) и (2) по длине витка, после несложных преобразований получим для вертикальной и горизонтальной составляющих первичного поля

$$H_z^0 = \frac{M}{4\pi A} \left\{ \frac{(x_a - A)^3}{[h^2 + (x_a - A)^2]^{3/2}} - \frac{x_a^3}{(h^2 + x_a^2)^{3/2}} - \frac{2(x_a - A)}{[h^2 + (x_a - A)^2]^{3/2}} + \frac{2x_a}{(h^2 + x_a^2)^{3/2}} \right\}; \quad (3)$$

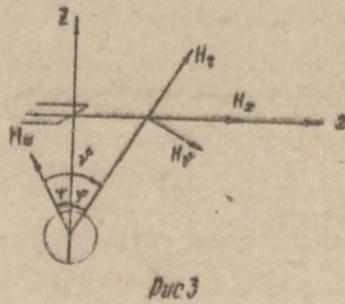
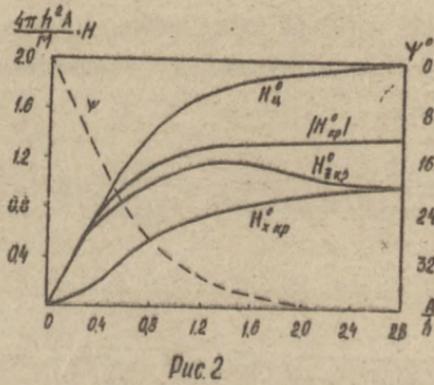
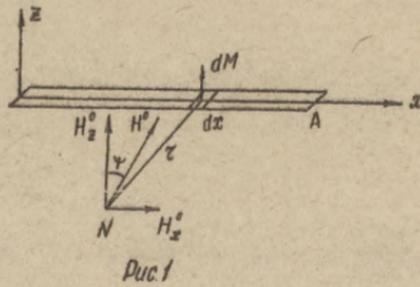
$$H_x^0 = \frac{Mh}{4\pi A} \left\{ \frac{1}{[h^2 + (x_a - A)^2]^{3/2}} - \frac{1}{(h^2 + x_a^2)^{3/2}} \right\}. \quad (4)$$

Сравним значения первичного поля под краем витка ($x_a = 0, x_0 = A$) и под его центром ($x_a = 0,5 A$).

Для $x_a = 0,5 A$

$$H_{x_0}^0 = 0; \quad (5)$$

$$H_{z_0}^0 = \frac{M}{2\pi A h^2} \left[\frac{2A}{(4h^2 + A^2)^{3/2}} - \frac{A^3}{(4h^2 + A^2)^{3/2}} \right]. \quad (6)$$



Для $x_a = 0, x_o = A$;

$$H_{x_{кр}}^0 = \pm \frac{Mh}{4\pi A} \left[\frac{1}{(h^2 + A^2)^{3/2}} - \frac{1}{h^3} \right]; \quad (7)$$

$$H_{z_{кр}}^0 = \frac{M}{4\pi Ah^2} \left[\frac{2A}{(h^2 + A^2)^{3/2}} - \frac{A^3}{(h^2 + A^2)^{3/2}} \right]. \quad (8)$$

Результаты вычислений по формулам (5)–(8) приведены на рис.2, откуда видно, что амплитуда первичного поля под краем витка при $A/h > 2$ в 1,4 раза меньше, чем под центром витка, где поле имеет одну вертикальную составляющую. Под краем витка вектор первичного поля отклоняется от вертикали на угол ψ . Значения

$$\psi = \arctg \frac{H_{x_{кр}}^0}{H_{z_{кр}}^0}$$

приведены на рис.2.

Зная топографию первичного поля, можно приближенно рассчитать вторичное поле шара, находящегося в поле витка. Полагая, что расстояние между шаром и витком составляет не менее двух диаметров шара, рассчитаем вторичное поле в точках на оси X .

Первичное поле в объеме шара при указанных выше условиях можно полагать однородным. Поэтому шар можно заменить магнитным диполем с моментом

$$\vec{M}_ш = 2\pi \vec{H}^0 a^3, \quad (9)$$

где a – радиус шара.

В [I] показано, что положение центра шара можно определить по положению точки перехода через нуль горизонтальной составляющей H_x вторичного магнитного поля. Размещая вдоль витка приемные датчики горизонтальной составляющей поля, можно с некоторой погрешностью определять местоположение шара.

Запишем выражение для горизонтальной составляющей вторичного поля шара, считая, что начало координат совмещено с центром шара (рис.3)

$$H_x = H_z \sin \Psi + H_{\Psi} \cos \Psi. \quad (10)$$

Здесь

$$H_z = \frac{M_w \cos \Psi'}{2\sqrt{\pi} z^3}; \quad H_{\Psi} = \frac{M_w \sin \Psi'}{4\sqrt{\pi} z^3}; \quad \Psi' = \Psi + \Psi.$$

Следовательно

$$H_x = \frac{2H^0 a^3}{4z^3} (h^2 \sin \Psi + 3hx \cos \Psi - 2x^2 \sin \Psi). \quad (11)$$

Для нахождения точки x_0 перехода поля через нуль необходимо найти корни уравнения

$$2x_0^2 \sin \Psi - 3hx_0 \cos \Psi - h^2 \sin \Psi = 0. \quad (12)$$

Имеет смысл рассмотреть один корень уравнения (12)

$$x_0 = \frac{-3h \cos \Psi + \sqrt{9h^2 \cos^2 \Psi + 8h^2 \sin^2 \Psi}}{4 \sin \Psi} \quad (13)$$

или с погрешностью не более нескольких процентов

$$x_0 \approx \frac{3h (\cos \Psi - 1)}{4 \sin \Psi}. \quad (14)$$

Второй корень (I2) определяет точку, координата X_0 которой лежит далеко в стороне от витка. Из (I4) следует, что если шар находится под центром витка ($\Psi = 0$), то $X_0 = 0$, то есть координата перехода горизонтальной составляющей поля через 0 равна координате шара: $X_0 = 0$. Нетрудно видеть также, что если шар не находится под центром витка ($\Psi \neq 0$), то координата точки перехода горизонтальной составляющей через нуль смещается ближе к центру витка. Значения X_0 в зависимости от относительного расстояния между шаром и витком, когда шар расположен под краем витка, приведены в таблице.

Таблица

h/A	0,0	0,25	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
X_0/h	-0,3	-0,29	-0,27	-0,23	-0,21	-0,17	-0,15

Из (II) нетрудно получить зависимость вторичного поля от X в малой окрестности ε точки перехода поля через нуль

$$H_x = \frac{3M_w \varepsilon}{4\pi h^4}, \quad \varepsilon \ll A. \quad (15)$$

Для расчета максимальной чувствительности приемного тракта достаточно найти значение H_x в случае, когда шар находится под краем витка, поскольку под краем витка первичное поле имеет меньшую величину, чем под другими его участками.

В этом случае, полагая $h \ll A$, получим из (7), (8):

$$H_{xкр}^0 = \pm \frac{M}{4\pi A h^2}; \quad H_{zкр}^0 = \frac{M}{4\pi A h^2}; \quad |H^0| = \frac{M}{2\sqrt{2}\pi A h^2}. \quad (16)$$

После подстановки (16) в (9) и затем в (15) получим

$$H_x \approx 0,083 \frac{2Ma^3 \varepsilon}{Ah^6} . \quad (17)$$

Считая, что чувствительность приемного тракта Σ должна удовлетворять соотношению

$$H_x \geq \Sigma ,$$

определим необходимый момент витка,

$$M \geq \frac{\Sigma}{K} ,$$

где $K = 0,083 \frac{2a^3 \varepsilon}{Ah^6} .$

Л и т е р а т у р а

1. Рябцев А.П., Фрумкио Л.С., Озирская А.А. Дефектоскопия.
1974, № 4, с.138.

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ НАКЛОННОЙ РАМКИ НАД ОДНО- РОДНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ

А.П.Рябцев, Л.С.Фрумкис

В работе [1] рассмотрены возможности, которые появляются при использовании в качестве источника переменного магнитного поля сильно вытянутых витков с целью контроля потока транспортируемого сыпучего материала (песок для ответственных работ, цемент, удобрения, зерно и т.д.), а также рассчитаны магнитные поля инородных металлических включений, в качестве модели которых выбран проводящий ферромагнитный шар.

Для оценки реальной чувствительности подобных датчиков необходимо знать не только параметры сигналов от инородных металлических включений, но величину и фазу вторичного поля, создаваемого полупространством. Как известно, всякое изменение положения датчика относительно поверхности полупространства приводит к появлению помех, снижающих чувствительность устройства контроля.

В настоящей работе рассчитывается вторичное магнитное поле витка, расположенного над однородным полупространством с проводимостью σ и магнитной проницаемостью $\mu = 1 + \alpha$, $\alpha \ll 1$. Предполагается, что длина витка A много больше его ширины b .

Рассмотрим вначале случай, когда виток с моментом M располагается горизонтально у поверхности полупространства на

высоте h (рис. I).

Как в [I], виток можно разбить на участки, каждый из которых эквивалентен вертикальному магнитному диполю. Такое допущение не приводит к существенным погрешностям при $h > 3b$. Вторичное поле витка в этом случае определяется как сумма вторичных полей элементарных диполей

$$\bar{H}(x, y, z) = \sum_{i=1}^N \bar{H}_i(x, y, z), \quad (1)$$

где $\bar{H}_i(x, y, z)$ - вторичное магнитное поле в точке (x, y, z) , созданное диполем с номером i ;

N - число участков, на которые разбит виток.

Будем полагать, что приемные датчики расположены вдоль горизонтальной оси витка, то есть в (I) $y = 0$. Тогда при изменении зазора между полупространством и витком магнитное поле, воздействующее на приемные датчики, изменяется на величину

$$\Delta \bar{H} = \bar{H}(x, h_2) - \bar{H}(x, h_1). \quad (2)$$

Для определения вторичного магнитного поля вертикального электрического диполя воспользуемся результатами 2, 3, откуда следует

$$H_{iz}(x', h) = \frac{M}{4\pi NA^3} \left[\frac{\alpha}{2} \frac{8h'^2 - (x' - \frac{1}{N})^2}{[4h'^2 + (x' - \frac{1}{N})^2]^{5/2}} - j\rho \frac{1}{4\Delta^{1/2}} \right]; \quad (3)$$

$$H_{ix}(x', h) = \frac{M}{4\pi NA^3} \left[\frac{3\alpha h'(x' - \frac{1}{N})}{\Delta^{5/2}} - j\frac{\rho^2}{4} \frac{\Delta^{1/2} - 2h'}{4(x' - \frac{1}{N})\Delta^{1/2}} \right], \quad (4)$$

где $H_{iz}(x', h')$, $H_{ix}(x', h')$ - соответственно вертикальная и горизонтальная составляющие вторичного поля, создаваемого диполем с номером i в точке (x', h') ;

$$x' = \frac{x}{A}; \quad h' = \frac{h}{A}; \quad \Delta = 4h'^2 + (x' - \frac{i}{N})^2; \quad \rho^2 = \sigma \mu A^2 \omega;$$

ω - рабочая частота.

Подставляя (3), (4) в (1), затем в (2), рассчитаем помеху ΔH , возникающую при изменении зазора h . Распределение ΔH_x вдоль витка при изменении его высоты над поверхностью полупространства показано на рис. 2 ($\alpha = 10^{-3}$, $\rho^2 = 3 \cdot 10^{-4}$).

Рассмотрим теперь случай наклонного расположения витка (рис. 3). Направленная вдоль продольной оси витка составляющая вторичного поля, созданная i -м диполем, определяется как

$$H_i = H_{iz} \sin \beta + H_{ix} \cos \beta. \quad (5)$$

Но i -й диполь можно в данном случае представить в виде комбинации вертикального диполя с моментом $\frac{M}{N} \cos \beta$ и горизонтального диполя с моментом, равным $(-\frac{M}{N} \cos \beta)$. Поэтому

$$H_{iz} = H_{iz}^{\beta} + H_{iz}^{\alpha}; \quad H_{ix} = H_{ix}^{\beta} + H_{ix}^{\alpha}, \quad (6)$$

где индексы " β " и " α " относятся соответственно к вертикальному и горизонтальному диполям.

Будем отсчитывать координату λ точки наблюдения вдоль оси витка ($0 \leq \lambda \leq 1$), так что

$$x' = \lambda \cos \beta; \quad z' = \lambda \sin \beta + h'. \quad (7)$$

Диполь с номером i будет иметь горизонтальную и вертикальную координаты соответственно

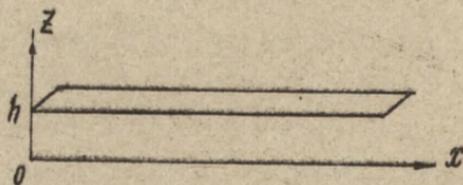


Рис. 1

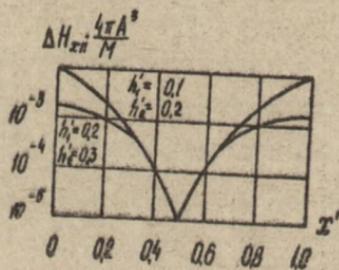


Рис. 2

$$\frac{L}{N} \cos \beta \quad \text{и} \quad \frac{L}{N} \sin \beta + h'.$$

С учетом изложенного можно записать

$$H_{iz}^2 = \frac{M \sin \beta}{4\pi N A^3} \left[\frac{\alpha}{2} \frac{3\delta z}{\Delta^{5/2}} - j \frac{\rho^2 (\Delta^{1/2} - \delta)}{4z \Delta^{1/2}} \right]; \quad (8)$$

$$H_{ix}^6 = \frac{M \cos \beta}{4\pi N A^3} \left[\frac{\alpha}{2} \frac{3\delta z}{\Delta^{5/2}} - j \frac{\rho^2 (\Delta^{1/2} - \delta)}{4z \Delta^{1/2}} \right]; \quad (9)$$

$$H_{iz}^6 = \frac{M \cos \beta}{4\pi N A^3} \left[\frac{\alpha}{2} \frac{2\delta^2 - z^2}{\Delta^{5/2}} - j \frac{\rho^2}{4\Delta^{1/2}} \right]; \quad (10)$$

$$H_{ix}^2 = \frac{M \sin \beta}{4\pi N A^3} \left[\frac{\alpha}{2} \frac{2z^2 - \delta^2}{\Delta^{5/2}} + j \frac{\rho^2}{4} \frac{\delta (\Delta^{1/2} - \delta)}{z^2 \Delta^{1/2}} \right], \quad (11)'$$

где $z = (\lambda - \frac{L}{N}) \cos \beta$; $\delta = \lambda \sin \beta + \frac{L}{N} \sin \beta + 2h'$; $\Delta = z^2 + \delta^2$.

После подстановки (8)-(11) в (6) и далее в (5), можно определить изменение вторичного поля за счет перекоса витка относительно границы раздела на угол β .

$$\Delta H = \sum_{i=1}^N H_i(\beta) - \sum_{i=1}^N H_i(\beta=0). \quad (12)$$

Результаты численного расчета по формуле (12) приведены на рис. 4 для $\beta = 10^\circ$ ($\alpha = 10^{-3}$, $\rho^2 = 3 \cdot 10^{-4}$).

Наконец, при повороте вокруг оси витка на угол δ изме-

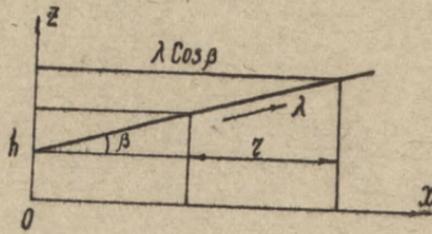


Рис.3

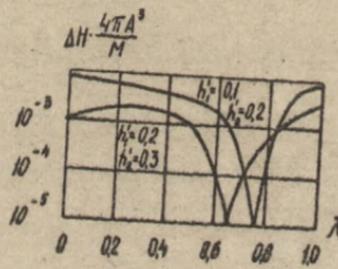


Рис.4

нение продольной составляющей вторичного поля можно рассчитать по следующим формулам:

$$\Delta H = \sum_{i=1}^N H_i(\delta) - \sum_{i=1}^N H_i(\delta=0); \quad (13)$$

$$H_i(\delta) = H_{ix}^{\delta} \sin \delta, \quad (14)$$

где H_{ix}^{δ} определяется из (10) при $\beta = 0$.

Результаты численного расчета по формуле (13) для $\delta = 10^{\circ}$ практически совпадают с результатами расчета по формуле (2).

Сопоставляя численные значения помех, возникающих при изменении зазора h и при изменении угла наклона витка относительно поверхности полупространства, можно сделать следующие выводы:

- 1) во всех случаях величина помех максимальна вблизи краёв витка;
- 2) для рассмотренного диапазона высот, обычно применяемого на практике ($h' < 0,5$), изменение высоты на величину $h_2' - h_1' = 0,1$ создаёт помехи, не меньшие по величине, чем помехи при изменении углов β и δ на 10° (практически изменения β и δ не превышают этой величины).

Таким образом, для оценки помех на практике достаточно рассматривать случай изменения высоты витка над границей полупространства. В этом случае суммирование в (1) можно заменить операцией интегрирования, которое выполняется без труда, и получить при некоторых допущениях (например, $h' \ll 1$) простые расчетные формулы. Переход от суммирования к интегрированию

для наклонного витка таких простых выражений получить не позволяет.

Л и т е р а т у р а

- 1.Рябцев А.П., Фрумкин Л.С., Озирская А.А. "Дефектоскопия,"
1974, № 4, с.138.
- 2.Семенов В.С.-"Изв.ВУЗов/Физика," 1961, № 3, с.134.
- 3.Семенов В.С.-"Труды СВТИ," вып. 62. Томск, изд-во ТГУ, 1970, с. 59.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ ПОЧВ И ПОКРЫ-
ТИЙ ОТ ЧАСТОТЫ, ВЛАЖНОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ

А. В. Неведомский, В. Д. Перфильева

Имеется довольно большое количество работ, посвященных исследованию электрических параметров грунтов в диапазоне радиочастот [1-3]. Для геофизических целей интерес представляют исследования параметров значительных по толщине слоев земли. Глубина проникновения радиочастот длинноволнового и средневолнового диапазонов в землю составляет десятки метров. Существует ряд методов, одни из которых позволяют получить значение электрической проводимости $\sigma_{эл}$, которая определяется только физико-химическими свойствами почвы, другие - некоторое эффективное (действующее) значение проводимости $\sigma_{дейст.}$, где учитывается неоднородная по глубине структура почвы, третьи - некоторое кажущееся значение проводимости $\sigma_{каж.}$, где учитывается не только электропроводность, но и ряд других факторов, влияющих на распространение радиоволн [1]. Причем измерения проводимости почв сделаны с условием, что в диапазонах ДВ и СВ токи проводимости значительно превосходят токи смещения.

При поиске подводных коммуникаций с использованием полей радиостанций на структуру поля коммуникации основное влияние оказывает поверхностный слой земли, слой земли над

коммуникацией. Толщина этого слоя лежит в пределах 0-3 м. В летнее время данный слой может обладать низкой влажностью, а в зимнее - промерзает, в этом случае его проводимость будет невысокой. Над коммуникациями могут быть уложены бетонные и асфальтовые покрытия, проводимость которых тоже низка. В результате возникают ситуации, когда токи проводимости в среде будут сравнимы с токами смещения, либо быть меньше их (в диапазоне ДВ и СВ). Заметим, что от соотношения между токами смещения и проводимости зависит подход к решению задач электродинамики и расчету структуры полей подземных проводников. Исследования, проведенные авторами работ [1-4], для наших целей носят ориентировочный характер и не дают необходимых данных для расчета электродинамических задач.

Одним из методов, который позволяет получить и оценить электрические параметры грунтов и покрытий, является лабораторный метод, который дает данные о параметрах однородных образцов почвы, взятых в определенных участках, на тех частотах, на которых производят измерения [1]. В данном случае определяется локальная электропроводность и диэлектрическая проницаемость почвы, зависящая от ее физико-химических свойств, увлажнения, температуры, содержания солей, структуры.

Для исследований были взяты следующие образцы почв и покрытий:

1. Дерновопodzолистая почва, район Стржехового, глубина взятия пробы 0,4 м; по механическому составу - супесь.
2. Дерновопodzолистая почва, район Нижневартовска, глубина взятия пробы 1,0 м; средний суглинок.
3. Бетон.
4. Асфальт.

Электрические параметры образцов исследовались при температурах от -20° до $+20^{\circ}\text{C}$ в диапазоне частот от 0,06 Мгц до 6,0 Мгц при различных весовых влажностях. Весовые влажности задавались с точностью до 1%.

Измерения проводились на куметре типа Е9-4 с относительной погрешностью $\pm 8\%$. Исследуемые образцы почвы помещались в специально изготовленную температурную ячейку из фторопласта. Металлические электроды измерительного конденсатора и токопроводы посеребрены по всей поверхности. Охлаждение почвенных образцов осуществлялось прогонкой паров азота через измерительную ячейку. Образцы выдерживались при определенной температуре в течение 10-15 минут, температура контролировалась термометром, измерительный конец которой помещался непосредственно в почвенные образцы. Плотность образцов была близка к реальной и составляла $1,2 \text{ г/см}^3$.

Результаты исследований приведены в табл. 1 и 2 и на рис. 1-4. На рис. 1 показана частотная зависимость удельного сопротивления образцов бетона и асфальта. Образцы бетона взяты при различных влажностях; асфальт был исследован при естественной влажности 0,2%, так как его увлажнение затруднено. Ход кривых показывает незначительную зависимость удельного сопротивления данных образцов от частоты в диапазоне 0,1 до 1,0 Мгц. Между тем, изменение влажности является весьма активным фактором воздействия на их электрические свойства. Под влиянием изменения увлажнения образцов бетона от 1 до 7% они изменяют свое сопротивление в 10 раз.

На рис. 2-3 приводится температурная зависимость электропроводности бетона от частоты и дерновоподзолистой почвы

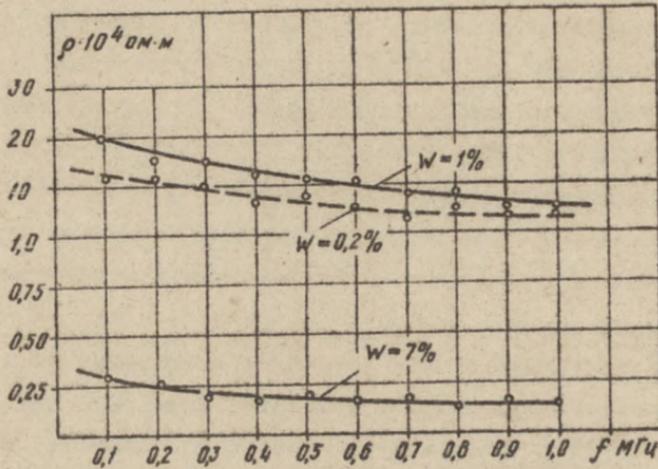


Рис. 1. Частотная зависимость электросопротивления бетона (—) и асфальта (---),

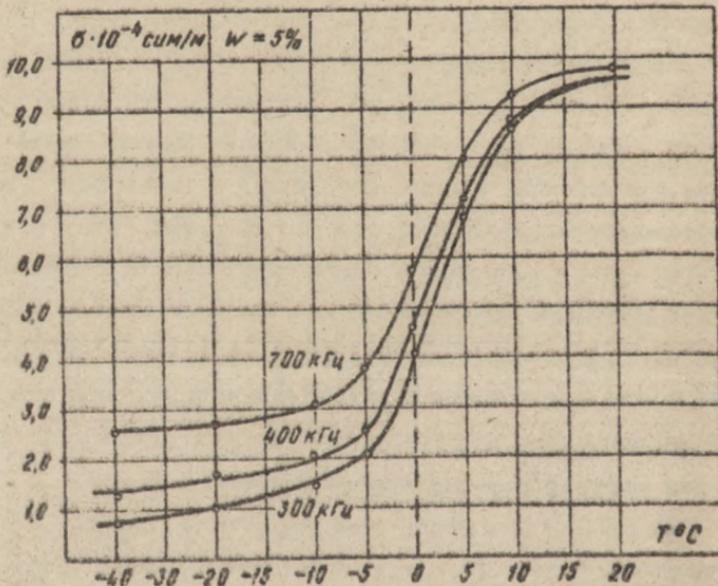


Рис. 2. Температурная зависимость электросопротивления бетона от частоты

(район Стрехового) от частоты и влажности.

На рисунках 2,3 видно, что в диапазоне температур от $+20^{\circ}$ до $+5^{\circ}\text{C}$ электропроводность медленно падает с уменьшением температуры почти по линейному закону. Однако по мере приближения температуры к нулю электропроводность начинает резко уменьшаться. При температурах ниже -5°C значение проводимости продолжает падать, но уже не так резко, и образцы характеризуются явно выраженными дисперсионными свойствами. Причем при изменении частоты от 0,06 до 1,0 МГц проводимость образца изменяется при температуре -4°C от $1,55 \cdot 10^{-6}$ до $7,6 \cdot 10^{-7}$ ом/м (рис.3, кривые 2 и 3), то есть примерно в два раза. При температуре -20°C проводимость почвы на данных частотах изменяется от $5,56 \cdot 10^{-7}$ до $1,52 \cdot 10^{-7}$ ом/м, то есть уже более, чем в три раза. При повышении влажности температурная зависимость электропроводности почвы становится более резко выраженной (рис.3, кривая 1). Аналогичная картина наблюдается и с образцами бетона, которые исследовались при влажности 5% на частотах 300, 400 и 700 КГц (рис.2.) В таб. 1 и 2 приведены пределы изменения диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь с частотой от влажности и температуры для исследованных образцов почв и покрытий. Как известно, тангенс угла диэлектрических потерь характеризует отношение плотностей токов проводимости к токам смещения среды. Из таб. 1 и 2 видно, что почти во всех случаях $tg \delta$ либо сравним с единицей, либо меньше ее. Это значит, что токи смещения в средах с данными параметрами будут либо сравнимы, либо превосходить токи проводимости. При этом поглощающие свойства среды будут определяться как омическими, так и релаксационными потерями, причем последними даже в

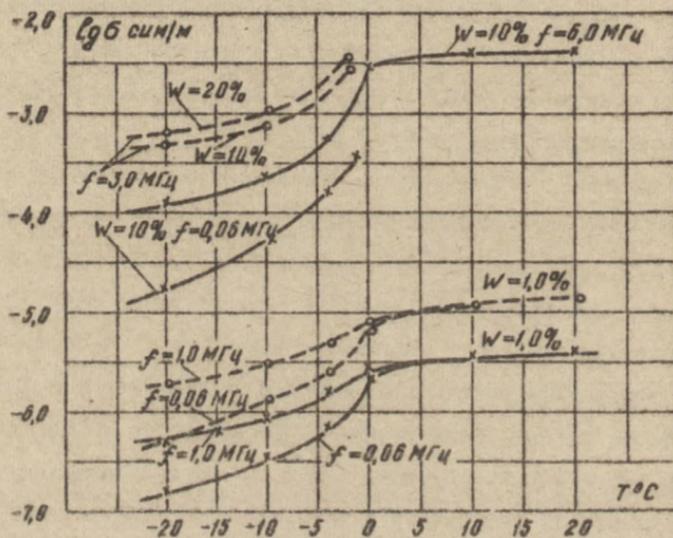


Рис. 3. Температурная зависимость электропроводности почвы от частоты и влажности:
— . — дерноподзолистая почва (р-н Нижневартовска);
(— х —) — дерноподзолистая почва (р-н Стрежевого)

Таблица I

Тип почвы, покрытие	W %	λ (м)	$t^{\circ}C$	ε	$\tau \delta$
Дерновоподзолистая, район Стрелецкого	1,0	$3 \cdot 10^2 \pm 5 \cdot 10^3$	+20	5,4±7,3	$1,2 \cdot 10^{-2} \pm 1,46 \cdot 10^{-1}$
			+10	5,4±7,2	$1,1 \cdot 10^{-2} \pm 1,34 \cdot 10^{-1}$
			0	5,4±6,8	$8,0 \cdot 10^{-3} \pm 9,5 \cdot 10^{-2}$
			-4	5,2±6,0	$5,4 \cdot 10^{-3} \pm 3,8 \cdot 10^{-2}$
			-10	5,2±5,8	$3,0 \cdot 10^{-3} \pm 1,8 \cdot 10^{-2}$
			-20	5,0±5,7	$2,0 \cdot 10^{-3} \pm 8,0 \cdot 10^{-3}$
	10,0	$5 \cdot 10^1 \pm 5 \cdot 10^2$	+20	15,9±24,6	$7,8 \cdot 10^{-1} \pm 4,95$
			+10	15,5±24,3	$7,6 \cdot 10^{-1} \pm 4,62$
			0	14,5±23,1	$5,3 \cdot 10^{-1} \pm 3,06$
			-4	10,9±30,7	$1,43 \cdot 10^{-1} \pm 1,47$
			-10	9,1±20,0	$6,8 \cdot 10^{-2} \pm 8,6 \cdot 10^{-1}$
			-20	8,7±18,2	$4,1 \cdot 10^{-2} \pm 2,8 \cdot 10^{-1}$
Асфальт	20,0	$3 \cdot 10^2 \pm 5 \cdot 10^3$	-20	14,5±23,7	$1,1 \cdot 10^{-1} \pm 3,6 \cdot 10^{-1}$
	50,0	$3 \cdot 10^2 \pm 5 \cdot 10^3$	-20	16,3±27,3	$1,3 \cdot 10^{-1} \pm 4,1 \cdot 10^{-1}$
	0,2	$3 \cdot 10^2 \pm 3 \cdot 10^3$	+20	2,2	$1,49 \cdot 10^{-1} \pm 4,1 \cdot 10^{-1}$
Бетон	1,0	$3 \cdot 10^2 \pm 3 \cdot 10^3$	+20	3,0±5,4	$1,2 \cdot 10^{-1} \pm 1,4 \cdot 10^{-1}$
	7,0	$3 \cdot 10^2 \pm 3 \cdot 10^3$	+20	14±38	$1,06 \pm 1,57$

Таблица 2 -

Тип почвы	W%	λ (м)	$t^{\circ}C$	ϵ	$tg\delta$
Дерново- подзоли- стая, ойон нижневар- товская	1,0	$3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^3$	+20	7,2+9,6	$3,5 \cdot 10^{-2} + 4,3 \cdot 10^{-1}$
			+10	7,1+9,4	$3,2 \cdot 10^{-2} + 3,9 \cdot 10^{-1}$
			0	6,2+8,5	$2,4 \cdot 10^{-2} + 2,3 \cdot 10^{-1}$
			-4	6,0+8,0	$1,57 \cdot 10^{-2} + 1,0 \cdot 10^{-1}$
			-10	5,6+7,7	$1,0 \cdot 10^{-2} + 5,5 \cdot 10^{-2}$
			-20	5,4, 7,3	$7,0 \cdot 10^{-3} + 2,1 \cdot 10^{-2}$
	10,0	$10^2 + 1,5 \cdot 10^3$	-2	23,2+31,2	$7,6 \cdot 10^{-1} + 2,76$
			-8	20+29,2	$2,9 \cdot 10^{-1} + 1,39$
			-10	18,2+28,8	$2,6 \cdot 10^{-1} + 1,11$
			-20	14,7+26,3	$2,1 \cdot 10^{-1} + 4,1 \cdot 10^{-1}$
	20,0	$10^2 + 1,5 \cdot 10^2$ $10^2 + 5 \cdot 10^2$ $10^2 + 5 \cdot 10^3$	-2	24,2, 25,4	$8,7 \cdot 10^{-1} + 9,7 \cdot 10^{-1}$
			-10	21,8+23,6	$2,8 \cdot 10^{-1} + 1,10$
			-20	20,8+27,2	$1,83 \cdot 10^{-1} + 1,05$
	50,0	$10^2 + 5 \cdot 10^3$	-20	22,4+31,6	$2,30 \cdot 10^{-1} + 1,20$

большой мере. Пользуясь таб. 1 и 2 нетрудно вычислить значения электропроводности для данных образцов по формуле

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{60 \lambda \sigma}{\varepsilon},$$

где λ - длина волны в среде, м;
 $\operatorname{tg} \delta$ - тангенс угла диэлектрических потерь;
 σ - электропроводимость, сим/м;
 ε - относительная диэлектрическая проницаемость среды, не зависящая от выбора системы единиц.

Глубинная зависимость температуры почвы носит экспоненциальный характер и зависит от температуры на поверхности. В работах [4,5] показано, что в зимнее время почвы могут промерзнуть до глубины 5-6 м, а на глубинах 1,0-1,5 м может быть температура до -10°C .

В табл. 1,2 можно наблюдать изменение электрических параметров сред при температурах от $+20^{\circ}\text{C}$ до -20°C , при различных влажностях, от 1 до 50%. При влажностях 20 и 50% образцы исследовались только при отрицательных температурах, так как при положительных температурах в данных образцах будут преобладать токи проводимости ($\operatorname{tg} \gg 1$) в диапазоне ДВ и СВ, что отражено в литературе [1-3].

Таким образом, при поиске подземных коммуникаций в зимнее время, а также летом под покрытиями и грунтами с низкой проводимостью электрические параметры слоя над коммуникацией будут характеризоваться данными, приведенными в таб.

1 и 2.

Полученные результаты позволяют более правильно подойти к решению задач электродинамики с учетом токов смещения, что

позволит более точно учесть влияние вмещающей среды и границы раздела среда-воздух на структуру поля подземных проводников.

Кроме того, эти результаты можно использовать для предварительной оценки электрических параметров почв других районов СССР, имеющих примерно одинаковый механический состав с исследованными почвами.

Л и т е р а т у р а

1. Кашпровский В.Е., Кузубов Ф.Я. Распространение средних радиоволн земным лучом. М., "Связь", 1971.
2. Вадюнина А.Ф., Ткаченко Ю.Г. Зависимость электрических свойств почвы от частоты электрического тока.-Вестник МГУ. Биология и почвоведение, № 4, 1972.
3. Тархов А.Г. О сопротивлении и диэлектрической проницаемости горных пород в переменных электрических полях.-Материалы Всесоюзного научно-исследовательского геологического института. Геофизика, сб.№ 12, Госгеоиздат, 1948.
4. Ананян А.А., Добровольский В.П. Удельная электропроводность мерзлых горных пород естественной структуры района г.Салехарда.-Сб. Мерзлотные исследования, Изд-во МГУ, вып.1, 1961.
5. Кондратьева К.А., Трут Н.И. К вопросу об определении глубин сезонного промерзания и протаявания грунтов.-Сб. Мерзлотные исследования. Изд-во МГУ, вып.2, 1961.

Следует определить составляющие вторичного поля в произвольно выбранной точке $B(x_0 + \delta, z_0 + \epsilon)$ среды I. Произвольное расположение точки наблюдения позволит при анализе выбрать оптимальное местоположение индикаторной (приемной) катушки. Произвольное расстояние между токами поможет выбрать оптимальные размеры генераторной рамки для поиска данного типа дефектов.

Решение задачи проведено в два этапа. Вначале решена задача о дефекте в поле токонесущей нити, точка наблюдения выбирается произвольной. На втором этапе получено решение задачи о дефекте в поле двух нитей с током при помощи решения, полученного в первом этапе.

Задача решена приближенным методом Гринберга. Подробное описание этого метода дано в [2,3].

Известно, что поверхностная плотность поляризации любой из рассмотренных поверхностей S_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) может быть записана в виде

$$\sigma_i = \frac{1}{25\pi} \frac{\mu_k - \mu_l}{\mu_k + \mu_l} H_{ni}, \quad (1)$$

где H_{ni} - нормальная составляющая поля источника на поверхности S_i ; μ_k и μ_l - магнитные проницаемости соседних сред.

Поле тока записывается так:

$$H_i = \frac{0.2 I_e}{r_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5). \quad (2)$$

Нормальные составляющие поля тока на поверхностях записываются соответственно

$$H_{ni} = H_i \frac{x_0 - x}{r_i} \quad \text{при } i = 1, 2, 5; \quad H_{ni} = H_i \frac{y_0 - y}{r_i} \quad \text{при } i = 3, 4. \quad (3)$$

Подставляя выражения (2), (3) в (I) и учитывая, что поле, созданное элементом поверхности dS , в точке B имеет вид

$$dH_i = \frac{\sigma_i dx}{z_i'} \quad \text{при } i=1,2,3; \quad dH_i = \frac{\sigma_i dy}{z_i'} \quad \text{при } i=3,4,$$

получаем следующие выражения для

$$dH_i = \frac{0,1I_0}{\pi} \frac{M_K - M_L}{M_K + M_L} \frac{(x_0 - x) dx}{z_i'^2 \cdot z_i'} \quad (i=1,2,5) \quad (4)$$

и

$$dH_i = \frac{0,1I_0}{\pi} \frac{M_K - M_L}{M_K + M_L} \frac{y_0 - y}{z_i'^2 \cdot z_i'} \quad (i=3,4).$$

Составляющие магнитного поля могут быть определены, исходя из выражений

$$dH_{xi} = dH_i \cos \check{V}_i; \quad dH_{zi} = dH_i \sin \check{V}_i. \quad (5)$$

Используя рис. I, можно определить $\cos \check{V}_i$ и $\sin \check{V}_i$

$$\cos \check{V}_1 = \frac{x_0 - x + b}{z_1'} \quad \text{при } i=1,2,5; \quad \cos \check{V}_3 = \frac{x_0 - d + b}{z_3'};$$

$$\cos \check{V}_4 = \frac{x_0 + d + b}{z_4'}; \quad \sin \check{V}_1 = \frac{z_0 + c}{z_1'};$$

$$\sin \check{V}_2 = \frac{z_0 + c + \delta + h}{z_2'}; \quad \sin \check{V}_5 = \frac{z_0 + c + h}{z_5'}; \quad (6)$$

$$\sin \check{V}_i = \frac{y_0 + c - y}{z_i'} \quad \text{при } i=3,4.$$

Здесь $z_1 = \sqrt{z_0^2 + (x_0 - \bar{x})^2}$; $z_5 = \sqrt{(z_0 + h)^2 + (x_0 - x)^2}$;

$z_2 = \sqrt{(z_0 + h + \delta)^2 + (x_0 - x)^2}$; $z_4 = \sqrt{(x_0 + d)^2 + (y_0 - y)^2}$;

$z_3 = \sqrt{(x_0 - d)^2 + (y_0 - y)^2}$; $z'_1 = \sqrt{(x_0 + b - x)^2 + (z_0 + c)^2}$;

$z'_2 = \sqrt{(x_0 + b - x)^2 + (z_0 + c + h + \delta)^2}$; $z'_3 = \sqrt{(x_0 + b - x)^2 + (z_0 + c + h + \delta)^2}$; (7)

$z'_4 = \sqrt{(x_0 + d + \delta)^2 + (y_0 + c - y)^2}$; $z'_5 = \sqrt{(x_0 - d + b)^2 + (y_0 + c - y)^2}$.

Составляющие магнитного поля дефекта находятся путем интегрирования выражения (5) с учетом (4), (6), (7).

После интегрирования и некоторых преобразований получаем следующие выражения для составляющих магнитного поля прямой:

$$H_{x_1} = \frac{Q_1 I_0}{\pi} \frac{M_2 - M_1}{M_2 + M_1} \frac{\pi}{d} \left(\frac{B_1}{\zeta} + \frac{A \xi_0 + Q_1}{\zeta_0 + \zeta_1} \right) . \quad (8)$$

Здесь

$$A_1 = \frac{\xi_0 (\xi_0^2 + 2\zeta \zeta_0 + \zeta_0^2) + 2\xi \zeta^2}{(\xi_0^2 + 2\zeta \zeta_0 + \zeta_0^2)^2 + 4\xi_0^2 \zeta^2} ;$$

$$B_1 = \frac{-\zeta^2 (\xi_0^2 + 2\zeta \zeta_0 + \zeta_0^2) + 2\xi^2 \zeta^2}{(\xi_0^2 + 2\zeta \zeta_0 + \zeta_0^2) + 4\xi_0^2 \zeta^2} ;$$

$$Q_1 = \frac{(\zeta_0^2 + 2\zeta\zeta_0 - \xi_0^2)[(\zeta + \zeta_0)^2 + \xi_0^2]}{(\xi_0^2 + 2\zeta\zeta_0 + \zeta_0^2)^2 + 4\xi_0^2\zeta^2}.$$

Выражения записаны в относительных единицах

$$\xi = \frac{x_0}{d}; \quad \xi_0 = \frac{b}{d}; \quad \zeta = \frac{z_0}{d}; \quad \zeta_0 = \frac{c}{d}. \quad (9)$$

$$\begin{aligned} H_{xz} &= \frac{Q_1 I_0}{\pi} \frac{M_2 - M_3}{M_2 + M_3} \times \\ &\times \frac{1}{d} \left\{ \frac{A_2}{2} \ln \frac{[(\zeta + \kappa' + \delta')^2 + (\xi - 1)^2][(\zeta + \kappa' + \delta' + \zeta_0)^2 + (\xi + 1 - \xi_0)^2]}{[(\zeta + \kappa' + \zeta_0)^2 + (\zeta - 1 + \xi_0)^2][(\zeta + \kappa' + \delta')^2 + (\xi + 1)^2]} + \right. \\ &+ \frac{B_2}{\zeta + \kappa' + \delta'} \left(\arctg \frac{\xi - 1}{\zeta + \kappa' + \delta'} - \arctg \frac{\xi + 1}{\zeta + \kappa' + \delta'} \right) + \frac{A_2 \xi_0 + Q_2}{\zeta + \kappa' + \delta' + \zeta_0} \times \\ &\left. \times \left(\arctg \frac{\xi - 1 + \xi_0}{\zeta_0 + \zeta + \kappa' + \delta'} - \arctg \frac{\xi + 1 + \xi_0}{\zeta_0 + \zeta + \kappa' + \delta'} \right) \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

Здесь

$$A_2 = \frac{\xi_0 [\xi_0^2 + 2\zeta_0(\zeta + \kappa' + \delta') + \zeta_0^2] + 2\xi_0(\zeta + \kappa' + \delta')^2}{[\xi_0^2 + 2\zeta_0(\zeta + \kappa' + \delta') + \zeta_0^2]^2 + 4\xi_0^2(\zeta + \kappa' + \delta')^2};$$

$$B_2 = \frac{-(\zeta + \kappa' + \delta')^2 [\xi_0^2 + 2\zeta_0(\zeta + \kappa' + \delta') + \zeta_0^2] + 2\xi_0^2(\zeta + \kappa' + \delta')^2}{[\xi_0^2 + 2\zeta_0(\zeta + \kappa' + \delta') + \zeta_0^2]^2 + 4\xi_0^2(\zeta + \kappa' + \delta')^2};$$

$$Q_2 = \frac{[\zeta_0^2 + 2\zeta_0(\zeta + h' + \delta') - \varepsilon_0^2][(\zeta + h' + \delta' + \zeta_0)^2 + \varepsilon_0^2]}{[\varepsilon_0^2 + \zeta_0^2 + 2\zeta_0(\zeta + h' + \delta')]^2 + 4\varepsilon_0^2(\zeta + h' + \delta')^2}$$

Значения ε_0 , ε , ζ_0 , ζ даны выражениями (9)

$$h' = \frac{h}{d}; \quad \delta' = \frac{\delta}{d}. \quad (II)$$

$$\begin{aligned} H_{x3} = & \frac{0,1 I_0}{\pi} \frac{M_3 - M_2}{M_3 + M_2} \frac{1}{d} (\varepsilon - 1 + \varepsilon_0) \times \\ & \times \left\{ \frac{m_3}{2} \ln \frac{[(\varepsilon - 1)^2 + (\zeta + h')^2][(\varepsilon - 1 + \varepsilon_0)^2 + (\zeta + \delta' + h' + \zeta_0)^2]}{[(\varepsilon - 1 + \varepsilon_0)^2 + (\zeta + h' + \zeta_0)^2][(\zeta - 1)^2 + (\zeta + \delta' + h')^2]} + \right. \\ & + \frac{n_3}{\varepsilon - 1} \left(\operatorname{arctg} \frac{\zeta + h'}{\varepsilon - 1} - \operatorname{arctg} \frac{\zeta + \delta' + h'}{\varepsilon - 1} \right) + \\ & \left. + \frac{m_3 \zeta_0 + n_3}{\varepsilon - 1 + \varepsilon_0} \left(\operatorname{arctg} \frac{\zeta + h' + \zeta_0}{\varepsilon - 1 + \varepsilon_0} - \operatorname{arctg} \frac{\zeta + \delta' + h' + \zeta_0}{\varepsilon - 1 + \varepsilon_0} \right) \right\}, \quad (12) \end{aligned}$$

где

$$m_3 = \frac{2\varepsilon_0(\varepsilon - 1) + \varepsilon_0^2 + \zeta_0^2}{[2\varepsilon_0(\varepsilon - 1) + \varepsilon_0^2 + \zeta_0^2]^2 + 4\zeta_0^2(\varepsilon - 1)^2};$$

$$n_3 = \frac{2\zeta_0(\varepsilon - 1)^2}{[2\varepsilon_0(\varepsilon - 1) + \varepsilon_0^2 + \zeta_0^2]^2 + 4\zeta_0^2(\varepsilon - 1)^2};$$

$$q_3 = \frac{-2\zeta_0 [(\varepsilon - 1 + \varepsilon_0)^2 + \zeta_0^2]}{[2\varepsilon_0(\varepsilon - 1) + \varepsilon_0^2 + \zeta_0^2]^2 + 4\zeta_0^2(\varepsilon - 1)^2}.$$

$$H_{x4} = \frac{0,1 I_0}{9\pi} \frac{M_2 - M_3}{M_2 + M_3} \frac{\varepsilon - 1 + \varepsilon_0}{d} \times$$

$$\times \frac{m_4}{2} \ln \frac{[(\varepsilon + 1) + (\zeta + h)^2][(\varepsilon + 1 + \varepsilon_0)^2 + (\zeta + h' + \delta' + \zeta_0)^2]}{[(\varepsilon + 1 + \varepsilon_0)^2 + (\zeta + h' + \zeta_0)^2][(\varepsilon + 1)^2 + (\zeta + h' + \delta')^2]} +$$

$$+ \frac{n_4}{\varepsilon + 1} \left(\arctg \frac{\zeta + h'}{\varepsilon + 1} - \arctg \frac{\zeta + \delta' + h'}{\varepsilon + 1} \right) +$$

$$+ \frac{m_4 \zeta_0 + q_4}{\varepsilon + 1 + \varepsilon_0} \left(\arctg \frac{\zeta + h' + \zeta_0}{\varepsilon + 1 + \varepsilon_0} - \arctg \frac{\zeta + h' + \delta' + \zeta_0}{\varepsilon + 1 + \varepsilon_0} \right),$$

(13)

где

$$m_4 = \frac{2\varepsilon_0(\varepsilon + 1) + \varepsilon_0^2 + \zeta_0^2}{[2\varepsilon_0(\varepsilon + 1) + \varepsilon_0^2 + \zeta_0^2]^2 + 4\zeta_0^2(\varepsilon + 1)^2};$$

$$n_4 = \frac{2\zeta_0(\varepsilon + 1)^2}{[2\varepsilon_0(\varepsilon + 1) + \varepsilon_0^2 + \zeta_0^2]^2 + 4\zeta_0^2(\varepsilon + 1)^2};$$

$$q_4 = \frac{2\zeta_0 [(\varepsilon + 1 + \varepsilon_0)^2 + \zeta_0^2]}{[2\varepsilon_0(\varepsilon + 1) + \varepsilon_0^2 + \zeta_0^2]^2 + 4\zeta_0^2(\varepsilon + 1)^2}.$$

$$\begin{aligned}
 H_{zs} = & -\frac{Q_1 I_0}{\pi} \frac{M_3 - M_2}{M_3 + M_2} \frac{1}{d} \times \\
 & \times \left[\frac{A_s}{2} \ln \frac{[(\tau+h)^2 + (\xi-1)^2][(\tau+h'+\tau_0)^2 + (\xi+1+\xi_0)^2]}{[(\tau+h'+\tau_0)^2 + (\xi-1+\xi_0)^2][(\tau+h)^2 + (\xi+1)^2]} + \right. \\
 & + \frac{B_s}{\tau-h'} \left(\operatorname{arctg} \frac{\tau-1}{\tau-h'} - \operatorname{arctg} \frac{\xi+1}{\tau+h'} \right) + \\
 & \left. + \frac{A_s \xi_0 + Q_s}{\tau_0 + \tau+h'} \left(\operatorname{arctg} \frac{\xi-1+\xi_0}{\tau_0 + \tau+h'} - \operatorname{arctg} \frac{\xi+1+\xi_0}{\tau_0 + \tau+h'} \right) \right], \quad (14)
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_s = & \frac{\xi_0 [\xi_0^2 + 2\tau_0(\tau+h) + \tau_0^2] + 2\xi(\tau+h)^2}{[\xi_0^2 + 2\tau_0(\tau+h) + \tau_0^2]^2 + 4\xi_0^2(\tau+h)^2}; \\
 B_s = & \frac{-(\tau+h)[\xi_0^2 + 2\tau_0(\tau+h) + \tau_0^2] + 2\xi_0^2(\tau+h)^2}{[\xi_0^2 + 2\tau_0(\tau+h) + \tau_0^2]^2 + 4\xi_0^2(\tau+h)^2}; \\
 Q_s = & \frac{[\tau_0^2 + 2\tau_0(\tau+h) - \xi_0^2][(\tau+h'+\tau_0)^2 + \xi_0^2]}{[\xi_0^2 + 2\tau_0(\tau+h) + \tau_0^2]^2 + 4\xi_0^2(\tau+h)^2}. \\
 H_{z1} = & \frac{Q_1 I_0}{\pi} \frac{M_2 - M_1}{M_2 + M_1} \frac{\pi}{d} (\tau - \tau_0) \left(\frac{n_1}{\tau} + \frac{m_1 \xi_0 + a_1}{\tau + \tau_0} \right). \quad (15)
 \end{aligned}$$

Здесь
$$m_1 = \frac{\varepsilon_0^2 + \zeta_0^2 + 2\zeta\zeta_0}{(\varepsilon_0^2 + 2\zeta\zeta_0 + \zeta_0^2)^2 + 4\varepsilon_0^2\zeta^2};$$

$$n_1 = \frac{2\varepsilon_0\zeta^2}{(\varepsilon_0^2 + 2\zeta\zeta_0 + \zeta_0^2)^2 + 4\varepsilon_0^2\zeta^2};$$

$$q_1 = \frac{-2\varepsilon_0[\varepsilon_0^2 + (\zeta - \zeta_0)^2]}{(\varepsilon_0^2 + 2\zeta\zeta_0 + \zeta_0^2)^2 + 4\varepsilon_0^2\zeta^2}.$$

$$H_{z2} = -\frac{0,1I_0}{\pi} \frac{M_2 - M_3}{M_2 + M_3} \frac{1}{d} (\zeta + h' + \delta' + \zeta_0) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\frac{m_2}{2} \ln \frac{[(\zeta + h' + \delta')^2 + (\varepsilon - 1)^2][(\zeta + h' + \delta' + \zeta_0)^2 + (\varepsilon + 1 + \varepsilon_0)^2]}{[(\zeta + h' + \delta' + \zeta_0)^2 + (\varepsilon - 1 + \varepsilon_0)^2][(\zeta + h' + \delta')^2 + (\varepsilon + 1)^2]} + \right. \\ & \left. + \frac{n_2}{\zeta + h' + \delta'} \left(\operatorname{arctg} \frac{\varepsilon - 1}{\zeta + h' + \delta'} - \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon + 1}{\zeta + h' + \delta'} \right) \right] + \\ & + \frac{m_2 \varepsilon_0 + q_2}{\zeta + h' + \delta' + \zeta_0} \left(\operatorname{arctg} \frac{\varepsilon - 1 + \varepsilon_0}{\zeta + h' + \delta' + \zeta_0} - \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon + 1 - \varepsilon_0}{\zeta + h' + \delta' + \zeta_0} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$m_2 = \frac{\varepsilon_0^2 + 2\zeta_0(\zeta + h' + \delta') + \zeta_0^2}{[\varepsilon_0^2 + \zeta_0^2 + 2\zeta_0(\zeta + h' + \delta')]^2 + 4\varepsilon_0^2(\zeta + h' + \delta')^2};$$

$$n_2 = \frac{2\varepsilon_0(\zeta + h' + \delta')^2}{[\varepsilon_0^2 + \zeta_0^2 + 2\zeta_0(\zeta + h' + \delta')]^2 + 4\varepsilon_0^2(\zeta + h' + \delta')^2};$$

$$Q_2 = \frac{-2 \xi_0 [\xi_0^2 + (\tau + h' + \delta' + \zeta_0)^2]}{[\xi_0^2 + \zeta_0^2 + 2\zeta_0(\tau + h' + \delta')]^2 + 4\xi_0^2(\tau + h' + \delta')^2}$$

$$H_3 = \frac{0,1 I_0}{\pi} \frac{M_3 - M_2}{M_3 + M_2} \frac{1}{d} \times$$

$$\times \left| \frac{A_3}{2} \ln \frac{[(\xi-1)^2 + (\tau+h')^2][(\xi-1+\xi_0)^2 + (\tau+\delta'+h'+\zeta_0)^2]}{[(\xi-1+\xi_0)^2 + (\tau+h'+\zeta_0)^2][(\xi-1)^2 + (\tau+\delta'+h')^2]} \right| +$$

$$+ \frac{B_3}{\xi-1} \left(\operatorname{arctg} \frac{\tau+h'}{\xi+1} - \operatorname{arctg} \frac{\tau+\delta'+h'}{\xi-1} \right) +$$

$$+ \frac{A_3 \zeta_0 + Q'}{\xi-1+\xi_0} \left(\operatorname{arctg} \frac{\tau+h'+\zeta_0}{\xi-1+\xi_0} - \operatorname{arctg} \frac{\tau+\delta'+h'+\zeta_0}{\xi_0+\xi-1} \right),$$

где $A_3 = \frac{\zeta_0 [\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi-1) + \xi_0^2] + 2\zeta_0(\xi-1)^2}{[\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi-1) + \xi_0^2] + 4\zeta_0^2(\xi-1)^2};$

$$B_3 = \frac{-(\xi-1)^2 [\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi-1) + \xi_0^2] + 2\zeta_0(\xi-1)^2}{[\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi-1) + \xi_0^2] + 4\zeta_0^2(\xi-1)^2};$$

$$Q_3 = \frac{-(\xi-1)^2 [\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi-1) + \xi_0^2] + 2\zeta_0^2(\xi-1)^2}{[\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi-1) + \xi_0^2] + 4\zeta_0^2(\xi-1)^2};$$

(17)

$$H_{24} = -\frac{0,1I_0}{\pi} \frac{M_3 - M_2}{M_3 + M_2} \frac{1}{d} \times$$

$$\times \left[\frac{A_4}{2} \ln \frac{[(\xi+1)^2 + (\zeta+h')^2][(\xi+1+\xi_0)^2 + (\zeta+h'+\delta'+\zeta_0)^2]}{[(\xi-1+\xi_0)^2 + (\zeta+h'+\zeta_0)^2][(\xi+1)^2 + (\zeta+h'+\delta')^2]} + \right.$$

$$+ \frac{B_4}{\xi+1} \left(\operatorname{arctg} \frac{\zeta+h'}{\xi+1} - \operatorname{arctg} \frac{\zeta+\delta'+h'}{\xi+1} \right) +$$

$$\left. + \frac{A_4\zeta_0 + Q_4}{\xi_0 + \xi + 1} \left(\operatorname{arctg} \frac{\zeta+h'+\zeta_0}{\xi+1+\zeta_0} - \operatorname{arctg} \frac{\zeta+\delta'+h'+\zeta_0}{\xi+1+\xi_0} \right) \right].$$

(18)

Здесь

$$A_4 = \frac{\zeta_0[\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi_0+1) + \xi_0^2] + 2\zeta_0(\xi+1)^2}{[\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi+1) + \xi_0^2] + 4\zeta_0^2(\xi+1)^2};$$

$$B_4 = \frac{-(\xi+1)^2[\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi+1) + \xi_0^2] + 2\zeta_0^2(\xi+1)^2}{[\zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi+1) + \xi_0^2] + 4\zeta_0^2(\xi+1)^2};$$

$$Q_4 = \frac{[\xi_0^2 - \zeta_0^2 + 2\xi_0(\xi+1)][(\xi+1+\xi_0)^2 + \zeta_0^2]}{[\zeta_0^2 + \xi_0^2 + 2\xi_0(\xi+1)]^2 + 4\zeta_0^2(\xi+1)^2};$$

$$H_{25} = -\frac{0,1I_0}{\pi} \frac{M_3 - M_2}{M_3 + M_2} \frac{\zeta+h'+\zeta_0}{d} \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left[\frac{m_5}{2} \ln \frac{[(\gamma+h)^2 + (\xi-1)^2][(\gamma+h'+\gamma_0)^2 + (\xi+1+\xi_0)^2]}{[(\gamma+h'+\gamma_0)^2 + (\xi-1+\xi_0)^2][(\gamma+h)^2 + (\xi+1)^2]} + \right. \\ & + \frac{n_5}{\gamma+h'} \left(\operatorname{arctg} \frac{\xi-1}{\gamma+h'} - \operatorname{arctg} \frac{\xi+1}{\gamma+h'} \right) + \\ & \left. + \frac{m_5 \xi_0 + q_5}{\gamma+h'+\gamma_0} \left(\operatorname{arctg} \frac{\xi-1+\xi_0}{\gamma+h'+\gamma_0} - \operatorname{arctg} \frac{\xi+1+\xi_0}{\gamma+h'+\gamma_0} \right) \right]. \end{aligned}$$

(19)

Здесь
$$m_5 = \frac{\xi_0^2 + \gamma_0^2 + 2\gamma_0(\gamma+h')}{[\xi_0^2 + \gamma_0^2 + 2\gamma_0(\gamma+h')]^2 + 4\xi_0^2(\gamma+h')^2};$$

$$n_5 = \frac{2\xi_0(\gamma+h')^2}{[\xi_0^2 + \gamma_0^2 + 2\gamma_0(\gamma+h')]^2 + 4\xi_0^2(\gamma+h')^2};$$

$$q_5 = \frac{-2\xi_0[\xi_0^2 + (\gamma+h'+\gamma_0)^2]}{[\xi_0^2 + \gamma_0^2 + 2\gamma_0(\gamma+h')]^2 + 4\xi_0^2(\gamma+h')^2}.$$

Значения $\xi_0, \xi, \gamma_0, \gamma, h'$ даны выражениями (9) и (II).

Окончательное выражение для горизонтальной и вертикальной составляющих вторичного поля дефекта имеет вид

$$H_x = H_{x1} + H_{x2} + H_{x3} + H_{x4} + H_{x5}; \quad H_z = H_{z1} + H_{z2} + H_{z3} + H_{z4} + H_{z5},$$

где H_{x1}, H_{z1} - составляющие поля от поверхности 1 даны выражениями (8), (15);

H_{x2}, H_{z2} - составляющие поля от поверхности 2, и даны выражениями (10), (16);

H_{x3}, H_{z3} - составляющие поля от поверхности 3, даны выражениями (12), (17);

H_{x4}, H_{z4} - составляющие поля от поверхности 4, даны выражениями (13), (18);

H_{x5}, H_{z5} - составляющие поля от поверхности 5, даны выражениями (14), (19).

Аналогичным путем получены формулы для тока $-I_0$ и той же точки наблюдения.

Полученные формулы будут использованы для расчета на ЭВМ.

Л и т е р а т у р а

1. Боброва М.Н. Магнитное поле дефекта типа трещины и волосовины в поле нити с током. "Труды СВТИ," № 61, 1975.
2. Боброва М.Н. Поле бесконечно-протяженной призмы треугольного сечения на поверхности полупространства в поле нити с током. - Настоящий сборник.
3. Боброва М.Н. Магнитное поле дефекта типа трещины и волосовины в поле нити с током. "Труды СВТИ," № 61, 1975.

ПОЛЕ БЕСКОНЕЧНО-ПРОТЯЖЕННОЙ ПРИЗМЫ
ТРЕУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ
ПОЛУПРОСТРАНСТВА В ПОЛЕ НИТИ С ТОКОМ

М.Н. Боброва

На границе раздела двух сред I и II согласно рис. I расположена призма треугольного сечения; высота призмы h , ширина у основания $2d$.

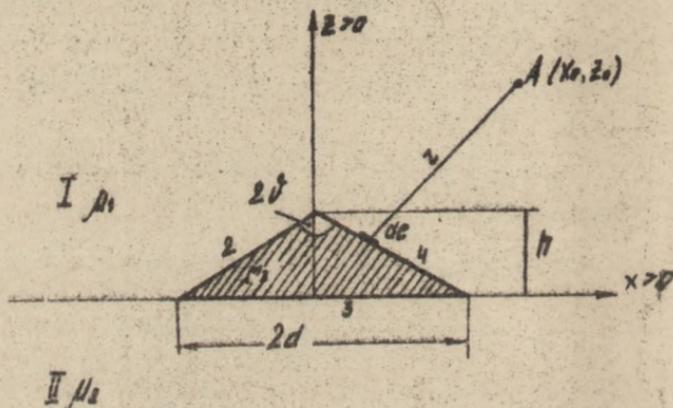


Рис. I

Магнитные проницаемости сред и призмы соответственно равны μ_1, μ_2, μ_3 . В полупространстве I в точке $A(x_0, z_0)$ находится источник поля в виде нити с током I_0 . Требуется определить составляющие напряженности магнитного поля призмы в точке

$A(x_0, z_0)$, совпадающей с местоположением источника тока.

Решение задачи проведено методом Гринберга [1] при допущении, что поверхности раздела поляризируются только полем источника. Влиянием поверхностей друг на друга пренебрегается.

Плотность поверхностной поляризации может быть записана согласно [1] так:

$$\sigma_i = \frac{1}{2\pi} \frac{M_k - M_l}{M_k + M_l} H_{ni}, \quad (1)$$

где H_{ni} - нормальная составляющая напряженности магнитного поля, созданная полем источника. Она легко может быть найдена.

Для поверхностей 1, 3, 2, 4 соответственно:

$$H_{n1} = H_{n3} = 0,2 I_0 \frac{x - x_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + y_0^2}}; \quad (2)$$

$$H_{n2} = H_{n4} = -H \frac{\sin \nu (x_0 - x) + \cos \nu (z - z_0)}{z^2}, \quad (3)$$

где H - поле источника $H = \frac{0,2 I_0}{z}$;

z - расстояние от точки наблюдения до элемента заряженной поверхности шириной dl ;

2ν - верхний угол равнобедренной призмы.

Используя выражения $dl = \frac{dx_0}{\sin \nu}$ и $dz_0 = ctg \nu dx_0$, можем записать составляющие напряженности магнитного поля в точке

$A(x, z)$

$$H_x = \sum_i H_{xi}; \quad H_z = \sum_i H_{zi}, \quad (4)$$

$i = 1, 2, 3, 4.$

Путем несложных вычислений и соответствующего интегрирования [2] с учетом обозначений, принятых на рис. I, получены следующие выражения для H_{x1} и H_{z1} :

$$H_{x1} = 0,1 I_0 K_1 \times \left[\frac{d+x_0}{y_0^2+(d+x_0)^2} + \frac{d-x_0}{y_0^2+(d-x_0)^2} + \frac{\pi}{y_0} - \frac{1}{y_0} (\operatorname{arctg} \frac{d+x_0}{y_0} + \operatorname{arctg} \frac{d-x_0}{y_0}) \right]; \quad (5)$$

$$H_{x3} = 0,1 I_0 K_3 \times \left[-\frac{d-x_0}{y_0^2+(d-x_0)^2} - \frac{d+x_0}{y_0^2+(d+x_0)^2} + \frac{1}{y_0} (\operatorname{arctg} \frac{d-x_0}{y_0} + \operatorname{arctg} \frac{d+x_0}{y_0}) \right]; \quad (6)$$

$$H_{z1} = 0,1 I_0 K_1 \left[\frac{y_0}{y_0^2+(d+x_0)^2} - \frac{y_0}{y_0^2+(d-x_0)^2} \right]; \quad (7)$$

$$H_{z3} = 0,1 I_0 K_3 \left[\frac{y_0}{y_0^2+(d+x_0)^2} - \frac{y_0}{y_0^2+(d-x_0)^2} \right]; \quad (8)$$

$$H_{x2} = -2 I_0 K_2 \times \left[-x(x+z \operatorname{ctg} \gamma) J_2^{(2)} + (z \operatorname{ctg} \gamma - x \operatorname{ctg}^2 \gamma - 2x) J_3^{(2)} + (\operatorname{ctg}^2 \gamma - 1) J_4^{(2)} \right]; \quad (9)$$

$$H_{z_2} = 2I_0 K_2 \left[z(z \operatorname{ctg} \tilde{\nu} + x) \tilde{J}_2^{(2)} + 2(z \operatorname{ctg}^2 \tilde{\nu} + x \operatorname{ctg} \tilde{\nu} - z) \tilde{J}_5^{(2)} + \right. \\ \left. + \operatorname{ctg} \tilde{\nu} (\operatorname{ctg}^2 \tilde{\nu} + 1) \tilde{J}_4^{(2)} \right]; \quad (10)$$

$$H_{x_4} = 2I_0 K_4 \left[x(x - z \operatorname{ctg} \tilde{\nu}) \tilde{J}_2^{(4)} + (z \operatorname{ctg} \tilde{\nu} + x \operatorname{ctg}^2 \tilde{\nu} - 2x) \tilde{J}_3^{(4)} + \right. \\ \left. + (1 - \operatorname{ctg}^2 \tilde{\nu}) \tilde{J}_4^{(4)} \right]; \quad (11)$$

$$H_{z_4} = -2I_0 K_4 \left[z(z \operatorname{ctg} \tilde{\nu} - x) \tilde{J}_2^{(4)} + (z + x \operatorname{ctg} \tilde{\nu} - 2z \operatorname{ctg}^2 \tilde{\nu}) \tilde{J}_3^{(4)} + \right. \\ \left. + \operatorname{ctg} \tilde{\nu} (\operatorname{ctg}^2 \tilde{\nu} - 1) \tilde{J}_4^{(4)} \right]. \quad (12)$$

здесь $K_1 = \frac{1}{2\sqrt{1}} \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2}$; $K_3 = \frac{1}{2\sqrt{1}} \frac{M_3 - M_2}{M_3 + M_2}$;

$K_2 = \frac{1}{2\sqrt{1}} \frac{M_3 - M_1}{M_3 + M_1}$; $K_4 = \frac{1}{2\sqrt{1}} \frac{M_3 - M_1}{M_3 - M_1}$;

$$\tilde{J}_2^{(2)} = \frac{Q}{\Delta X_{(x=0)}} - \frac{Q-2dP}{\Delta X_{(x=d)}} + \frac{2P}{\Delta} \cdot \frac{2}{\sqrt{\Delta}} \left(\operatorname{arctg} \frac{Q}{\sqrt{\Delta}} - \operatorname{arctg} \frac{Q-2dP}{\sqrt{\Delta}} \right);$$

$$J_3^{(2)} = \frac{1}{\Delta} \left[-\frac{2R}{X(x=0)} + \frac{2R-dQ}{X(x=d)} - \frac{2Q}{\sqrt{\Delta}} \left(\operatorname{arctg} \frac{Q}{\sqrt{\Delta}} - \operatorname{arctg} \frac{Q-2Pd}{\sqrt{\Delta}} \right) \right];$$

$$J_4^{(2)} = \frac{1}{\Delta} \left[-\frac{QR}{PX(x=0)} + \frac{QR+(Q^2-2PR)d}{PX(x=d)} - \frac{4R}{\sqrt{\Delta}} \left(\operatorname{arctg} \frac{Q}{\sqrt{\Delta}} - \operatorname{arctg} \frac{Q-2Pd}{\sqrt{\Delta}} \right) \right];$$

$$J_2^{(4)} = \frac{1}{\Delta} \left[\frac{Q-2Pd}{X(x=d)} - \frac{Q}{X(x=0)} + \frac{4P}{\sqrt{\Delta}} \left(\operatorname{arctg} \frac{Q-2Pd}{\sqrt{\Delta}} - \operatorname{arctg} \frac{Q}{\sqrt{\Delta}} \right) \right];$$

$$J_3^{(4)} = \frac{1}{\Delta} \left[-\frac{2R+Qd}{X(x=d)} - \frac{2R}{X(x=0)} - \frac{2Q}{\sqrt{\Delta}} \left(\operatorname{arctg} \frac{Q+2Pd}{\sqrt{\Delta}} - \operatorname{arctg} \frac{Q}{\sqrt{\Delta}} \right) \right].$$

В свою очередь, при $\Delta \neq 0$

$$\begin{aligned} P &= 1 + \operatorname{ctg}^2 \nu, \\ Q &= -2(z \operatorname{ctg} \nu + x); & \Delta &= 4PR - Q^2, \\ R &= x^2 + z^2, \\ X &= Px^2 + Qx + R; \end{aligned}$$

Результаты численных исследований

Расчеты составляющих магнитного поля поверхностных неоднородностей были приведены для следующих случаев. Высота расположения тока над полупространством была постоянна и равна $z = h\delta$. В качестве параметра принимались размеры призма $\operatorname{ctg} \nu = \frac{d}{h} =$

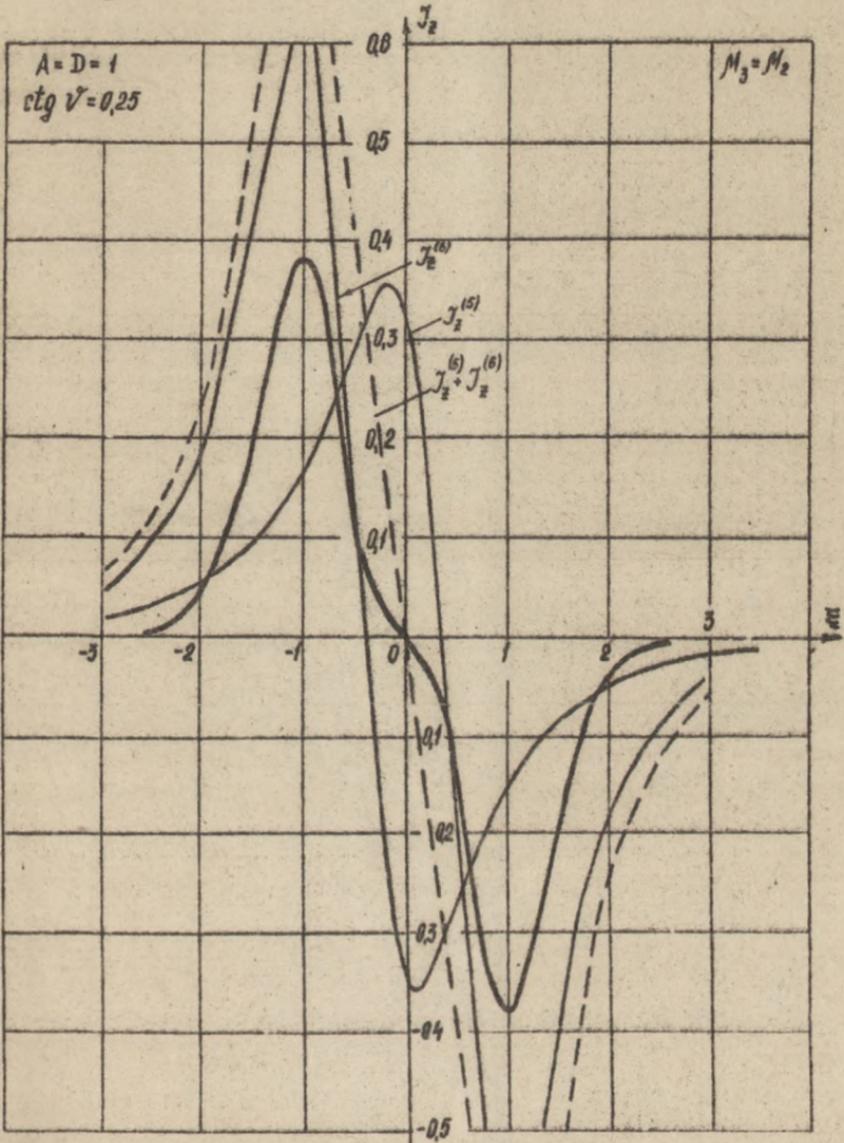


Рис. I

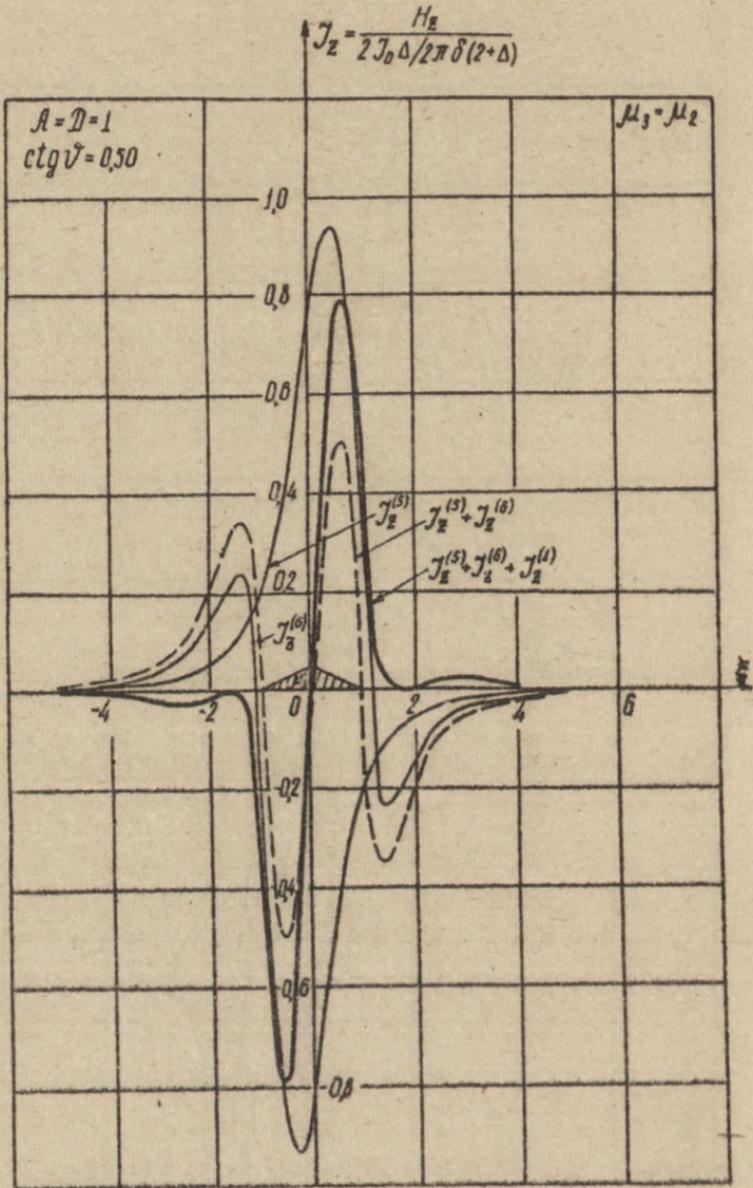


Рис. 2

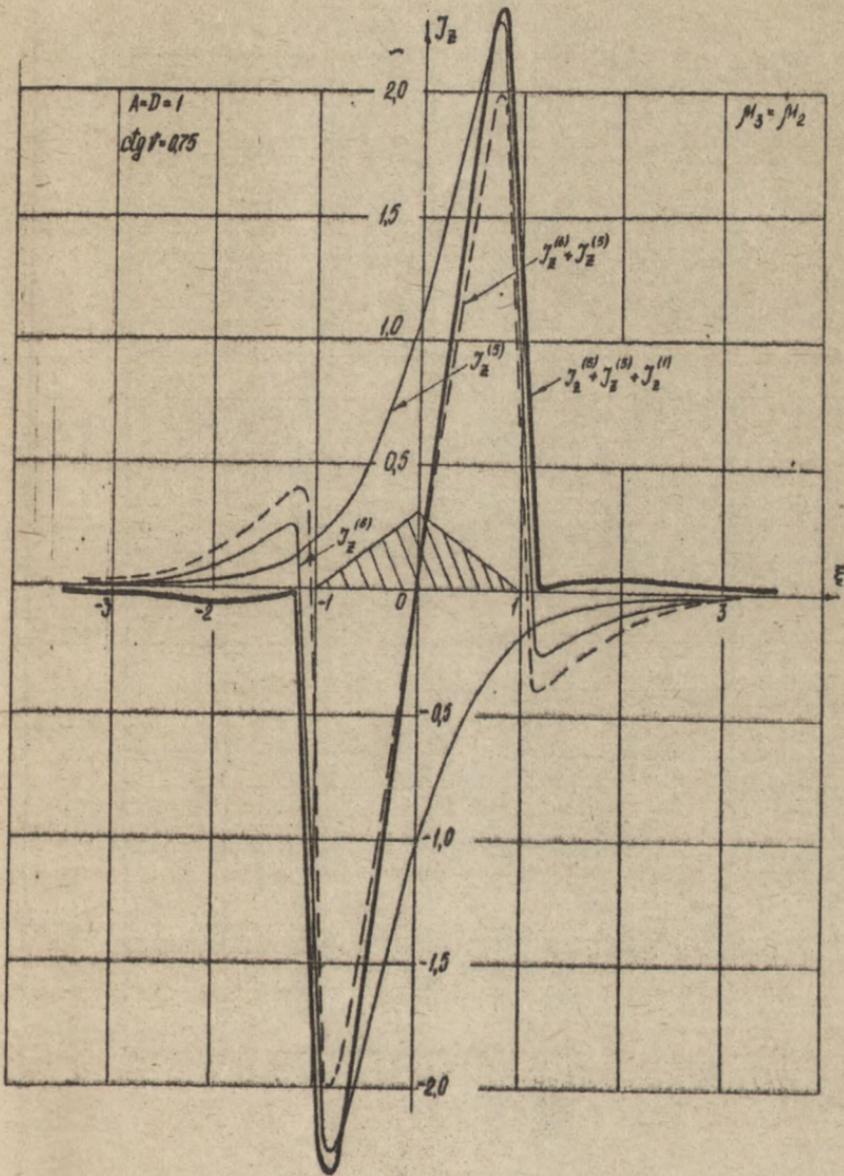


Рис. 3

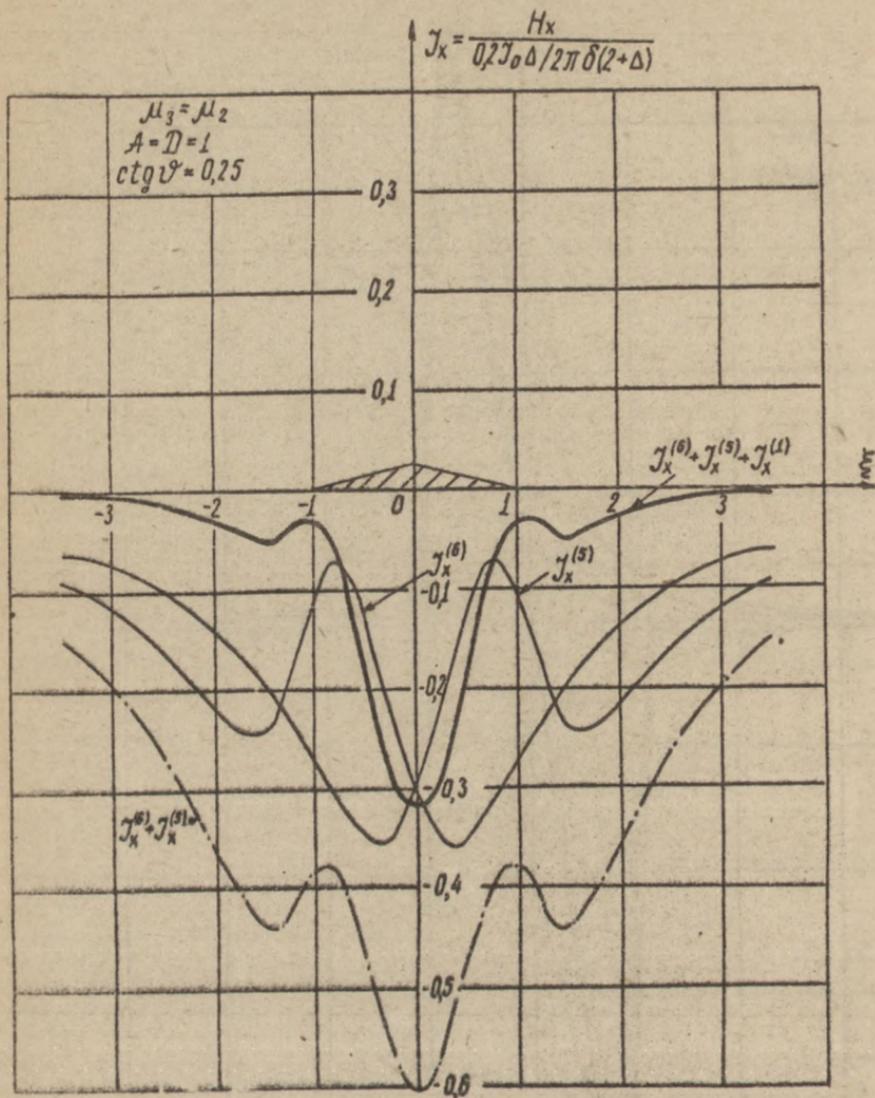


Рис. 4

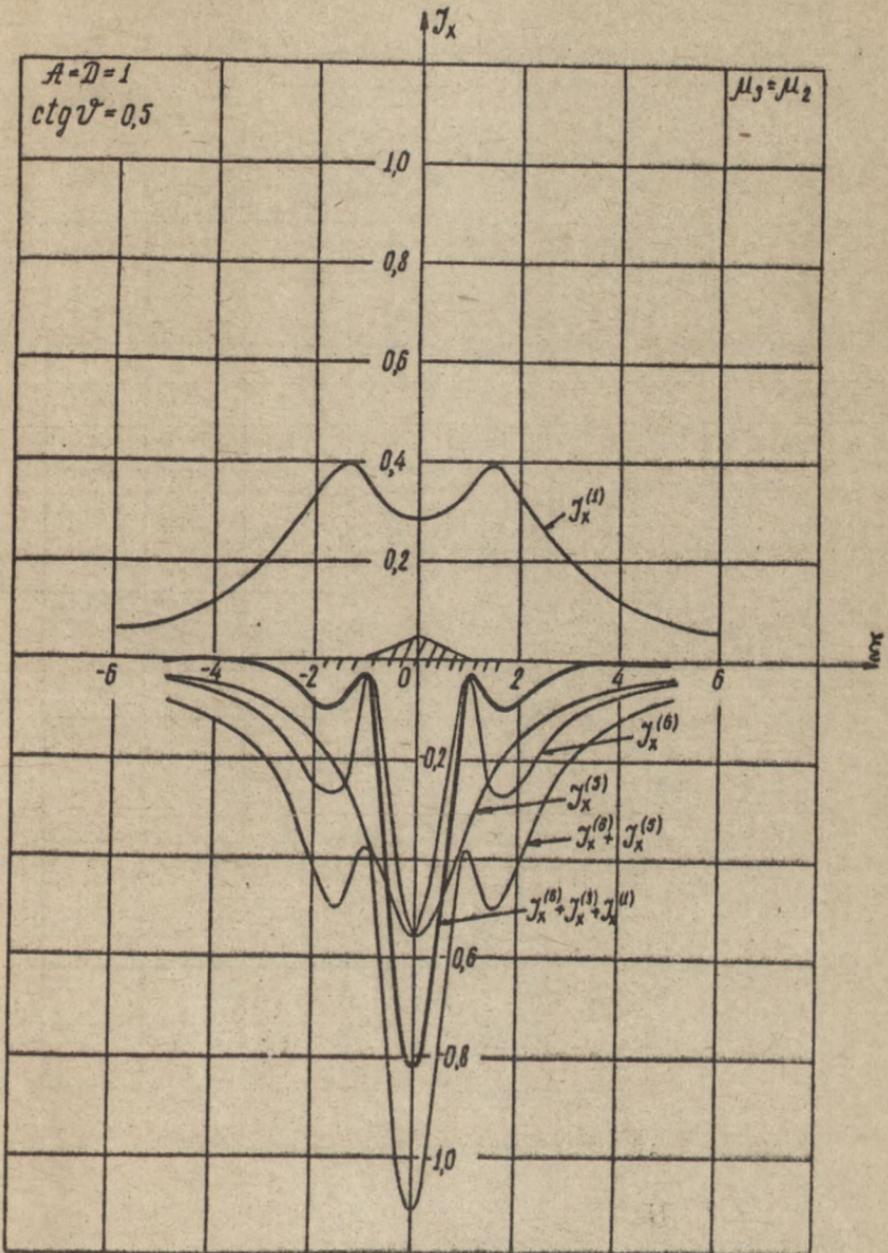


Рис. 5

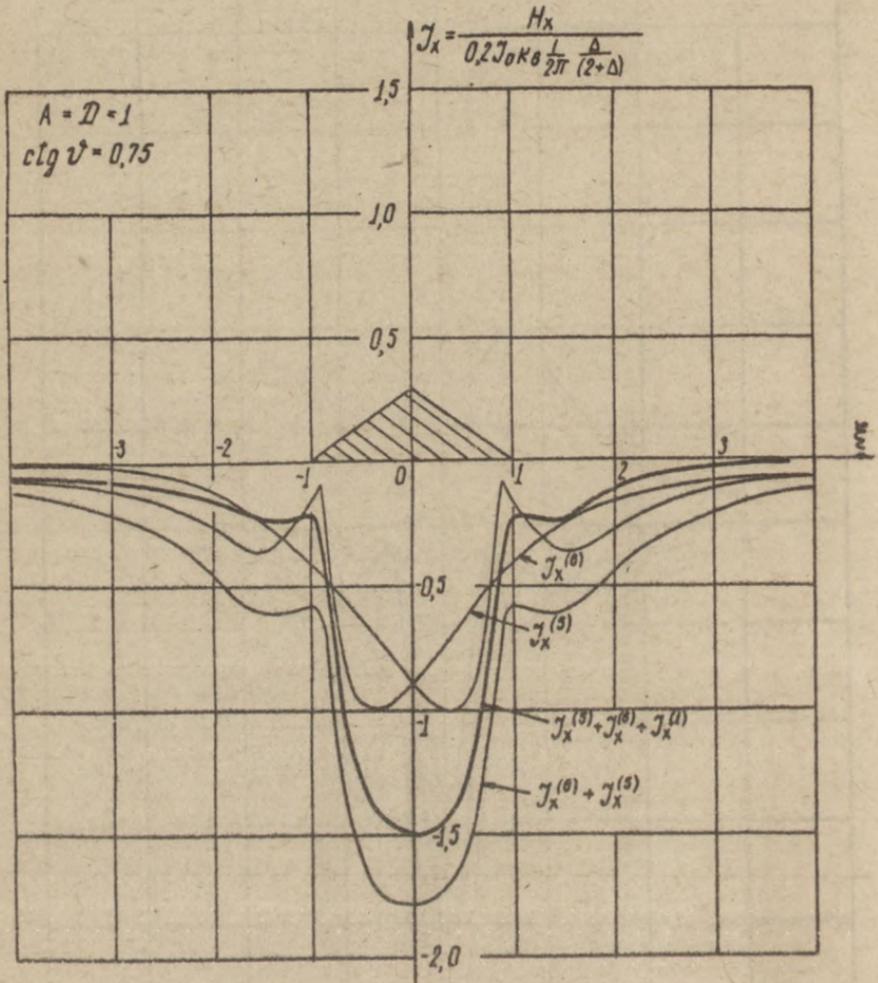


Рис. 6

= 0,25; 0,50; 0,75.

Результаты расчета приведены в виде кривых на рис.2-7. Из рисунков следует, что вертикальная составляющая магнитного поля призмы имеет два разнополярных максимума с точкой перехода через нуль над центром призмы; горизонтальная составляющая имеет отрицательный экстремум.

С увеличением высоты призмы увеличивается величина вертикальной составляющей вторичного поля неоднородности при $ctg \sqrt{h} > 0,5$. Призма с высотой $h' = \frac{h}{\delta} = 0,25$ имеет обратную полярность по сравнению с призмами, у которых $h' = 0,5; 0,75$. Горизонтальная составляющая вторичного магнитного поля увеличивается с увеличением размеров призмы (высоты) для всех рассмотренных значений $ctg \sqrt{h}$.

Сравнение полярностей магнитного поля неоднородности, расположенных в полупространстве [2] и над полупространством (настоящий случай) показывает, что они разнополярны, могут быть различимы с помощью фазовой селекции.

Л и т е р а т у р а

1. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. Изд.АН СССР, 1948.
2. Боброва М.Н. Магнитное поле дефекта типа трещины и волосовины в поле нити с током. "Труды СВТИ", № 61, 1975.

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ЗАРЯДОВ
НА ВНУТРЕННИХ ПОВЕРХНОСТЯХ ОТКРЫТЫХ ДЕ-
ФЕКТОВ В ВИДЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАЗА

И. А. Новикова

При расчетах магнитостатических полей открытых дефектов используются приближенные методы. При этом предполагается, что поле дефекта обусловлено поляризационными зарядами, распределенными на гранях дефектов равномерно или в виде "пакета" [1-3]. Величина этих зарядов определяется экспериментально по значению поля дефекта при заданных условиях исследования для максимального значения горизонтальной составляющей поля. Причем закон распределения поляризационных зарядов выбирается из соображений простоты аналитического решения задачи о магнитном поле открытого дефекта.

В данной работе приведены материалы экспериментальной проверки приближенных методов расчета [1-3], магнитостатических полей в прямоугольных пазах и обсуждаются возможные законы распределения поляризационных зарядов на гранях дефектов.

1. Поле паза рассматриваем, как поле от двух бесконечных по длине и ограниченных по высоте граней с равномерным распределением поверхностных поляризационных зарядов.

Поле внутри паза имеет только горизонтальную составляющую, которая для данного условия задачи запишется в виде [2]

$$H_{xp} = 2\sigma_0 \left\{ \alpha z \operatorname{ctg} \frac{d+y}{x-a} - \alpha z \operatorname{ctg} \frac{d+y}{x+a} + \right. \\ \left. + \alpha z \operatorname{ctg} \frac{y}{x+a} - \alpha z \operatorname{ctg} \frac{y}{x-a} \right\}, \quad (1)$$

где σ_0 - плотность поляризационных магнитных зарядов;
 d - глубина паза;
 $2a$ - ширина;

x и y - координаты точки наблюдения.

Результаты численных расчетов по этой формуле представлены на рис.2-4 в сравнении с экспериментальными значениями поля [2,4], описываемыми кривыми $\alpha_x - H_{x \text{ эксл}}$ (α_x - показания баллистического гальванометра). Плотности, по которым проводились исследования полей внутри паза, указаны на рис.1.

Анализ кривых показывает, что расхождение расчетных и экспериментальных значений поля существенно. Отсюда следует, что допущение о равномерном распределении поляризационных зарядов по граням дефекта не соответствует действительности.

На рис.5,6 приведены зависимости изменения поверхностной плотности поляризационных зарядов σ по глубине паза. Можно видеть, что при ширине раскрытия дефекта меньше 10 мм закономерность изменения σ по глубине сохраняется для всех плоскостей наблюдения внутри паза. Тогда как при ширине раскрытия больше 10 мм такой однозначности не наблюдается. Это можно объяснить тем, что с увеличением ширины паза уменьшается взаимодействие поляризационных зарядов противоположных граней.

2. Случай распределения плотности поляризационных зарядов по закону [2]

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{y}{d} \right). \quad (2)$$

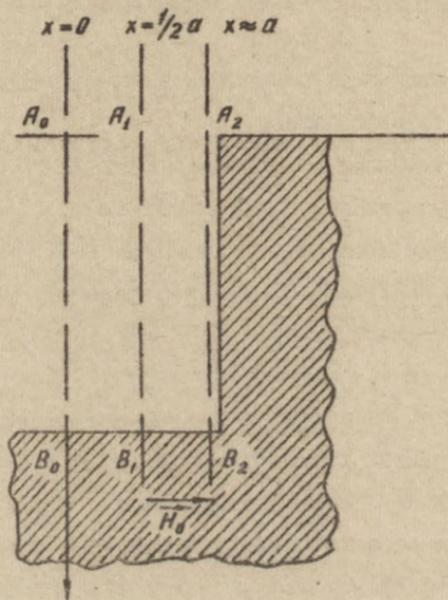


Рис. I

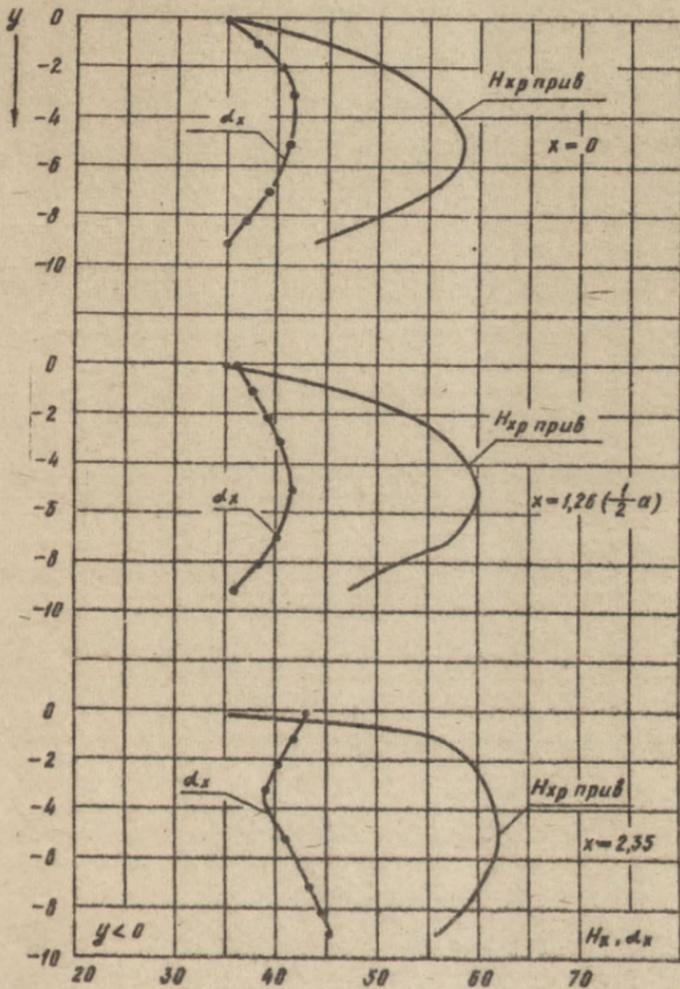


Рис. 2.

$a = 10 \text{ мм};$

$2a = 6 \text{ мм};$

$G_0 = 6,6$

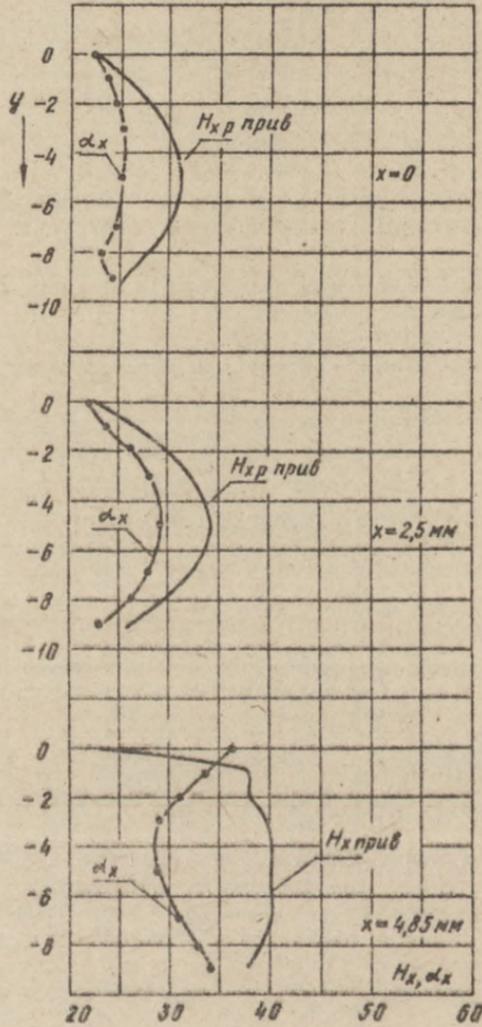


Рис. 3.

$\alpha = 10 \text{ мм}$; $2\alpha = 10 \text{ мм}$; $G_0 = 4,97$

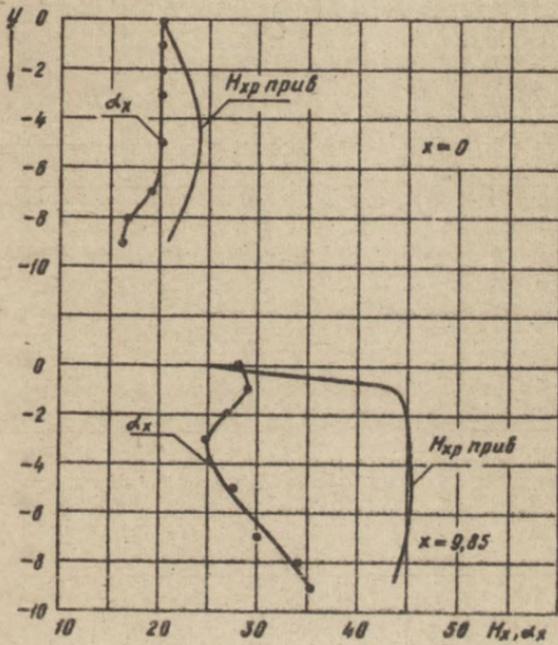


Рис. 4.

$\alpha = 10 \text{ мм}; \quad 2\alpha = 20 \text{ мм}; \quad G_0 = 6,37$

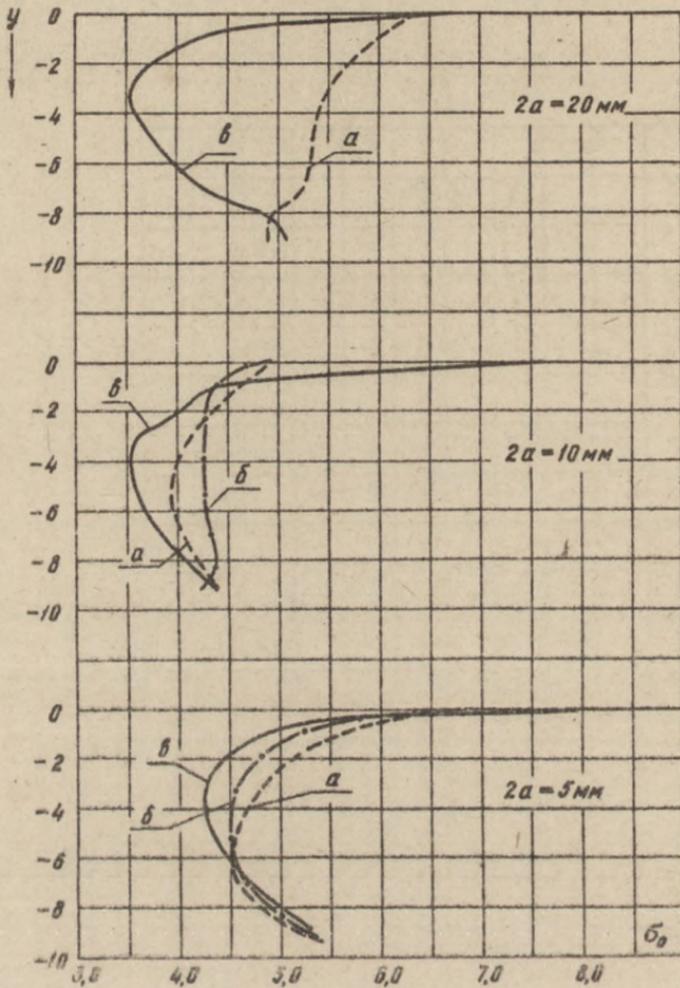


Рис. 5

$a - A_1 B_0$ ($x = 0$); $\sigma - A_1 B_1$ ($x = 0,5a$);
 $\sigma - A_2 B_2$ ($x = 0,9a$); $a = 10 \text{ мм}$

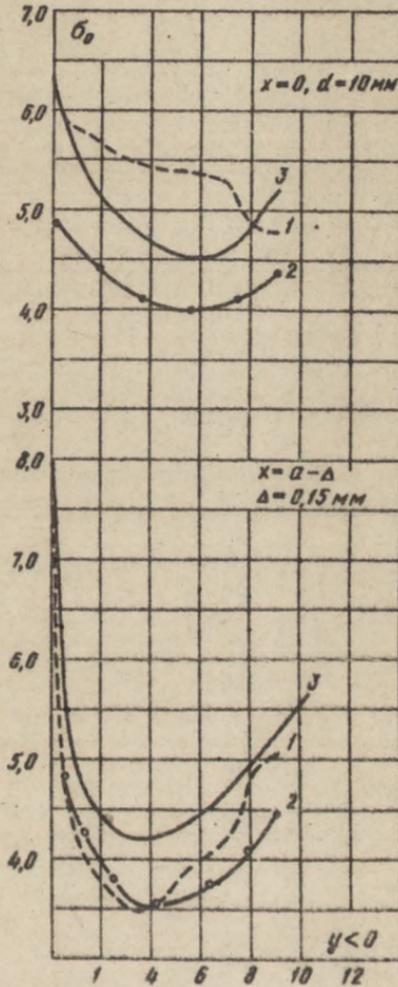


Рис. 6

1 - $2\alpha = 20\text{ мм}$; 2 - $2\alpha = 10\text{ мм}$;
3 - $2\alpha = 5\text{ мм}$.

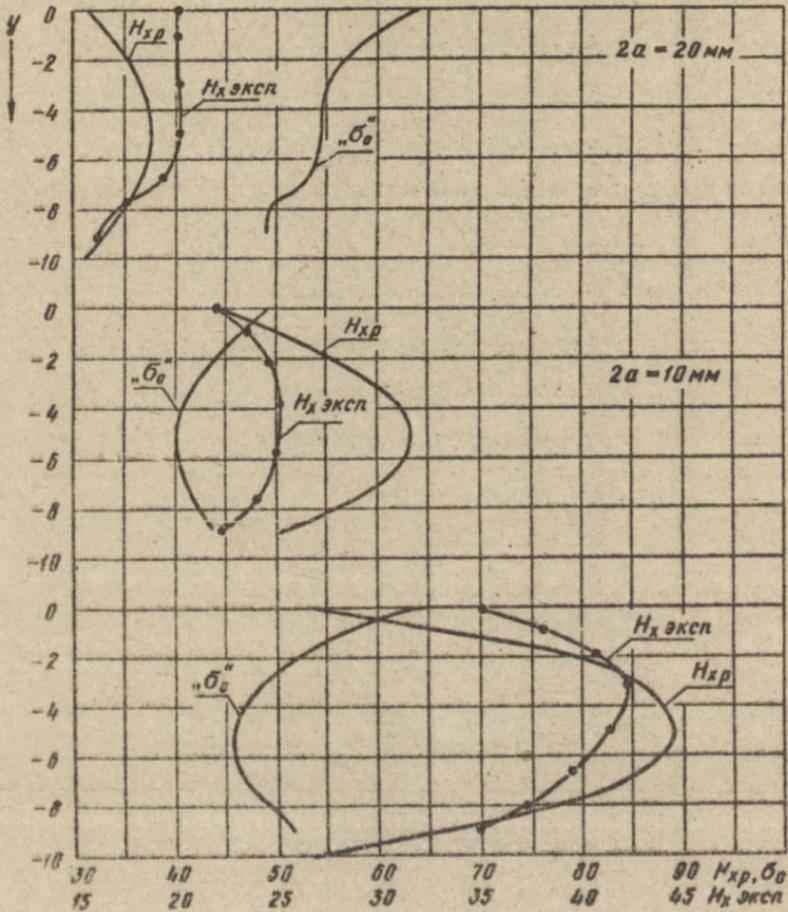


Рис. 6а.

$a' = 10 \text{ мм}; \quad x = 0$

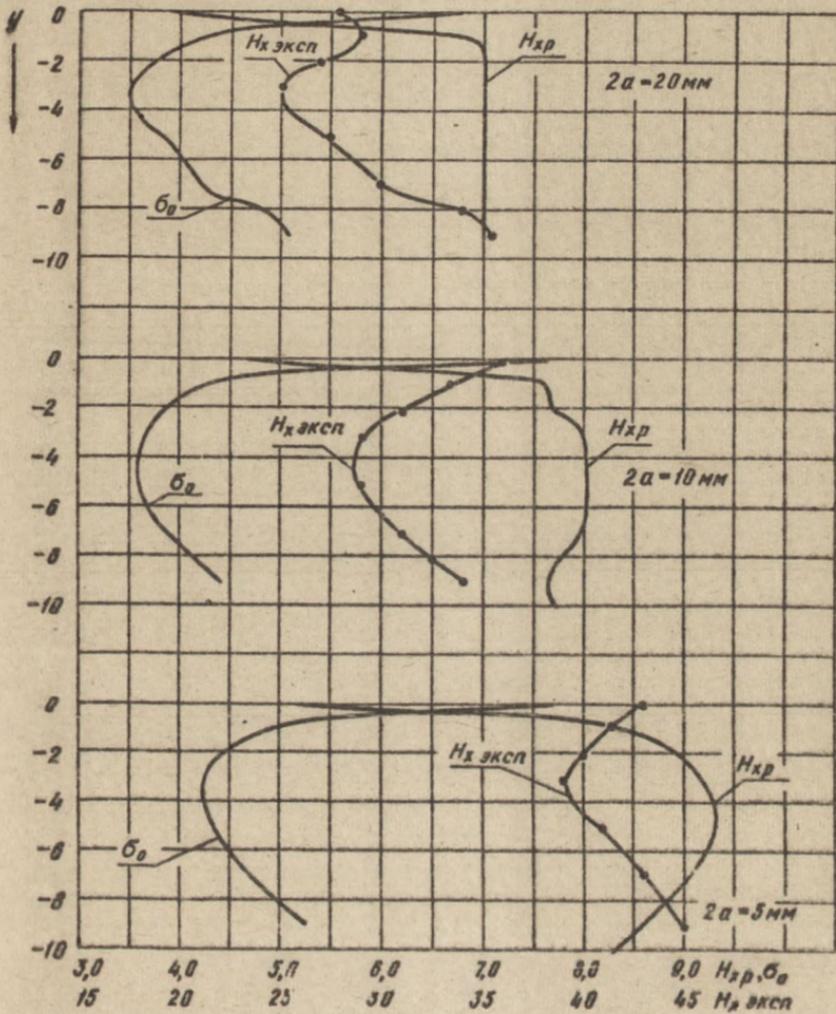


Рис. 6б .

$\alpha = 10$ мм;

$\chi = 0,9\alpha$ мм

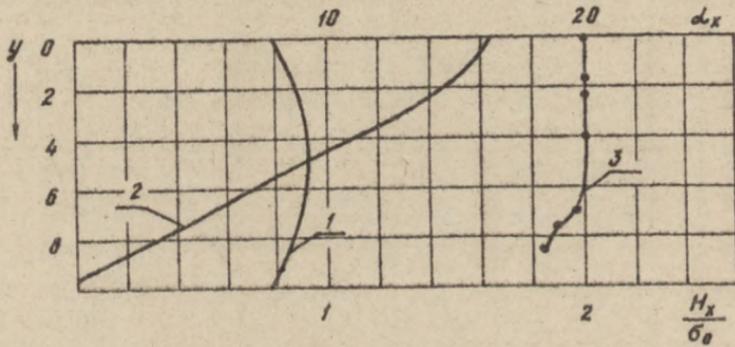


Рис. 7.

$2\alpha = 20$ мм;

$\alpha = 10$ мм;

$x = 0$ (A, B)

При этом горизонтальная составляющая рассчитывается по формуле

$$H_{xp} = \frac{2\sigma_0}{d} \left\{ (y+d) \left[\operatorname{arctg} \frac{y+d}{x-a} - \operatorname{arctg} \frac{y}{x-a} - \right. \right. \\ \left. \left. - \operatorname{arctg} \frac{y+d}{x+a} + \operatorname{arctg} \frac{y}{x+a} \right] - \right. \\ \left. - \frac{x-a}{2} \ln \left| \frac{(y+d)^2 + (x-a)^2}{y^2 + (x-a)^2} \right| + \frac{x+a}{2} \ln \left| \frac{(y+d)^2 + (x+a)^2}{y^2 + (x+a)^2} \right| \right\}. \quad (3)$$

Результаты численного расчета по этой формуле в сравнении с расчетом по (1) и с экспериментальными данными приведены на рис.7. Здесь кривая 1 - по формуле (3), кривая 2 - по (1) и 3 - экспериментальная кривая.

Из сравнения кривых видим, что результаты расчета по (3) не совпадают с экспериментом. Следовательно, принимать распределение поляризованных зарядов по краям дефекта по закону (2) не имеет смысла.

3. Рассмотрим распределение поляризованных зарядов в виде "пакета" [3].

В этом случае расчет горизонтальной составляющей поля дефекта проводится по формуле

$$H_{xp} = -\sigma \left\{ \frac{y+d}{2} \ln \left| \frac{[(x-b)^2 + (y+d)^2][(x+b)^2 + (y-d)^2]}{[(x-a)^2 + (y+d)^2][(x-a)^2 + (y-d)^2]} \right| - \right. \\ \left. - \frac{y}{2} \ln \left| \frac{[(x-b)^2 + y^2][(x+b)^2 + y^2]}{[(x-a)^2 + y^2][(x-a)^2 + y^2]} \right| + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + (x-b) \left[\operatorname{arctg} \frac{y+d}{x-b} - \operatorname{arctg} \frac{y}{x-b} \right] - \\
 & - (x-a) \left[\operatorname{arctg} \frac{y+d}{x-a} - \operatorname{arctg} \frac{y}{x-a} \right] + \\
 & + (x+b) \left[\operatorname{arctg} \frac{y+d}{x+b} - \operatorname{arctg} \frac{y}{x+b} \right] - \\
 & - (x+a) \left[\operatorname{arctg} \frac{y+d}{x+a} - \operatorname{arctg} \frac{y}{x+a} \right] \}, \quad (4)
 \end{aligned}$$

где b - ширина "пакета", остальные обозначения совпадают с принятыми в формуле (1).

Распределение поляризационных зарядов принимаем неизменными по глубине дефекта, а величина " b " находится из трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned}
 & (y_1+d) \ln |b^2 + (y_1+d)^2| - y_1 \ln |b^2 + y_1^2| + \\
 & + 2b \left[\operatorname{arctg} \frac{y_1+d}{b} - \operatorname{arctg} \frac{y_1}{b} \right] - \frac{H_{\text{змп}} \operatorname{векл}}{H_{\text{змз}} \operatorname{векл}} \cdot \\
 & \cdot \left[(y_2+d) \ln |b^2 + (y_2+d)^2| - y_2 \ln |b^2 + y_2^2| \right] + \\
 & + 2b \left[\operatorname{arctg} \frac{y_2+d}{b} - \operatorname{arctg} \frac{y_2}{b} \right] = \\
 & = (y_1+d) \ln |a^2 + (y_1+d)^2| - y_1 \ln |a^2 + y_1^2| + \\
 & + 2a \left[\operatorname{arctg} \frac{y_1+d}{a} - \operatorname{arctg} \frac{y_1}{a} \right] + \frac{H_{\text{змп}} \operatorname{векл}}{H_{\text{змз}} \operatorname{векл}} \left[-(y_2+d) \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \ln |a^2 + (y_2+d)^2| + y_2 \ln |a^2 + y_2^2| - 2a \left[\operatorname{arctg} \frac{y_2+d}{a} - \operatorname{arctg} \frac{y_2}{a} \right] \right], \quad (5)
 \end{aligned}$$

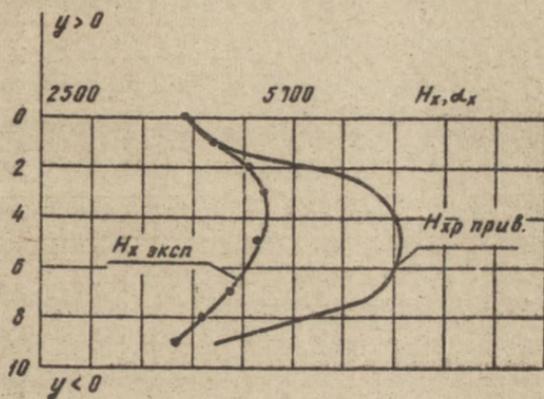


Рис. 8.

$H_0 = 434 \text{ в}; 2a = 5 \text{ мм}; a = 10 \text{ мм}; \delta = 0,7 \text{ мм};$
 $G_0 = 859,4; x = 0$

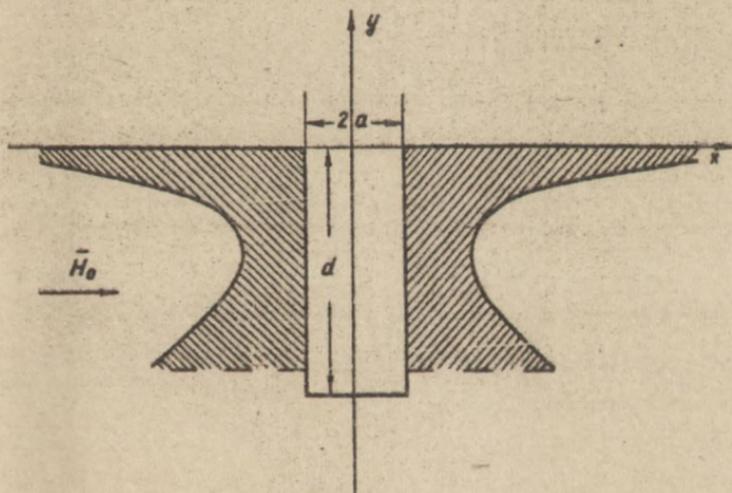


Рис. 9

где все величины, кроме " δ ", заданы или определяются из опыта.

Величину δ можно определить из (4), в которое подставляется найденное из (5) значение " δ ".

Как видно из рис.8, представление поляризационных зарядов в виде прямоугольного "пакета" с равномерным распределением δ по его объему не подтверждается экспериментальными данными (кривая N_{x3} - экспериментальная, $N_{xp,прив}$ - расчет по формулам (4) и (5)).

На основании результатов экспериментальных исследований, приведенных в данной работе, и физических соображений можно принять наиболее близкий к реальному закон распределения поляризационных зарядов, приведенный на рис.9. Проверка этого предположения требует дальнейших исследований.

Л и т е р а т у р а

1. Зацепин Н.Н., Шербинин В.Е. "Дефектоскопия", 1966, № 5.
2. Новикова И.А. Научный отчет СФТИ, лаборатория дефектоскопии. 1973, гл. I, гос. рег. № 74023343; инв. № БЗ15069.
3. Новикова И.А. Доклады XX научно-технической конференции по радиоэлектронике, посвященной 50-летию образования СССР. . . Томск, Изд-во ТГУ, 1974.
4. Новикова И.А., Сапожников Б.А. УП Всесоюзная научно-техническая конференция "Неразрушающий контроль материалов, изделий и сварных соединений" (тезисы докладов). М., 1974, 1975.

СТАБИЛИЗАТОР ПОСТОЯННОГО НАПЯЖЕНИЯ

В.В.Ермаков

При конструировании транзисторной аппаратуры, питающейся от батарей, перед разработчиками часто встает необходимость получения стабильного постоянного напряжения, равного или большего по величине, чем напряжение источника питания. Решение этой задачи традиционным путем приводит к необходимости введения в электрическую схему прибора трансформатора, что является нежелательным.

Предлагаемая схема стабилизатора постоянного напряжения свободна от этого недостатка. Ниже приведены функциональная (рис.1) и принципиальная (рис.2) схемы стабилизатора постоянного напряжения.

Транзисторы T_1 и T_2 образуют симметричный мультивибратор. Импульсное напряжение, вырабатываемое мультивибратором, поступает на базы транзисторов T_3 и T_4 , которые работают в ключевом режиме. Емкости C_3 и C_4 вместе с диодами D_2 и D_3 образуют схему удвоения напряжения. Схема удвоения напряжения включена так, что выходное напряжение её складывается с напряжением источника питания. Таким образом, схема удвоения напряжения создает добавку к напряжению источника питания, необходимую для получения стабильного постоянного напряжения, равного в данном случае напряжению источника. Стабилизатор напряжения выполнен на транзисторах T_5 , T_6 .

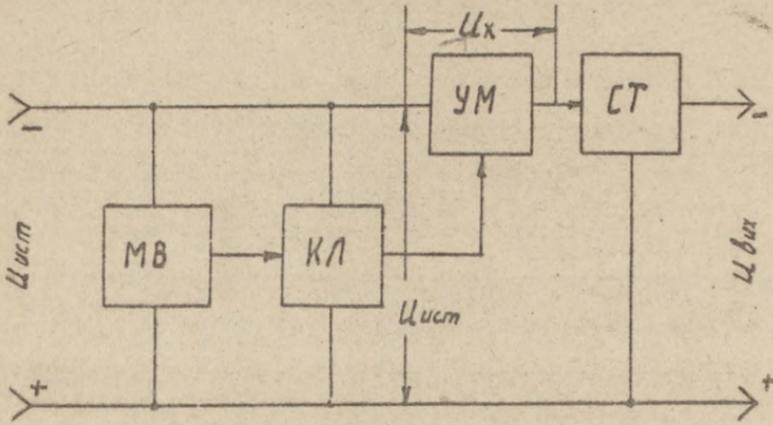


Рис. 1

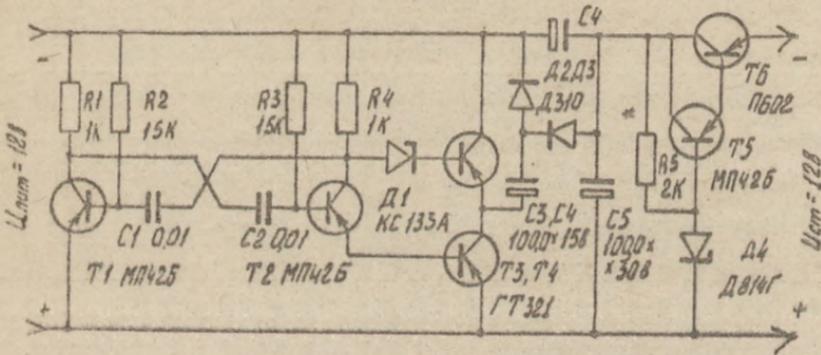


Рис. 2

Приведенная схема (рис.2) стабилизатора постоянного напряжения позволяет получить от источника напряжения стабильное напряжение - I_2 в при максимальном токе в нагрузке, равном $0,12$ а. При изменении $I_{ист.}$ на $\pm 25\%$ изменение постоянного напряжения на выходе стабилизатора не превышает $\pm 1\%$. В режиме холостого хода ток, потребляемый схемой, не превышает $0,02$ а, а выходное напряжение равно - 20 в.

Величина тока в нагрузке главным образом зависит от мощности транзисторов ключа T_3, T_4 .

При необходимости можно повысить стабильное выходное напряжение до - 18 в; для этого достаточно заменить стабилитрон D_4 на стабилитрон с соответствующим напряжением стабилизации и подобрать величину резистора R_5 .

В случае изменения полярности источника питания на обратную необходимо заменить все транзисторы в схеме на транзисторы типа $n-p-n$, а также изменить полярность диодов и емкостей в удвоителе напряжения.

Описанная схема стабилизатора постоянного напряжения проста в изготовлении и не требует предварительной настройки.

СВЧ ПЛОТНОМЕР ДЛЯ СНЕЖНОГО ПОКРОВА

В.В.Ботов, А.С.Шостак

В практической работе по изучению физических свойств льда и снежного покрова пользуются стандартными приборами. Так, для определения плотности льда и снежного покрова используют стандартный плотномер [1]. Однако этот прибор не обеспечивает требуемой точности особенно при определении плотности льда и к тому же измерения связаны с изготовлением образцов из ледникового массива. В данной работе предлагаются результаты полевых исследований СВЧ плотномера, не требующего изготовления образцов.

Принцип действия и устройство плотномера описаны авторами в работах [2,3].

В зимний период 1974-1975 гг. СВЧ плотномером были произведены измерения плотности снежного покрова в районе Томска. Точность показаний разработанного нами плотномера сравнивалась с показаниями стандартного плотномера. Причем значения стандартного плотномера брались как истинные.

Для большей оперативности и точности в СВЧ-плотномере отсчетное устройство, в отличие от аналогичного устройства [2,3], было проградуировано непосредственно в значениях плотности. Измерения плотности снежного покрова были произведены на полигоне гидрометеостанции Томск по инициативе Западно-Сибирского регионального научно-исследовательского гидрометеорологического института.

Результаты измерений плотности снежного покрова приведены в табл. I. Средняя ошибка в определении плотности снежного покрова не превышает 6%.

Таблица I

Результаты измерения плотности снежного
покрова различными приборами

Вес (г)	Высота (см)	(г/см ³) по стандартному плотномеру	(г/см ³) по СВЧ прибору	Ошибка измерений в %
127	55-57	0,23	0,20	12
115	45	0,25	0,22	12
120	35	0,32	0,29	9
90	32	0,29	0,27	6
90	15	0,66	0,61	8
34	16	0,22	0,22	-
80	33	0,23	0,22	4
92	34	0,27	0,28	4
67	24	0,28	0,30	6
80	25	0,32	0,32	-
94	20	0,47	0,48	2
155	53	0,30	0,30	-
185	48	0,39	0,40	3
195	50	0,39	0,40	3
168	42	0,40	0,40	-

Данный СВЧ прибор может применяться не только для измерения плотности снежного покрова и льда - с его помощью можно измерять влажность сыпучих материалов, а также определять диэлектрическую проницаемость диэлектриков. Соответствующая конструкторская доработка прибора позволит увеличить точность в определении снежного покрова и других физических величин.

Л и т е р а т у р а

1. Мерзлотные исследования. Вып. . П (Сборник статей), 1961, Изд-во МГУ.
2. Семёнов В.С., Ботов В.В., Шостак А.С. Измерение электрических и механических характеристик льда и снега в СВЧ диапазоне. Радиоэлектроника и управление. Тезисы докладов региональной конференции молодых ученых, Томск, 1974.
3. Иванчиков В.И., и Ботов В.В., Шостак А.С. Исследование зависимости диэлектрической проницаемости снежного покрова и льда от плотности в СВЧ диапазоне. Сборник статей. Изд-во ТГУ, 1974.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ

А.А. Попов

В обычных краевых задачах электродинамики, решаемых методом Винера-Хопфа-Фока, функции рассеянного поля для различных областей ищутся из функционального уравнения Винера-Хопфа-Фока [1,2]. Однако любая модификация геометрии этих задач затрудняет решение функционального уравнения.

В работе [3] предложен метод решения краевых задач, модифицированных в продольном направлении.

Нами предлагается метод решения краевых задач, модифицированных в поперечном направлении. В основе метода - построение (с использованием подхода Винера-Хопфа-Фока) функции рассеянного поля для открытой области через амплитуды собственных волны замкнутой области и сшивание полей на их границе в пространстве интегрального преобразования Фурье.

В качестве примера рассмотрим задачу об излучении электромагнитной волны из плоского волновода с бесконечным фланцем в свободное пространство (рис.1).

1. Построение функции поля для открытой области

Пусть на открытой конец волновода набегает волна основного типа с единичной амплитудой $\psi_0 = e^{i\kappa z}$. Рассеянное поле $\Psi(x, z)$, удовлетворяющее граничным условиям

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = 0 \quad (x = \pm b, z < 0); \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad (z = 0, |x| > b),$$

в области $z < 0$, можно представить в виде разложения по собственным волнам

$$\Psi(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \cos[\xi_n(x-b)] \cdot e^{\delta_n z},$$

$$\delta_n = \sqrt{\xi_n^2 - \kappa^2}, \quad \xi_n = \frac{n\pi}{2b},$$

где A_n - амплитуды собственных волн;

κ - волновое число;

$2b$ - размер раскрыва волновода;

n - четные (в силу симметрии задачи) числа.

Используя подход Винера-Хопфа-Фока, запишем решение волнового уравнения в областях $|x| > b$, $|x| < b$ для рассеянного поля в пространстве интегрального преобразования Фурье [2] в виде

$$\Psi(x, \alpha) = \Psi_+(x, \alpha) + \Psi_-(x, \alpha) = A(\alpha) e^{-\alpha x}, \quad x > b;$$

$$(2) \quad \Psi(x, \alpha) = \Psi_+(x, \alpha) + \Psi_-(x, \alpha) = 2b(\alpha) \operatorname{ch} \alpha x, \quad |x| < b;$$

$$\Psi(x, \alpha) = \Psi_+(x, \alpha) + \Psi_-(x, -\alpha) = A(\alpha) e^{\alpha x}, \quad x < -b.$$

Из условий сшивания в плоскостях $x = b$, $x = -b$ следует

$$(3) \quad A(\alpha) = -\frac{e^{\alpha b}}{\gamma} [\Psi'_+(b, \alpha) + \Psi'_+(b, -\alpha)]; \quad B(\alpha) = \frac{\Psi'_+(b, \alpha)}{2\gamma \operatorname{sh} \gamma b}.$$

$$\text{Здесь } \Psi_+(x, \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \Psi(x, z) e^{i\alpha z} dz; \quad \Psi_-(x, \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \Psi(x, z) e^{i\alpha z} dz;$$

$$(4) \quad \Psi'_+(x, \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\partial \Psi(x, z)}{\partial x} e^{i\alpha z} dz; \quad \Psi'_-(x, \alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 \frac{\partial \Psi(x, z)}{\partial x} e^{i\alpha z} dz;$$

$\gamma = \sqrt{\alpha^2 - k^2}$ - выбирается из условия излучения $\operatorname{Re} \gamma > 0$, $\operatorname{Im} \gamma < 0$.

Из (3) и (2) видно, что для решения задачи необходимо найти функцию $\Psi'_+(b, \alpha)$. В обычных краевых задачах эта функция определяется из функционального уравнения Винера-Хопфа-Фока. В нашем случае предстоит построить её через амплитуды собственных волн в волноводе. Сформулируем условия её построения.

Используя (2) и (3) и обратное преобразование Фурье, рассеянное поле для области $-b < x < b$ можно записать в виде

$$(5) \quad \Psi(x, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Psi'_+(b, \alpha)}{\gamma \operatorname{sh} \gamma b} \cdot \operatorname{ch} \gamma x \cdot e^{-i\alpha z} d\alpha.$$

При $z < 0$ контур интегрирования в (5) замыкаем в верхней полуплоскости, и интеграл равен сумме вычетов в полюсах $\alpha = k$, $\alpha = i\gamma_n$

$$(6) \quad \Psi(x, z < 0) = \frac{2\pi i}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{\Psi'_+(b, k)}{2k b} \cdot e^{-ikz} + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\Psi'_+(b, i\gamma_n)}{i\gamma_n} \cdot \cos [\gamma_n (x-b)] e^{\gamma_n z} \right\}.$$

А тогда из сравнения (6) с (1) получаем условия для закрытой области

$$1) \Psi_+^{\prime}(\beta, \kappa) = \frac{2\kappa\beta A_0}{i\sqrt{2\pi}} ; \quad 2) \Psi_+^{\prime}(\beta, i\gamma_n) = \frac{\gamma_n A_n}{\sqrt{2\pi}} .$$

В случае $Z > 0$ контур интегрирования в (5) необходимо замыкать в нижней полуплоскости. Подинтегральная функция здесь должна иметь точку ветвления $\alpha = -\kappa$, но не должна иметь полюсов, кроме полюса $\alpha = -\kappa$, вычет в котором должен компенсировать падающее поле $e^{i\kappa z}$. Тогда поле в открытой области можно представить

$$\Psi(x, z > 0) = -e^{i\kappa z} \frac{2\pi i}{\sqrt{2\pi}} \cdot \Psi_+^{\prime}(\beta, -\kappa) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_P \frac{\Psi_+^{\prime}(\beta, \alpha)}{\gamma \operatorname{sh} \gamma \beta} \operatorname{ch} \gamma x e^{-i\alpha z} d\alpha ,$$

где P - контур интегрирования по берегам разрезов в плоскости (α).

Отсюда получаем условия для $\Psi_+^{\prime}(\beta, \alpha)$ в виде

$$3) \Psi_+^{\prime}(\beta, -i\gamma_n) = 0 ; \quad 4) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot 2\pi i \Psi_+^{\prime}(\beta, -\kappa) = 1 ;$$

5) Согласно условию на ребре для нашей задачи функция $\Psi_+^{\prime}(\beta, \alpha)$ должна иметь сингулярность $\alpha^{-3/2}$.

6) Функция $\Psi_+^{\prime}(\beta, \alpha)$ должна быть аналитической в верхней полуплоскости комплексного (α).

С помощью этих условий и асимптотических разложения [2] нетрудно построить функцию $\Psi_+^{\prime}(\beta, \alpha)$ в виде

$$(7) \Psi_+^{\prime}(\beta, \alpha) = \frac{e^{-\gamma\beta} \gamma \cdot \operatorname{sh} \gamma \beta}{f_-(\alpha) f_+(\alpha)} \left[\frac{C_0(\alpha) C_{-2}}{\alpha + \kappa} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n C_n}{\alpha - i\gamma_n} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} ,$$

где $f_-(\alpha) = \exp \left\{ \frac{i\beta\gamma}{\pi} \ln(-\frac{\alpha + \gamma}{\kappa}) \right\}$ - получена из факторизации $e^{-\gamma\beta} = f_-(\alpha) \cdot f_+(\alpha) ;$

$$[f^-(\alpha)]^{-1} = \exp\left\{\frac{i\beta\alpha}{\pi} \ln\left(-\frac{2\alpha}{k}\right)\right\}$$

- асимптотическая оценка функции $f^-(\alpha)$ при $|\alpha| \rightarrow \infty$ в нижней полуплоскости комплексной плоскости (α);

$$S_+(\alpha) = \exp\left\{\frac{2}{3} \frac{\alpha+k}{\gamma} \ln\left(\frac{\alpha-\gamma}{k}\right)\right\}$$

- функция, аналитическая в верхней полуплоскости и имеет алгебраическое убывание $\alpha^{-3/2}$ при $|\alpha| \rightarrow \infty$;

$$C_{-0} = f^-(-k) \cdot f^l(-k) \quad ;$$

$$C_n = -(-1)^{n/2} \cdot f^-(i\delta_n) f^l(i\delta_n) \quad .$$

Очевидно, что C_n стремится к постоянному значению при $n \rightarrow \infty$, поэтому не вносит никакого вклада в асимптотику суммы. Следовательно:

$$(8) \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n C_n}{\alpha - i\delta_n} = i \int_0^{\infty} \left(\sum_{n=0}^{\infty} A_n C_n e^{\gamma n z} \right) e^{i\alpha z} dz \sim i \int_0^{\infty} z^{3/2} e^{i\alpha z} dz \sim \alpha^{-3/2}.$$

При этом нетрудно показать (см. приложение), что представление (7) единственно.

Подставляя (7) в (3) и (4) и используя обратные преобразования Фурье, получаем

$$(9) \quad \Psi(x, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha) e^{-\alpha x} e^{-i\alpha z} d\alpha, \quad x > \theta;$$

$$\Psi(x, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha) e^{\alpha x} e^{-i\alpha z} d\alpha, \quad x < -\theta,$$

где $A(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \operatorname{sh} \delta B \left(C_0 \cdot F(\alpha) + \sum_{n=0}^{\infty} A_n C_n F_n(\alpha) \right);$

$$F(\alpha) = \frac{f_+(\alpha)}{f_+(\alpha) \cdot f_-^2(-\alpha) \cdot (\alpha - k)} - \frac{f_+(\alpha)}{f_-(\alpha) \cdot f_-^2(\alpha) \cdot (\alpha + k)};$$

$$F_n(\alpha) = \frac{1}{f_+(\alpha) \cdot f_-^2(-\alpha) \cdot (\alpha + i\delta n)} - \frac{1}{f_-(\alpha) \cdot f_-^2(\alpha) \cdot (\alpha - i\delta n)}.$$

При $Z = 0$ получаем электромагнитное поле в плоскости фланца

$$\begin{aligned} \Psi(x, 0) &= 1 + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos [z_n (x - b)], \quad -b < x < b; \\ (10) \quad \Psi(x, 0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha) e^{-\alpha x} d\alpha, \quad x > b; \\ \Psi(x, 0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(\alpha) e^{\alpha x} d\alpha, \quad x < -b. \end{aligned}$$

2. Сшивание полей в пространстве преобразования Фурье

Амплитуды собственных волн A_n определим методом сшивания полей в пространстве интегрального преобразования Фурье по координате x при $z = 0$. Использование преобразования Фурье позволяет, с одной стороны, решение волнового уравнения представить в виде плоской волны, а с другой - разрывное описание полей в плоскости раскрыва заменить непрерывным.

Запишем решение волнового уравнения для рассеянного поля в открытой области в пространстве преобразования Фурье в виде

$$(11) \quad \tilde{\Psi}(z, z) = c(z) e^{i\beta z}; \quad \frac{\partial \tilde{\Psi}(z, z)}{\partial z} = i\beta c(z) e^{i\beta z}; \quad \beta = \sqrt{k^2 - \bar{z}^2}.$$

Тогда, применяя интегральное преобразование Фурье к (10) и проводя сшивание с магнитной и электрической составляющими поля (11) при $Z = 0$, получим соответственно

$$(12) \quad -\frac{e^{i\gamma\theta}}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{A(\alpha) e^{-\alpha\theta}}{i\bar{z} - \delta} d\alpha + \frac{e^{-i\gamma\theta}}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{A(\alpha) e^{-\alpha\theta}}{i\bar{z} + \delta} d\alpha + D_0(z) + \sum_{n=0}^{\infty} D_n(z) A_n = c(z);$$

$$(13) \quad D_0(z) \cdot ik + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta_n D_n(z) = i\beta c(z).$$

Исключая из этих соотношений $c(z)$, получим

$$(14) \quad i\beta \left\{ \frac{e^{i\gamma\theta}}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{A(\alpha) e^{-\alpha\theta}}{i\bar{z} - \delta} d\alpha + \frac{e^{-i\gamma\theta}}{\sqrt{2\pi}} \int \frac{A(\alpha) e^{-\alpha\theta}}{i\bar{z} + \delta} d\alpha + D_0(z) \right. \\ \left. + \sum_{n=0}^{\infty} D_n(z) A_n \right\} = D_0(z) \cdot ik + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \delta_n D_n(z),$$

$$\text{где } D_n(z) = \frac{2\bar{z} \sin \gamma z \theta}{z^2 - \bar{z}_n^2}.$$

Можно видеть, что не-ва функции $D_n(z)$ могут быть полюса $\bar{z} = \pm \bar{z}_n$ на действительной оси, а подинтегральные функции имеют полюса в точках $\bar{z} = \pm i\delta$ (рис.2).

Умножая обе части уравнения (14) на ортогонализирующую функцию $D_m(z) \cdot \tau(z) / 2\pi$ (где $\tau(z) = e^{i\gamma\theta}$)

весовая функция) и учитывая, что

$$(15) \quad \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} D_m(z) \cdot D_n(z) \cdot z(z) dz = \begin{cases} 0 & , m \neq n; \\ (-1)^{m+1} \cdot \beta/2 & , m=n \neq 0; \\ \beta & , m=n=0; \end{cases}$$

после интегрирования (контур интегрирования и разрезы показаны на рис.2) получаем систему уравнений относительно A_n

$$(16) \quad \begin{cases} i\kappa\beta(1-A_0) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n V_{n0} + E_0; \\ (-1)^{m/2} \frac{\beta}{2} \gamma_m A_m = \sum_{n=0}^{\infty} A_n V_{nm} + E_m; \\ m=2, 4, \dots, n, \end{cases}$$

где

$$V_{nm} = M_{nm} + C_n (N_{nm} + R_{nm}) + K_{nm};$$

$$E_m = K_{0m} + M_{0m} + (N_m + R_m) \cdot C_0;$$

$$K_{nm} = \begin{cases} \frac{\gamma_m \beta}{2} (-1)^{m/2}, & n=m \neq 0, \\ 0 & n \neq m, \\ i\kappa\beta & , n=m=0, \end{cases}$$

$$(17) \quad M_{nm} = -\frac{1}{\pi} \left\{ e^{i\kappa\beta} \int_0^{\beta} \frac{z^2}{(z^2 - z_m^2)(z^2 - z_n^2)} \cdot e^{-u\beta} du - e^{i\kappa\beta} \int_0^{\beta} \frac{z^2}{(z^2 - z_n^2)(z^2 - z_m^2)} \cdot e^{-3u\beta} du \right\};$$

- III -

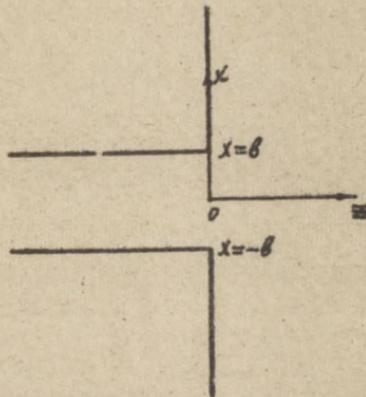


Рис. 1

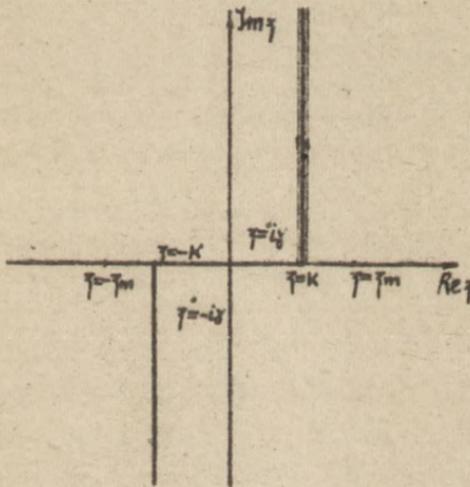


Рис. 2

$$\bar{z} = k + iu ;$$

$$N_m = \frac{1}{2\pi l} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha\theta} \operatorname{sh} \alpha\theta \cdot \mathcal{F}(\alpha) \tilde{N}_m(\alpha) d\alpha ;$$

$$R_m = -\frac{1}{2\pi l} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha\theta} \operatorname{sh} \alpha\theta \cdot \mathcal{F}(\alpha) \tilde{R}_m(\alpha) d\alpha ;$$

$$N_{nm} = \frac{1}{2\pi l} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha\theta} \operatorname{sh} \alpha\theta \mathcal{F}_n(\alpha) \tilde{N}_m(\alpha) d\alpha ;$$

$$R_{nm} = -\frac{1}{2\pi l} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha\theta} \cdot \mathcal{F}_n(\alpha) \tilde{R}_m(\alpha) d\alpha ;$$

$$\begin{aligned} \tilde{N}_m(\alpha) = & -\frac{i}{\pi} \left\{ e^{i\alpha\theta} \int_0^{\infty} \beta \frac{\bar{z}}{\bar{z}^2 - \bar{z}_m^2} \cdot \frac{1}{l\bar{z} + \theta} \cdot e^{-u\theta} du - \right. \\ & \left. - e^{i\alpha\theta} \int_0^{\infty} \beta \frac{\bar{z}}{\bar{z}^2 - \bar{z}_m^2} \cdot \frac{1}{l\bar{z} - \theta} e^{-3u\theta} du \right\} ; \end{aligned}$$

$$\tilde{R}_m(\alpha) = \begin{cases} -\frac{\gamma \cdot \delta m}{\bar{z}_m^2 + \delta^2} (-1)^{m/2} + e^{-\alpha\theta} \cdot \alpha, & m \neq 0, \\ -\frac{iH}{\gamma} + e^{-\alpha\theta} \cdot \alpha, & m = 0. \end{cases}$$

На комплексной плоскости (α) разрезы целесообразно проводить вдоль действительной оси, как на рис.3.

Определив A_n , с помощью (16) нетрудно получить поле излучения. Следует заметить, что перемена порядка суммирования и интегрирования в (14) возможна только в случаях, когда каждый интеграл сходится. Однако в ряде

- II3 -

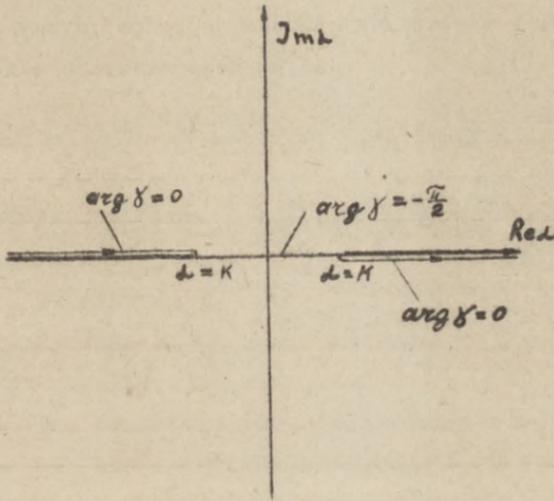


Рис. 3

случаев (волны других поляризации) каждый из интегралов в (14) может расходиться. В этом случае, не нарушая общности решения и соблюдая условия на ребре, сумму

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n C_n / (\alpha - i\delta_n) \quad \text{можно представить в виде}$$
$$[G_+(\alpha)]^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} A_n C_n \theta_+(i\delta_n) / (\alpha - i\delta_n),$$

где $G_+(\alpha) = \exp\left\{-\delta \frac{\alpha}{\delta} \ln\left(\frac{\alpha - \delta}{K}\right)\right\}$ имеет асимптотику α^δ (δ - некоторая константа).

В заключение можно заметить, что предложенная методика может быть распространена на все случаи модифицированных граничных задач, для которых возможно построение функциональных соотношений Винера-Хопфа-Фока для различных областей, одна из которых открытая.

Приложение

Полученным условиям для $\Psi'_+(\beta, \alpha)$ могут удовлетворять кроме функции (7) также функции вида

$$(18) \quad \Psi'_+(\beta, \alpha) = \frac{e^{-\alpha\beta} \cdot \delta \cdot \text{sh} \delta \beta}{f_-(\alpha) f'_-(\alpha)} Q(\alpha),$$

где

$$(19) \quad Q(\alpha) = D \cdot g_+(\alpha) + \frac{S_+(\alpha) C_0}{\alpha + K} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \left(\frac{C_n}{\alpha - b\delta n} + D_n g_+^n(\alpha) \right);$$

$D, D_n (n=0, 2, \dots)$ - неизвестные коэффициенты;

$g_+(\alpha) = \exp \left\{ \frac{b}{\delta} \frac{\alpha + K}{\delta} \ln \left(\frac{\alpha - \delta}{K} \right) \right\}$ имеет асимптотику $-\alpha^{-5/3}$;

$g_+^n(\alpha) = \exp \left\{ \Delta_n \frac{\alpha + K}{\delta} \ln \left(\frac{\alpha - \delta}{K} \right) \right\}$ имеет асимптотику $-\alpha^{-\Delta_n}$;

Δ_n - некоторое положительное число, зависящее от степени уонвания D_n таким образом, чтобы

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n D_n g_+^n(\alpha) \sim \alpha^{-5/3} \quad (|\alpha| \rightarrow \infty).$$

Из условий для $\Psi'_+(\beta, \alpha)$ следует, что $Q(\alpha)$ должна иметь полюса в точках $\alpha = -K, \alpha = b\delta n$ ($n = 0, 2, \dots$) и асимптотику $\alpha^{-5/3}$. Поэтому очевидно, что функция $Q(\alpha)$ имеет следующий вид:

$$(20) \quad Q(\alpha) = \frac{S(\alpha)}{\alpha - K} \prod_{n=0}^{\infty} \frac{f_n(\alpha)}{\alpha - b\delta n}.$$

Таким образом, представление (19) есть ничто иное как разложение (20) на простые дроби. Очевидно, что целые части в этом разложении будут только в том случае, когда $Q(\alpha)$ неправильная дробь, то есть $Q(\alpha) \sim \alpha^\beta$ ($\beta \geq 0$). Но учитывая, что в нашем случае

$Q(\alpha) \sim \alpha^{-5/3}$, можно сделать вывод, что в разложении $Q(\alpha)$ не должно быть целых частей, то есть необходимо положить $2, \varphi_n = 0$. Отсюда следует единственность представления (7) для функции $\Psi'_+(\beta, \alpha)$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации . М., "Сов. радио", 1966.
2. Миттра Р. и Ли С.В. Аналитические методы теории волноводов . М., "Мир", 1974.
3. Воскресенский Г.В., Плис А.И. Об одном конструктивном методе решения граничных задач дифракции на телах конечных размеров, основанном на факторизации . - "Вычисл. матем. и матем. физ.", 1975, вып. 3, с. 672.

КОНТРОЛЬ ТОЛЩИНЫ ДИЭЛЕКТРИКОВ НА СВЧ

В.И.Дорохов, А.С.Шостак

Предлагаемый СВЧ метод контроля может найти применение в промышленности для измерения толщины непроводящих материалов или диэлектрических покрытий, а также для определения толщины льда на водоемах.

Метод основан на дискретном измерении фазы СВЧ сигнала, отраженного от границы раздела контролируемого слоя и его подстилающей среды с контрастной диэлектрической проницаемостью.

На рис. I приведена блок-схема контроля толщины материала. Сигнал от генератора - 1 через измерительную линию - 2 с тремя парами детекторных головок D_1-D_4 , D_2-D_5 , D_3-D_6 подается на приемо-передающую антенну - 3, которая жестко фиксируется относительно поверхности подстилающей среды - 5 или поверхности контролируемого слоя - 4.

Отраженный от среды - 5 сигнал попадает обратно в измерительную линию, в которой образуется стоячая волна, измеряемая в шести точках. Расстояния между парами зондов в линии выбраны равными $l_1 = l_2 = \lambda/8$.

Напряжения с каждой пары детекторов, согласно схеме на рис. I, подаются на входы дифференциальных усилителей 6, 7, 8,

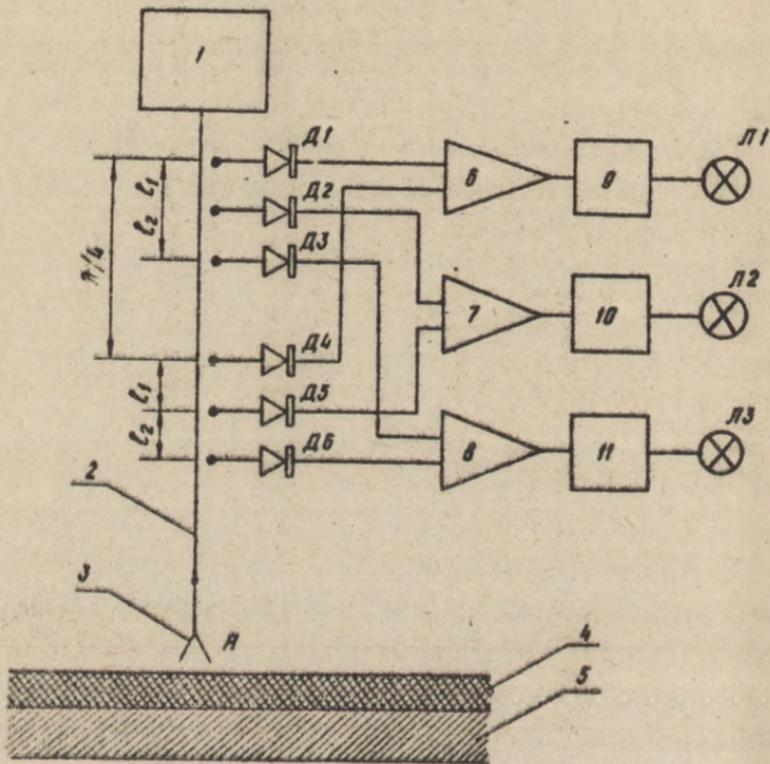


Рис. I

с которых усиленные разностные сигналы поступают на пороговые устройства 9, 10, 11, вызывающие срабатывание одного из трех индикаторов $\Lambda 1, \Lambda 2, \Lambda 3$.

По аналогии с известными методами автоматического измерения параметров СВЧ трактов [1, 2, 3] запишем выражения для напряжений с детекторных головок после усиления и попарного вычитания в виде,

$$\begin{aligned} U_{21} - U_{24} &= K_1 |\rho_1| \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right); \\ U_{22} - U_{25} &= K_2 |\rho_2| \sin \varphi ; \\ U_{23} - U_{26} &= K_3 |\rho_3| \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right), \end{aligned} \quad (I)$$

где $|\rho_i|, \varphi$ - модуль и фаза коэффициента отражения соответственно,

K - коэффициент пропорциональности, зависящий от коэффициента преобразования детекторов, коэффициента усиления усилителей и амплитуды падающей волны.

Задавая $K_1 |\rho_1| = K_2 |\rho_2| = K_3 |\rho_3| = const$, из (I) видим, что величина сигналов на входе пороговых устройств определяется фазой отраженного сигнала, которая в свою очередь определяется толщиной контролируемого слоя (считаем, что свойства контролируемого диэлектрика и отражающей среды не изменяются).

Таким образом, настройкой пороговых устройств для различных эталонных случаев и выбором точек подключения системы детекторов можем добиться того, что при требуемой толщине контролируемого материала $\varphi = (90^\circ + 2\pi n)$. Следовательно, об отсутствии отклонений от заданных размеров будет говорить наличие сигнала во втором канале ($\Lambda 2$). Всякое изменение тол-

щины контролируемого слоя вызовет срабатывание первого порогового устройства (11) или третьего (13) в зависимости от того, увеличится или уменьшится толщина слоя.

С целью исключения неоднозначности в определении толщины слоя диэлектрика должно выполняться соотношение

$$\Delta h < \frac{\lambda}{2} \sqrt{\epsilon_{сл}}$$

где Δh - максимально возможное отклонение толщины контролируемого слоя от заданного значения;

$\epsilon_{сл}$ - диэлектрическая проницаемость слоя;

λ - длина волны в свободном пространстве.

Точность измерения фазы отраженного сигнала может быть повышена уменьшением расстояния l_1 и l_2 . При этом точность определения толщины контролируемого материала определяется точностью измерения фазы сигнала и рабочей частотой генератора.

Лабораторные испытания по проверке точности отчета толщины различных листовых материалов (диэлектрическая проницаемость их находилась в пределах от 4 до 10) в зависимости от частоты показали следующие результаты:

- рабочая частота 500 мгц - точность не хуже $\pm 3,5$ см;
- рабочая частота 1 Гц - точность не хуже $\pm 1,5$ см;
- рабочая частота 2 Гц - точность не хуже ± 1 см.

Толщина слоя составляла 30 см.

Л и т е р а т у р а

1. Валитов Р.А. Радиотехнические измерения. М., 1963.

2. Бондаренко И.К., Дейнега Г.А., Маграчев З.В. Автоматизация измерений СВЧ трактов. М., 1963.
3. Миклашевская А.В. Автоматические измерители в диапазоне СВЧ. М., 1972.
4. Семенов В.С., Фрумкин Л.С., Шостак А.С. Влияние плоско-слоистой среды на импеданс горизонтальных линейных антенн. "Изв. ВУЗов. Радиофизика", т.15, № 5, 1972.

ДЕФЕКТОСКОПИЯ ТЕЛ НЕОГРАНИЧЕННЫХ РАЗМЕРОВ

В.И.Дорохов, А.С.Шостак

Предлагается электромагнитный прибор для обнаружения трещин, расколов во льду с последующей оценкой их величины, а также для контроля различных диэлектрических материалов. Принцип действия прибора основан на измерении входного импеданса двух линейных антенн, расположенных над поверхностью контролируемой среды.

Блок-схема измерений приведена на рис. I. Электромагнитная энергия от СВЧ-генератора - I через две одинаковые измерительные линии с детекторными зондами D_1 , D_2 и D_3 , D_4 подается на излучающие антенны A_1 , A_2 . Зонды в линиях расположены на расстояниях $\lambda/8$ друг от друга; снимаемые с них напряжения попарно вычитаются и усиливаются дифференциальными усилителями 2, 3, после чего подаются на X, Y пластины электронно-лучевой трубки (ЭЛТ). В общем случае напряжения, наведенные в зондах, можно записать следующим образом:

$$E_{D_1} = |E_n| \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{8}\right) + |E_o| \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{8} + \varphi\right);$$

$$E_{D_2} = |E_n| \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{8}\right) + |E_o| \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{8} + \varphi\right),$$

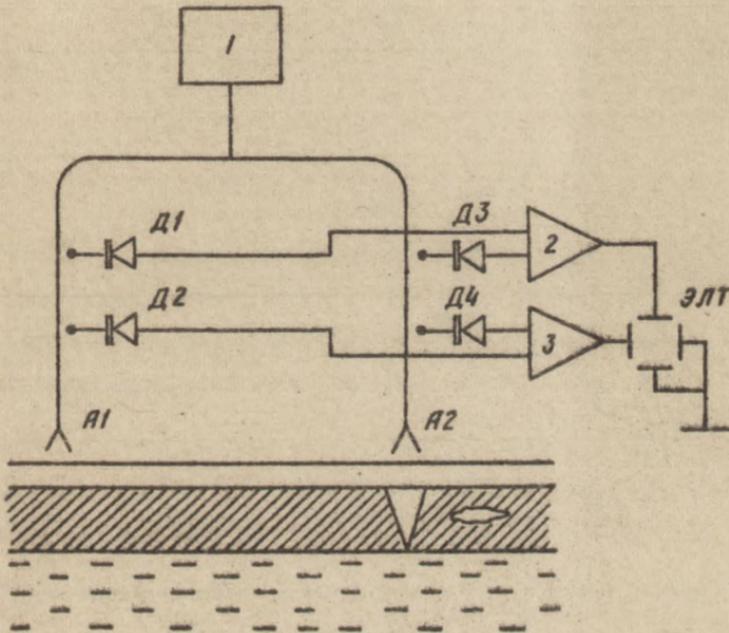


Рис. 1

где E_n, E_0 - амплитудные значения напряжений электрических полей подающей и отраженной волн соответственно;
 φ - фаза отраженного сигнала.

Так как $E_0 = \rho |E_n|$, то напряжения на нагрузках детекторов после квадратичного детектирования и отфильтровывания постоянных составляющих представим в виде

$$U_{21} = \frac{K|E_n|^2}{2} [1 + |\rho_0|^2 + 2|\rho_0| \cos(\frac{\pi}{4} + \varphi)];$$

$$U_{22} = \frac{K|E_n|^2}{2} [1 + |\rho_0|^2 + 2|\rho_0| \cos(\frac{\pi}{4} - \varphi)],$$

где $|\rho_0|$ - модуль коэффициента отражения;
 K - коэффициент пропорциональности.

Для случая однородной контролируемой поверхности, при условии равномерного распределения мощности генератора в измерительных линиях и идентичности последних, можно записать

$$|\rho_0| = |\rho_{0A1}| = |\rho_{0A2}| \quad \text{и} \quad \begin{aligned} U_{21} &= U_{23} \\ U_{22} &= U_{24} \end{aligned} \quad (I)$$

где ρ_{0A1} и ρ_{0A2} - модули коэффициентов отражения в первой и второй линиях.

Равенства (I) справедливы для любых значений ρ_0 . Следовательно, применительно к нашему случаю, постепенное изменение параметров контролируемой среды (толщины, плотности снежного покрова, льда) или синхронного изменения высоты расположения антенны A_1 и A_2 не вызывает появления ложных

сигналов на выходе дифференциальных усилителей. В случае наличия дефекта под одной из измерительных антенн (A_2) выходной сигнал детектора D_3 имеет вид,

$$U_{23} = K|E_n|^2 \left[\cos(\omega t - \frac{\pi}{8}) + |\rho_0| \cos(\omega t + \frac{\pi}{8} + \gamma) + \right. \\ \left. + |\rho_9| \cos(\omega t + \frac{\pi}{8} + \gamma) \right] = \frac{K|E_n|^2}{2} \left[1 + |\rho_0|^2 + 2|\rho_0| \cos(\frac{\pi}{4} + \gamma) + \right. \\ \left. + |\rho_9|^2 + 2|\rho_9| \cos(\frac{\pi}{4} + \gamma) + 2|\rho_0||\rho_9| \cos(\gamma - \gamma) \right],$$

где $|\rho_9|, \gamma$ - модуль и фаза коэффициента отражения от дефекта.

Аналогично имеем и для детектора D_4

$$U_{24} = \frac{K|E_n|^2}{2} \left[1 + |\rho_0|^2 + 2|\rho_0| \cos(\frac{\pi}{4} - \gamma) + |\rho_9|^2 + \right. \\ \left. + 2|\rho_9| \cos(\frac{\pi}{4} - \gamma) + 2|\rho_0||\rho_9| \cos(\gamma - \gamma) \right].$$

После попарного вычитания напряжений с учетом малости ρ_0 и ρ_9 можно записать

$$U_y = U_{23} - U_{21} \approx K|E_n|^2 |\rho_9| \cos(\gamma + \frac{\pi}{4}); \\ U_x = U_{24} - U_{22} \approx K|E_n|^2 |\rho_9| \cos(\gamma - \frac{\pi}{4}). \quad (2)$$

При условии $E_n = \text{const}$ положение луча на экране трубки будет определяться координатами:

$$X = K |\rho_g| \cos \left(\gamma - \frac{\pi}{4} \right);$$

$$Y = K |\rho_g| \cos \left(\gamma + \frac{\pi}{4} \right).$$

Полученные выражения (2) с точностью до постоянного множителя и начального фазового угла соответствуют выражениям, записанным для измерителя полных сопротивлений с четырехзондовой линией [2],[3]. Указанный измеритель полных сопротивлений позволяет измерять модуль и фазу коэффициента отражения суммарного сигнала от исследуемой поверхности и дефекта, тогда как предложенный метод из суммарного сигнала позволяет выделить сигнал от дефекта. Сравнительная оценка четырехзондового и предложенного метода показывает, что точность измерения параметров исследуемого материала зависит от измеряемых значений ρ_0 и ρ_g , то есть от конкретных условий работы.

Предложенный метод целесообразно применять при контроле материалов с поверхностными неровностями или с плавными электрическими характеристиками. В этом случае приращение ρ_0 не оказывает существенного влияния на погрешность измерений. При контроле материалов с неизменной структурой и при условии постоянства расстояния от измерительной антенны до поверхности материала предпочтительнее использовать измеритель полных сопротивлений с четырехзондовой линией.

Л и т е р а т у р а

1. Семенов В.С., Фрумкин Л.С., Шостак А.С. Влияние плоско-слоистой среды на импеданс горизонтальных линейных антенн. "Изв. ВУЗов. Радиофизика", т.15, № 5, 1972.
2. Бондаренко Р.А. Радиотехнические измерения. М., 1963.
3. Маклашевская А.В. Автоматические измерители в диапазоне СВЧ. М., 1972.

КОНТРОЛЬ ГОМОГЕННОСТИ НЕОДНОРОДНЫХ СМЕСЕЙ

В.И.Дорохов, А.С.Шостак

Предлагается устройство для контроля многокомпонентных диэлектрических материалов в процессе их изготовления, в частности, для контроля смешения многокомпонентных смесей в резиновой и пластмассовой промышленности.

Степень готовности определяется её галогенность: то есть равномерным распределением ингредиентов по всему объему смеси. Предлагаемый прибор позволяет контролировать качество приготовления смеси непрерывно и непосредственно на вальцах.

На рис.1 приведена блок-схема устройства. Генератор СВЧ-I через симметрирующее устройство - 2 и линию передачи - 3 возбуждает симметричную вибраторную антенну - 4, расположенную над контролируемой смесью - 5. Входное сопротивление антенны зависит от электродинамических свойств смеси [1]. В случае однородности контролируемой среды в питающей линии наблюдается равенство амплитуд и противоположность фаз токов и потенциалов двух проводов в соответствующих точках [2, гл.7]. Обозначив через J_1, U_1 ток и потенциал первого провода, а через J_2, U_2 ток и потенциал второго провода (рис.2), имеем

$$\begin{aligned} J_1 &= -J_2; \\ U_1 &= U_2. \end{aligned} \quad (1)$$

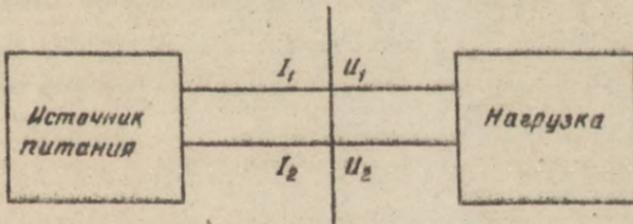
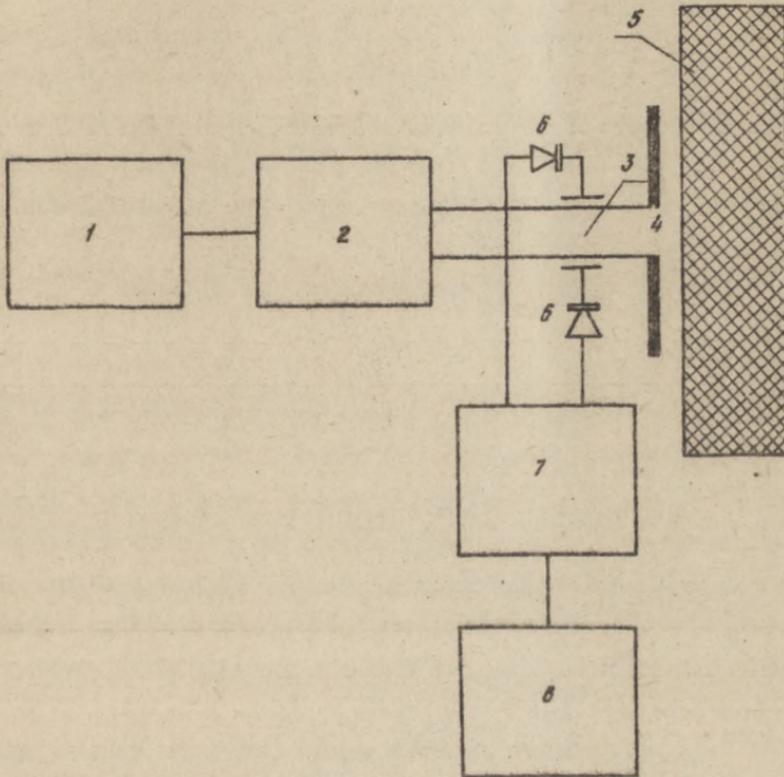


Рис. I

При наличии неравномерного распределения ингредиентов в смеси на каждое из плеч антенны контролируемая среда воздействует неодинаково. Антенна становится несимметричной, и условие (I) не соблюдается. В питающей линии появляется асимметрия распределения токов (напряжений), которая характеризуется коэффициентом асимметрии q

$$q = \frac{|U_1| - |U_2|}{|U_1| + |U_2|}.$$

Таким образом, задача контроля галогенности смеси сводится к измерению асимметрии в проводах питающей линии. В измерительный канал входят амплитудные детекторы - 6, подключенные к проводам в соответствующих точках, дифференциальный усилитель и индикаторное устройство. Индикаторное устройство содержит самопишущий прибор, это позволяет наблюдать процесс перемешивания в динамике по минимуму коэффициента асимметрии и определять момент готовности смеси.

Предложенный прибор для контроля диэлектрических материалов испытан в лабораторных условиях на моделях различных смесей. Отличительной особенностью прибора является его простота и надежность в эксплуатации. При этом установлено, что изменения зазора между вальцами, а также величин диэлектрических проницаемостей ингредиентов практически не влияют на точность определения готовности смеси.

Л и т е р а т у р а

1. Семенов В.С., Фрумкис Л.С., Шостак А.С. Влияние плоско-слоистой среды на импеданс горизонтальных линейных антенн. — "Изв. ВУЗов. Радиофизика," т. 15, № 5, 1972.
2. Фрадин А.З., Рыжков Е.В. Измерение параметров антенно-фидерных устройств. М., 1962.
3. Лавров Г.А., Князев А.С. Приземные и подземные антенны. М., 1965.
4. Назаров С.Т. Неразрушающие методы контроля материалов и изделий. М., 1964.

О СХОДИМОСТИ АЛГОРИТМА ВЫЧИСЛЕНИЯ
СЕТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СЛОИСТЫХ
СИСТЕМ

Г.Н. Парватов, А.А. Попов

При решении разностными методами ряда нелинейных задач электромагнитной и тепловой дефектоскопии, а также задач теплотехники встречаются затруднения, связанные с вычислением сеточных функций на границах раздела областей. Рассмотрим одну из таких задач – задачу теплообмена областей I, II через область III (см. рис. I)

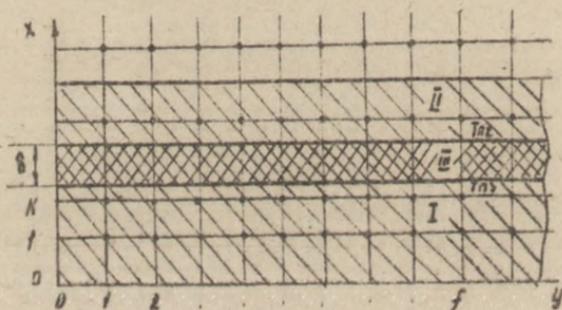


Рис. I. Схема вычисления сеточных функций

с нелинейными граничными условиями типа

$$\left. \frac{\partial T'}{\partial q_j} \right|_{q_j=f_j} = Bi_1(T' - T'') + Sk_1(T'^4 - T''^4) \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial T''}{\partial q_j} \right|_{q_j=f_j} = Bi_2(T' - T'') + Sk_2(T'^4 - T''^4) \quad (2)$$

Здесь T' и T'' - сеточные функции для областей I, II соответственно; Bi_1 , Sk_1 - коэффициенты конвективного и радиационного теплообменов при переходе из области II в область I, а Bi_2 , Sk_2 - те же коэффициенты при переходе из области I в область II; q_j - обобщенная координата системы; $j = 1, 2$; f_j - внутренняя граница раздела областей, соответствующая j - координате.

Сеточные функции в областях I, II находятся при помощи явной аппроксимации соответствующих уравнений теплопроводности и вся трудность заключается в вычислении этих функций на границах раздела f_j .

Рассмотрим случай $\delta < h$, где h - шаг сетки по координатам. В этом случае свойства области III можно учесть с помощью эффективного коэффициента теплообмена, равного $\alpha_{эф} = \frac{\lambda_r}{\delta}$, где λ_r - коэффициент теплопроводности, а δ - толщина области III. Тогда, находя температуры фиктивных слоев в виде

$$T_{\varphi}^{s+1} = T_{\varphi}^s - \frac{8h_{\Sigma}(T_{\varphi}^s - T_{y-1}) + 8Bi(T_{\varphi}^s + T_{y-1} - 2T_0) + h_{\Sigma}Sk[(T_{\varphi}^s + T_{y-1})^4 - T_0^4]}{8 + 8h_{\Sigma}Bi + Sk \cdot h_{\Sigma}(T_{\varphi}^s + T_{y-1})^3}, \quad (3)$$

где числитель - функция, полученная из (I или 2) переносом правой части в левую, а знаменатель - её производная. S - индекс числа итераций; T_{cp} - температура средн, с которой происходит теплообмен. Для нахождения сеточных функций на границах раздела можно предложить алгоритм, основанный на реализации итерационной процедуры вида:

$$T_{\varphi s, n+1}^{s+1} = T_{\varphi s, n+1}^s - \frac{\frac{1}{k} (T_{\varphi s, n+1}^s - T_{k, n+1}) + \beta_{i2} \left[\frac{T_{\varphi s, n+1}^s + T_{k, n+1} - T_{n2} \right] - \delta k_2 \left[\frac{(T_{\varphi s, n+1}^s - T_{k, n+1})^4}{16} - T_{n2} \right]}{\frac{1}{k_2} + \frac{\beta_{i2}}{2} + \delta k_2 \cdot \frac{(T_{\varphi s, n+1}^s - T_{k, n+1})^3}{4}}; \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{\varphi s, n+1}^0 &= T_{\varphi s, n} ; \\ T_{n2} &= \frac{1}{2} (T_{\varphi s, n+1}^s + T_{k+1, n+1}) . \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$T_{\varphi z, n+1}^{s+1} = T_{\varphi z, n+1}^s - \frac{\frac{1}{k} (T_{\varphi z, n+1}^s - T_{k, n+1}) + \beta_{i1} \left[\frac{T_{\varphi z, n+1}^s + T_{k, n+1} - T_{n2} \right] - \delta k_1 \left[\frac{(T_{\varphi z, n+1}^s - T_{k, n+1})^4}{16} - T_{n2} \right]}{\frac{1}{k_2} + \frac{\beta_{i1}}{2} + \frac{\delta k_1}{4} [T_{\varphi z, n+1}^s - T_{k+1, n+1}]^3}; \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{\varphi z, n+1}^0 &= T_{\varphi z, n} ; \\ T_{n2} &= \frac{1}{2} (T_{\varphi z, n+1}^s + T_{k, n+1}) ; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Здесь T_{n2} - температура поверхности II области, T_{n1} - температура поверхности I области; $T_{\varphi s}$, $T_{\varphi z}$ - фиктивные температуры соответственно для областей I и II.

Докажем, что итерационный процесс (4-7) сходится и вычислим скорость расчета сеточных функций по предложенному алгоритму.

Представим (3) в виде:

$$\delta^{s+1} = K \delta^s, \quad (8)$$

где K - коэффициент сходимости

$$\begin{aligned} \delta^{s+1} &= T^{s+1} - T_{кр1}; \\ \delta^s &= T^s - T_{кр1}; \\ \delta^0 &= T^0 - T_{кр1}. \end{aligned}$$

Задача в такой записи сводится к доказательству

- 1) $K > 0$;
- 2) $K < 1$.

Соотношение (6) перепишем, вычтя из его обеих частей

$$\delta^{s+1} = \delta^s - \frac{\frac{1}{h}(T^s - T_{кр}) + Bi \left(\frac{T^s + T_{кр}}{2} - T_{ср} \right) + Sk \left[\frac{(T^s + T_{кр})^4}{16} - T_{ср}^4 \right]}{\frac{1}{h} + \frac{Bi}{2} + \frac{Sk}{4} (T^s + T_{кр})^3}.$$

Заметим, что

$$\begin{aligned} \frac{1}{h}(T^s - T_{кр}) &= \frac{1}{h}(T^s + T_{кр1} - T_{кр1} - T_{кр}) = \frac{1}{h}\delta^s + \frac{1}{h}(T_{кр1} - T_{кр}) = \\ &= \frac{1}{h}\delta^s - \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{x=K+0,5} = \frac{\delta^s}{h} - Bi \left(\frac{T_{кр1} + T_{кр}}{2} - T_{ср} \right) + Sk \left[\frac{(T_{кр1} + T_{кр})^4}{16} - T_{ср}^4 \right]. \end{aligned}$$

После некоторых преобразований можно записать

$$\delta^{s+1} = \delta^s - \frac{\frac{\delta^s}{h} + \frac{\delta^s Bi}{2} + \frac{Sk}{2} \left[\left(\frac{T^s + T_{кр}}{2} \right) + \left(\frac{T_{кр1} + T_{кр}}{2} \right) \right] \left[\left(\frac{T^s + T_{кр}}{2} \right)^4 + \left(\frac{T_{кр1} + T_{кр}}{2} \right)^4 \right]}{\frac{1}{h} + \frac{Bi}{2} + \frac{Sk}{4} (T^s + T_{кр})^3} \delta^s.$$

А тогда коэффициент сходимости равен ,

$$K = \frac{1 - \frac{1}{4} \left[1 + \frac{T_{K+1} + T_K}{T^S + T_K} \right] \left[1 + \left(\frac{T_{K+1} + T_K}{T^S + T_K} \right)^2 \right]}{1 + \frac{\frac{1}{h} + \frac{1}{2\beta l}}{S_K \frac{(T^S + T_K)^2}{4}}} \quad (9)$$

Отсюда можно видеть, что $K > 0$. Действительно, из физических соображений следует, что $\delta^S > 0$ (в противном случае будет нарушено основное условие охлаждения, то есть $T^S > T_{K+1}$ или $T^S + T_K > T_{K+1} + T_K$. А тогда $\left[\frac{T_{K+1} + T_K}{T^S + T_K} \right] < 1$ и каждая скобка в (9) меньше двух, то есть числитель и знаменатель положительны. Следовательно $K > 0$.

Из (9) также можно видеть, что K не только меньше единицы, но стремится к нулю. Это следует из того, что при $T^S \rightarrow T_{K+1}$, $\frac{T_{K+1} + T_K}{T^S + T_K} \rightarrow 1$, а тогда числитель стремится к нулю, в то время как знаменатель остается больше единицы. Таким образом, оставаясь положительным, значение коэффициента K с увеличением числа итераций стремится к нулю, разница между $S+1$ итерацией и истинным значением с каждой итерацией уменьшается. Этим самым показана сходимость итерационных процессов (4-7). Теперь оценим скорость сходимости этих процедур. Для этого преобразуем (9) к виду

$$K = \frac{1 - \frac{1}{4} \left[1 + \frac{1}{1+\alpha} \right] \left[1 + \left(\frac{1}{1+\alpha} \right)^2 \right]}{1 + \frac{4 \left(\frac{1}{h} + \frac{\beta l}{2} \right)}{S_K (T_{K+1} + T_K) (1+\alpha)^3}}$$

Здесь α - малый параметр, равный

$$\alpha = \frac{\delta^S}{T_{K+1} + T_K}$$

Пренебрегая членами порядка α^2 по сравнению с α и проводя упрощения, можно записать

$$K = \frac{3}{2} \alpha \left[1 - \frac{4 \left(\frac{1}{h} + \frac{B_i}{2} \right)}{S_K [T_{K+1} + T_K]^3} \right]. \quad (10)$$

Отсюда видно, что коэффициент сходимости слабо зависит от шага по координатам, и в основном зависит от точности. Подставляя (10) в (8) и решая относительно δ^s , получим

$$\delta^s = (\delta^s)^{2^s} \left[1 - \frac{4 \left(\frac{1}{h} + \frac{B_i}{2} \right)}{S_K (T_{K+1} + T_K)^3} \right]^{2^{s-1}}$$

откуда сразу следует

$$2^s = 1 - \frac{1}{\left| \lg \left[\delta^s \left[1 - \frac{4 \left(\frac{1}{h} + \frac{B_i}{2} \right)}{S_K (T_{K+1} + T_K)^3} \right]^{2^{s-1}} \right] \right|} \quad (11)$$

при условии, что

$$\frac{4 \left(\frac{1}{h} + \frac{B_i}{2} \right)}{S_K (T_{K+1} + T_K)^3} \ll 1.$$

Таким образом, из (11) для числа итераций имеем формулу

$$S = \frac{\lg K(h)}{\lg 2}. \quad (12)$$

Отсюда видно, что если задать точность порядка $10^{-2} + 10^{-5}$, то для ее достижения достаточно двух итераций. Такая скорость сходимости вполне обеспечивает быстрое действие алгоритма даже при более высокой точности.

Л и т е р а т у р а

1. Никитенко Н.И. В кн. "Аналитические методы решения задач тепло- и массообмена". "Наука и техника", Киев, 1967.

РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ СЛИТКОВ В ИЗЛОЖНИЦАХ

Г.Н. Парватов, А.А. Попов

При разработке средств автоматического управления качеством тепловых процессов и изделий на основе тепловых методов контроля актуальными являются задачи о нестационарном тепловом поле систем с подвижными границами. В работе [1] решена задача тепловой дефектоскопии для металлических пластин с внутренним дефектом. В качестве продолжения в настоящей работе решается аналогичная задача для массивных слитков, затвердевающих в изложницах.

1. Постановка задачи

В чугунную изложницу прямоугольного сечения заливается расплавленный металл. Задача заключается в расчете толщины затвердевшей фазы и температурных полей в системе слиток - изложница - среда для любого момента времени с учетом следующих факторов: а) через некоторое время τ^* после заливки между изложницей и слитком возникает газовый зазор шириной d и теплопроводность λ_r ; б) на внешних поверхностях и в области зазора имеют место конвективный и радиационный теплообмен.

Для простоты решения примем следующие допущения:

1. Начальная температура слитка равна температуре кристаллизации.

2. Газовый зазор возникает мгновенно в заданный момент времени. При этом ширина его много меньше наименьших линейных размеров системы, а его влияние можно учесть с помощью эффективного значения коэффициента теплообмена $\alpha_{эфф} = \lambda/d$.
3. Функции распределения температур в любом сечении, перпендикулярном оси слитка Z , а также на поверхностях теплообмена симметричны относительно оси. Это допущение позволяет рассматривать лишь четвертую часть системы слиток-изложница, не уменьшая общности задачи. Геометрия задачи представлена на рис.1.

С учетом вышесказанного для двумерного случая задача сводится к решению уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

для областей I, II со следующими граничными и начальными условиями.

Условия постоянства градиентов температур на осях x, y ,

$$\left. \frac{\partial T}{\partial q_{12}} \right|_{q_{12}=0} = 0. \quad (2)$$

Вдесь $q_1 = x$, $q_2 = y$. При этом соответственно для областей слитка и изложницы координаты изменяются в интервалах $0 < x < k$, $0 < y < f$, $k < x < N_1$, $f < y < N_2$.

Условия теплообмена на боковых поверхностях изложницы

$$\left. \frac{\partial T}{\partial q_{12}} \right|_{q_{12}=N_{12}} = Bi_1 [T'' - T_{cp}] + Sk_1 [(T'')' - T_{cp}'], \quad (3)$$

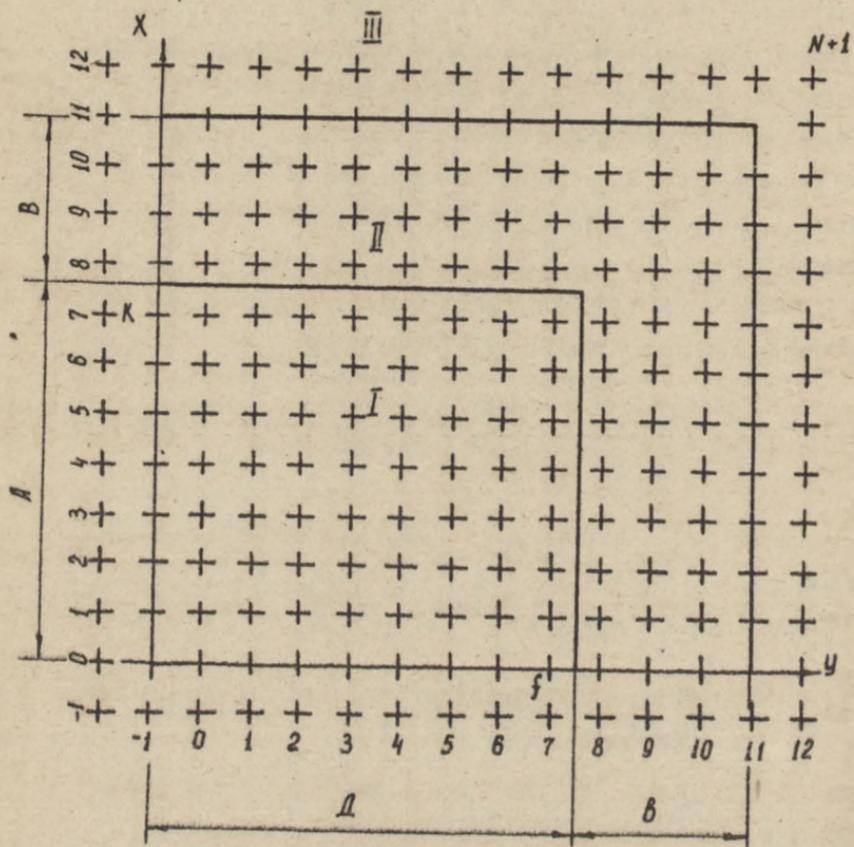


Рис. I. Геометрия вычисления сеточных функций

где B_{i_1} , S_{K_1} - коэффициенты конвективного и радиационного теплообмена изложницы с окружающей средой; T_{cp} - температура среды; N_{i_2} - наружные границы изложницы по координатам x, y .

Условия на границе слитка с изложницей до образования газового зазора между ними

$$\lambda' \frac{\partial T'}{\partial n} \Big|_{\substack{x=k-0 \\ y=f-0}} = \lambda'' \frac{\partial T''}{\partial n} \Big|_{\substack{x=k+0 \\ y=f+0}} \quad (4)$$

Штрихи относятся к областям слитка и изложницы соответственно:

k, f - неподвижные границы по x и y ; \vec{n} - нормаль к границе изложница-слиток.

Условия Стефана, определяющие положение подвижной границы в любой момент времени

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{x,y \in z} = M \frac{\partial Z}{\partial \tau} \Big|_{x,y \in z}, \quad (5)$$

где $Z(x, y, \tau)$ - уравнение границы кристаллизации.

Условия теплообмена слитка с изложницей после образования зазора ($\tau \geq \tau^*$)

$$\frac{\partial T'}{\partial q_{i_2}} \Big|_{\substack{x=k-d \\ y_{i_2}=f-d}} = B_{i_2} (T' - T_{ин}) + S_{K_2} [(T')^4 - T_{ин}^4]. \quad (6)$$

Здесь B_{i_2} , S_{K_2} - коэффициенты Био и Старка, учитывающие теплообмен с газовым зазором при переходе из слитка в изложницу;

$T_{нп}$ - температура поверхности изложницы.

Условия теплообмена изложницы со слитком после образования зазора

$$\left. \frac{\partial T''}{\partial q_{1,2}} \right|_{\substack{x=K \\ y=f}} = Bi_3 [T'' - T_{сп}] + Sk_3 [(T'')^4 - T_{сп}^4], \quad (7)$$

где Bi_3, Sk_3 - коэффициенты Био и Старка при переходе из изложницы в слиток; $T_{сп}$ - температура поверхности слитка.

Начальные условия

$$\begin{aligned} T'(x=0) &= T_k; \quad T''(x=0) = T_n; \quad T(x=0) = T_{cp}; \\ Z(x, y, 0) &= Z_0 \begin{cases} x=K, & 0 < y \leq f; \\ y=f, & 0 < x \leq K. \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

2. Алгоритм расчета

Решение задачи (1-8) проведем методом сеток, основанном на разностных аппроксимациях уравнений в явной и неявной формах.

Общие идеи метода сеток и алгоритмов его реализации в задачах кристаллизации изложены в [2]. Поэтому здесь мы рассмотрим лишь особенности алгоритма, обусловленные нелинейностью граничных условий, наличием изложницы и образованием газового зазора между изложницей и слитком.

Учет радиационного теплообмена на всех поверхностях в системе обуславливает нелинейность в граничных условиях, что в свою очередь приводит к необходимости вычислять температу-

ры фиктивных слоев по итерационным формулам типа

$$T_{\varphi}^{j+1} = T_{\varphi}^j - \frac{\delta h_x [T_{\varphi}^j - T_{k-1}] + \delta Bi_2 [T_{\varphi}^j - 2T_H + T_{k-1}] + h_x S_{K_2} [(T_{\varphi}^j + T_{k-1})^4 - T_H^4]}{\delta + \delta h_x \cdot Bi_2 + h_x S_{K_2} (T_{\varphi}^j + T_{k-1})^3} \quad (9)$$

Здесь числитель получен переносом в правую часть членов уравнений (3, 6, 7), а знаменатель - производная числителя; j - индекс итерации; T_{φ} - температура на фиктивном слое.

При вычислении по этой формуле в качестве первого приближения берут температуры из предыдущего временного слоя. Совершенно аналогично проводятся вычисления и по координате y .

Как видно из (I-8), задача состоит из двух частей: до образования и после образования зазора. В первом случае температуры на поверхности раздела находятся из условий "сшивания" сеточных функций (4) и формул

$$T_n(m) = \frac{T_k + \lambda' \cdot T_{k+1,m} / \lambda''}{1 + \lambda'' / \lambda'} ;$$

$$T_n(i) = \frac{T_k + \lambda'' \cdot T_{i,i+1} / \lambda'}{1 + \lambda'' / \lambda'} ,$$
(10)

где m, i - узловые точки по координатам y, x соответственно.

Во втором случае появляются две новые поверхности теплообмена, и соотношения "сшивания" становятся непригодными для дальнейших расчетов. В этом случае необходимо вычислять температуры поверхностей слитка и изложницы через фиктивные температуры соответствующих границ в области зазора. Предполагая, что

теплообмен на внутренних поверхностях осуществляется как и на внешних по нелинейному закону (6,7), а ширина зазора меньше выбранного шага, фиктивные температуры можно вычислить с помощью следующей процедуры:

$$T_{\varphi, s, n+1}^{\prime} = T_{\varphi, s, n+1}^{\prime} - \frac{\frac{1}{h_x}(T_{\varphi, s, n+1}^{\prime} - T_{k, n+1}) + \beta l_2 \left[\frac{T_{\varphi, s, n+1}^{\prime} + T_{k, n+1} - T_{np} \right] + S K_2 \left[\frac{(T_{\varphi, s, n+1}^{\prime} - T_{k, n+1})^4 - T_{np}^4}{16} \right]}{\frac{1}{h_x} + \frac{\beta l_2}{2} + S K_2 \left[\frac{T_{\varphi, s, n+1}^{\prime} + T_{k, n+1}}{4} \right]^3}; \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{\varphi, s, n+1}^{\circ} &= T_{\varphi, s, n} \\ T_{np} &= \frac{1}{2} (T_{\varphi, s, n+1}^{\prime} + T_{k, n+1}) \end{aligned} \right\}; \quad (12)$$

$$T_{\varphi, n, n+1}^{\prime} = T_{\varphi, n, n+1}^{\prime} - \frac{\frac{1}{h_x}(T_{\varphi, n, n+1}^{\prime} - T_{k, n+1}) + \beta l_2 \left[\frac{T_{\varphi, n, n+1}^{\prime} + T_{k, n+1} - T_{np} \right] + S K_2 \left[\frac{(T_{\varphi, n, n+1}^{\prime} - T_{k, n+1})^4 - T_{np}^4}{16} \right]}{\frac{1}{h_x} + \frac{\beta l_2}{2} + \frac{S K_2}{4} (T_{\varphi, n, n+1}^{\prime} + T_{k, n+1})^3}; \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} T_{\varphi, n, n+1}^{\circ} &= T_{\varphi, n, n} \\ T_{np} &= \frac{1}{2} (T_{\varphi, n, n+1}^{\prime} + T_{k, n+1}) \end{aligned} \right\}. \quad (14)$$

В работе 3 показано, что итерационный процесс (II-I4) быстро сходится - (достаточно двух-трех итераций для достижения точности вычисления фиктивных температур 10^{-4}) и почти не зависит от шага по координатам.

Вычисление сеточных функций во всех внутренних узловых точках, кроме точек, смежных с точками подвижного фронта, осуществляется по формулам, полученным с помощью явной аппроксимации уравнений теплопроводности. Вычисление же температур в точках, смежных с фронтом кристаллизации, проводится по формулам, полученным из неявной аппроксимации в этих точках уравнения теплопроводности

$$T_{i,m,n+1} = \frac{T_{i,m,n+1} + \frac{2al}{(i+1)h_x - x_m} \left[\frac{T_k}{ih_x - x_m} + \frac{T_{i+1,m,n+1}}{h_x} \right] + \frac{2al}{\lambda_y \cdot h_y} \left[\frac{\dot{R}}{\lambda_y} + \frac{T_{i,m+1,n+1}}{h_y} \right]}{1 + \frac{2al}{(i+1)h_x - x_m} \left[\frac{1}{ih_x - x_m} + \frac{1}{h_x} \right] + \frac{2al}{\lambda_y \cdot h_y} \left[\frac{1}{\lambda_y} + \frac{1}{h_y} \right]}, \quad (15)$$

где

$$\lambda_y = \begin{cases} \frac{h_x [ih_x - x_m]}{x_{m+1,n} - x_{m,n+1}} & \text{при } y_{m+1} (i-1) > h_y (f_2 + 1) \\ h_y & \text{при } y_{m+1} (i-1) \leq h_y (f_2 + 1); \end{cases} \quad (16)$$

$$R = \begin{cases} T_k & \text{при } \lambda_y < h_y \\ T_{i,m+1,n+1} & \text{при } \lambda_y \geq h_y. \end{cases}$$

Соотношение (15) справедливо, если число узловых точек на

подвижном фронте к моменту вычисления не уменьшилось, то есть узловые точки, смежные с подвижным фронтом, за шаг времени остались в прежней фазе. В случае, если эти точки оказываются в новой фазе, то вычисление в них ведется по формулам типа

$$T_{f-l,m,n+1} = T_K - [h_x(f-l) - x_{m,n+1}] \frac{T_K - T_{m,n}}{h_x(f-0.5) - x_{m,n+1}}, \quad (17)$$

если $x_{m,n+1} < mh_x - h_x$

и по

$$T_{i-l,m,n+1} = T_K - [h_x(i-l) - x_{m,n+1}] \frac{T_K - T_{i,m,n+1}}{ih_x - x_{m,n+1}}, \quad (18)$$

если $x_{m,n+1} < ih_x - h_x$.

В формулу (15) входят неизвестные к $n+1$ моменту времени функции $T_{i+l,m}$, $T_{i,m+1}$, поэтому вычисление по ней ведется итерационным методом. При этом в качестве первого приближения эти функции берутся из предыдущего временного слоя. В отличие от аналогичной формулы работы [1] здесь присутствует на одну неизвестную функцию больше. Это объясняется тем, что при получении (15) не сделано предположения о линейности температурного градиента при переходе от одного временного слоя к другому. Вычисление температур $T_{i,m,n+1}$ стало более громоздким, но зато более простым, так как все функции берутся из одного временного слоя.

В качестве пространственных шагов h_x , h_y и шагов по времени τ выбираются наименьшие значения из соотношения устойчивости решения разностных уравнений теплопроводности для областей 1,2

$$\frac{2\ell\lambda_{i,m}}{c_{i,m}\rho_{i,m}} \left(\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2} \right) \leq 1.$$

Как показывают эксперименты, быстродействие алгоритма до полного затвердевания слитка в изложнице составляет 15 минут.

3. Результаты

С помощью разработанного выше алгоритма на ЦВМ-М220 нами произведен расчет распределения температур в системе слиток-изложница-среда при следующих данных.

Слиток: $a = 45 \cdot 10^{-7}$ м²/сек; $T_K = 1793^\circ\text{К}$; $\epsilon_c = 0,71$; $\alpha_K = 94$ Вт/м²град; $\rho = 7000$ кг/м³; $C = 723,48$ Дж/кг.град; $\lambda_c = 23$ Вт/м.град.

Изложница: $\alpha = 83 \cdot 10^{-7}$ м²/сек; $T = 373^\circ\text{К}$; $\epsilon_r = 0,93$; $\rho = 7100$ кг/м³; $C = 585$ Дж/кг.град; $\lambda_2 = 34$ Вт/м.град; $\alpha_{эф} = 116$ Вт/м²град.

Температура окружающей среды $T = 293^\circ\text{К}$. Коэффициенты Био и Старка, учитывающие конвективные и радиационные свойства сред, равны:

- при переходе из слитка в изложницу $-Bi_2 = \frac{\lambda_{эф} D}{\lambda_c}$;

$$Sk_2 = \sigma_n \cdot D \cdot T_K^3 / \lambda_c ;$$

- при переходе из изложницы в окружающую среду -

$$Bi_1 = \alpha_K D / \lambda_r ; Sk_1 = \sigma_o D T_K^3 / \lambda_r ;$$

- при переходе из изложницы в слиток $-Bi_3 = \alpha_{эф} D / \lambda_r$;

$$Sk_3 = \sigma_o D T_K^3 / \lambda_r$$

Здесь $C_o = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²сек; $\sigma_o = \epsilon_r \cdot C_o$; $\sigma_n = \epsilon_n \cdot C_o$;

$\epsilon_n = \frac{1}{(\epsilon_c + \epsilon_r - 1)}$. Геометрия системы: $D = 435$ мм, $\delta = 185$ мм, $\beta = 175$ мм, $d = 1$ мм, $A = 335$ мм.

Результаты расчетов представлены на рис.2,3,4 в виде

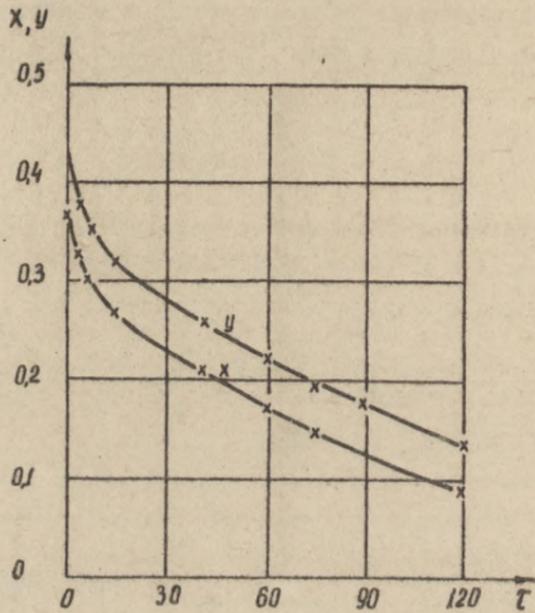


Рис. 2. Зависимость координат фронта кристаллизации от времени

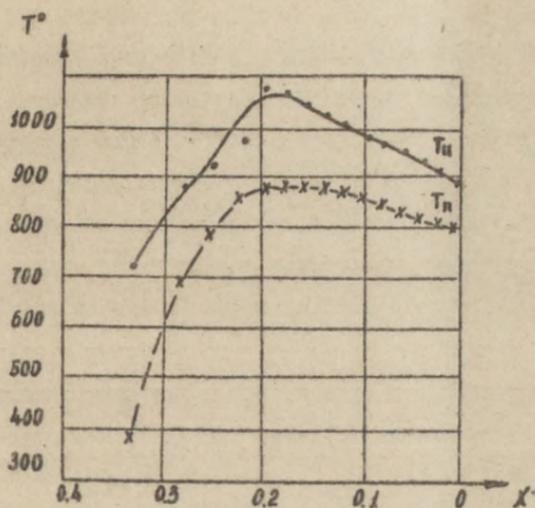


Рис. 3. Зависимость температур изложницы и её поверхности от координат:

- — температура изложницы;
- x - температура поверхности.

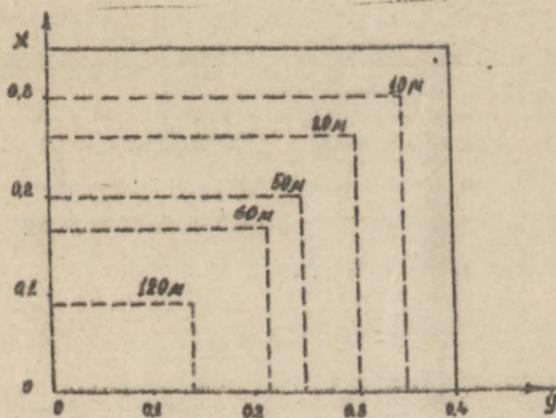


Рис. 4. Фронты кристаллизации для различных моментов времени

графиков распределения температур на поверхности и внутри изложницы, временной диаграммы процесса затвердевания и изотерм в сечении слитка. При этом изменение координат фронта кристаллизации по X , Y имеет вид как на рис.2, из которого можно видеть, что процесс затвердевания по обеим координатам идет достаточно равномерно. А расстояние между кривыми равно разности между линейными размерами слитка по X и Y .

На рис.3 представлены распределения температур изложницы и над ней. Из графиков можно видеть, что функция распределения имеет экстремальный характер в зависимости от времени и от координат фронта кристаллизации. Причем в первые 10 мин крутизна характеристики наибольшая. Это объясняется тем, что в первые 10 мин скорость фазовых превращений наибольшая. Уменьшение крутизны характеристики в последующие моменты времени можно объяснить установлением некоторого стационарного процесса теплообмена в системе. Причем ширина экстремальной области характеристики, по-видимому, может служить характеристикой стационарного теплообмена для каждой конкретной системы.

На рис.4 приведены изотермы в сечении слитка в различные моменты времени, позволяющие проследить продвижение фронта кристаллизации. Полученные результаты не противоречат известным экстремальным данным [3].

В ы в о д ы

1. Предложенный алгоритм является одним из способов получения расчетных графиков и диаграмм процессов затвердевания слитков в изложницах, с помощью которых можно следить за динамикой процесса затвердевания в реальных условиях.

2. Временные диаграммы и зависимости температур изложницы от координат фронта кристаллизации показывают четкую корреляцию изменения температур изложницы и её поверхности с координатами подвижной границы. Это обстоятельство позволяет предложить бесконтактный тепловой метод определения толщины затвердевшей фазы и управления динамикой процесса кристаллизации. Кроме того, предложенный алгоритм может в какой-то мере явиться основой создания на базе современных ЭЦВМ полностью автоматизированной системы оптимального управления технологическими циклами затвердевания и термообработки слитков перед их прокаткой на блиннинге.

Л и т е р а т у р а

1. Горбунов В.И., Вавилов В.П., Парватов Г.Н. "Дефектоскопия," № 5, 1974, с. 74.
2. Никитенко Н.И. Исследование нестационарных процессов тепло- и массообмена методом сеток. Киев, "Наукова думка", 1971.
3. Самойлович Ю.А. - В кн.: Металлургическая теплотехника. Свердловск, Среднеуральское кн. изд-во 1965.

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ
ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ ПО ИЗМЕРЕНИЮ ДИЭЛЕКТРИЧЕС-
КИХ ХАРАКТЕРИСТИК

В.М.Нестеров, В.Д.Перфильева

При решении ряда задач строительства и геофизической разведки необходимо знать степень увлажненности почвенных слоев.

Одним из основных методов определения влажности почвы в настоящее время является метод измерения диэлектрических характеристик [1].

В данной работе приводятся результаты исследования диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь некоторых почв в диапазоне 20 гц - 200 кГц в зависимости от типа почвенной влаги.

В условиях естественного залегания основными типами почвенной влаги являются: гигроскопическая (Г), максимальная гигроскопическая (МГ), максимальная молекулярная влагоемкость (ММВ) и общая (полевая) влагоемкость (ОВ).

Исследования диэлектрических характеристик среднесуглинистого солончака (слой 0-10 см) и среднесуглинистой темно-каштановой почвы (слой 0-10 см) проведены при указанных влажностях на уравновешенном мосте [2] при $t = 20^{\circ}\text{C}$ и фиксированном объемном весе. Увлажнение осуществлялось согласно ме-

тодик, описанных в работе [3]. Процентное содержание воды, соответствующее определенному типу влажности, указано в табл. I.

Таблица I
Процентное содержание воды при различных
типах влаги

Почва	Г(%)	МГ(%)	ММВ(%)	ОВ(%)
Темно-каштановая	2,23	7,84	10,14	24,70
Солончак	4,47	9,49	13,97	32,00

В процессе измерений выяснилось, что почвенные образцы, увлажненные до ММВ и ОВ обладают "гигантской" дисперсией диэлектрической проницаемости, которая обуславливается как структурной (объемной) поляризацией исследуемого материала, так и приэлектродной поляризацией почвенного раствора [4].

С целью устранения влияния приэлектродной поляризации нами был применен метод компенсации приэлектродных емкостей [5]. В противоположные плечи уравновешенного моста включены измерительные конденсаторы с образцами почвы, находящимися в условиях равенства влажности, плотности и температуры (рис.1). Эквивалентная схема конденсатора с почвой представлена в виде параллельной схемы замещения. Расстояние между электродами выбирается так, чтобы

$$C_{x_1} = 2C_x ;$$

$$R_{x_1} = \frac{1}{2}R_x .$$

(I)

Исходя из условий равновесия моста [6], получены форму-

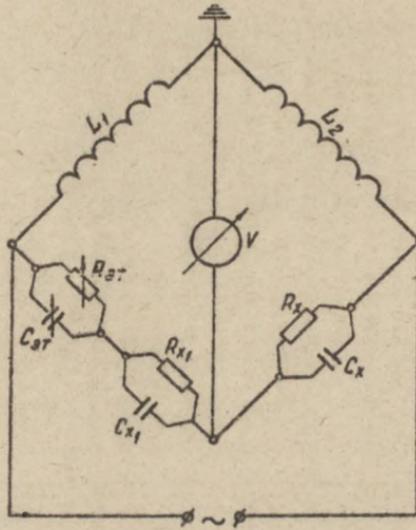


Рис. 1. Схема уравновешенного моста при использовании метода компенсации

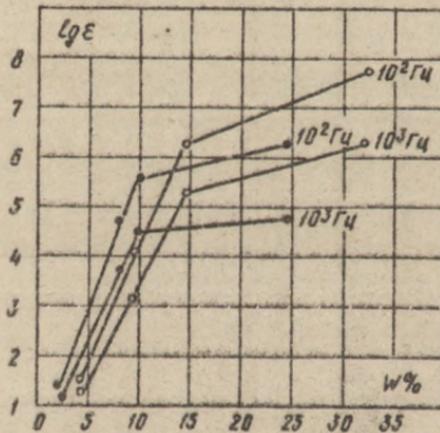


Рис. 2. Зависимость ϵ от влажности при различных частотах:

— • — темпо-каштановая почва; — о — солончак

ны для нахождения R_x и C_x

$$\begin{aligned} R_x &= 2R_{эм}; \\ C_x &= \frac{1}{2} C_{эм}. \end{aligned} \quad (2)$$

Тангенс угла диэлектрических потерь рассчитывается по формуле для параллельной схемы замещения

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{2\pi f R_x C_x} \quad (3)$$

f - частота, гц; C_x - емкость конденсатора с почвой, ф; R_x - сопротивление конденсатора с почвой, ом.

Диэлектрическая проницаемость почвы рассчитывается по формуле

$$\epsilon = \frac{4\pi d C_x}{S} \quad (4)$$

$d = d_2 - d_1$ - разность межэлектродных расстояний измерительных конденсаторов, включенных в противоположные плечи моста, м; S - площадь измерительного электрода, м².

Исследования показали, что применение компенсационного метода уменьшает величину измеряемой емкости в 100+1000 раз.

Зависимость диэлектрической проницаемости увлажненной почвы от процентного содержания воды представлена на рис.2. При влажности гигроскопического состояния имеет место "островной" характер заполнения поверхности почвенных частиц адсорбированной влагой, которая обладает большой вязкостью и плотностью, малой подвижностью [?]. Эти свойства обуславливают слабую способность молекул почвенной влаги к подпрыгиванию; диэлектрическая проницаемость мала. При увеличении

влажности до МГ островки смыкаются, молекулы воды становятся более подвижны, диэлектрическая проницаемость возрастает. При влажности, соответствующей ММВ, заполняются последующие адсорбционные слои, которые имеют еще более слабую степень связи с почвенными частицами. Дальнейшее увлажнение незначительно изменяет энергию почвенной влаги - диэлектрическая проницаемость возрастает слабо. Это позволяет сделать вывод о том, что диэлектрическая проницаемость существенно зависит от типа влаги, который характеризуется определенной степенью связи с почвенными частицами. Френкель показал [8], что концентрация растворенных в почве электролитов обуславливает возрастание не только электропроводности, но и диэлектрической проницаемости. Почвенный раствор ослончака более насыщен ионами, что и отражается в значении ϵ .

Частотный ход зависимостей диэлектрической проницаемости ⁴ тангенса угла диэлектрических потерь также характеризуется наличием определенного типа почвенной влаги (рис. 3 и 4). С ростом влажности до ММВ энергия связи влаги с почвенными частицами ослабевает; увеличение подвижности почвенного раствора приводит к росту поглощения электромагнитной энергии. Увеличение количества слоев адсорбированной влаги при ОВ еще более уменьшает степень связи, рост $tg \delta$ при этом наблюдается на более низких частотах. Если предположить, что наблюдаемый максимум поглощения и сдвиг его в область более низких частот обусловлен увеличением размеров диполей, образованных системой (почвенная частица + вода), то полученные зависимости хорошо согласуются с результатами работы [9].

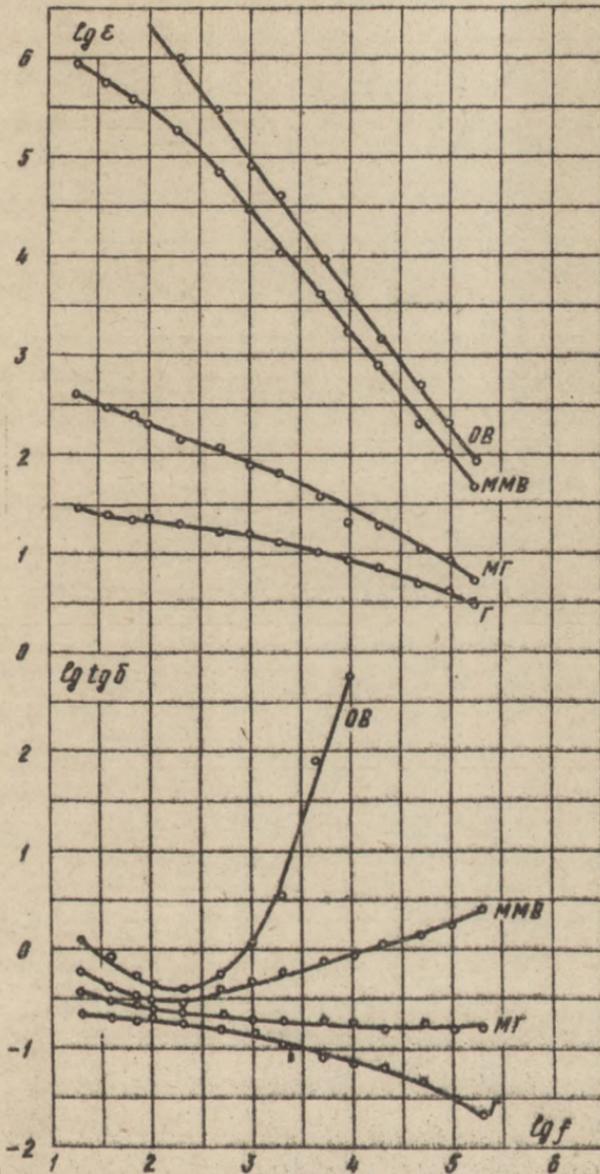


Рис. 3. Частотные зависимости ϵ и $\tan \delta$ темно-каштановой почвы при различных влажностях.

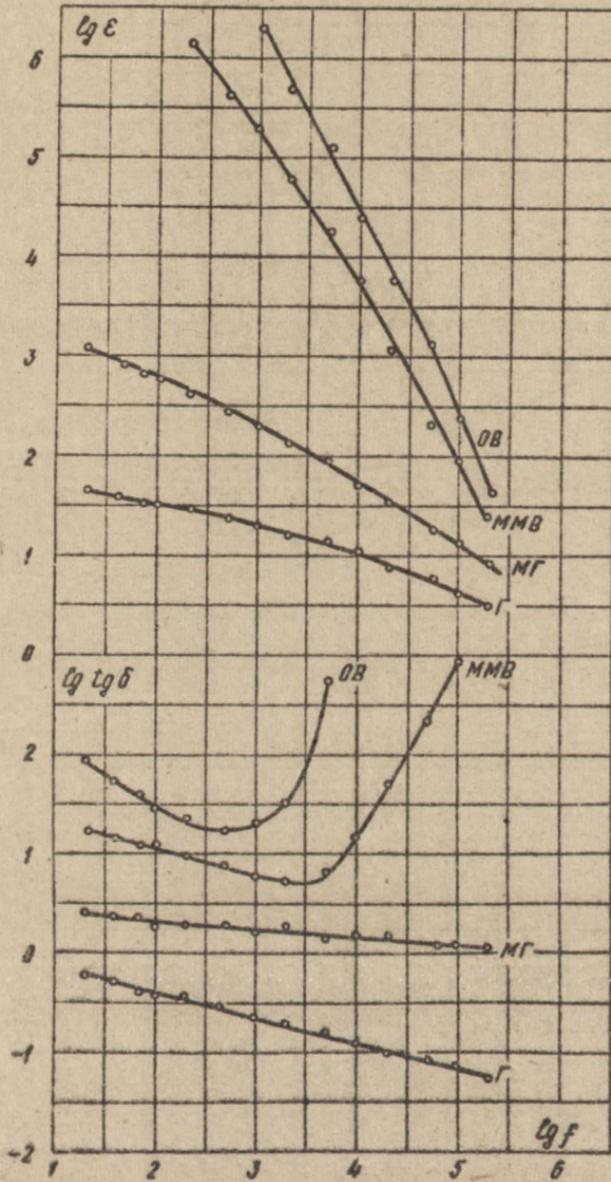


Рис. 4. Частотные зависимости ϵ и $\lg \delta$ солончака при различных влажностях

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

Диэлектрические характеристики почв в основном определяются энергетическим состоянием почвенной влаги. Следовательно, по измерению ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ возможно судить о существовании в почве определенного типа влаги.

В исследуемом частотном диапазоне химический состав почв оказывает заметное влияние на изменение не только диэлектрических потерь, но и диэлектрической проницаемости. Поэтому контроль определенного типа влаги, возможно, целесообразнее производить в области более высоких частот.

Л и т е р а т у р а

1. Берлинер М.А. Измерения влажности. М., "Энергия", 1973.
2. Боровинский Б.А., Ткаченко Ю.Г. Установка для определения электрических свойств почвы в диапазоне 20 гц - 200 кГц. "Почвоведение", № 7, 1972, с. 135-139.
3. Вадюнина А.Ф., Корчагина З.А. Методы исследования физических свойств почв и грунтов. М., "Высш. школа", 1973.
4. Беркович Л.А. Диэлектрическая дисперсия и релаксация в водных растворах некоторых полиэлектролитов. Канд. дис. Казань, 1971.
5. Шумилин В.Д. Исключение контактных явлений при измерении диэлектрической проницаемости и проводимости в звуковом диапазоне. "Известия ВУЗов, Физика", № 7, 1972, с. 122-123.
6. Карандеев К.Б. Методы электрических измерений. М.-Л., Госуд. энергетическое изд-во, 1952.

7. Роде А.А. Основные учения о почвенной влаге. Гидрометиздат, т. I, Л., 1965.
8. Френкель Я. Влияние электролитической поляризации дисперсной среды на ее диэлектрическую проницаемость. ЖЭТФ, т.15, вып.8, 1945, с. 417.
9. Генералова В.В., Кишеневская М.Б. К вопросу о природе диэлектрических потерь в воде и водных растворах.
— «Изв.АН Уз.ССР», № 4, 1967, с. 69-70.

АППРОКСИМАЦИЯ ФОРМЫ СИГНАЛА ОТ ДЕФЕКТА

Г.Н. Парватов, В.С. Семёнов, В.Г. Селиванов

При разработке статистических методов и средств обработки информации в дефектоскопии главной является задача отыскания наиболее эффективных способов обработки информации в случаях, когда полезный сигнал по амплитуде не отличается от шума. В этом случае важную роль играет правильный выбор теоретических моделей, содержащих априорную информацию о сигнале, шуме и смеси сигнал-шум. Поэтому настоящая работа посвящена отысканию оптимальной аппроксимации формы сигнала от дефекта.

В большинстве случаев с достаточной для практики точностью можно считать, что за время, соизмеримое с длительностью сигнала от дефекта T_s , шумовой процесс является стационарным и имеет известное (чаще всего нормальное) распределение. Наличие дефекта в зоне контроля обычно эквивалентно некоторому увеличению (уменьшению) средней интенсивности шумового процесса. В общем случае сигнал от дефекта представляет собой некоторую функциональную зависимость числовых характеристик случайного процесса на входе обнаружителя от времени t . Для решения задачи обнаружения необходимо априорное знание о сигнале от дефекта $S(t)$.

Пусть известно, что $S(t) > 0$ или $S(t) < 0$. Будем считать, что

$$S(t) > 0. \quad (1)$$

Вид функции $S(t)$ в самом общем случае неизвестен, однако можно указать, что эта функция непрерывна в интервале $[0, T_s]$ и имеет максимум в точке $T_s/2$. Назовем этот максимум амплитудой сигнала A . В работах [1,2] показано, что функция $S(t)$ может быть записана в виде

$$S(t) = A \cdot S(t, \tau_0, \tau_1), \quad (2)$$

где A - неизвестная амплитуда сигнала; τ_1 - неизвестный параметр длительности сигнала; τ_0 - неизвестный параметр времени прихода сигнала; $S(t)$ - неизвестная функция формы сигнала.

Решение задачи обнаружения сигнала неизвестной формы связано со значительными математическими трудностями. С целью упрощения задачи воспользуемся кусочно-линейной аппроксимацией функции $S(t)$. При этом потребуем, чтобы с увеличением числа отрезков аппроксимирующей функции p наблюдалось уменьшение отличия кусочно-линейной аппроксимирующей функции $S_1(t, p)$ от функции $S(t)$, т.е. должно выполняться

$$\lim_{p \rightarrow \infty} S_1(t, p) = S(t). \quad (3)$$

Нетрудно убедиться, что существует бесконечное число аппроксимирующих функций, удовлетворяющих условию (3). Но поскольку нас интересует случай конечных p , выберем такую функцию, которая удовлетворяла бы условию обеспечения наибольшей эффективности обнаружения сигнала $S(t)$ для каждого значения p . Для этого введём некоторый критерий оптимальности кусочно-линейной аппроксимации сигнала от дефекта.

Если дефект полностью входит в зону контроля, то функция $S(t)$ может быть записана в виде

$$S\left(\frac{t}{\tau_0}\right) = \begin{cases} \frac{V_n(t)}{V_0}, & \tau_0 \leq t \leq \tau_0 + \tau, \\ 1, & \tau_0 + \tau \leq t \leq \tau_0 + T_s - \tau, \\ \frac{V - V_n(t)}{V_0}, & \tau_0 + T_s - \tau \leq t \leq \tau_0 + T_s. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь V_0 - полный объем дефекта; $V_n(t)$ - объем дефекта, находящийся в зоне контроля в момент времени t . Очевидно, что

$$0 < V_n(t) < V_0. \quad (5)$$

Если l_n - наибольшая длина дефекта, а скорость контроля $v = \text{const}$, то

$$\tau_1 = \frac{l_n}{v}. \quad (6)$$

Из (4) видно, что а) $S\left(\frac{t}{\tau_0}\right)$ - неубывающая функция времени, если $\tau_0 \leq t < \tau_0 + \tau$, ; $\tau_0 + T_s - \tau \leq t < \tau_0 + T_s$;

б) $S\left(\frac{t}{\tau_0}\right) = \text{const}$, если $\tau_0 + \tau \leq t < \tau_0 + T_s - \tau$.

Введем критерий оптимальности кусочно-линейной аппроксимации формы сигнала от дефекта, согласно которому аппроксимация является оптимальной, если аппроксимирующая функция удовлетворяет следующим условиям:

а) сумма отброшенных площадей (рис. I) $\sum_i S_{oi}$ должна совпадать с суммой добавленных площадей $\sum_j S_{oj}$;

б) для заданного числа отрезков τ , соединяющих наибольшее и наименьшее значения аппроксимирующей функции, величина суммы отброшенных (или добавленных) площадей должна быть наименьшей из всех возможных.

Нетрудно показать, что если $p = 3$ ($\tau = 1$), то согласно введенному критерию оптимальности всегда будет иметь место: I) аппроксимирующие отрезки 1 и 2 проходят через точки $(\frac{1}{2}, t_1)$ и $(\frac{1}{2}, t_2)$, в которых $V_n(t) = V_0/2$;

2) аппроксимирующая кусочно-линейная функция времени t является равнобедренной трапецией (рис.1).

Величина T_{ann} может быть найдена графическим способом, если известны величина T , и графический вид функции $S(t)$. Амплитуда аппроксимирующего сигнала A_{ann} может быть определена из соотношения

$$A_{ann} = \nu \cdot A, \quad (7)$$

где $\nu = const$ - коэффициент, характеризующий форму сигнала; A - амплитуда сигнала.

При известном алгоритме обработки информации коэффициент ν может быть определен расчетным или империческим путем из условия одинаковой выявляемости кубического (параллелепипедального) и аппроксимируемого дефектов. Величина коэффициента ν зависит от $X = \xi S_{gi}/S_n$ (здесь S_n - полная площадь фигуры, ограниченная функцией $S(t)$ и осью ot). При этом $\nu = 1$, если $X = 0$, что соответствует прохождению в зоне контроля кубического дефекта. В большинстве случаев $X \ll 1$, поэтому можно положить $\nu = 1$. Следует отметить, что трапециидальная аппроксимация формы сигнала от дефекта в равной степени пригодна и для дефектов типа щелочек или скоплений.

Трапециидальная аппроксимация относится к числу наимпростейших в классе возможных кусочно-линейных оптимальных аппроксимаций, если мерой простоты является число отрезков прямых линий, из которых состоит аппроксимирующая функция. Действительно, в силу того, что сигнал от дефекта является ограниченной во времени функцией длительности T_s и на концах интервала $[0, T_s]$ принимает нулевые значения, любая кусочно-линейная аппроксимирующая функция содержит не менее

двух отрезков прямых. Следовательно, наипростейшей является треугольная аппроксимация. Так, например, согласно способу аппроксимации, введённому в [3], оптимальная аппроксимация функции является треугольной, если для дефекта выполняется условие

$$\begin{aligned} V_n(t) &= Kt ; \\ \tau_0 < t < \tau_0 + \tau_1, \end{aligned} \quad (8)$$

где $K = \text{const}$.

В реальных условиях контроля такие случаи не имеют места. Поэтому будем считать, что трапецидальная аппроксимирующая функция является наипростейшей. Увеличением числа отрезков можно получить сколь угодно точное описание функции $S(t)$. Однако это ведёт к усложнению математического описания функции $S(t)$ и, как показано в [4], не приводит к существенному выигрышу в эффективности обнаружения сигнала. Поэтому в большинстве случаев целесообразно пользоваться наипростейшей аппроксимацией, число отрезков которой равно трем.

При контроле большой партии однотипных изделий из анализа имперических данных можно определить границы возможных значений параметров τ_1 и A

$$\tau_{1, \min} \leq \tau_1 \leq \tau_{1, \max} ; \quad (9)$$

$$A_{\min} \leq A \leq A_{\max} . \quad (10)$$

Решение задачи обнаружения сигнала с неизвестной амплитудой приводит к нелинейной структуре обнаружителя. Исследования близкого к оптимальному нелинейного алгоритма обнаружителя сигнала показали, что его эффективность не более чем

на 11% выше эффективности линейного алгоритма (для случая слабых сигналов - близка к эффективности линейного алгоритма).

Точное знание параметра A не приводит к существенному увеличению эффективности обнаружителя, поэтому в большинстве случаев этот параметр можно считать заданным. Будем считать, что $A = \text{const}$, взят из интервала значений $[A_{\min}, A_{\max}]$.

Нахождение оптимальной структуры обнаружителя сигналов с неизвестными параметрами возможно с использованием принципов теории одновременного оптимального обнаружения сигналов и оценки их параметров в шуме. Ситуации, в которых возникает проблема совместной оценки и обнаружения, обсуждались многими авторами, получившими лишь частные результаты [5+12]. Байесовский подход разработан в работах Д.Мидглтона и Р.Эспозито [13, 14]. Оптимизация по методу максимума правдоподобия относится к числу нерешенных задач [13].

Нами предлагается подход к решению задачи обнаружения сигнала с неизвестными параметрами с позиций теории оптимального обнаружения сигнала и оценки его параметров в шуме на основе метода максимума правдоподобия.

При обнаружении сигнала с неизвестными параметрами алгоритм обнаружения строится следующим образом.

Интервал $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ разбивается на L равных по величине подинтервалов длительности

$$\Delta \tau = \frac{\tau_{\max} - \tau_{\min}}{L} \quad (II)$$

При достаточно больших L можно приближенно считать, что любое из возможных значений параметра $\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ выражается следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau_i^k &= \tau_{i, \min} + K \cdot \Delta \tau_i ; \\ K &= 0, 1, 2, \dots, L, \end{aligned} \quad (12)$$

где значения $\tau_i^0 = \tau_{i, \min}$, $\tau_i^1 = \tau_0 + \Delta \tau_i$, ..., $\tau_i^L = \tau_{i, \max}$ пронумерованы в порядке возрастания величины τ_i .

Так как выборочные значения статистически независимы, то при любом фиксированном τ_i , удовлетворяющем (9), и τ_0 решение уравнения правдоподобия относится к классу ν - статистических. Обозначим это решение через $\nu_k (n_1, n_2, \dots, n_n)$. Правило выноса решения в этом случае следующее. Принимается решение δ_i , о наличии сигнала, если

$$\nu_k > C_k \quad (13)$$

и принимается решение δ_0 , если выполняется неравенство, противоположное (13). Здесь ν_k - решение уравнения правдоподобия для заданного параметра τ_{iK} ; C_k - порог обнаружения, определяемый по уровню значимости α_k .

Зададим последовательность $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_L$ так, чтобы соответствующая ей последовательность $C_{k0}, C_{k1}, \dots, C_{kL}$ порогов обнаружения удовлетворяла условию

$$C_{k0} < C_{k1} < \dots < C_{kL} . \quad (14)$$

Тогда при обнаружении сигнала с неизвестным параметром $\tau_i \in [\tau_{i, \min}, \tau_{i, \max}]$ близкое к оптимальному правило выноса решения можно сформулировать так:

принимается решение о наличии сигнала, имеющего параметр

$$\tau_i^k = \tau_{i, \min} + K \Delta \tau_i, \text{ если выполняется условие}$$

$$\text{для } 0 \leq K \leq L-1$$

$$C_k \leq \nu_k \leq C_{k+1} ; \quad (15)$$

для $K = L$

$$D_K \geq C_K$$

и принимается решение γ_0 об отсутствии сигнала,

если $D_K < C_0$

для любого $K \in [0, L]$. (16)

Структурная схема линейного обнаружителя состоит из однотипных фильтров, реализующих статистику D_K . Величина порогов C_K выбирается так, чтобы выполнялось условие (14). Вынос решения о наличии или отсутствии сигнала от дефекта осуществляется в соответствии с соотношениями (15), (16) с помощью блока выноса решения.

Дискретизация интервала $[\tau_{1min}, \tau_{1max}]$ возможных значений параметра длительности сигнала вносит погрешность при измерении величины τ_1 и, следовательно, приводит к увеличению вероятности ошибок обнаружения. Поэтому можно утверждать, что предлагаемая схема обнаружения будет приближаться к оптимальной с ростом числа разбиений этого интервала и с уменьшением абсолютной величины $|\Delta\tau_1| = \tau_{1max} - \tau_{1min}$.

ВЫВОДЫ

1. В большинстве практических ситуаций неизвестная форма сигнала может быть заменена наипростейшей аппроксимирующей кусочно-линейной функцией. При этом увеличение числа отрезков аппроксимирующей функции не приводит к существенному увеличению эффективности.

2. Априорное знание границ $[\tau_{1min}, \tau_{1max}]$ позволяет построить близкий к оптимальному обнаружитель сигнала от дефекта в классе линейных систем.

Литература

1. Покровский А.В., Селиванов В.Г. Некоторые задачи обнаружения сигналов в радиометрической дефектоскопии и модифицированная процедура Вальда. Материалы I-й Республиканской Белорусской конференции по неразрушающим методам контроля. Минск, 1973.
2. Покровский А.В., Селиванов В.Г. "Дефектоскопия," №5, 1974.
3. Паточенко Л.К. Радиоактивные изотопы в приборостроении. М., Атомиздат, 1960.
4. Луин Ю.С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов. М., "Сов. радио", 1969.
5. Вайнштейн А.А., Зубаков В.Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М., "Сов. радио", 1960.
6. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. М., "Сов. радио", т.1, 1961; т.2, 1962.
7. Миддлтон Д. Очерки теории связи. М., "Сов. радио", 1966.
8. Хелстром К. Статистическая теория обнаружения сигналов. М., И-Л., 1963.
9. Kelly E.J., Reed J.S., Root W. *The Detection of Radar Echoes in Noise I, II*. J, SJAM, 1960, 8, 6, 309-341; 9, 481-505.
10. Lehman E.L. *Testing Statistical Hypotheses* NJ J. Wiley, 1959, 14-16, 252 - 253.
11. Nilson N.J. IRE, *Trans., Inform. Theory*, 1961, 7, 4, 245-253.
12. Большаков И.А., Вотаалло В.В., Латыш В.Г. "Радиотехника и электроника." № 9, с. 563 - 570, 1964.
13. Миддлтон Д., Эспозито Р. Проблемы передачи информации, т.6, вып.2, 1970.
14. Middleton D., Esposito R., *IEEE Trans, Inform. Theory*, 1968, 14, 3.

ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЦЕМЕНТНО-ПЕСЧАНЫХ БЕТОНОВ НА ЗВУКОВЫХ ЧАСТОТАХ

Е.А.Замотринская, В.М.Нестеров

Практика современного строительства требует создания приборов для неразрушающего контроля прочности бетонных сооружений. Для этой цели сейчас все более широко исследуются возможности радиотехнических методов, основанных на измерении диэлектрических параметров материала в предположении, что между этими параметрами вещества и его механической прочностью известна корреляционная зависимость.

В настоящей работе изучались зависимости емкости (С) и сопротивления (R) влажных цементно-песчаных образцов от различных факторов, влияющих на механическую прочность бетонов [1]. Такими факторами были: а) время затвердения бетона, б) водоцементное (в/ц) и цемент-песчаное (ц/п) отношения.

Измерения проводились на частоте 10^8 гц с помощью уравновешенного моста [2] (рис.1). Держатели образцов (рис. 2) представляли собой стопу никелевых электродов, укрепленных в прорезях двух пластин из плексиглаза на расстоянии, равном толщине образца.

Такая конструкция позволяла измерять одним держателем до шести образцов, что было особенно удобным при проведении

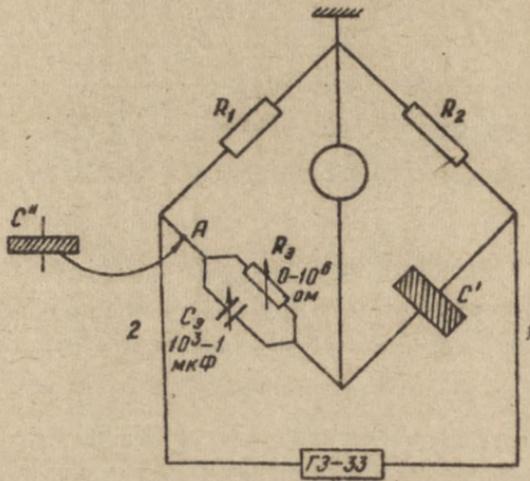


Рис. I. Схема уравновешенного моста

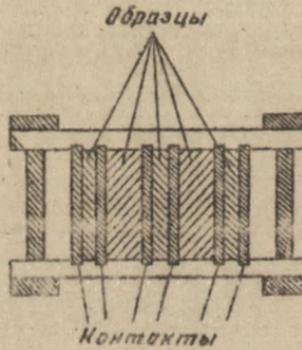


Рис. 2. Держатель образцов

долговременных испытаний. Попытка применить для измерения держатели с прижимными электродами не дала положительных результатов.

Образцы изготовлялись замешиванием в определенных пропорциях песка, портландцемента (марки 300) и воды. После затворения водой смесь помещалась в описанный выше держатель. Для предотвращения испарения воды держатель парафинировался и хранился в промежутках между измерениями во влажных опилках при комнатной температуре.

Для изучения влияния эффектов, обусловленных поляризацией Максвелла-Вагнера [3] на измеряемые величины, мы пользовались методом компенсации приэлектродных емкостей [4]. Этот метод основывается на предположении, что приэлектродная емкость выдвигается последовательно с истинной емкостью образца и не зависит от его толщины. Если, помимо основного образца (С), в плечо 2 моста (точка А, рис. I) ввести дополнительный образец того же материала, но меньшей толщины (С'), то при балансе моста и $R_1 = R_2$ должно наблюдаться равенство реактивных составляющих сопротивлений в плечах I и 2.

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C''} + \frac{1}{C_{эп}} \quad \text{или} \quad (I)$$

$$\frac{1}{C'_x} + \frac{1}{C'_n} = \frac{1}{C''_x} + \frac{1}{C''_n} + \frac{1}{C_{эп}}, \quad \text{где}$$

C' , C'' - эффективные емкости толстого и тонкого образцов при наличии приэлектродных эффектов; C'_x , C''_x - истинные емкости тех же образцов, C'_n , C''_n - соответствующие приэлектродные емкости, $C_{эп}$ - значение эталонной емкости, по-

лученной при компенсации моста. Из (1) видно, что при $C_n'' = C_n'$ влияние приэлектродных емкостей на величину компенсируется.

$$C_{зм} = \frac{C_x'' - C_x'}{C_x'' \cdot C_x'} \quad (2)$$

Опыт показал, что в большинстве случаев C совпадает с расчетной величиной емкости

$$C = \frac{C'' - C'}{C' C''} \quad (3)$$

где C' , C'' получены при измерениях без компенсации. Это значит, что приэлектродные явления не играют существенной роли, и в дальнейшем измерения C и R образцов проводились по обычной схеме.

На рис.3 и 4 приведены характерные зависимости емкости и сопротивления образцов от времени выдержки их во влажных условиях для различных в/ц и ц/п - отношений. (Абсолютные значения величин C и R для одних и тех же значений в/ц и ц/п на рис.3 и 4 сравнивать нельзя, так как образцы имели различную толщину).

Из рисунков видно, что величины емкости и сопротивления образцов зависят как от их старения, так и от значения водо- и песчано-цементных отношений: со временем сопротивление образцов растет, емкость - падает. Такой ход зависимости можно объяснить переходом свободной воды в связанное состояние. Различными количеством свободной воды в образце объясняется также падение емкости и рост сопротивления образцов с увеличением в/ц-отношения. Видно также, что зависимости $\lg C(t)$ идут практически параллельно друг другу.

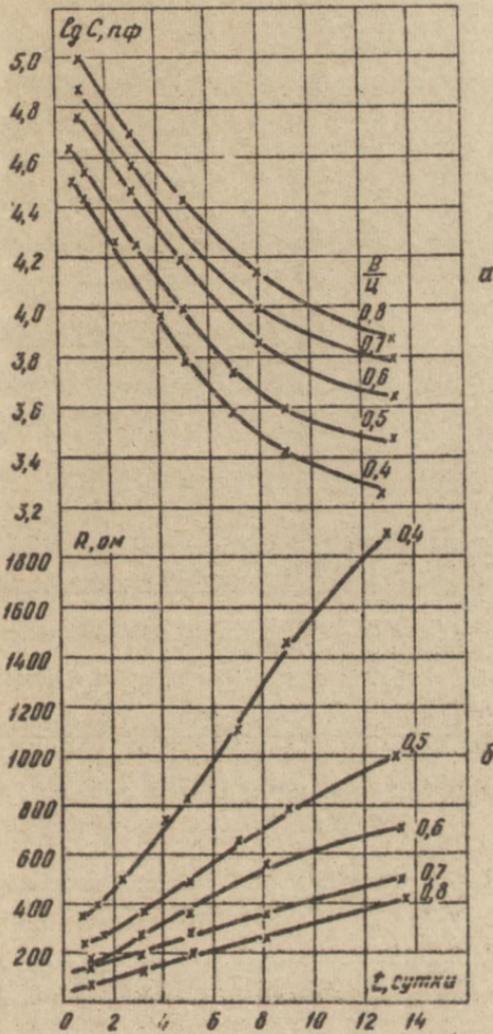


Рис.3. Зависимости емкости (а) и сопротивления (б) образцов от времени выдержки во влажных условиях.

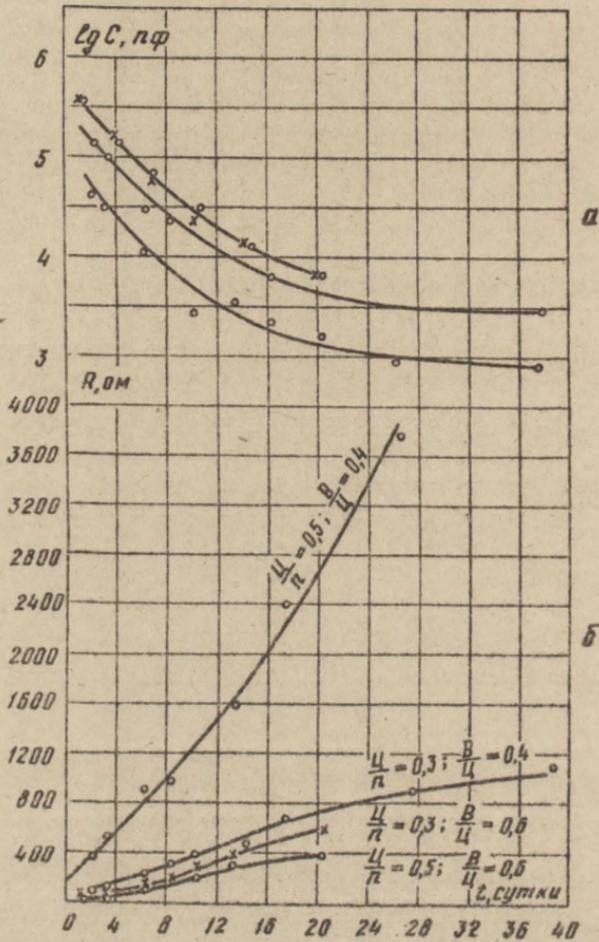


Рис.4. Зависимости емкости (а) и сопротивления (б) образцов с различными цемент-песчаными и водо-цементным отношениями от времени выдержки во влажных условиях

ход же кривых $R(t)$ не параллелен - сопротивление образцов с малым в/ц изменяется во времени быстрее, чем сопротивление образцов с большим в/ц.

Получаемые значения диэлектрической проницаемости слишком велики (до $\sim 10^5$), чтобы их можно было объяснить на основе поляризационных эффектов, характерных для гомогенных диэлектриков. Такие большие значения диэлектрической проницаемости (при отсутствии приэлектродных эффектов) можно связать с накоплением зарядов на внутренних неоднородностях материала. Это, очевидно, и обусловило возможность фиксировать влияние различных факторов на электрические характеристики образцов.

Приведенные зависимости показывают, что измерения емкости (диэлектрической проницаемости) и сопротивления бетонных образцов на звуковых частотах могут использоваться для нахождения корреляционных зависимостей между их механическими и диэлектрическими характеристиками. Кроме зависимости электрических параметров от водо-цементных и песчано-цементных отношений об этом свидетельствует также характер зависимости $C(t)$, $R(t)$. Время перехода этих зависимостей на насыщение совпадает с известными результатами механических испытаний бетонов, из которых следует, что прочность бетона наиболее интенсивно набирается в течение первых 7-10 суток [1].

Л и т е р а т у р а

1. Воробьев В.А. "Строительные материалы и детали". М., "Высш. школа", 1968, с. 371, 134 илл., 37 табл.
2. Нерпин С.В., Чудковский А.Ф. "Физика почвы". М., "Наука", с. 581, 1967.
3. Хиппель А. "Диэлектрики и волны". М., - с. 438, 1960.
4. Шумилин В.Д. Исключение контактных явлений при измерении диэлектрической проницаемости и проводимости в звуковом диапазоне. "Изв. ВУЗов, Физика" № 7, с. 122, 1972.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ПРОНИЦАЕМОСТИ НЕКОТОРЫХ ПОЧВ В ДИАПАЗОНЕ
СВЧ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ВЛАЖНОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ

В.М. Нестеров, В.Д. Перфильева

При разработке приборов контроля влажности почв электромагнитными методами, основанными на измерениях диэлектрической проницаемости, важно обоснованно выбрать частотный диапазон для различных типов почв и условий (влажности, температуры) [1,2].

В связи с этим нами проведены исследования диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь некоторых почв в диапазоне длин волн $\lambda_0 = 50 \text{ см} \pm 0,8 \text{ см}$ в зависимости от влажности почв и температуры окружающей среды.

В качестве объектов исследования выбраны четыре типа почв Хакасии, отличающихся по своему химическому составу: темно-каштановая, чернозем, солонец и солончак. Измерения ϵ и $\text{tg } \delta$ проводились при влажностях, соответствующих гигроскопической влаге (W_r), максимальной гигроскопической влажности (W_{mgr}), максимальной молекулярной влагоёмкости (W_{mmr}) и общей влагоёмкости (W_{ob}) [3]. Каждому указанному типу почвенной влаги соответствует определенное энергетическое состояние. Основные параметры почв даны в таб. I.

Таблица I

Основные физико-химические свойства исследуемых почв

Почва	Общее кол-во солей, %	Гумус, %	Физич. глина, %	Краткое назван. по механич. составу	Гигроскоп. влага, %	МГ, %	ММВ, %	ОВ, %
Темно-каштановая	6,06	4,00	34,4	Суглинок средний	2,23	7,84	10,14	25,4
Чернозем	11,65	8,66	45,6	Суглинок тяжелый	4,30	9,12	13,51	28,5
Солонец	5,04	2,62	27,3	Суглинок средний	2,86	8,15	11,06	27,2
Солончак	12,97	6,24	29,12	- " -	4,47	9,49	13,97	32,00

Измерения ϵ и $tg\delta$ проводились методом короткого замыкания на стандартных измерительных установках [5]. Неоднозначность при решении трансцендентного уравнения устранялась с помощью применения метода кратных толщин [4]. Результаты измерений диэлектрических характеристик исследуемых почв представлены в табл. 2-4 и на рис. I-3.

Полученные результаты показывают, что при гигроскопической влажности W_r , ϵ и $tg\delta$ всех исследуемых почв практически не зависят от температуры (рис. I). При этом наибольшие значения ϵ и $tg\delta$ имеют чернозем и солончак, которые содержат большее количество солей (табл. I). Появление слабосвязанной почвенной влаги приводит к резкому увеличению как диэлектрической проницаемости, так и угла ди-

Таблица 2

Электрофизические параметры исследуемых почв,
 $\lambda_0 = 50$ см

Вид влаги	П о ч в а								
	$t^{\circ}C$	Темно-каштановая		Солонец		Чернозем		Солончак	
		ϵ	$tg\delta$	ϵ	$tg\delta$	ϵ	$tg\delta$	ϵ	$tg\delta$
W_r	+50	5,8	0,026	6,0	0,028	6,4	0,032	7,6	0,034
	+20	5,4	0,020	5,5	0,026	6,2	0,030	7,5	0,030
	0	5,2	0,020	5,3	0,024	6,2	0,030	7,0	0,028
	-20	5,0	0,017	5,2	0,024	6,0	0,030	6,8	0,027
	-50	4,9	0,018	5,0	0,022	6,0	0,027	6,3	0,026
$W_{нг}$	+50	12,0	0,045	13,5	0,074	15,2	0,073	21,4	0,082
	+20	10,2	0,038	13,0	0,072	14,6	0,069	21,0	0,072
	0	8,3	0,030	10,5	0,053	12,5	0,057	19,2	0,065
	-20	5,2	0,020	6,5	0,027	7,5	0,034	10,3	0,041
	-50	5,0	0,020	6,5	0,018	7,0	0,022	8,5	0,030
$W_{ггв}$	+50	22,5	0,066	26,5	0,150	30,5	0,135	34,6	0,320
	+20	21,0	0,057	25,4	0,142	28,6	0,121	33,2	0,210
	0	17,5	0,048	23,6	0,084	29,4	0,083	30,5	0,130
	-20	7,5	0,024	7,9	0,038	12,2	0,042	14,4	0,076
	-50	6,0	0,022	6,4	0,026	7,5	0,038	9,0	0,050
$W_{ос}$	150	37,0	0,073	37,5	0,280	39,5	0,465	42,3	0,615
	+20	31,0	0,067	36,0	0,263	38,2	0,450	40,5	0,582
	0	0,057	0,057	34,2	0,226	36,4	0,380	38,2	0,420
	-20	9,7	0,035	11,5	0,057	15,1	0,085	17,5	0,096
	-50	7,5	0,024	8,2	0,036	9,2	0,041	12,4	0,056

Таблица 3

Электрофизические параметры исследуемых почв;

$$\lambda_0 = 10 \text{ см}$$

Вид влаги	$t^{\circ}\text{C}$	П о ч в а							
		Темно-каш- тановая		Солонец		Чернозем		Солончак	
		ε	$\text{tg}\delta$	ε	$\text{tg}\delta$	ε	$\text{tg}\delta$	ε	$\text{tg}\delta$
W_r	+50	5,6	0,026	5,8	0,028	6,2	0,033	6,8	0,033
	+20	5,4	0,024	5,6	0,026	6,0	0,031	6,6	0,030
	0	0,020	5,2	5,2	0,023	6,0	0,028	6,4	0,030
	-20	4,8	0,017	5,0	0,021	5,9	0,025	6,4	0,029
	-50	4,8	0,016	5,0	0,020	5,8	0,025	6,0	0,028
$W_{MГ}$	+50	11,2	0,053	12,5	0,085	13,0	0,092	15,0	0,110
	+20	10,8	0,046	12,2	0,082	12,8	0,085	14,6	0,112
	0	10,2	0,036	11,6	0,064	12,5	0,073	13,2	0,085
	-20	4,6	0,028	6,2	0,035	7,0	0,054	8,5	0,074
	-50	4,6	0,024	5,8	0,030	6,8	0,039	7,9	0,050
$W_{MБ}$	+50	20,8	0,080	21,0	0,220	22,6	0,320	23,4	0,530
	+20	19,7	0,072	20,6	0,215	20,8	0,224	22,8	0,420
	0	15,6	0,064	20,2	0,175	19,6	0,135	21,0	0,245
	-20	8,0	0,044	6,8	0,076	9,1	0,082	12,6	0,150
	-50	5,5	0,036	6,2	0,052	8,6	0,053	9,2	0,080
W_{08}	+50	28,6	0,092	30,2	0,365	35,7	0,640	37,5	0,750
	+20	26,5	0,090	29,4	0,350	35,0	0,580	33,8	0,660
	0	24,2	0,083	27,8	0,215	34,5	0,518	36,0	0,640
	-20	9,5	0,047	11,5	0,082	14,5	0,155	22,3	0,200
	-50	7,0	0,030	8,1	0,056	8,4	0,064	10,8	0,083

Таблица 4.

Электрофизические параметры исследуемых почв,

$$\lambda_0 = 3 \text{ см}$$

Вид влаги	$t^{\circ}\text{C}$	Почва							
		Темно-каш- тановая		Солонец		Чернозем		Солончак	
		ϵ	$\text{tg}\delta$	ϵ	$\text{tg}\delta$	ϵ	$\text{tg}\delta$	ϵ	$\text{tg}\delta$
W_r	+50	5,5	0,024	5,7	0,027	6,0	0,033	6,2	0,032
	+20	5,3	0,020	5,5	0,025	5,7	0,030	6,0	0,030
	0	5,0	0,020	5,2	0,024	5,5	0,028	5,8	0,030
	-20	4,8	0,018	4,8	0,024	5,0	0,026	5,7	0,030
	-50	4,8	0,018	4,8	0,022	5,0	0,026	5,6	0,028
$W_{нг}$	+50	10,0	0,062	10,6	0,090	11,2	0,192	11,4	0,160
	+20	9,8	0,060	10,4	0,086	10,6	0,115	11,0	0,160
	0	9,6	0,054	10,0	0,072	9,8	0,092	10,8	0,155
	-20	5,5	0,035	6,0	0,052	6,8	0,063	7,0	0,082
	-50	5,5	0,030	6,0	0,045	6,6	0,044	6,7	0,064
$W_{нв}$	+50	17,0	0,095	17,8	0,380	18,0	0,570	19,0	0,720
	+20	16,5	0,092	17,0	0,320	17,7	0,463	18,2	0,660
	0	15,5	0,085	15,7	0,175	16,2	0,310	17,3	0,540
	-20	7,5	0,052	7,2	0,120	7,7	0,098	8,5	0,150
	-50	5,5	0,047	6,0	0,074	6,5	0,085	7,0	0,100
$W_{об}$	+50	25,0	0,200	25,5	0,440	26,8	0,77	27,5	0,85
	+20	24,7	0,170	25,0	0,380	26,3	0,68	27,0	0,670
	0	23,5	0,160	24,0	0,370	25,0	0,60	25,7	0,670
	-20	9,2	0,076	9,6	0,096	9,8	0,21	10,0	0,240
	-50	8,6	0,070	8,7	0,094	8,9	0,155	9,1	0,200

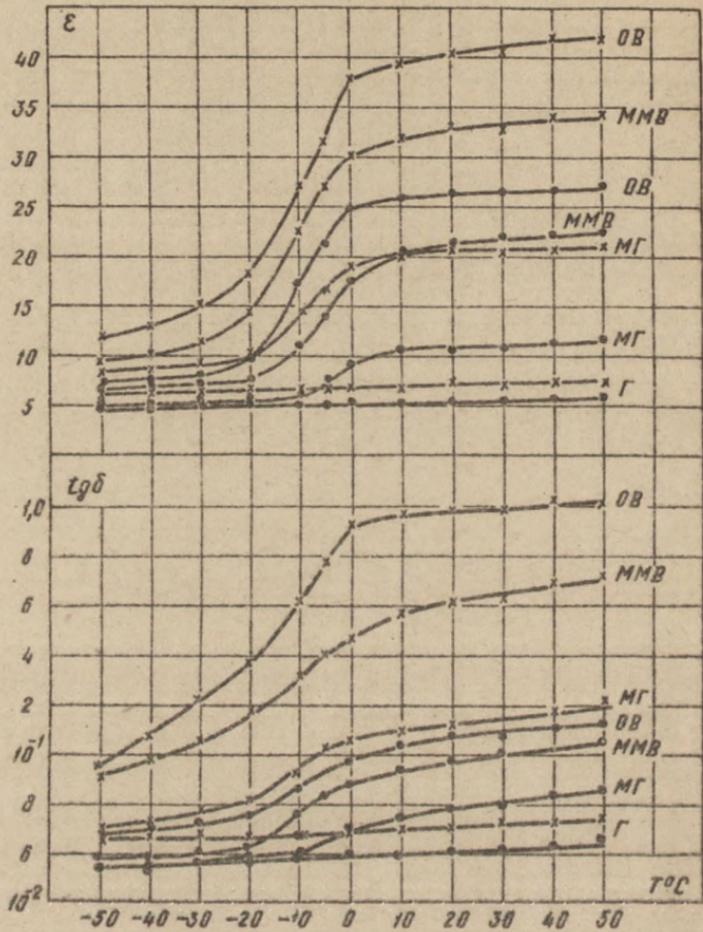


Рис. I. Температурная зависимость ϵ , $\text{tg}\delta$ солончака (— x —) и темно-каштановой почвы (— . —) при различных видах влаги, $l_0 = 50$ см.

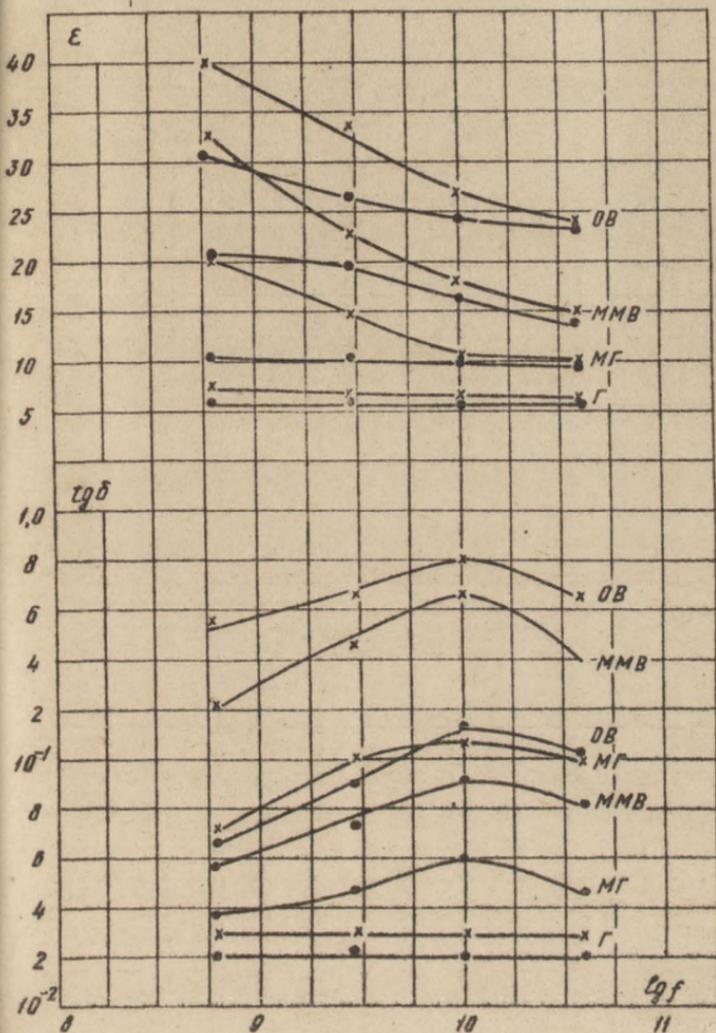


Рис. 2. Частотная зависимость ϵ , $tg \delta$ солончака (---x---), темно-каштановой почвы (---•---) при различных видах влаги, $t = 20^{\circ}C$.

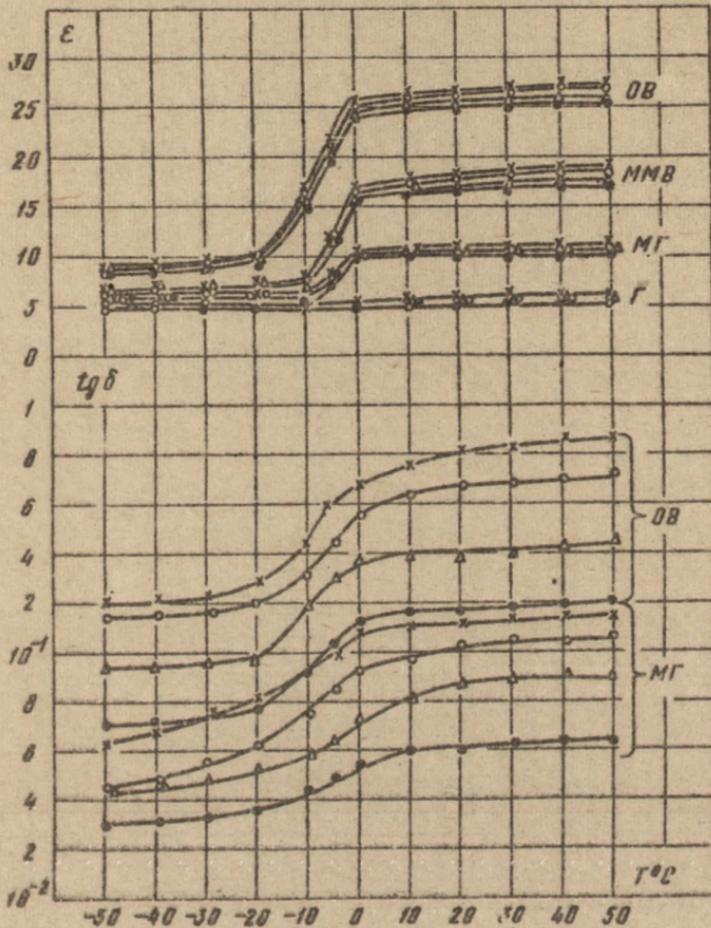


Рис. 3. Температурная зависимость ϵ , $\text{tg } \delta$ почв при различных видах влаги, $f_0 = 3$ см:
— x — солончак, — o — чернозем, — Δ — солонец, — · — темно-каштановая

электрических потерь; при переходе же к отрицательным температурам ход зависимостей ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ претерпевает резкий излом, обусловленный замерзанием слабосвязанной влаги (рис.1).

Изменение электрофизических параметров рассматриваемых почв в зависимости от частоты приложенного электромагнитного поля также во многом определяется наличием определенного вида влаги (рис.2). При $W = W_r$ ϵ и $\operatorname{tg} \delta$ практически не зависят от частоты. Дальнейшее увеличение влажности приводит к появлению максимума в частотном ходе $\operatorname{tg} \delta$, обусловленной Дебаевской релаксацией молекул слабосвязанной почвенной влаги [5].

На частоте $f = 10^{10}$ гц, соответствующей $\lambda_0 = 3$ см, диэлектрическая проницаемость практически не зависит от физико-химического состава почвы (рис.3) и в основном определяется наличием определенного вида почвенной влаги. Тангенс угла диэлектрических потерь по-прежнему определяется физико-химическими свойствами конкретной почвы.

Таким образом, исследование диэлектрических свойств некоторых почв в диапазоне СВЧ показало, что контроль влажности различных почв целесообразно проводить по измерению диэлектрической проницаемости в коротковолновой части СВЧ диапазона, где значения ϵ практически не зависят от химического состава исследуемых почв.

Л и т е р а т у р а

1. Хишпель А.Р. Диэлектрики и их применение. М.-Л., Госуд. энергетическое изд-во. 1959.
2. Сканави Г.И., Физика диэлектриков, ч.1.

3. Вадилина А.Ф., Корчагина З.А. Методы исследования физических свойств почв и грунтов. М., "Высш. школа", 1961.
4. Брандт А.А. Исследование диэлектриков на СВЧ. М., Физ.-мат. лит-ры, 1963.
5. Дебай П., Закк Г. Теория электрических свойств молекул. Под ред. Гурвича. ОНТИ, 1936.

С о д е р ж а н и е

В.И. Иванчиков. Магнитное поле тонкой немагнитной полосы со сквозным продольным разрезом при заданном распределении плотности вихревых токов по её ширине.	3
Г.С. Будько. К расчету поля внутреннего дефекта в слабомагнитном материале.	15
Г.С. Будько. Прямоугольная призма конечных размеров в поле вертикального магнитного диполя.	22
А.П. Рябцев, Л.С. Фрумкис. О приближенном расчете вторичного поля шара, находящегося в поле вытянутого витка.	32
А.П. Рябцев, Л.С. Фрумкис. Магнитное поле наклонной рамки над однородным магнитным полупространством.	39
А.В. Неведомский, В.Д. Перфильева. Исследование зависимости электрических параметров некоторых типов почв и покрытий от частоты, влажности и температуры.	47
М.Н. Боброва. Вторичное поле прямоугольного дефекта в поле плоского витка с постоянным током.	57
М.Н. Боброва. Поле бесконечно протяженной призмы треугольного сечения на поверхности полупространства в поле нити с током.	70
И.А. Новикова. О распределении поляризационных зарядов на внутренних поверхностях открытых дефектов в виде прямоугольного паза.	82
В.В. Брмаков. Стабилизатор постоянного напряжения.	97

В.В. Ботов, А.С. Шостак. СВЧ плотномер для снежного покрова.	100
А.А. Попов. Об одном методе решения краевых задач. ...	103
В.И. Дорохов, А.С. Шостак. Контроль толщин диэлектриков на СВЧ.	117
В.И. Дорохов, А.С. Шостак. Дефектоскопия тел неограниченных размеров.	122
В.И. Дорохов, А.С. Шостак. Контроль гомогенности неоднородных смесей.	128
Г.Н. Парватов, А.А. Попов. О сходимости алгоритма вычисления сеточных функций для слоистых систем.	132
Г.Н. Парватов, А.А. Попов. Решение двумерной задачи кристаллизации слитков в изложницах.	138
В.М. Нестеров, В.Д. Перфильева. О возможности определения различных типов почвенной влаги по измерению диэлектрических характеристик.	152
Г.Н. Парватов, В.С. Семёнов, В.Г. Селиванов. Аппроксимация формы сигнала от дефекта.	161
Е.А. Замотринская, В.М. Нестеров. Измерение электрических характеристик цементно-песчаных бетонов на звуковых частотах.	171
В.М. Нестеров, В.Д. Перфильева. Исследование комплексной диэлектрической проницаемости некоторых почв в диапазоне СВЧ при изменении влажности и температуры.	179

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ
И КОНТРОЛЯ МАТЕРИАЛОВ**

Редактор издательства Н.С. Поддубная

КЗ 0222 Подписано к печати 21/11.77
Бумага типографская № 3; формат 60 x 84¹/16;
п.л. II,9; усл. п. л. II; уч.-изд. л. IO.
Заказ № 77 Тираж 500 Цена 90 коп.

Издательство ТГУ, Томск - 29, ул. Никитина, 17.

Ротапринт ТГУ, Томск - 29, ул. Никитина, 17.

1-29588

Томский госуниверситет 1878



Научная библиотека 00930344