Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ВОПРОСЫ АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ И ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ПРИЛОЖЕНИИ К НЕКОТОРЫМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ВОПРОСЫ АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ И ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ПРИЛОЖЕНИИ К НЕКОТОРЫМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ

ИЗДАТЕЛЬСТВО ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Томск — 1979

532+536.24

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

В сборнике представлены статьи сотрудников НИИ прикладной математики и механики при Томском университете, Томского политехнического института им. С. М. Кирова, Алтайского политехнического института им. И. И. Ползунова, отражающие результаты научно-исследовательской работы в направлении исследования методов аэрогидромеханики и тепломассообмена для целого ряда технологических процессов химической и других отраслей промышленности. В том числе рассмотрены проблемы, связанные с вопросами пневмотранспорта, центробежной газоочистки, воздушно-центробежной классификации, движения реологических сред в технологическом оборудовании, исследования работы теплозащитных покрытий, некоторые частные задачи пристенной турбулентности и ряд других вопросов.

Представленные работы имеют теоретическое значение и представляют практический интерес с точки зрения внедрения в промышленное производство.

Редакторы: В. А. Шваб, М. И. Шиляев

2-4-2

© Издательство Томского университета, 1979 г.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

АНАЛИТИЧЕСКИЙ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ЗАЗОРЕ МЕЖДУ РОТОРОМ И ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СТЕНКОЙ КОРПУСА ЦЕНТРОБЕЖНОГО СЕПАРАТОРА

М. И. Шиляев, В. Н. Арбузов

1. Решение аналогичной задачи проведено в [1]. Однако, как будет следовать из излагаемой ниже работы, принятое автором [1] допущение о выборе профиля аксиальной скорости в виде параболы в значительной степени упрощает картину течения и может привести к количественному соответствию с действительностью только для чисто вязкого режима, характеризующегося очень малыми числами $\mathrm{Re}_r = V_{R_0} \cdot R_0/\nu$, когда инерционными членами в уравнении движения по аксиальной координате можно пренебречь. Но в этом случае распределение аксиальной скорости должно быть не параболическим, а близким к распределению между двумя коаксиальными цилиндрами при чисто вязком режиме движения жидкости [2], содержащем кроме параболы логарифмический член, учитывающий несимметрию аксиального потока относительно ширины зазора, стремящийся к нулю при $R_1/R_0 \to 1$.

Учет влияния инерционности в соответствии с полным уравнением движения по осевой координате приводит к существенному отличию всего характера движения среды от чисто вязкого режима и к значительной количественной разнице в скорости.

Настоящая работа возникла из потребности описать движение среды между ротором и стенкой центробежного пылеотделителя [3], реализующегося, как правило, турбулентным. Однако решение задачи о турбулентном течении сопряжено с рядом известных трудностей, связанных, в частности, с выбором турбулентной вязкости по ширине зазора в уравнениях движения по осевой и окружной координатам, в установлении граничных условий вблизи неподвижной цилиндрической стенки при радиальном стоке среды к оси, эмпирических данных для записи, которых в литературе пока нет. Более того, даже чисто ламинарное течение, как следует из анализа работы [1], рассмотрено далеко не полно и в соответствии с чем проведение более строгого аналитического решения поставленной в [1] задачи и целесообразно и необходимо.

Итак, рассмотрим движение среды в центробежном сепараторе между ротором и цилиндрической стенкой, схема которого приведена на рис. 1. Будем предполагать ввод среды без предварительной закрутки аксиальным со стороны нижнего торца консольного ротора со средней расходной скоростью V_{z_0}. Распределение радиальной скорости на ободе ротора радиуса R_0 полагаем равномерным, что диктуется оптимальными условиями центробежной сепарации. Однако для равномер-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ного распределения расхода через ротор необходимо создание соответствующего градиента давления по его высоте. Это может быть достигнуто (если обод ротора и стенка корпуса представляют собой уже заданные коаксиальные цилиндры соответственно радиусов R_0 и R_1) специальной геометрией внутреннего канала, в частности вала, расчету профиля которого могут способствовать результаты настоящей работы.

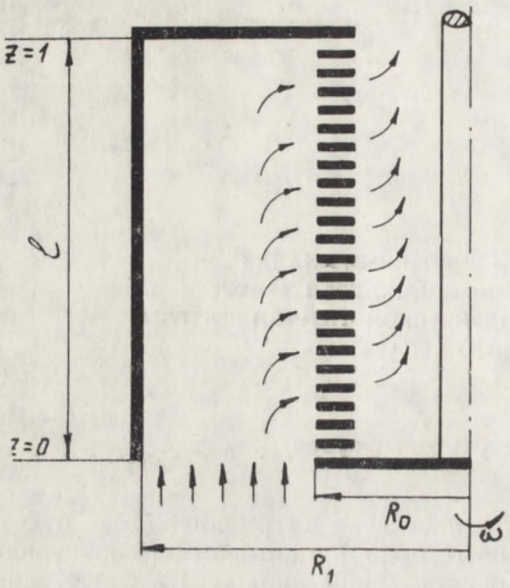

Рис. 1. Схема центробежного сепаратора

Здесь же полагаем, что постоянство радиальной скорости среды на входе в ротор по всей его высоте уже обеспечено и сама скорость равна V_{R_0}. Для решения задачи воспользуемся полными уравнениями Навье — Стокса в цилиндрических координатах с учетом симметрии потока относительно оси вращения ротора, записанными в безразмерной форме в виде

$$v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+\sigma v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}-\frac{1}{L^2}\frac{v_\varphi^2}{r}=-\frac{1}{L^2}\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{\mathrm{Re}_r}\left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial r}-\frac{v_r}{r^2}+\frac{1}{\beta^2}\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}\right);$$

$$v_r\frac{\partial v_\varphi}{\partial r}+\sigma v_z\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}+\frac{v_r v_\varphi}{r}=\frac{1}{\mathrm{Re}_r}\left(\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\varphi}{\partial r}-\frac{v_\varphi}{r^2}+\frac{1}{\beta^2}\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial z^2}\right);$$

$$v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\sigma v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{1}{L^2\beta^2\sigma}+\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{\mathrm{Re}_r}\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{1}{\beta^2}\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right);$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)+\sigma\frac{\partial v_z}{\partial z}=0, \qquad (1)$$

где

$$v_r=V_R/V_{R_0},\ v_\varphi=V_\varphi/\omega R_0,\ v_z=V_z/V_{z0},\ r=R/R_0, z=Z/l;$$

$$p=P/\rho\omega^2R_0^2,\ V_{R_0}=q/2\pi R_0 l,\ V_{z0}=q/\pi(R_1^2-R_0^2),\ V_{z0}/V_{R_0}=\sigma\beta;$$

$$\sigma=2/(r_1^2-1),\ \beta=l/R_0,\ r_1=R_1/R_0,\ L=V_{R_0}/\omega R_0,\ \mathrm{Re}_r=V_{R_0}\cdot R_0/\nu.$$

Принимаем, что толщина пограничного слоя на тупиковой стенке при $z=1$ мала по сравнению с высотой всего зазора, и вследствие этого течение в области пограничного слоя около стенки $z=1$ исключим из рассмотрения.

Полагаем, что геометрия зазора и режимы течения таковы, что членами, содержащими вторые производные по координате z, в уравнениях системы (1) можно пренебречь. Тогда в соответствии с уравнением неразрывности будем иметь

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\,v_r)\approx\sigma v_z(r,0),$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

где принято $v_z \approx v_z(r, 0)(1-z)$, $v_z\ (r, 0)$ — распределение скорости v_z на входе в зазор при $z=0$. Отсюда следует, что при постоянной радиальной скорости входа среды в ротор распределение последней по зазору будет функцией только радиуса $v_r=v_r\ (r)$ и $\partial v_r/\partial z=0$. Таким образом, решение задачи при принятых допущениях сводится к решению системы уравнений:

$$v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}-\frac{1}{L^2}\frac{v_\varphi^2}{r}=-\frac{1}{L^2}\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{\mathrm{Re}_r}\left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial r}-\frac{v_r}{r^2}\right); \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2}+\left(\frac{1}{r}-\mathrm{Re}_r v_r\right)\frac{\partial v_\varphi}{\partial r}-\left(\frac{1}{r^2}+\mathrm{Re}_r\frac{v_r}{r}\right)v_\varphi=\sigma_1(1-z)v_z(r,0)\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}; \tag{3}$$

$$v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\sigma v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{1}{L^2\beta^2\sigma}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{1}{\mathrm{Re}_r}\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r}\right); \tag{4}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)+\sigma\frac{\partial v_z}{\partial z}=0 \tag{5}$$

при следующих граничных условиях:

$$v_r(1,z)=-1;\ v_z(1,z)=v_z(r_1,z)=v_\varphi(r_1,z)=0;\ v_\varphi(1,z)=v_0. \tag{6}$$

Условие сохранения расхода потока на входе в зазор зададим как

$$\sigma\int_1^{r_1} rv_z(r,0)dr=1. \tag{7}$$

Обратимся к уравнению (3). Представим решение для окружной скорости в виде

$$v_\varphi=R(r)\cdot Z(z). \tag{8}$$

Тогда вместо уравнения (3) получим два дифференциальных уравнения относительно функции $R(r)$ — только радиуса и $Z(z)$ — только координаты z:

$$R''+\left(\frac{1}{r}-\mathrm{Re}_r v_r\right)R'-\left(\frac{1}{r^2}+\mathrm{Re}_r\frac{v_r}{r}\right)R=Cv_z(r,0)R; \tag{9}$$

$$Z=\sigma_1 C^{-1}(1-z)Z',\quad \sigma_1=\sigma\mathrm{Re}_r, \tag{10}$$

где $C=\mathrm{const}$ — собственное число, определяемое в соответствии с граничными условиями задачи. Решение уравнения (10) для функции Z дает зависимость

$$Z=\mathrm{const}\,(1-z)^{-C/\sigma_1}.$$

Удовлетворяя граничному условию для v_φ на радиусе $r=1$, получим

$$v_\varphi=R(1)\,\mathrm{const}\,(1-z)^{-C/\sigma_1}=v_0,$$

что возможно лишь в случае $C=0$, поскольку скорость v_φ при одинаковых условиях ввода газа в ротор по всей его высоте должна быть постоянной величиной, не зависящей от z. Таким образом, $Z=\mathrm{const}$ и нахождение окружной скорости сводится к решению дифференциального уравнения

$$v_\varphi''+\left(\frac{1}{r}-\mathrm{Re}_r v_r\right)v_\varphi'-\left(\frac{1}{r^2}+\mathrm{Re}_r\frac{v_r}{r}\right)v_\varphi=0 \tag{11}$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

при граничных условиях для v_φ (6). Одним из частных решений уравнения (11), как нетрудно проверить, является $v_\varphi = 1/r$. Следовательно, общее решение при граничных условиях (6) запишется в виде зависимости

$$v_\varphi = \frac{v_0}{r}\left(1 - \frac{\int_1^r r e^{\mathrm{Re}_r \int v_r dr}\, dr}{\int_1^{r_1} r e^{\mathrm{Re}_r \int v_r dr}\, dr}\right), \tag{12}$$

являющейся функцией только радиуса. Заметим, что решение (12) получено только при пренебрежении вторыми производными от скорости по координате z и сохраняет в себе все остальные свойства общности окружного течения в условиях поставленной задачи. В предельном случае малых чисел Re_r ($\mathrm{Re}_r \to 0$)

$$v_\varphi = \frac{v_0}{r}\left(1 - \frac{r^2 - 1}{r_1^2 - 1}\right), \tag{13}$$

что соответствует чисто вязкому режиму течения жидкости между двумя концентрическими цилиндрами, внутренний из которых вращается. При $\mathrm{Re}_r \to \infty$, как нетрудно видеть, окружная скорость в основной области течения должна стремиться к нулю, если учесть, что отношение интегральных членов в скобках стремится к 1, и только вблизи самого ротора, за счет стремления числителя к нулю, скорость достигает значения v_0. Однако для ротора, состоящего из плоскопараллельных дисков или концентрических конусов, с ростом расхода закрутка на ободе падает, и в предельном случае ротор не закручивает поток, что приводит к нулевой окружной скорости среды во всей области течения.

Решение уравнения (4) проведем методом последовательных приближений. В качестве первого приближения найдем решение для очень маленьких значений чисел Re_r, позволяющих пренебречь инерционными членами в уравнении (4). Так что

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r} = \Pi \frac{\partial p}{\partial z} \quad \left(\Pi = \frac{\mathrm{Re}_r}{L^2 \beta^2 \sigma}\right). \tag{14}$$

Поскольку v_r и v_φ являются функциями только радиуса, то в соответствии с (2)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r \partial z} = 0, \tag{15}$$

и из уравнения (14), после дифференцирования его по r, получим для расчета осевой компоненты скорости в чисто вязком приближении линейное дифференциальное уравнение третьего порядка

$$\frac{\partial^3 v_z}{\partial r^3} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r} = 0, \tag{16}$$

имеющее следующее общее решение:

$$v_z = C_1(z)\ln r + C_2(z) r^2 + C_3(z). \tag{17}$$

Функции интегрирования $C_1(z)$, $C_2(z)$, $C_3(z)$ определим из граничных условий (6) и условия расхода (7) в такой последовательности,

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

чтобы удовлетворить двум граничным условиям для радиальной компоненты скорости.

1. Удовлетворяем условию $v_z=0$ при $r=r_1$. Получаем

$$C_3=-C_1\ln\frac{r}{r_1}-C_2r_1^2 \tag{18}$$

и соответственно

$$v_z=C_1\ln\frac{r}{r_1}+C_2(r^2-r_1^2). \tag{19}$$

2. Запишем уравнение неразрывности, использовав распределение скорости v_z по (19):

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)=-\sigma\left[\frac{\partial C_1}{\partial z}\ln\frac{r}{r_1}+\frac{\partial C_2}{\partial z}(r^2-r_1^2)\right], \tag{20}$$

после интегрирования которого по r получим распределение для радиальной скорости

$$v_r=-\frac{\sigma r}{4}\left[\frac{\partial C_1}{\partial z}\left(2\ln\frac{r}{r_1}-1\right)+\frac{\partial C_2}{\partial z}(r^2-2r_1^2)\right]+\frac{\gamma_0}{r}. \tag{21}$$

3. Устанавливая граничное условие $v_r=0$ при $r=r_1$, найдем

$$\gamma_0=-\frac{\sigma r_1^2}{4}\left(\frac{\partial C_1}{\partial z}+r_1^2\frac{\partial C_2}{\partial z}\right). \tag{22}$$

4. Устанавливая граничное условие $v_r=-1$ при $r=1$, будем иметь

$$\gamma_0=\frac{\sigma}{4}\left[-\frac{\partial C_1}{\partial z}(2\ln r_1+1)+\frac{\partial C_2}{\partial z}(1-2r_1^2)\right]-1. \tag{23}$$

Приравнивая (22) к (23), получим

$$\frac{\partial C_1}{\partial z}=\frac{-1}{\frac{\sigma}{4}(2\ln r_1-r_1^2+1)}+\frac{\partial C_2}{\partial z}\frac{(1-r_1^2)^2}{2\ln r_1-r_1^2+1}, \tag{24}$$

откуда после интегрирования по z находим связь между C_1 и C_2:

$$C_1=\frac{-z}{\frac{\sigma}{4}(2\ln r_1-r_1^2+1)}+C_2\frac{(1-r_1^2)^2}{2\ln r_1-r_1^2+1}+\text{const}. \tag{25}$$

5. Для нахождения const в уравнении (25) используем условие расхода (7) или

$$\sigma\int_1^{r_1}rv_z(1,r)dr=0. \tag{26}$$

Оба условия для const дают выражение

$$\text{const}=\frac{4}{\sigma(2\ln r_1-r_1^2+1)}. \tag{27}$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

6. Граничное условие $v_z=0$ при $r=1$ устанавливает недостающую связь между C_1 и C_2:

$$C_2=C_1\frac{\ln r_1}{1-r_1^2}. \tag{28}$$

Таким образом, все неизвестные величины в результате удовлетворения условиям (6) и (7) определены. Перепишем окончательно выражения для радиальной и окружной компонент скорости для чисто вязкого режима движения в более компактной форме

$$v_z=(1-z)F_0(r); \tag{29}$$

$$v_r=-qr\ln r+tr-sr^3+\frac{\gamma_0}{r}. \tag{30}$$

Здесь

$$F_0(r)=m(1-r^2)-k\ln r; \tag{31}$$

$$\left.\begin{aligned} m&=-q\ln r_1,\ q=\frac{\sigma}{2}k,\ k=2/\left(\ln r_1\frac{1+r_1^2}{1-r_1^2}+1\right)\\ t&=\frac{q}{2}\left(\frac{m\sigma}{q}+1\right),\ s=\frac{\sigma}{4}m,\ \gamma_0=-\left(\frac{q}{2}+sr_1^2\right)r_1^2 \end{aligned}\right\}. \tag{32}$$

Пользуясь уравнениями (2) и (14), найдем распределение давления в зазоре между ротором и стенкой для практических условий течения среды в сепараторе ($L\ll 1$), когда по (2) можно принять

$$\frac{\partial p}{\partial r}\approx\frac{v_\varphi^2}{r}. \tag{33}$$

Из уравнения (14) после подстановки v_z из (29) имеем

$$p=-\frac{k\sigma\ln r_1}{\Pi}z(z-2)+p_0(r),$$

где $p_0(r)$ — распределение давления на входе в зазор при $z=0$, откуда в соответствии с (33)

$$\frac{\partial p}{\partial r}=\frac{dp_0(r)}{dr}=\frac{v_\varphi^2}{r}. \tag{34}$$

Интегрируя (34) по r, получим

$$p_0(r)=-\int_r^{r_1}\frac{v_\varphi^2}{r}dr+p_0, \tag{35}$$

где p_0 — давление, измеряемое на стенке при $z=0$. Следовательно

$$p=p_0-\int_r^{r_1}\frac{v_\varphi^2}{r}dr+\frac{k\sigma\ln r_1}{\Pi}(2-z)z. \tag{36}$$

Поскольку для рассматриваемого режима течения скорость v_φ можно задать по (13), то для давления при чисто вязком режиме течения среды будем иметь следующее выражение:

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$p=p_0-\frac{v_0^2\sigma^2}{8}\left(\frac{r_1^4-r^4}{r^2}+4r_1^2\ln\frac{r}{r_1}\right)+\frac{k\sigma\ln r_1}{\text{II}}(2-z)z. \qquad (37)$$

Учет инерционных членов проведем с помощью подстановки в инерционную часть уравнения движения по осевой координате, продифференцированного по r:

$$\frac{\partial^3 v_z}{\partial r^3}+\frac{1}{r}\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2}-\frac{1}{r^2}\frac{\partial v_z}{\partial r}=\mathrm{Re}_r\frac{\partial}{\partial r}\left(v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\sigma v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right), \qquad (38)$$

скоростей v_r и v_z по формулам (29) и (30), найденных для чисто вязкого приближения. В результате аналогичных, но в значительной степени более громоздких вычислений, чем при решении задачи в вязком приближении, получим аксиальную и радиальную скорости в виде следующих зависимостей:

$$v_z=(1-z)F_1(r); \qquad (39)$$

$$v_r=-\frac{\sigma r}{4}\left[\Psi_1\left(2\ln\frac{r}{r_1}-1\right)+\Psi_2(r^2-2r_1^2)+4\frac{Z(r)}{r^2}-2\Theta(r_1)\right]+\frac{\gamma_1}{r}, \qquad (40)$$

где

$$F_1(r)=\Theta(1)-\Theta(r)-(A\Psi_2+B)\ln r-\Psi_2(r^2-1);$$

$$\Theta(r)=\frac{\mathrm{Re}_r}{2}\left[\left(a-f+\frac{c}{2}r^2\right)r^2\ln r+(\xi+fr^2)\ln^2 r+\left(\frac{e}{3}r^2-\frac{4c-d}{8}\right)r^4\right];$$

$$Z(r)=\frac{\mathrm{Re}_r}{4}\left[\left(\frac{2a-3f}{4}r^2+\frac{c}{6}r^4-\xi\right)r^2\ln r+\left(\xi+\frac{f}{2}r^2\right)r^2\ln^2 r+\frac{r^2}{2}\left(\xi+\frac{e}{6}r^6-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\frac{2a-3f}{8}r^2-\frac{14c-3d}{36}r^4\right)\right];$$

$$\gamma_1=\frac{\sigma}{4}[-\Psi_1(1+2\ln r_1)+\Psi_2(1-2r_1^2)+4Z(1)-2\Theta(r_1)]-1;$$

$$\Psi_1=A\Psi_2+B;\ \Psi_2=\frac{\Theta(r_1)-\Theta(1)+B\ln r_1}{1-r_1^2-A\ln r_1};\ A=\frac{(r_1^2-1)^2}{1+2\ln r_1-r_1^2};$$

$$B=\frac{1+\sigma[Z(r_1)-Z(1)]+\Theta(r_1)(1-r_1^2)}{\sigma(r_1^2-2\ln r_1-1)},$$

$$a=\frac{\alpha-\eta}{2},\ f=\frac{\eta}{2},\ c=\frac{\beta}{4},\ d=\frac{4\delta-\beta}{16},\ e=\frac{\psi}{6},\ \xi=\gamma_0 k,$$

$$\alpha=-k(q+2\sigma m),\ \beta=2m(\sigma k-q),\ \delta=-(sk-2mt+2\sigma m^2),$$

$$\psi=m(m\sigma-2s),\ \eta=\sigma k^2.$$

Здесь k, m, q, t, s, γ_0 вычисляются по формулам (32). Для давления с учетом практических условий движения среды в центробежных сепараторах $L\ll 1$ и при числах Re_r порядка или больших 1 будем иметь по (2)

$$\frac{\partial p}{\partial r}\approx\frac{v_\varphi^2}{r}, \qquad (41)$$

а из уравнения (4)

$$\frac{\partial p}{\partial z}\approx 0, \qquad (42)$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

откуда получим распределение давления в виде

$$p = p_0 - \int_r^{r_1} \frac{v_\varphi^2}{r} dr, \qquad (43)$$

где p_0 — давление на стенке цилиндрического корпуса.

Таким образом, итерационный процесс можно было бы продолжить, но, как показывает практика решения задач подобным методом [4—6], уже второе приближение при удачно выбранном или найденном из решения упрощенной задачи первом приближении приводит к вполне удовлетворительному согласованию с действительностью.

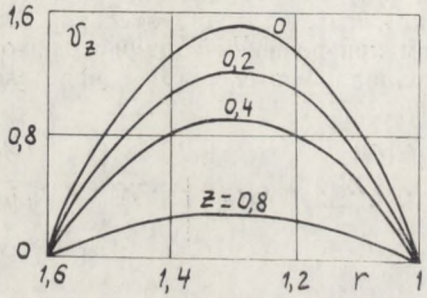

Рис. 2. Распределения осевой скорости в зазоре центробежного сепаратора при $\mathrm{Re}_r = 0{,}01$

Результаты расчетов, проведенные по формулам второго приближения (39)—(43) и по дифференциальному уравнению (11) для определения окружной составляющей скорости [что оказалось проще, чем по интегральному соотношению (12)], представлены на рис. 2—7 и иллюстрируют существенное проявление инерционности на характер течения среды в зазоре между ротором и стенкой кожуха сепаратора. В частности, при малых числах Re_r распределение окружной и аксиальной скоростей близко к соответствующим распределениям для течения между двумя коаксиальными цилиндрами без радиального стока (рис. 2, 6). При увеличении числа Re_r за счет инерционности наблюдается значительная деформация профиля аксиальной скорости и изменение ее знака на противоположный в периферийной области ротора (рис. 3), что, в свою очередь, проявляется и на радиальной (рис. 4) и на окружной (рис. 6) составляющих скорости среды.

Во всех расчетах величина закрутки среды на ободе ротора v_0 принималась равной 1.

2. Для численного решения поставленной задачи воспользуемся полными уравнениями Навье — Стокса в цилиндрической системе координат, которые в безразмерной форме с учетом симметрии потока относительно оси вращения в переменных напряженности вихря, функции тока и окружной скорости запишем следующим образом [7]:

$$\Delta f = -\frac{3}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \Omega;$$

$$\Delta\Omega = \mathrm{Re}_r\left[r\frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial \Omega}{\partial r} - \left(r\frac{\partial f}{\partial r} + 2f\right)\frac{\partial \Omega}{\partial z} - 2\frac{\mathrm{Re}_\omega^2}{\mathrm{Re}_r^2} G\frac{\partial G}{\partial z}\right] - \frac{3}{r}\frac{\partial \Omega}{\partial r}; \qquad (1)$$

$$\Delta G = \mathrm{Re}_r\left[r\frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial G}{\partial r} - \left(r\frac{\partial f}{\partial r} + 2f\right)\frac{\partial G}{\partial z} + 2G\frac{\partial G}{\partial z}\right] - \frac{3}{r}\frac{\partial G}{\partial r},$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \qquad v_r = r\frac{\partial f}{\partial z}, \; v_z = -\left(2f + r\frac{\partial f}{\partial r}\right);$$

$$\Omega = \frac{1}{r}\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}\right); \quad G = \frac{v_\varphi}{r}; \; f = \frac{\Psi}{r^2};$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$v_r = V_r / W_{R_0};\ v_\varphi = V_\varphi / \omega R_0;\ v_z = V_z / W_{R_0};$$

$$f = \bar{f} / W_{R_0} \cdot \Omega = \bar{\Omega} R_0^2 / W_{R_0};\ G = \bar{G} / \omega;$$

$$r = R/R_0;\ z = Z/R_0;\ \mathrm{Re}_r = W_{R_0} \cdot R_0 / \nu;\ \mathrm{Re}_\omega = \omega R_0^2 / \nu.$$

Здесь V_r, V_z, V_φ — размерные радиальная, осевая и окружная составляющие вектора скорости; ω и R_0 — угловая скорость и радиус внутреннего цилиндра; W_{R_0} — радиальная скорость отсоса на поверхности

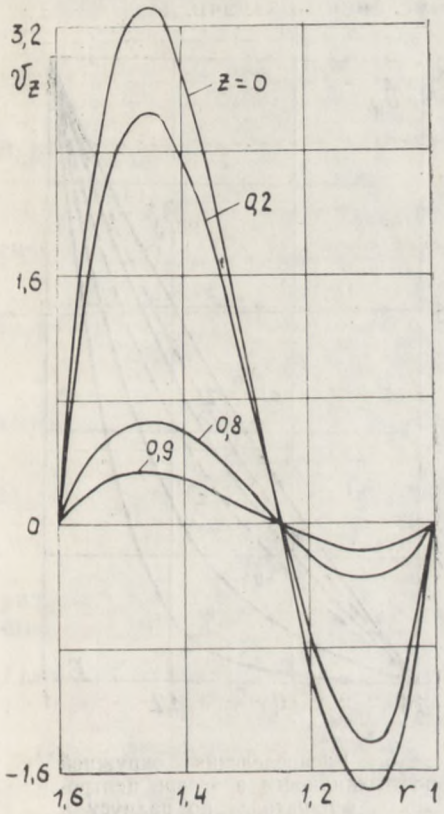

Рис. 3. Распределения осевой скорости в зазоре центробежного сепаратора при $\mathrm{Re}_r = 2$

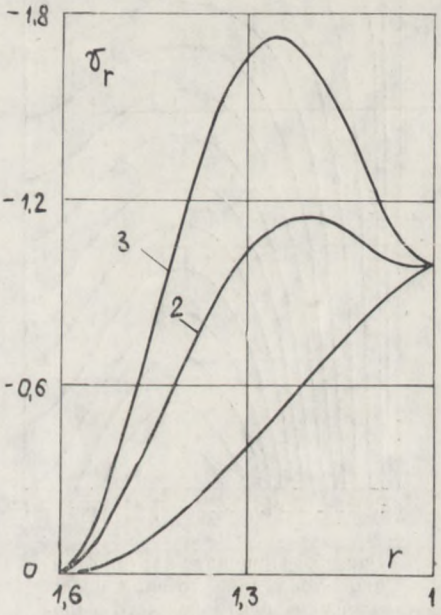

Рис. 4. Распределения радиальной скорости в зазоре центробежного сепаратора: *1*—$\mathrm{Re}_r = 0{,}01$; *2*—$\mathrm{Re}_r = 2$; *3*—$\mathrm{Re}_r = 4$

вращающегося цилиндра; ν — коэффициент кинематической вязкости; Ψ — безразмерная функция тока, определяемая соотношениями:

$$v_r = -\frac{1}{r}\frac{\partial \Psi}{\partial z};\qquad v_z = \frac{1}{r}\frac{\partial \Psi}{\partial r}.$$

Граничные условия задачи определяются прилипанием жидкости к твердым непроницаемым стенкам, а также условиями радиального стока через поверхность вращающегося цилиндра как

$$G = f = \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial r} = 0 \qquad \text{при } 0 \leqslant z \leqslant \beta \text{ и } r = r_1;$$

$$G = f = \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial f}{\partial r} = 0 \qquad \text{при } 1 \leqslant r \leqslant r_1 \text{ и } z = \beta;$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$\frac{\partial f}{\partial z}=-1,\quad 2f+\frac{\partial f}{\partial r}=0;\quad G=v_0 \quad \text{при } 0\leqslant z\leqslant\beta \text{ и } r=1, \tag{2}$$

где r_1 — безразмерный радиус внешнего цилиндра; $\beta=l/R_0$ — безразмерная высота, на которой установлена тупиковая стенка; l — высота канала.

Для распределения составляющих скорости на входе в кольцевой канал можно использовать зависимости, полученные в результате аналитического решения в п. 1, либо задавать их специальным образом в соответствии с физическими условиями задачи.

Рис. 5. Типичная картина линий тока для течения среды в зазоре центробежного сепаратора ($\mathrm{Re}_r=2$)

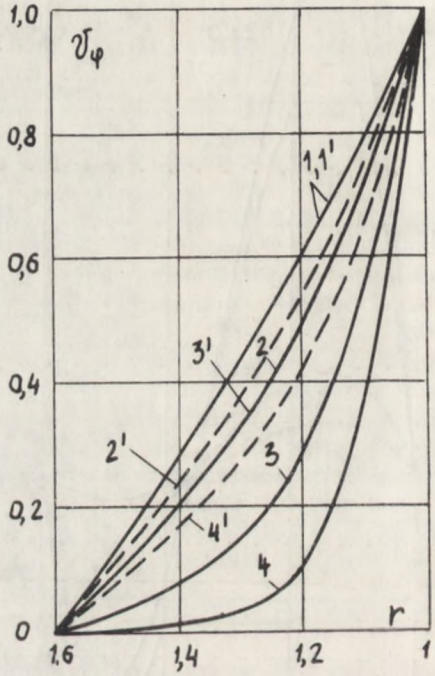

Рис. 6. Распределения окружной скорости жидкости в зазоре центробежного сепаратора по радиусу в зависимости от числа Re_r: *1,1'*—$\mathrm{Re}_r=0{,}01$; *2,2'*—$\mathrm{Re}_r=2$; *3,3'*—$\mathrm{Re}_r=4$; *4,4'*—$\mathrm{Re}_r=6$. Здесь *1—4* — расчет v_φ с учетом уравнения (40); *1'—4'* — расчет v_φ с учетом уравнения (30)

Каждое из уравнений системы (1) имеет вид

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}+A\frac{\partial\varphi}{\partial z}+B\frac{\partial\varphi}{\partial r}+C\varphi=F. \tag{3}$$

Проводя конечно-разностную аппроксимацию дифференциального уравнения эллиптического типа (3), получим следующее разностное уравнение:

$$\varphi_{i,j}^{(n)}=\frac{1}{2(\tau+\tau^{-1})-c_{i,j}}[(\tau^{-1}-a_{i,j})\varphi_{i-1,j}^{(n)}+(\tau^{-1}+a_{i,j})\varphi_{i+1,j}^{(n+1)}+$$
$$+(\tau-b_{i,j})\varphi_{i,j-1}^{(n)}+(\tau+b_{i,j})\varphi_{i,j+1}^{(n-1)}-f_{i,j}], \tag{4}$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

где

$$a_{i,j}=1/2\,A_{i,j}h_r;\ b_{i,j}=1/2\,B_{i,j}h_z;\ c_{i,j}=C_{i,j}h_rh_z;\ f_{i,j}=F_{i,j}h_rh_z.$$

При этом величины $A_{i,j}$, $B_{i,j}$, $C_{i,j}$ и $F_{i,j}$ принимают вид:
для первого уравнения системы (1)

$$A_{i,j}=C_{i,j}=0;\ B_{i,j}=\frac{3}{r_j};\quad F_{i,j}=\Omega_{i,j}^{(n-1)};$$

для второго и третьего уравнений

$$A_{i,j}=\mathrm{Re}_r\left[\frac{r_j}{2h_r}\left(f_{i,j+1}^{(n-1)}-f_{i,j-1}^{(n)}\right)+2f_{i,j}^{(n)}\right];$$

$$B_{i,j}=\frac{3}{r_j}-\mathrm{Re}_r\frac{r_j}{2h_z}(f_{i+1,j}^{(n-1)}-f_{i-1,j}^{(n)});$$

для второго уравнения относительно Ω

$$C_{i,j}=0,\ F_{i,j}=\frac{\mathrm{Re}_\omega^2}{\mathrm{Re}_r}G_{i,j}^{(n)}\frac{G_{i+1,j}^{(n-1)}-G_{i-1}^{(n)}}{h_z};$$

для третьего уравнения относительно G

$$C_{i,j}=-\mathrm{Re}_r\frac{f_{i+1,j}^{(n-1)}-f_{i-1,j}^{(n)}}{h_z};\ F_{i,j}=0.$$

Граничные условия (2) в разностном виде дают следующие соотношения:

$$f_{i,0}=f_{i,1}=G_{i,0}=0;\ f_{i+1,M}=f_{i,M}-h_z$$
$$2f_{i,M}h_r+f_{i,M}-f_{i,M-1}=0;$$
$$G_{i,M}=v_0(i=0,1,2,\ldots,N),\qquad(5)$$
$$f_{N,j}=f_{N-1,j}=G_{N,j}=0$$
$$(j=0,1,2,\ldots,M).$$

Что касается функции вихря Ω, то значения этой переменной на входе в канал задаются функционально, в граничных точках на твердых стенках определяются по зависимостям, аналогичным формуле Л. Вудса, а на поверхности вращающегося цилиндра путем прямого дифференцирования функции тока f. Первоначально на нулевой итерации значения во внутренних точках области для f, G, Ω полагались нулями. Сканирование сетки начиналось от внешнего цилиндра к внутреннему и снизу вверх. Расстановка верхних индексов в уравнении (4) указывает на применение скользящих итераций Гаусса — Зейделя для решения системы разностных уравнений. Сходимость итераций определялась по средней для всего поля разности δf между приближениями

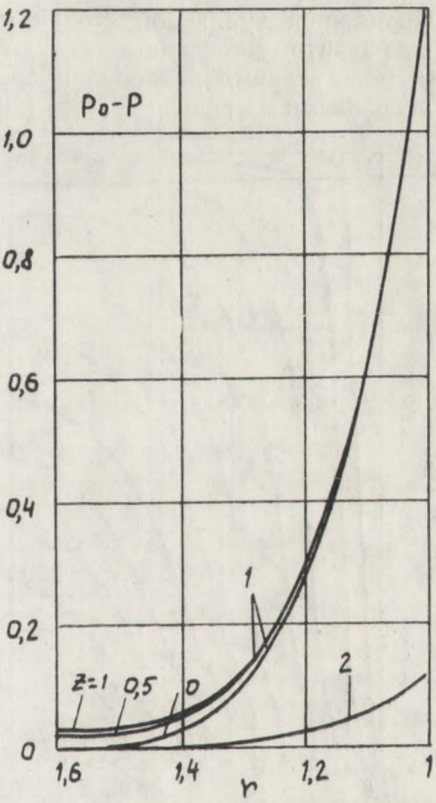

Рис. 7. Распределения давления в зазоре центробежного сепаратора: *1* — распределение давления при чисто вязком режиме ($\Pi=8\cdot10^2/\sigma$); *2* — расчет распределения давления по формуле (43) ($\mathrm{Re}_r=2$)

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$\delta f=\frac{\sum\limits_i\sum\limits_j\left|f_{i,j}^{(n)}-f_{i,j}^{(n-1)}\right|}{(M-1)(N-1)}\leqslant 10^{-3},$$

либо по осредненной относительной невязке

$$\Delta f=\sum_i\sum_j\frac{\left|f_{i,j}^{(n)}-f_{i,j}^{(n-1)}\right|}{f_{i,j}^{(n-1)}}\leqslant 10^{-3}.$$

На рис. 8—11 представлены результаты численного интегрирования системы уравнений (1) и (2) по зоне изменений режимно-геометрических параметров, определяющих гидродинамику потока в рассматриваемом канале на равномерных сетках 21×21 и 50×40 узлов. Картины линий тока, иллюстрируемые рис. 8—11, были получены для случая неподвижной тупиковой стенки при входных условиях, соответствующих развитому течению среды до рассматриваемого канала таким же, как между двумя коаксиальными цилиндрами без радиального стока, полученными из решения (12), (29)—(32) п. 1:

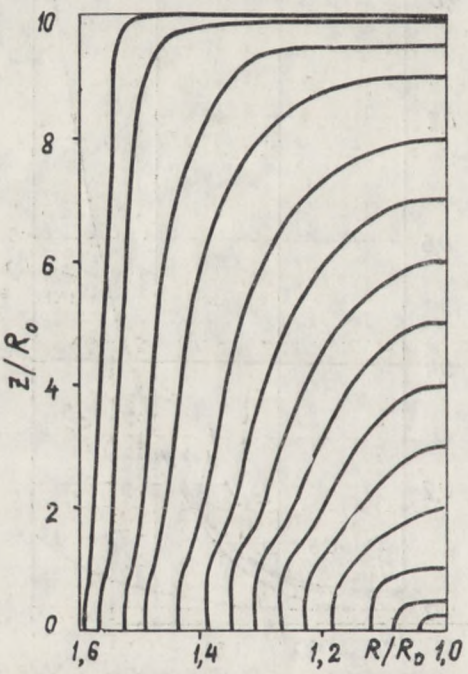

Рис. 8. Типичная картина линий тока при низких значениях чисел Re_r и Re_ω: $\mathrm{Re}_r=2$; $\mathrm{Re}_\omega=150$; $\beta=10$; $r_1=1{,}6$. Верхняя тупиковая стенка неподвижна

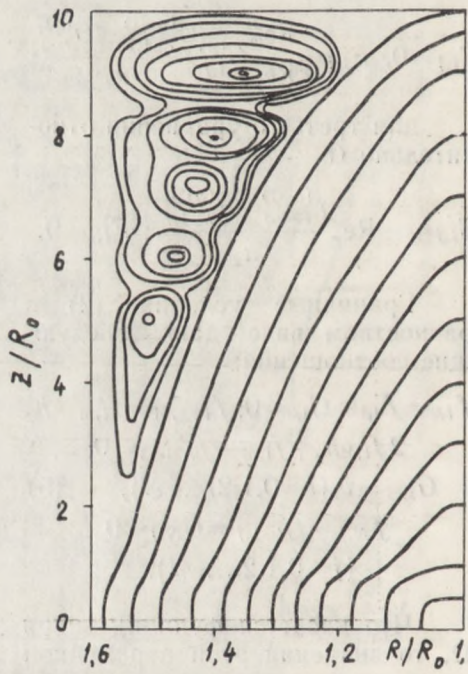

Рис. 9. Распределение линий тока в кольцевом канале при $\mathrm{Re}_r=1000$; $\mathrm{Re}_\omega=150$; $\beta=10$; $r_1=1{,}6$. Верхняя тупиковая стенка неподвижна

$$v_z=\sigma\beta[m(1-r^2)-k\ln r];\ v_r=0;\ v_\varphi=\frac{v_0}{r}\left(1-\frac{r^2-1}{r_1^2-1}\right),$$

где

$$\sigma=2/(r_1^2-1);\ m=-1/2\sigma k\ln r_1;\ k=2\left(\ln r_1\frac{1+r_1^2}{1-r_1^2}+1\right)^{-1}.$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Здесь аналогично п. 1 положено $v_0=1$. Распределения линий тока в канале, представленные на рис. 8, указывают на ярко выраженный слоистый ламинарный характер движения жидкости при невысоких значениях чисел Re_r и Re_ω. Последующими расчетами установлена слабая зависимость картины течения от геометрических соотношений между высотой и шириной канала. Следует отметить, что с увеличением чисел Re_r, Re_ω авторы столкнулись с известной трудностью решения системы

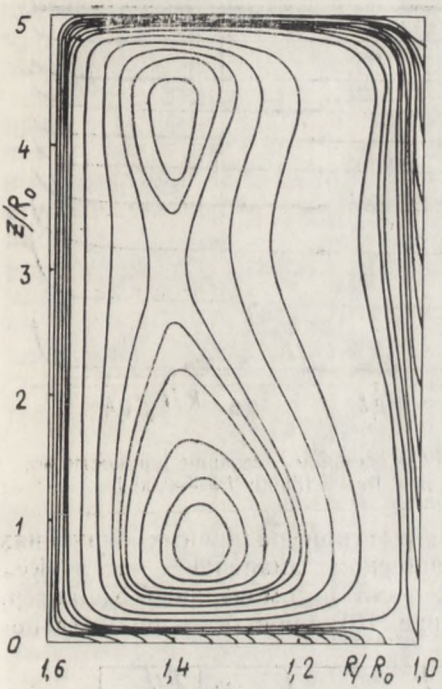

Рис. 10. Характерная картина линий тока при высоких значениях Re_r и Re_ω: $Re_r=1000$; $Re_\omega=150000$; $\beta=5$; $r_1=1,6$. Верхняя тупиковая стенка неподвижна

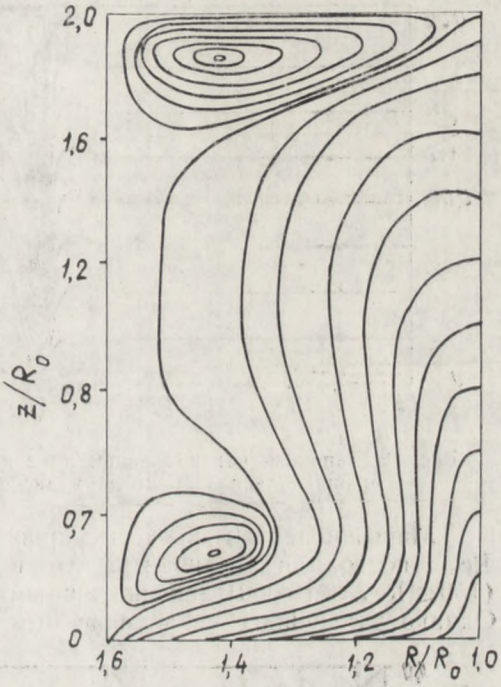

Рис. 11. Типичная картина течения среды в кольцевом канале для случая вращающейся верхней тупиковой стенки при $Re_r=20$; $Re_\omega=300$; $\beta=2$

разностных уравнений (4), (5), связанной с нарушением условия диагонального преобладания, необходимого для сходимости скользящих итераций, вследствие значительного роста вклада конвективных членов в уравнениях движения. Применение последовательной нижней релаксации для всех искомых функций f, G, Ω позволило при разумных затратах машинного времени провести расчеты лишь до $Re_r=50$, $Re_\omega=300$. Для более высоких значений чисел Рейнольдса центрально-разностная аппроксимация конвективных членов (4) была заменена несимметричной аппроксимацией, ориентированной вверх по потоку, детально описанной в [8], что резко увеличило пределы допустимых чисел Re_r и Re_ω.

На рис. 9 представлена картина линий тока для $Re_r=1000$, $Re_\omega=150$, $\beta=10$, $r_1=1,6$. Как следует из расчетов, с ростом Re_r в углу, образованном неподвижной цилиндрической и тупиковой стенками, возникает область сложного разнонаправленного течения, состоящая из нескольких вихревых зон, интенсивность которых все более возрастает с увеличением Re_r.

Возникновение и существование такого характера течения объясняется наличием двух необходимых факторов — касательного трения на

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

цилиндрической стенке и градиента давления на тупиковой плоскости, направленного навстречу потоку, что и вызывает закручивание жидкости в угловой области. В связи с этим отметим, что решение аналогичной задачи [1], основанное на предположении о параболическом распределении аксиальной скорости по зазору, в общем случае не соответствует действительности и сомнительно даже в области низких значений чисел Рейнольдса.

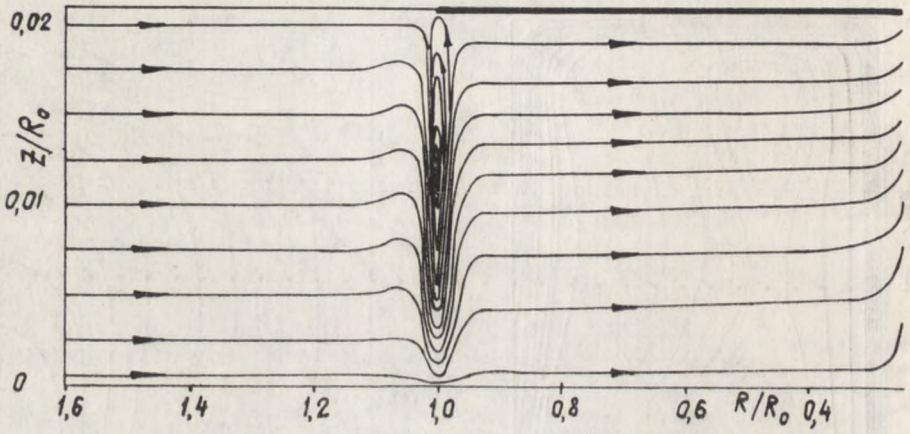

Рис. 12. Типичная картина линий тока при радиальном втекании жидкости во вращающийся элемент двух дисков при $Re_\omega = 15000$; $L = -0{,}0025$

Многочисленные расчеты, проведенные при различных значениях Re_ω, позволили установить, что в широком диапазоне чисел Re_ω ($150 \leqslant Re_\omega \leqslant 15\,000$) течение жидкости носит автомодельный характер. Однако дальнейшее увеличение Re_ω (рис. 10) приводит к радикально-

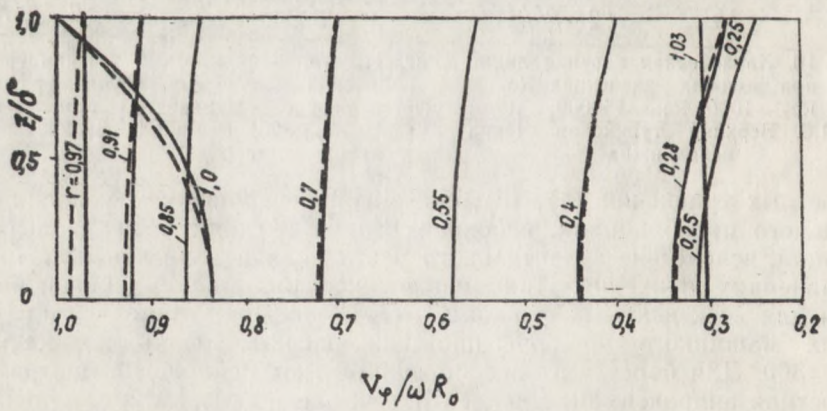

Рис. 13. Распределения окружной скорости жидкости в междисковом пространстве при $Re_\omega = 1500$; $L = -0{,}025$. Сплошные линии — результаты численного счета полных уравнений Навье—Стокса; пунктирные — аналитические зависимости [4]

му изменению гидродинамики потока. Жидкость под действием центробежных сил устремляется к неподвижной цилиндрической стенке, где реализуется наименьший уровень давления и окружных скоростей, затем перераспределяется на определенной высоте в соответствии с условием равномерного отсоса и при приближении к радиусу стока двигается аксиально вниз. Полученные результаты, связанные с движением

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

потока вблизи вращающегося цилиндра в осевом направлении вниз, качественно совпадают с аналитическим решением, приведенным авторами в п. 1.

На рис. 11 представлена типичная картина линий тока для случая вращающейся тупиковой стенки, вблизи которой развивается замкнутое вихревое течение жидкости. Появление вихря около цилиндрической поверхности вблизи входа определяется, по-видимому, не физическими причинами, а некорректностью задания граничных условий $v_\varphi(r, 0) = 0$, $v_z(r, 0) = \text{const}$, не соответствующих реальной картине течения, складывающейся на входе.

В заключение отметим, что с целью оценки точности метода была проведена серия расчетов полных уравнений Навье — Стокса для случая радиального втекания жидкости без предварительной закрутки во вращающийся элемент двух бесконечно тонких дисков. На рис. 12 представлена картина линий тока на входе в междисковое пространство, а на рис. 13 приведены распределения окружных скоростей, где пунктиром для сравнения нанесены соответствующие аналитические зависимости [4]. Как следует из расчетов, применяемый в настоящей работе численный метод дает относительное отклонение от аналитических зависимостей [4], не превышающее 1—2%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скворцов Л. С. Исследование гидродинамики потока в шламовом пространстве центробежного сепаратора. — «Теор. основы хим. технологии», 1976, 10, № 3, с. 444.

2. Романков П. Г., Курочкин М. И. Гидромеханические процессы химической технологии. Л., «Химия», 1974, с. 69.

3. Шваб В. А., Шиляев М. И. Центробежный безнапорный пылеотделитель и метод его расчета.— В сб.: Вопросы импульсного пневмотранспорта, газоочистки и пнематического перемешивания дисперсных материалов. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1972, с. 139.

4. Горин А. В., Шиляев М. И. Ламинарное течение жидкости между вращающимися дисками.— «Изв. АН СССР. Мех. жидкости и газа», 1976, № 2, с. 60.

5. Шиляев М. И., Арбузов В. Н. Неизотермическое течение вязкого газа между вращающимися дисками.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во Томск. ун-та, 1977, с. 69.

6. Сухович Е. П. Исследование газодинамики вихревых камер.— «Инж.-физ. ж.», 1972, 23, № 4, с. 762.

7. Дорфман Л. А. Численные методы в гидродинамике турбомашин. М., «Энергия», 1974, с. 227.

8. Госмен А. Д., Пан В. М., Ранчел А. К. и др. Численные методы исследования течения вязкой жидкости. М., «Мир», 1972.

1368371

2 Заказ 8184

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА ДЛЯ КНИГ ТГУ

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОГО ПОТОКА НЕСУЩЕЙ СРЕДЫ

М. И. Шиляев, А. Т. Росляк, В. Н. Арбузов, П. Н. Зятиков

КЛАССИФИКАТОРА

М. И. Шиляев, А. Т. Тосляк, В. Н. Арбузов, П. Н. Зятиков

Повышение качества готового продукта, в технологический цикл приготовления которого входит процесс подготовки порошкообразных материалов с соответствующими физико-механическими свойствами, теснейшим образом связано с проблемой получения порошков с жестким гранулометрическим составом, определяющимся эффективностью классификаторов, результаты работы которых, однако, не всегда удовлетворяют предъявляемым требованиям производства.

В этом направлении воздушно-центробежный классификатор (ВЦК) [1] обладает рядом преимуществ в сравнении с уже известными отечественными и зарубежными конструкциями [5] по эффективности классификации дисперсных материалов, в частности, в подситовой области разделения ($\delta_{гр} < 40$ мкм). Так, например, в [1] установлено, что эффективность во многих случаях может достигать высокого значения, равного 0,9, при идеальной классификации 1.

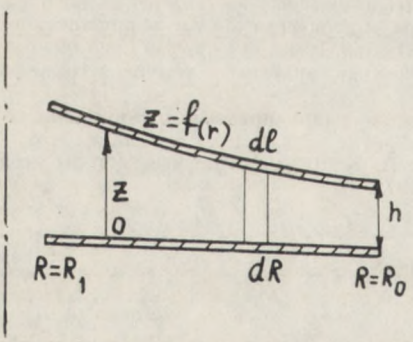

Рис. 1. Схема сепарационного элемента ВЦК

Анализ причин, снижающих эффективность разделения, показывает, что большое значение в процессе воздушно-центробежной классификации дисперсных материалов имеет правильная организация аэродинамики зоны сепарации ВЦК. Очевидно, что одним из средств организации аэродинамики зоны сепарации может служить профилирование самой зоны за счет вращающихся поверхностей. В частности, организация аэродинамики сепарационной зоны классификатора, описанного в работе [1], осуществлена профилированием верхней поверхности канала по некоторой зависимости образующей $z=f(r)$. Причем вторая поверхность канала выбрана в виде плоского диска, перпендикулярного к оси вращения (рис. 1).

Настоящая работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию поля скорости ламинарного и турбулентного течения несжимаемого потока в сепарационной зоне классификатора с произ-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

вольно профилированной верхней поверхностью вращения. Результаты работы могут быть использованы для исследования процесса разделения твердых частиц в сепарационной зоне классификатора, установления оптимальных режимов его работы и оптимального профиля, описываемого функцией $z=f(r)$, в направлении достижения наиболее высокого качества разделения дисперсного материала.

Итак, будем рассматривать задачу о течении несжимаемой среды в кольцевом вращающемся канале с профилированной произвольным образом верхней поверхностью (рис. 1). Течение между параллельными дисками исследовано в работах [2—4, 6, 7]. Ближайшее рассмотрение особенностей поставленной задачи в сравнении с задачами о течении среды между плоскопараллельными дисками позволяет для ее решения использовать тот же интегральный метод учета инерционных членов при их удовлетворении закону сохранения моментов сил. Здесь аналогично будем полагать, что квадрат радиуса ввода среды в сепарационный элемент намного больше квадрата ширины зазора на том же радиусе, т. е. $R_i^2 \gg h^2$. Тогда, при условии больших радиусов кривизны образующей профилированной поверхности вращения $z=f(r)$, задача может быть сведена к решению известной системы уравнений движения, в которых пренебрежено всеми вязкими членами, кроме членов со вторыми производными по поперечной координате. В безразмерной форме эта система уравнений для вязкой жидкости запишется в виде

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\lambda}\frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} &= v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}-\frac{v_\varphi^2}{r}+\frac{dp}{dr} \\ \frac{1}{\lambda}\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial z^2} &= v_r\frac{\partial v_\varphi}{\partial r}+v_z\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}+\frac{v_r v_\varphi}{r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)+\frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned}\right\}. \qquad (1)$$

Система (1) должна быть решена при следующих граничных условиях:

$$\left.\begin{aligned} v_\varphi(r,0)=v_\varphi(r,f)=r,\ v_r(r,0)=v_r(r,f)=v_z(r,0)=v_z(r,f)=0 \\ p(1)=p_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Начальную закрутку на радиусе входа и условие сохранения расхода зададим как

$$\int_0^1 v_\varphi(1,z)dz=v_0,\ r\int_0^f v_r(r,z)dz=L. \qquad (3)$$

Здесь

$$v_\varphi=W_\varphi/\omega R_i,\ v_r=W_r/\omega R_i,\ v_z=W_z/\omega h,\ r=R/R_i;$$

$$z=Z/h,\ p=P/\rho\omega^2R_i^2,\ \lambda=\omega h^2/\nu,\ L=q/2\pi R_i^2\omega h,$$

где W_φ, W_r, W_z — компоненты размерной скорости потока; R и Z — радиальная и осевая размерные координаты; ω — угловая скорость вращения ротора; q — расход среды через сепарационный элемент; h — ширина канала на радиусе входа R_i.

Полагаем инерционную часть в уравнении по окружной координате системы (1) среднеинтегральным значением по поперечному сечению элемента. Так что

$$\frac{1}{\lambda}\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial z^2}=\varphi(r). \qquad (4)$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Решение уравнения (4) при граничных условиях (2) дает следующее распределение для окружной компоненты скорости:

$$v_\varphi = r + \varphi\left(z - \frac{z^2}{f}\right), \tag{5}$$

где функция $\varphi(r)$ должна определяться в соответствии с законом сохранения момента количества движения при перемещении среды по радиусу вращающегося кольцевого канала.

Для определения радиальной компоненты скорости выбираем в качестве первого приближения распределение радиальной скорости по поперечной координате в виде параболы, как и в плоском канале, с учетом изменения площади поперечного сечения, определяемой через функцию $z=f(r)$, а поперечную составляющую скорости вычислим из уравнения неразрывности. В результате получим

$$v_r = \psi\left(z - \frac{z^2}{f}\right), \quad v_z = \frac{\psi}{f}\frac{df}{dr}\left(z^2 - \frac{z^3}{f}\right), \quad \psi = \frac{6L}{rf^2}. \tag{6}$$

Подставляя первые приближения для v_r и v_z по (6) и v_φ по (5) в правую часть первого уравнения системы (1), интегрируя его по z дважды и удовлетворяя v_r граничным условиям (2) на вращающихся поверхностях, получим распределение радиальной компоненты скорости во втором приближении в виде

$$v_r = \lambda\left[\Psi_1 z + \left(\frac{dp}{dr} - r\right)\frac{z^2}{2} - \frac{\varphi}{3}z^3 + \frac{\alpha}{12}z^4 + \frac{\beta}{2}z^5 + \frac{\gamma}{30}z^6\right]. \tag{7}$$

Здесь

$$\alpha = 36\frac{L^2}{r^2 f^5}\frac{df}{dr} + \frac{2\varphi}{f} - \frac{\varphi^2}{r} - 36\frac{L^2}{r^2 f^4}\left(\frac{1}{r} - \frac{d(\ln f^2)}{dr}\right);$$

$$\beta = 36\frac{L^2}{r^2 f^5}\left(\frac{2}{r} + \frac{d(\ln f^2 + \ln f^3)}{dr}\right) - \frac{108}{r^2}\frac{L^2}{f^6}\frac{df}{dr} + \frac{2\varphi^2}{rf};$$

$$\gamma = -36\frac{L^2}{r^2 f^6}\left(\frac{d(\ln f^3)}{dr} + \frac{1}{r}\right) - \frac{\varphi^2}{rf^2} + 72\frac{L^2}{r^2 f^7}\frac{df}{dr};$$

$$\Psi_1 = \left(r - \frac{dp}{dr}\right)\frac{f}{2} + \frac{\varphi}{3}f^2 - \frac{\alpha}{12}f^3 + \frac{\beta}{20}f^4 - \frac{\gamma}{30}f^5.$$

Градиент давления, входящий в функцию Ψ_1, определим в результате удовлетворения радиальной скорости условию расхода (3), откуда

$$\frac{dp}{dr} = r - \frac{12L}{\lambda r f^3} + \varphi f - \frac{3\alpha f^2}{10} - \frac{\beta f^3}{5} - \frac{\gamma f^4}{7}. \tag{8}$$

Для определения функции $\varphi(r)$ среднеинтегральную по поперечному сечению зазора окружную скорость удовлетворим закону сохранения момента количества движения

$$\rho q d(RU_\varphi) = R \cdot 2\pi R(\tau_{\varphi z0} dR + \tau_{\varphi zf} dl), \tag{9}$$

где ρ — плотность несущей среды; U_φ — среднеинтегральная по поперечному сечению зазора размерная окружная скорость; $\tau_{\varphi z0}$ и $\tau_{\varphi zf}$ — напряжения трения на поверхностях $z=0$ и $z=f(r)$; $2\pi RdR$ и $2\pi Rdl$ — элементарные площади поверхностей $z=0$, $z=f(r)$.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Линейный элемент dl (рис. 1) в соответствии с профилем $z=f(r)$ связывается с элементом dR формулой

$$dl=\sqrt{1+b^2\left(\frac{df}{dr}\right)^2}\,dR, \qquad b=h/R_i. \tag{10}$$

В свою очередь, $\tau_{\varphi z0}$ и $\tau_{\varphi zf}$ определяются через тензор скоростей деформации как

$$\tau_{\varphi z0}=\mu\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}\bigg|_{z=0}, \qquad \tau_{\varphi zf}=\mu\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}\bigg|_{z=f}, \tag{11}$$

где $\mu=\rho\nu$ —динамическая вязкость среды, а

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}\bigg|_{\substack{z=0\\z=f}}=\varphi-\frac{2\varphi}{f}z\bigg|_{\substack{z=0\\z=f}}=\pm\varphi. \tag{12}$$

Приводя уравнение (9) к безразмерному виду и учитывая соотношения (10) и (11), получим

$$\frac{d(ru_\varphi)}{dr}=\frac{1}{\lambda L}r^2\left[-\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}\bigg|_{z=0}+\frac{\partial v_\varphi}{\partial z}\bigg|_{z=f}\sqrt{1+b^2\left(\frac{df}{dr}\right)^2}\right], \tag{13}$$

где знак плюс перед первым членом в квадратных скобках заменен на противоположный в соответствии с направлением поперечной координаты и с тем, что трения на обеих поверхностях должны складываться, в то время как производные, их определяющие, имеют разные знаки. После подстановки (12) в (13) последнее уравнение перепишем как

$$\frac{d(ru_\varphi)}{dr}=-\frac{1}{\lambda L}r^2\varphi\left(1+\sqrt{1+b^2\left(\frac{df}{dr}\right)^2}\right), \tag{14}$$

где

$$u_\varphi=\frac{1}{f}\int_0^f\left(r+\varphi z-\frac{\varphi z^2}{f}\right)dz=r+\frac{\varphi f}{6}. \tag{15}$$

Подставляя в уравнение (14) выражение для u_φ по (15), получим дифференциальное уравнение для определения функции $\varphi(r)$:

$$\frac{d\varphi}{dr}=-\left\{\left[\frac{1}{r}+\frac{1}{f}\frac{df}{dr}+\frac{6r}{\lambda Lf}\left(1+\sqrt{1+b^2\left(\frac{df}{dr}\right)^2}\right)\right]\varphi+\frac{12}{f}\right\} \tag{16}$$

при граничном условии, соответствующем среднеинтегральной закрутке среды на радиусе $r=1$ ($f=1$) $u_\varphi=v_0$:

$$\varphi(1)=6(v_0-1). \tag{17}$$

Аксиальная компонента скорости может быть найдена из уравнения неразрывности системы (1).

Результаты расчета окружной, радиальной компонент скорости и линий тока в качестве иллюстрации представлены на рис. 2, 3.

Заметим, что гидродинамическая аналогия течения среды в окружном направлении, установленная в [6], выполняется и в этом, более общем случае. Действительно, выражая закон сохранения моментов для среднеинтегрального движения в безразмерном виде как

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

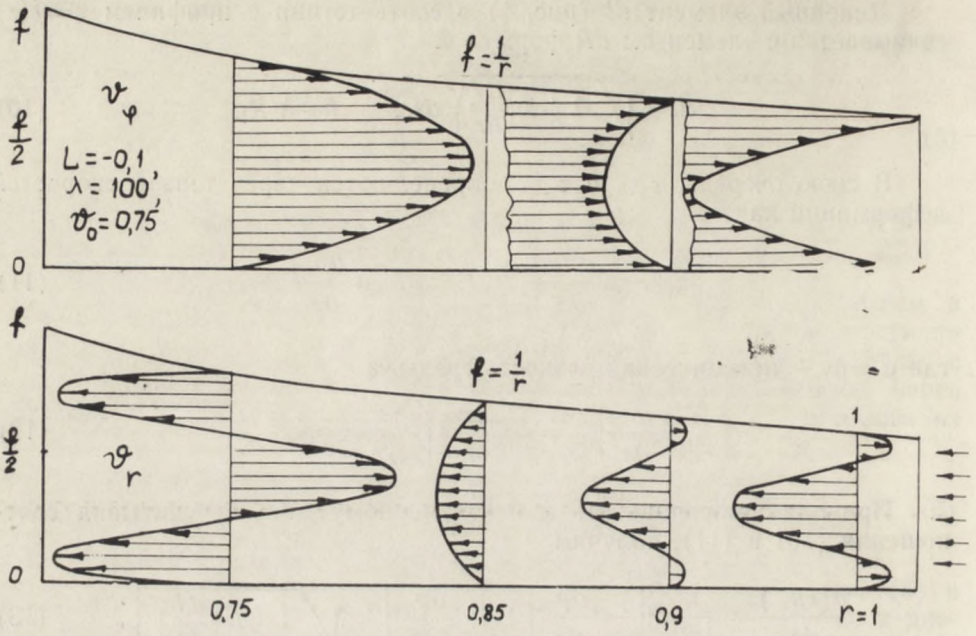

Рис. 2. Эпюры радиальных и окружных скоростей несущей среды в зоне сепарации ВЦК при ламинарном режиме течения

$$\frac{d(ru_\varphi)}{dr}=\frac{\lambda_m}{8}\frac{r^2}{bL}(r-u_\varphi)\sqrt{(r-u_\varphi)^2+u_r^2}\left(1+\sqrt{1+b^2\left(\frac{df}{dr}\right)^2}\right), \qquad (18)$$

где λ_m — коэффициент трения; $b=h/R_i$; $u_r=L/rf$, и подставляя в него

$$\lambda_m=\frac{96}{\mathrm{Re}},\ \mathrm{Re}=\frac{\omega R_0\cdot 2hf}{\nu}\sqrt{(r-u_\varphi)^2+u_r^2},$$

получим

$$\frac{d(ru_\varphi)}{dr}=\frac{6}{L\lambda}(r-u_\varphi)r^2\frac{1+\sqrt{1+b^2\left(\frac{df}{dr}\right)^2}}{f}, \qquad (19)$$

откуда, сравнивая (14) и (19), будем иметь

$$\varphi=6\frac{u_\varphi-r}{f},$$

что совпадает с выражением для u_φ по соотношению (15), полученному из решения уравнений Навье — Стокса.

В случае сохранения гидродинамической аналогии при турбулентном течении для расчета среднеинтегральной окружной скорости с использованием зависимости для коэффициента трения по Блазиусу $\lambda_m=0{,}3164/\mathrm{Re}^{0{,}25}$ из (18) получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d(ru_\varphi)}{dr}=\frac{0{,}3164}{8}\frac{1}{bL\mathrm{Re}_{\omega h}^{0{,}25}}(r-u_\varphi)r^2\left\{[(r-u_\varphi)f]^2+\frac{L^2}{r^2}\right\}^{3/8}\left[1+\sqrt{1+b^2\left(\frac{df}{dr}\right)^2}\right], \qquad (20)$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

решение которого может быть проведено численно при граничном условии на радиусе $r=1$ $u_\varphi=v_0$. Здесь

$$\mathrm{Re}_{\omega h}=\omega R_i\cdot 2h/\nu.$$

Уравнение (20) можно представить еще и несколько иначе:

$$\frac{d(ru_\varphi)}{dr}=\frac{0{,}0334}{L\lambda}\left(\frac{\lambda}{b}\right)^{0{,}75}r^2(r-u_\varphi)\left[(r-u_\varphi)^2f^2+\frac{L^2}{r^2}\right]^{3/8}\left(1+\sqrt{1+b^2\left(\frac{df}{dr}\right)^2}\right).$$

Решение более сложной задачи о распределении составляющих скорости по сечению зоны сепарации при турбулентном течении может быть проведено аналогичным образом, как и в работе [7], в предполо-

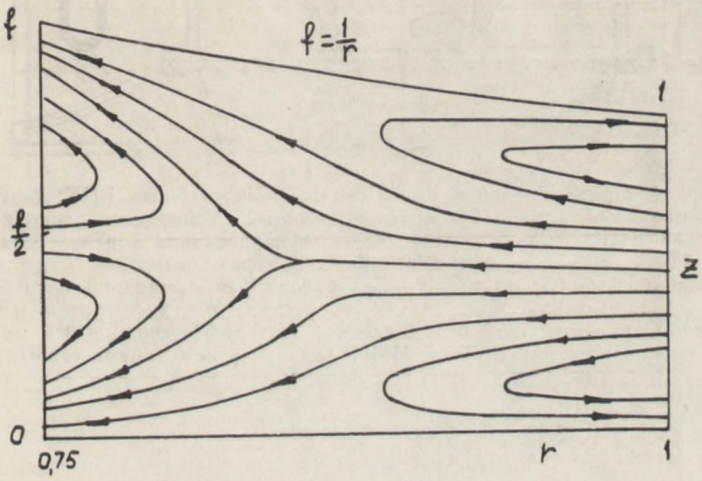

Рис. 3. Типичная картина линий тока в сепарационном элементе ВЦК при ламинарном режиме течения

жении, что динамическая скорость у поверхности вращения $z=f(r)$ $v_*^2=v_{*\tau}^2+v_{*\varphi}^2$, где $v_{*\tau}$ — составляющая динамической скорости в направлении касательной к образующей поверхности вращения $z=f(r)$.

С целью сопоставления результатов теоретического расчета с опытными данными были проведены специальные эксперименты по измерению окружной скорости в зоне сепарации ВЦК, описанного в работе [1], при турбулентном течении воздуха. Измерение окружных скоростей газа проводилось в соответствии с [8]. Схема классификатора с системой размещения измерительных элементов и приборов представлена на рис. 4. Верхний диск зоны сепарации (рис. 5) спрофилирован в данном случае по закону $f(r)=5{,}4/r-4{,}4$. Для каждого исследуемого режима работы аппарата зонд перемещался в зоне сепарации по трем линиям (рис. 5) с шагом 3,2 мм. В каждой точке измерялось статическое давление и по динамическому напору Δp из уравнения Бернулли с использованием тарировочного коэффициента датчика ($\xi=1{,}054$) вычислялось значение окружной скорости газа.

На рис. 6 приведены эпюры окружных скоростей газа для различных режимов работы классификатора. За радиус входа R_i принят радиус $R=70$ мм, соответствующий точке сопряжения плоскости нижнего диска с профилем обтекателя ротора.

Для сравнения экспериментальных данных с расчетами проводилось численное решение уравнения (20) при граничном условии для окружной скорости $u_\varphi=v_0$ на радиусе $r=1$, задаваемом из экспери-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

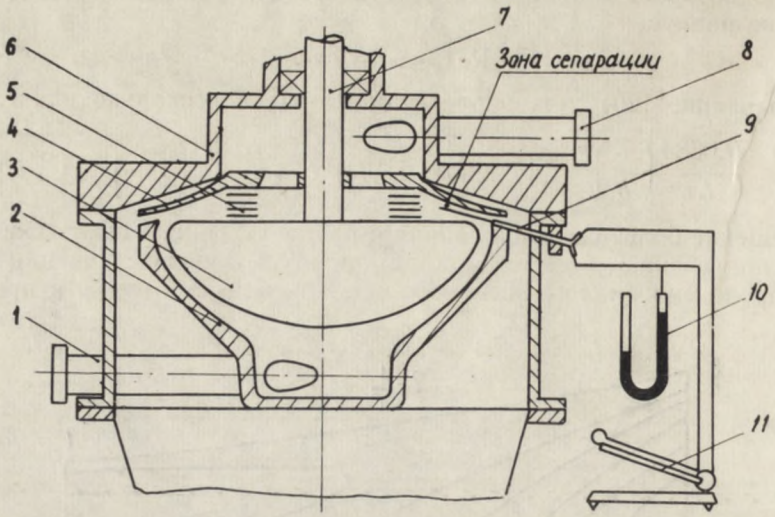

Рис. 4. Принципиальная схема сепарационного блока ВЦК: *1*—тангенциальный ввод; *2* — профилированный корпус сепарационного блока ВЦК; *3* — обтекатель; *4* — профилированная тарелка сепарационной зоны; *5* — диски ротора; *6* — корпус выводной камеры и подшипникового узла; *7* — вал ротора; *8* — выводной патрубок; *9* — пневмометрический датчик скорости; *10* — дифференциальный манометр статистического давления; *11* — дифференциальный манометр с наклонной трубкой ММН для измерения динамического напора

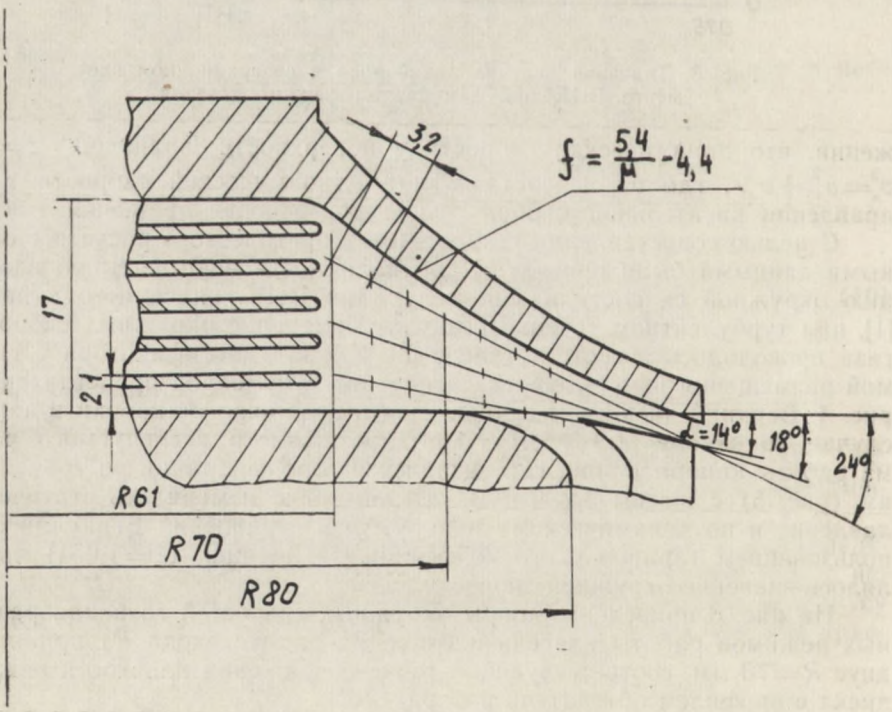

Рис. 5. Геометрия зоны сепарации ВЦК: α—угол наклона продольной оси измерительного пневмометрического датчика скорости к линии, перпендикулярной оси вращения

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

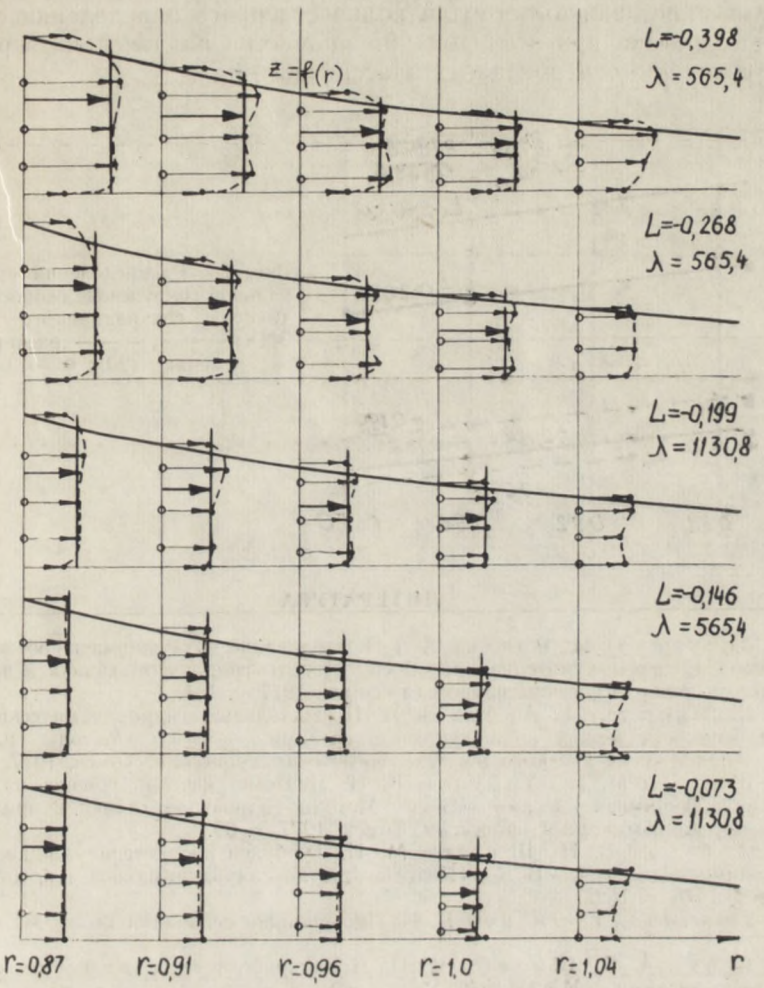

Рис. 6. Эпюры окружных скоростей среды: ● — опытные значения окружных скоростей; ○ — координаты измерения окружных скоростей; утолщенная стрелка и перпендикулярная к ней сплошная линия соответствуют уровню среднеинтегральной окружной скорости, рассчитанной по уравнению (20)

мента на $R=70$ мм. Значения среднеинтегральных окружных скоростей газа, рассчитанные по (20), приведены на рис. 6 в виде утолщенных стрелок и прямых, перпендикулярных к радиусу.

На рис. 7 представлены те же расчетные значения u_φ, но в зависимости от радиуса. Экспериментальные значения скоростей представлены точками. Отметим, что при больших значениях расхода газа из-за большого искажения профиля и недостаточной информации о его конфигурации получение среднеинтегральных значений окружной скорости из опытных данных оказалось затруднительным, и на графике рис. 7 они не представлены.

Таким образом, удовлетворительное согласование теоретического расчета с результатами эксперимента подтверждает гидродинамическую аналогию течения среды в сепарационной зоне классификатора и в плоском канале и дает основание использовать полученные в работе

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

теоретические зависимости для количественного определения скоростей несущего потока при исследовании процессов разделения твердых частиц в воздушно-центробежных классификаторах.

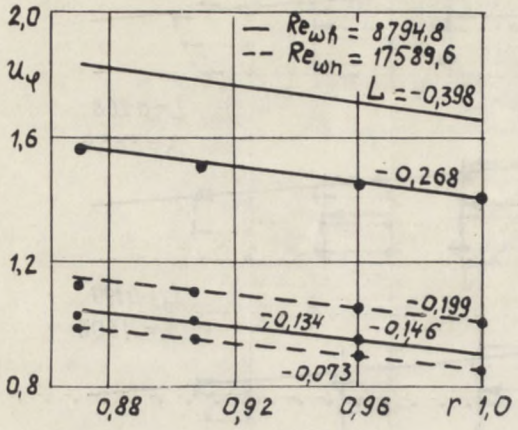

Рис. 7. Распределения среднеинтегральной окружной скорости по радиусу сепарационного элемента ВЦК: — , ——— расчет по уравнению (20); ● — опыт

ЛИТЕРАТУРА

1. Зятиков П. Н., Росляк А. Т. Исследование воздушно-центробежного классификатора дисперсных материалов.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, 1977, с. 134.

2. Шиляев М. И., Арбузов В. Н. Начальный гидродинамический участок течения жидкости между вращающимися дисками. — В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, 1977, с. 56.

3. Шиляев М. И., Арбузов В. Н. Неизометрическое течение вязкого газа между вращающимися дисками.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, 1977, с. 69.

4. Арбузов В. Н., Шиляев М. И. Турбулентное течение жидкости между вращающимися дисками.— В сб.: Исследование по гидродинамике и теплообмену. Новосибирск, 1976, с. 162.

5. Ушаков С. Г., Зверев Н. И. Инерционная сепарация пыли. М., «Энергия», 1974.

6. Горин А. В., Шиляев М. И. Ламинарное течение жидкости между вращающимися дисками.— МЖГ, 1976, № 2, с. 60.

7. Арбузов В. Н., Шиляев М. И. К вопросу о турбулентном течении жидкости между вращающимися дисками.— В сб.: Материалы региональной научно-практической конференции «Молодые ученые и специалисты—народному хозяйству», т. II. Томск, 1977.

8. Пешехонов Н. Ф. Приборы для измерения давлений, температур и направлений потоков в компрессорах. М., Оборонгиз, 1962.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СЕПАРАЦИИ В ЗАКРУЧЕННОМ ПЫЛЕГАЗОВОМ ПОТОКЕ РОТАЦИОННОГО ПЫЛЕОТДЕЛИТЕЛЯ

М. В. Василевский

Отделение взвешенных в газе твердых частиц посредством закручивания пылегазовых потоков реализуется в различного типа циклонных и ротационных аппаратах.

В прямоточных циклонных аппаратах концентрация пыли в потоке газа уменьшается от периферии к центру, причем на процесс разделения аэрозоля существенное влияние оказывает турбулентное перемешивание частиц [1]. Увеличение эффективности сепарации в подобных закрученных пылегазовых потоках представляется возможным путем создания условий для образования агломератов мелких частиц. Поэтому целесообразно исследовать эффективность сепарации частиц в закрученных пылегазовых потоках, в которых происходит дополнительное осаждение на различных поверхностях, имеющих линейную скорость вращения, близкую к скорости вращения газа.

С этой целью проведено исследование эффективности работы экспериментального циклонного пылеконцентратора с ротором.

На рис. 1 показан исследуемый прямоточный центробежный ротационный сепаратор. Пылегазовый поток закручивается пропеллерным колесом *1*, направляется вдоль ротора *2*. Основная часть газа проходит через ротор в отсасывающий вентилятор *3*. Пыль с частью газа направляется в дополнительный циклон *4*, из которого газ через фильтр поступает в атмосферу либо возвращается в сепаратор. Пропеллерное колесо изготовлено путем среза обечайки и укорочения лопаток осевого колеса вентилятора ВМП-4, выпускаемого ТЭМЗом. Для создания равномерного стока кожух изготовлен с небольшой конусностью. Вывод пыли вместе с частью газа осуществляется через кольцевую камеру с тангенциально расположенным патрубком. Для предотвращения перетекания пыли через уплотнение в область очищенного газа, установлено уплотнительное кольцо, а со стороны спрямляющего аппарата *5* герметизирующее устройство *7*, в которое подавался воздух под давлением.

Расчет сепаратора проведен таким образом, чтобы в рабочем диапазоне пропеллерное колесо имело оптимальный режим работы, соответствующий характеристикам вентилятора с укороченными лопастями. Основные размеры сепаратора подобраны в соответствии с производительностью пропеллерного колеса и величиной скорости радиального стока. Конструкция сепаратора предусматривает максимальное

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

количество унифицированных деталей вентиляторов, выпускаемых ТЭМЗом. Ротор изготовлен в виде беличьего колеса, на котором укреплены различные дополнительные элементы, способствующие улучшению разделения аэрозоля: сетки, фильтровальные ткани. Ротор вращается в самоустанавливающихся сферических шарикоподшипниках. Для умень-

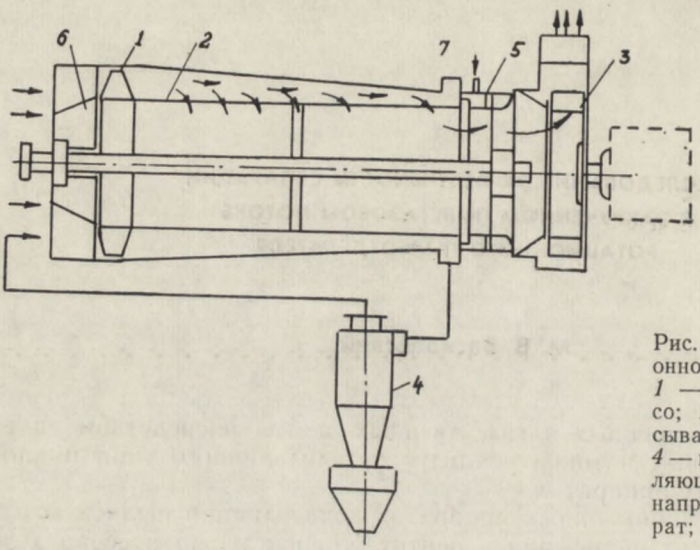

Рис. 1. Схема ротационного пылеотделителя: *1* — пропеллерное колесо; *2* — ротор; *3* — отсасывающий вентилятор; *4* — циклон; *5* — спрямляющий аппарат; *6* — направляющий аппарат; *7* — герметизирующее устройство

шения гидравлических потерь установлены направляющий *6* и спрямляющий *5* аппараты, изготовленные в соответствии с аэродинамической схемой вентиляторов СВМ. Конструктивные данные сепаратора: диаметр ротора — 240 мм, длина — 590 мм, диаметр корпуса на входе в сепаратор — 286, на выходе запыленного потока — 254 мм. Лопасти про-

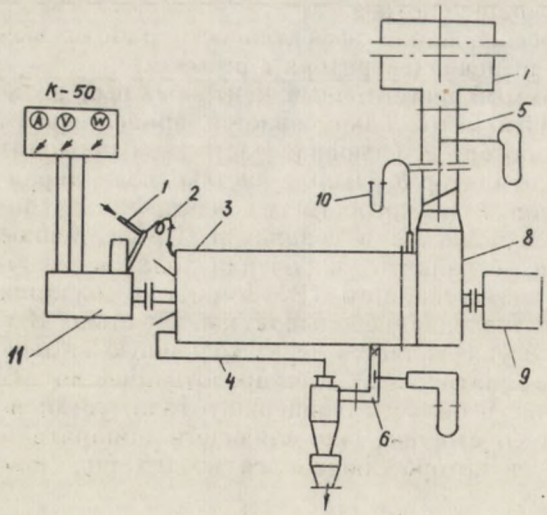

Рис. 2. Схема испытательного стенда: *1* — пневмопитатель; *2* — деагломератор; *3* — сепаратор; *4* — рециркуляционная линия; *5* — выхлопная труба; *6* — пылевыводящий патрубок; *7* — фильтр; *8* — центробежный вентилятор; *9* — электродвигатель; *10* — микроманометр

пеллерного колеса имеют длину 23 мм, размеры пылеотводящего патрубка — 40×120 мм².

На рис. 2 показана схема стенда для испытания центробежного сепаратора. Аэрозоль приготовлялся путем подачи пылевидного материа-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ла из пневмопитателя *1* через спиральный деагломератор *2* на вход сепаратора *3*, куда поступал воздух из атмосферы и из рециркуляционной линии *4*, если последняя была включена. Расходы газов через ротор и отводимых с пылью фиксировались с помощью протарированных насадков, установленных в выхлопной трубе *5* после отсасывающего вентилятора, а также в патрубке *6*, через который отводилась пыль с частью газа. Расходы газов регулировались заслонками. Эффективность разделения определялась по уносу, задерживаемому фильтром *7*. Разрежение на всасывающей стороне вентилятора *8* с электродвигателем *9* замерялось с помощью микроманометра *10*. Мощность, потребляемая электродвигателем типа А02-32-4/2С1, определялась с помощью измерительного комплекта К-50 по всем трем фазам. Коэффициент полезного действия электродвигателя при различных режимах его работы брался из данных СКБ завода «Сибэлектромотор».

Одновременно проводились испытания стандартного циклона ЦН-15 диаметром 200 мм, что дало возможность сравнивать разделительные способности пылеотделителей. Испытания велись на пылевидном кварце, полученном помолом кварцевого песка на вибромельнице ВМ-10 в течение 3 часов, а также на цементе, пропущенном через сито 110 мкм.

Эффективность пылеотделителя определялась по уравнению

$$\eta_Q = 1 - \frac{G_{\text{ун}}}{G_{\text{м}}}, \qquad (1)$$

где $G_{\text{ун}}$ — вес пыли, уловленной фильтром на выходе из сепаратора; $G_{\text{м}}$ — вес пыли на входе в пылеотделитель.

При работе пылеотделителя без рециркуляции газа, отводящего пыль, вводилась корректировка коэффициента очистки газа, так как на вход сепаратора поступало дополнительное количество незапыленного воздуха из атмосферы и концентрация пыли на входе уменьшалась

$$\eta_Q = 1 - \frac{C_Q}{C_{Q+q}} = 1 - \frac{G_{\text{ун}}}{G_{\text{м}}}\frac{K+1}{K}, \qquad (2)$$

$$C_Q = \frac{G_{\text{ун}}}{Q}, \quad C_{Q+q} = \frac{G_{\text{м}}}{Q+q}, \quad K = \frac{Q}{q}.$$

q — количество газов, отводимых с пылью в циклон.

На рис. 3, 4 представлены кривые эффективности разделения η_Q^1 (пунктир) и η_Q для сепаратора, работающего как прямоточный циклон, и для сепаратора, у которого на роторе была закреплена капроновая сетка с ячейкой 0,22×0,22 мм² с диаметром нити 0,06 мм. Для сравнения показаны эффективность улавливания кварцевой и цементной пыли стандартным циклоном ЦН-15 с диаметром 200 мм. Величина K в опытах лежала в пределах 0,6—6, концентрация пыли — 1—30 г/м³.

Как видно из графиков, эффективность разделения аэрозоля, содержащего кварцевую пыль, прямоточным циклоном «беличье колесо», а также сепаратором с закрепленной на роторе сеткой, оказалась выше, чем эффективность разделения в стандартном циклоне. Однако если сравнивать эффективность улавливания в указанных пылеотделителях по выходной концентрации, то окажется, что отношение эффективностей для прямоточного циклона

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$\frac{1-\eta_{1q}}{1-\eta_{1Q}}=1{,}3\div 4,$$

а для ротора с сеткой

$$\frac{1-\eta_{1q}}{1-\eta_{1Q}}=4\div 10.$$

Таким образом, оказывается, что исследуемый сепаратор имеет сравнительно высокую эффективность разделения при малых расходах через сепаратор, при этом значительное количество газов отводилось вместе с пылью через боковой патрубок в циклон с фильтром. Для цементной пыли эти отношения оказались равными 1,35÷5 и 2÷12.

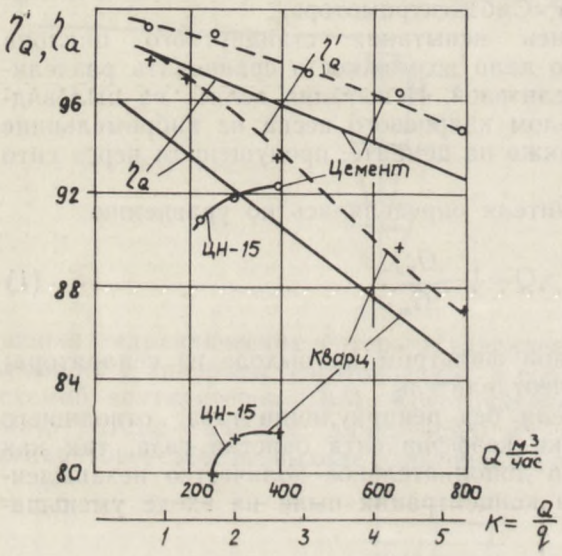

Рис. 3. Эффективность пылеотделителя с ротором «беличье колесо» $n=2850$ об/мин

На рис. 5 представлены зависимости эффективности разделения η'_Q сепаратора с капроновой сеткой для цементной пыли при различных количествах отведенного с пылью газа. Кривые, представленные сплошными линиями, соответствуют 2850 об/мин. Как видно из графиков, с уменьшением отведенного с пылью газа эффективность η'_Q уменьшается, однако η_Q остается значительно выше эффективности разделения аэрозоля в циклоне ЦН-15. Пунктиром показана кривая эффективности разделения при $n=1450$ об/мин. Оказалось, что при $n=1450$ об/мин существует взаимосвязь расходов очищаемого и отводимого с пылью газа. Пропеллерное колесо при этих оборотах создает напор, который с увеличением общего расхода оказывается недостаточным для отвода запыленного потока в циклон с фильтром, а при больших расходах отвод пыли от ротора вообще прекращается. Эффективность разделения резко уменьшается и становится значительно меньше, чем в циклоне ЦН-15. Однако при малых расходах, когда осуществляется нормальный процесс отвода пыли, эффективность разделения стремится к тем же значениям, что и при $n=2850$ об/мин.

В ходе опытов отложения пыли на сетке не наблюдалось. Слой из частиц, образующийся с внутренней стороны сетки на нитях, прорывается через ячейки в сепарационную зону, увеличивая эффективность пылеотделения.

На рис. 6 представлены кривые эффективности разделения аэрозоля сепаратором с различными конструкциями роторов. Испытание сепаратора проводилось на цементной пыли. Одновременно проводились испытания циклона ЦН-15, в который отводилась пыль с частью газа (кривая *5*) из сепаратора. Наибольшей эффективностью пылезадержания обладает ткань портьерная плотная. Однако, начиная с разрежения 40 мм водяного столба, эффективность резко начинает уменьшаться, что

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

может быть объяснено просачиванием пыли через фильтр и уплотнением в зону чистого газа. Наружная поверхность фильтра по наблюдениям оставалась чистой, дополнительного фильтрующего слоя на внешней поверхности не образуется.

При испытании бязевого вращающегося фильтра оказалось, что эффективность разделения достаточно высока только для небольших расходов газа через фильтр. С увеличением расхода газа через ротор сопротивление резко возрастает (так же, как и у плотного фильтра), в то время как неподвижный чистый фильтр обладает незначительным сопротивлением. Как выяснилось, отложение пыли на фильтре происходит с внутренней стороны, тогда как наружная поверхность фильтра остается чистой. Формированию этого слоя способствуют большие центростремительные ускорения (1100 g). С увеличением расхода очищаемого газа фильтрующий слой на внутренней поверхности разрушается, и эффект сепарации резко падает.

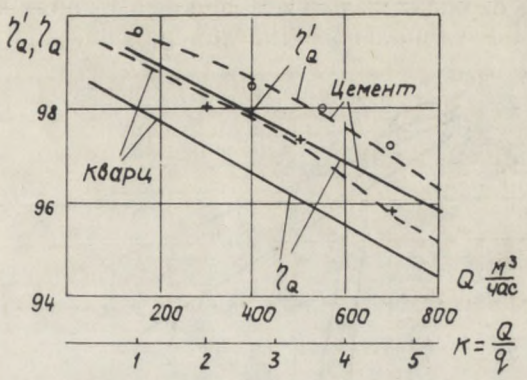

Рис. 4. Эффективность пылеотделителя с капроновой сеткой (0,22×0,22 мм², $d_н$=0,06 мм, n=2850 об/мин)

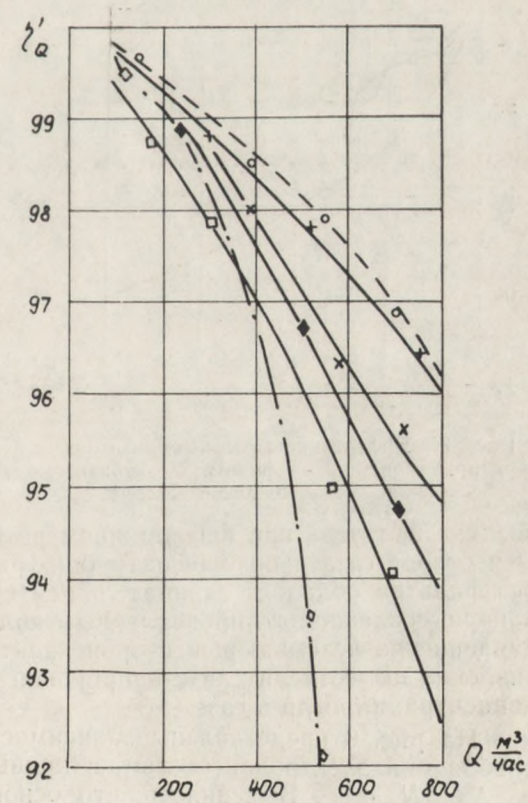

Рис. 5. Эффективность пылеотделителя с капроновой сеткой в зависимости от Q, q: ○ — q=135—165; × — q=95—115; □ — q=25 м³/час; + — q=110—140; ◆ — q=55—60; n=2850 об/мин; ◇ — q=55—60; n=1450 об/мин

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Испытания циклона, в который отводилась пыль после сепаратора с фильтром, показали, что имеет место укрупнение пыли в сепараторе (кривая 5), так как эффективность разделения в циклоне оказалась несколько выше, чем при испытаниях аэрозолем, полученным с помощью спирального диагломератора.

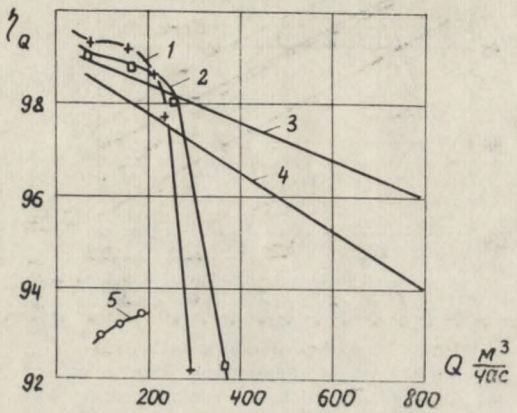

Рис. 6. Эффективность пылеотделителя с различной конструкцией роторов (n=2850 об/мин) без рециркуляции: *1* — фильтр плотный; *2* — бязь суровая; *3* — сетка; *4* — «беличье колесо»; *5* — эффективность циклона при работе сепаратора с фильтром

На рис. 7 представлены кривые эффективности разделения аэрозоля η_Q при работе сепаратора с рециркуляцией. Количество рециркулирующих газов q=150—180 м³/час. *1*, *2*, *3* — кривые, соответствующие эффективности разделения для роторов с плотным фильтром, бязевым фильтром, без фильтра «беличье колесо». Количество цементной пыли за каждый опыт пропускалось до 3 кг. Концентрация пыли при небольших расходах (Q<200 м³/час) достигала 80 г/м³.

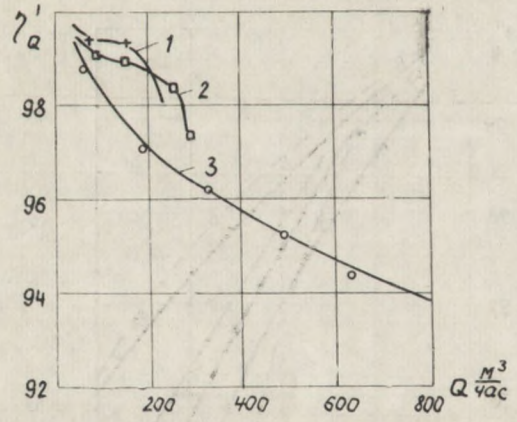

Рис. 7. Эффективность пылеотделителя с рециркуляцией: *1* — фильтр; *2* — бязь суровая; *3* — «беличье колесо»

На рис. 8 представлены кривые гидравлических сопротивлений сепаратора с различными фильтрами на роторе. Кривые сопротивления сепаратора с роторами: «беличье колесо», сетка 0,22×0,22 мм² (n=1450 об/мин), та же сетка (n=2850 об/мин), «бязь суровая», ткань портьерная плотная — сняты при пылевых испытаниях. Зависимость сопротивления плотной ткани (кривая *4*) от расхода чистого воздуха получена при неподвижном роторе. При очень малых расходах Q и отводе газа в боковой патрубок с расходом q=100 м³/час сепаратор без фильтра обладает отрицательным сопротивлением, так как за счет напора, создаваемого пропеллерным колесом, возникает дополнительное давление на всасывающей стороне центробежного вентилятора. Сопротивление пылеотделителя с капроновой сеткой на роторе не зависит от концентрации пыли в газе.

На рис. 9 представлены зависимости расхода электроэнергии, потребляемой электродвигателем, и кривые мощности на валу сепаратора $N_в = N_{дв}\eta_{дв}$. Выяснилось, что основная мощность расходуется на

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

вращение пропеллерного колеса. Причем мощность не зависит от расходов Q и q. Это явление свойственно пропеллерным нагнетательным машинам.

При пылевых испытаниях сепаратора обнаружилось следующее существенное обстоятельство. Эффективность разделения зависит от конструкции уплотнения. На рис. 1 показана конструкция уплотнения, которая была применена при испытаниях сепаратора. Для того, чтобы не допустить перетечки запыленного газа на отсасывающей стороне центробежного вентилятора, в уплотнительное устройство подавался воздух под давлением. Без этого мероприятия концентрация на выходе из сепаратора с фильтром увеличивалась в 2—4 раза, что понижало эффективность разделения. Однако если изготовить сепаратор с компенсационной секцией, т. е. посадить центробежное колесо на вал сепаратора, то в уплотнении автоматически должен установиться переток очищенного газа из области нагнетания в область разряжения запыленного потока.

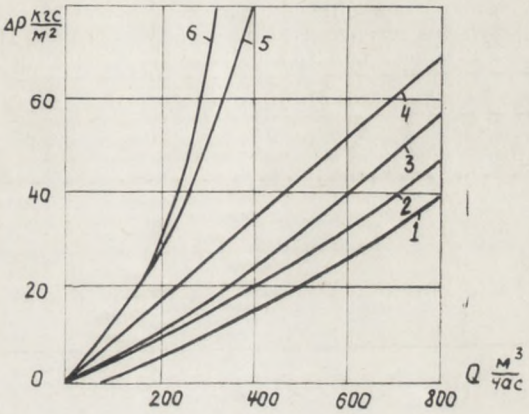

Рис. 8. Сопротивление пылеотделителя: *1* — «беличье колесо», $n=2850$ об/мин; *2* — сетка капроновая, $n=1450$ об/мин; *3* — сетка капроновая, $n=2850$ об/мин; *4* — незапыленный фильтр, $n=0$; *5* — бязь суровая, $n=2850$ об/мин; *6* — фильтр, $n=2850$ об/мин

В проведенных исследованиях скорость газа через вращающиеся фильтры изменялась в пределах 0,05—0,6 м/с, т. е. была значительно выше, чем скорость фильтрации газов в применяемых промышленных фильтрах (0,01—0,05 м/с) [2]. При таких удельных газовых нагрузках образования внешнего дополнительного слоя пыли не происходит. Формированию этого слоя препятствуют большие центробежные силы на ободе ротора. Образование агломератов из мелких частиц происходит за счет центробежных сил с внутренней стороны фильтра в областях застойных зон. Регенерация фильтра в исследованном типе сепаратора возможна, если расстояние между нитями S больше диаметра нити $d_н$. Определяющим параметром для эффективности регенерации является отношение $(S—d_н)/d_н$. Для капроновых сеток, используемых в опытах, это отношение равнялось 2,8; для фильтра «бязь суровая» $(S—d_н)/d_н=0{,}5$.

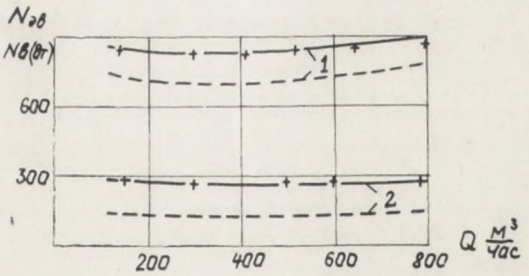

Рис. 9. Мощность, потребляемая сепаратором: *1* — $n=2850$ об/мин; *2* — $n=1450$ об/мин

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Таким образом, образующиеся агломераты частиц на внутренней стороне вращающихся фильтров могут сепарироваться, если толщина нитей в 2—3 раза меньше расстояния между ними. Видимо, эффективность отделения пыли увеличится с применением сеток с более тонкой нитью $[(S—d_н)/d_н=2—3]$ и последовательным их расположением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Василевский М. В., Шиляев М. И. Расчет турбулентного течения аэрозоля в прямоточном циклоне.—В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1977.
2. Справочник по пыле- и золоулавливанию. М., «Энергия», 1975.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ ВИНТА ЭКСТРУДЕРА

Ю. В. Бухановский

В данной работе рассматривается неизотермическое течение жидкости в зоне дозирования экструдера. Рассматриваемое течение схематически изображено на рис. 1, на котором показана область между двумя последовательными витками шнека. Нагнетание моделируется тем, что верхняя стенка канала, представляющая оболочку, вращается относительно оси симметрии и одновременно скользит вдоль нее. Осе-

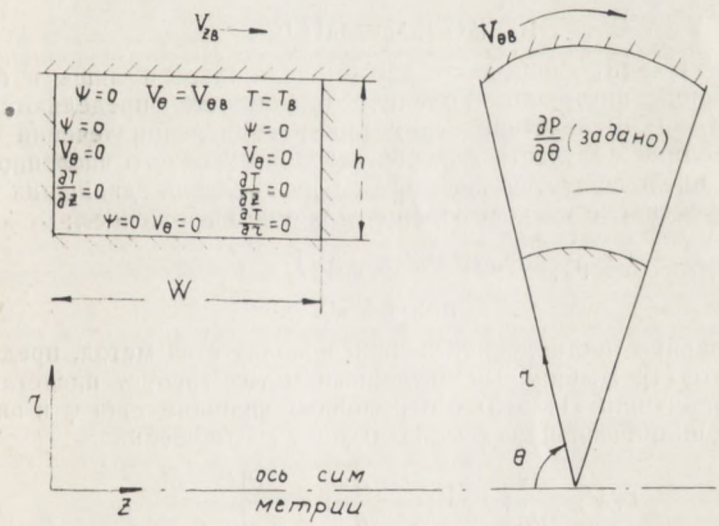

Рис. 1. Схематическое представление рассматриваемого течения

вая и тангенциальная составляющая скорости оболочки V_{zB} и $V_{\theta B}$ определяется скоростью вращения и геометрией винта. Градиент давления в направлении Θ считается заданным. Течение рассчитывается в области установившегося теплообмена, где его можно считать симметричным относительно оси винта. При этом предполагается, что на оболочке экструдера поддерживается постоянная температура T_B, а тепловые потоки через шнек отсутствуют.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Исходная система дифференциальных уравнений, описывающая течение среды, в общем виде может быть записана следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho V_i V_k - \tau_{ik}) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_k}\left(C\rho T V_k - \lambda \frac{\partial T}{\partial x_k}\right) + \tau_{ik}\frac{\partial V_i}{\partial x_k} = 0, \tag{3}$$

где ρ — плотность; p — давление; c — теплоемкость; λ — коэффициент теплопроводности; τ_{ik} — компоненты девиатора тензора напряжений; V_k — компоненты вектора скорости. Связь между девиатором тензора напряжений и девиатором скоростей деформации представляется в виде

$$\tau_{ik} = \mu_{эф}\left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i}\right). \tag{4}$$

Эффективная вязкость определяется соотношением

$$\mu_{эф} = 2\mu I_2^{(n-1)/2} + \tau_0 I_2^{-1/2}, \tag{5}$$

где μ — вязкость; τ_0 — предел текучести; n — индекс течения; I_2 — второй инвариант тензора скоростей деформации. При этом предполагается, что

$$\mu = \mu(T);\ \tau_0 = \tau_0(T). \tag{6}$$

Уравнения (1)—(3) описывают движение жидкости лишь в области вязкого течения, внутренние границы этой области определяются соотношением $I_2 = 0$. Вследствие этого при рассмотрении течений жидкостей с пределами текучести для обеспечения сквозного численного счета течение представляется как предельный случай движения вязкой среды с эффективной вязкостью, определяемой выражением:

$$\mu_{эф} = 2\mu I_2^{(n-1)/2} + \tau_0/\sqrt{I_2 + \varepsilon} \tag{7}$$

при $\varepsilon \longrightarrow 0$.

Для решения поставленной задачи используется метод, предложенный в работе [1]. Выбранный численный метод требует представления исходных уравнений (1)—(3) в переменных функции тока ψ и вихря ω. Вводя в цилиндрической системе координат соотношения

$$r\rho V_z = \frac{\partial \psi}{\partial r};\ r\rho V_r = -\frac{\partial \psi}{\partial z};\ \omega = \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial r}, \tag{8}$$

исходные уравнения можно представить в виде

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(rV_\theta \frac{\partial \psi}{\partial r}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(rV_\theta \frac{\partial \psi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_{эф} r^2 \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{V_\theta}{r}\right)\right] -$$

$$- \frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_{эф} r^3 \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{V_\theta}{r}\right)\right] + r\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0; \tag{9}$$

$$r^2\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\omega}{r}\frac{\partial \psi}{\partial r}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\omega}{r}\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial z}\left[r^2 \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{эф}\frac{\omega}{r}\right)\right] -$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$-\frac{\partial}{\partial r}\left[r^3\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu_{эф}\frac{\omega}{r}\right)\right]-r\frac{\partial}{\partial z}(\rho V_\theta^2)-r^3 S_\omega=0; \tag{10}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\rho r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\omega=0; \tag{11}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)-\frac{\partial}{\partial r}\left(T\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\lambda r}{\rho}\frac{\partial T}{\partial z}\right)-$$
$$-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\lambda r}{\rho}\frac{\partial T}{\partial r}\right)-rS_T=0, \tag{12}$$

где

$$S_\omega=\frac{2}{r}\left[\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}-\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)\frac{\partial^2\mu_{эф}}{\partial z\partial r}+\frac{\partial V_z}{\partial r}\frac{\partial^2\mu_{эф}}{\partial z^2}-\frac{\partial V_r}{\partial z}\frac{\partial^2\mu_{эф}}{\partial r^2}\right]; \tag{13}$$

$$S_T=\frac{2\mu_{эф}}{C}\left\{2\left[\left(\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)^2\right]+\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{\partial V_r}{\partial z}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\partial V_\theta}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial V_\theta}{\partial r}\right)^2-\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial_\theta V}{\partial r}\right\}. \tag{14}$$

Граничные условия функции тока ψ, тангенциальной составляющей скорости V_θ и температуры T будут

$$\begin{aligned}
&z=0 \quad \psi=0, \quad V_\theta=0, \quad \frac{\partial T}{\partial z}=0;\\
&z=L \quad \psi=0, \quad V_\theta=0, \quad \frac{\partial T}{\partial z}=0;\\
&r=R_1 \quad \psi=0, \quad V_\theta=0, \quad \frac{\partial T}{\partial r}=0;\\
&r=R_2 \quad \psi=0, \quad V_\theta=0, \quad T=T_B.
\end{aligned} \tag{15}$$

Для вихря используем приближенные граничные условия, которые получаются из уравнения движения, в предположении отсутствия скольжения на твердых стенках

$$\psi=-\rho\left[\frac{r}{6}\left(\frac{\partial\omega}{\partial r}\right)n^3+\frac{r\omega}{2}n^2\right]+3\frac{\rho V_s}{n}.$$

Здесь n — расстояние по нормали от стенки; V_s — скорость стенки.

Расчет проводился на равномерной сетке 11×11. На рис. 2 показана часть такой сетки, типичный узел P и четыре окружающих его узла N, S, E, W. Конечно-разностные уравнения записываются в первую очередь через значения переменных в этих узлах и, в меньшей мере, через значения в узлах NE, NW, SE, SW. Рассматриваемая область течения представляется в виде системы сообщающихся между собой резервуаров-баков (один из таких баков изображен на рис. 2 в виде прямоугольника, ограниченного пунктирными линиями). Параметры потока в каждом из таких баков считаются постоянными. Поведение подобной системы описывается совокупностью алгебраических уравнений, выражающих условия баланса в ней. Эти условия могут быть получены путем приближенного интегрирования уравнения

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$a_\varphi\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\varphi\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)-\frac{\partial}{\partial r}\left(\varphi\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)\right]-\frac{\partial}{\partial z}\left[b_\varphi r\frac{\partial(C_\varphi\varphi)}{\partial z}\right]-\frac{\partial}{\partial r}\left[b_\varphi r\frac{\partial(C_\varphi\varphi)}{\partial r}\right]+rd_\varphi=0,$$

которое является аналогом уравнений (9)—(12) при подстановке в него вместо φ искомых переменных и соответствующих выражений для коэффициентов a_φ, b_φ, c_φ, d_φ, которые приводятся в таблице.

φ	ψ	ω/r	T	rV_θ
a_φ	0	r^2	1	1
b_φ	$1/\rho r^2$	r^2	λ/r	$\mu_{эф} r^2$
μ_φ	$-\omega/r$	$-\frac{\partial}{\partial z}(\rho V_\theta)-r^2S_\omega$	S_T	$\partial p/\partial\theta$

В результате получается следующая система нелинейных алгебраических уравнений:

$$\varphi_p=C_E\varphi_E+C_W\varphi_W+C_N\varphi_N+C_S\varphi_S+D;$$
$$C_i=(A_i+B_iC_\varphi)/K,\ K=E(A_i+C_{\varphi,p}B_i); \qquad (16)$$
$$D=-d_\varphi V_p/K,\ V_p=\frac{r_p}{4}(z_E-z_W)(r_N-r_S).$$

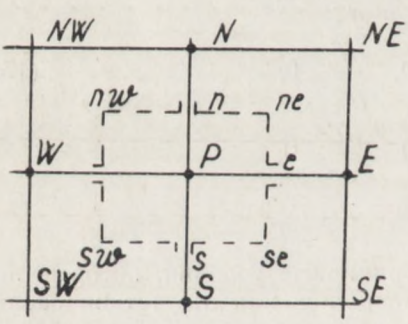

Рис. 2. Типичный внутренний узел разностной сетки

$$A_i=a_{\varphi,p}(\alpha_i+|\alpha_i|)/8,\ i=E,W,N,S;$$
$$\alpha_E=\psi_{SE}+\psi_S-\psi_{NE}-\psi_N,$$
$$\alpha_W=\psi_{NW}+\psi_N-\psi_{SW}-\psi_S;$$
$$\alpha_N=\psi_{NE}+\psi_E-\psi_{NW}-\psi_W,$$
$$\alpha_S=\psi_{SW}+\psi_W-\psi_{SE}-\psi_E;$$
$$B_E=\frac{b_{\varphi,E}+b_{\varphi,p}}{8}\cdot\frac{r_N-r_S}{z_E-z_p}(r_E+r_p),$$
$$B_W=\frac{b_{\varphi,W}+b_{\varphi,p}}{8}\cdot\frac{r_N-r_S}{z_p-z_W}(r_W+r_p),$$
$$B_N=\frac{b_{\varphi,N}+b_{\varphi,p}}{4}\cdot\frac{z_E-z_W}{r_p-r_S}(r_S+r_p),$$
$$B_S=\frac{b_{\varphi,S}+b_{\varphi,p}}{8}\cdot\frac{z_E-z_W}{r_p-r_N}(r_N+r_p).$$

Уравнения (16) описывают искомые функции только внутри рассматриваемой области, поэтому представляют незамкнутую систему; для замыкания данной системы необходимо присоединить граничные условия, записанные в конечно-разностном виде. Решение полученной системы уравнений находится итерационным методом Гаусса-Зейделя. Расчет ведется по формуле

$$\varphi^{(N+1)}=C_E\varphi_E^{(N)}+C_W\varphi_W^{(N)}+C_N\varphi_N^{(N)}+C_S\varphi_S^{(N)}+D^{(N)}.$$

Верхний индекс означает номер итерации. В качестве критерия сходимости используется отношение приращенной переменной к ее максимальному значению в предшествующей итерации, т. е.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$\left|\left(\varphi^{(N+1)}-\varphi^{(N)}\right)/\varphi^{(N)}_{max}\right|_{max}<\varepsilon.$$

Для повышения скорости сходимости итераций и улучшения устойчивости численной схемы предусмотрено использование верхней или нижней релаксации, которая выполняется по формуле

$$\varphi=\alpha_p\varphi^{(N+1)}+(1-\alpha_p)\varphi^{(N)},$$

где α_p — параметр релаксации, которая в случае верхней релаксации выбирается в интервале от 1 до 2, а при нижней релаксации от 0 до 1.

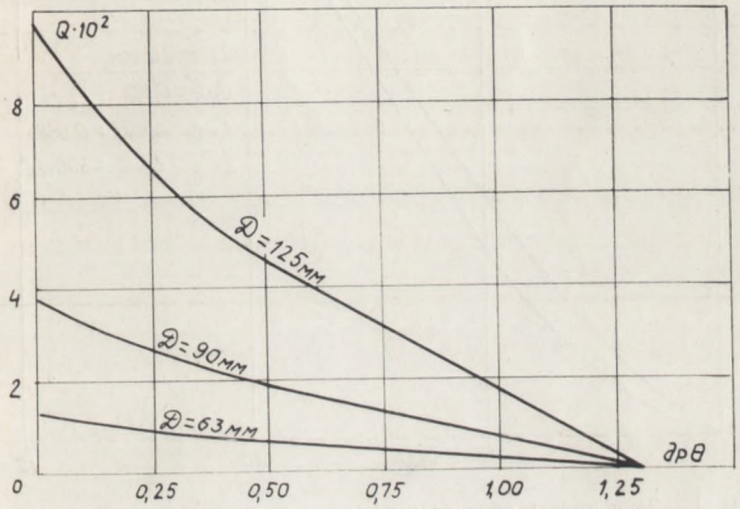

Рис. 3. Рабочие характеристики зоны дозирования

Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 3—5. Так, например, на рис. 3 приводятся рабочие характеристики (зависимость производительности Q от противодавления в канале $\partial p\theta$) для различ-

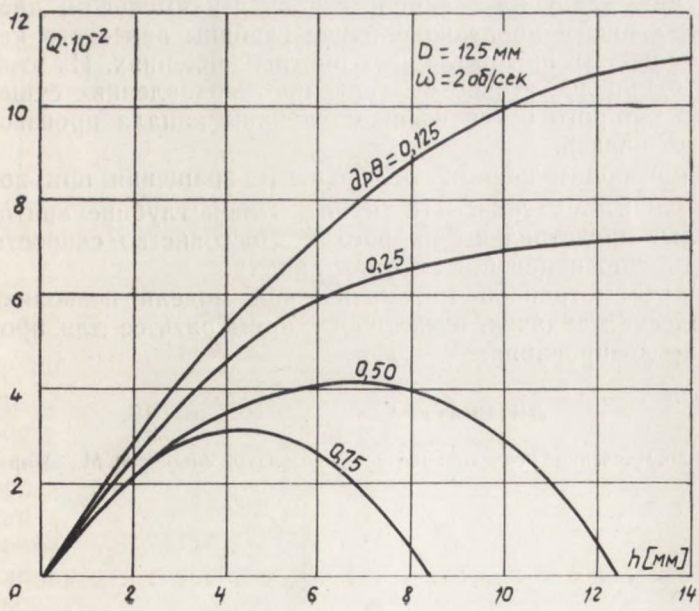

Рис. 4. Влияние глубины канала на производительность при различных противодавлениях

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

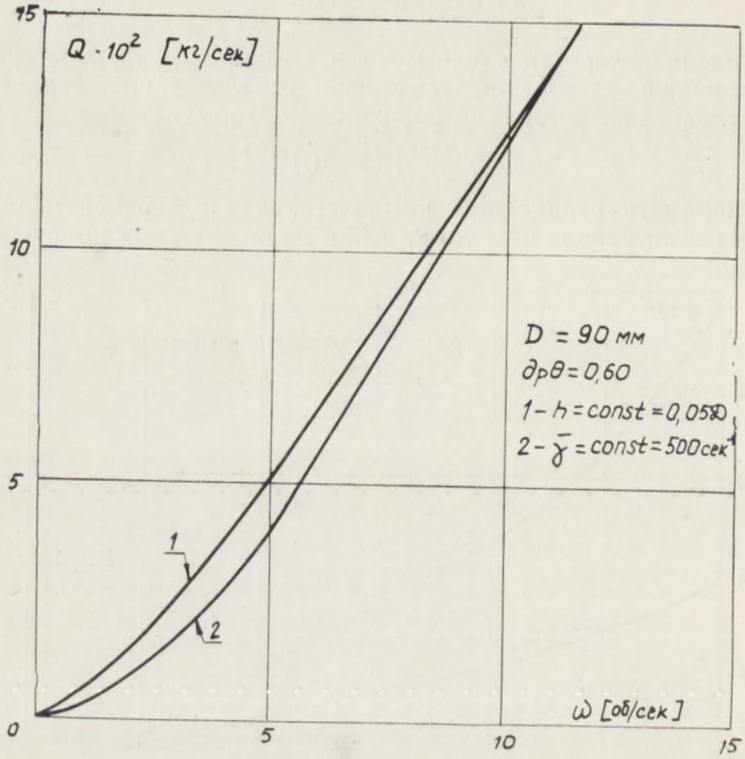

Рис. 5. Зависимость производительности от скорости вращения винта экструдера

ных диаметров червяков. Характеристики строились при глубине винтового канала $h=0{,}05D$, угле наклона витков $\alpha=17°42'$, средней скорости деформации перерабатываемого материала $\bar{\gamma}=\pi D\omega/h=10^3$, где ω — скорость вращения червяка. Из графиков видно, что наименее чувствителен к изменению давления в канале червяк с наименьшим диаметром. На графиках рис. 4 показано влияние глубины винтового канала на производительность при различных противодавлениях. Из этих графиков видно, что при достаточно больших противодавлениях существует $h=h_0$, после которого с увеличением глубины канала производительность начинает падать.

Зависимости производительности от скорости вращения при постоянной скорости сдвига $\bar{\gamma}=\text{const}\sim 10^3$ и постоянной глубине винтового канала $h=\text{const}$ представлены на рис. 5. Постоянство скорости сдвига достигается за счет изменения глубины канала.

Использование рассмотренной математической модели позволяет решить ряд практических задач и, в частности, применить ее для проектного расчета зоны дозирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Госмен А. и др. Численное исследование течения вязкой жидкости. М., «Мир», 1973.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛАХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Ю. В. Бухановский, А. В. Шифанов

Рассмотрим течение высоковязкой полимерной массы в канале, схематически изображенном на рис. 1, с реологическим законом $\tau=\tau_0+k\dot{\gamma}^n$, который для сложного напряженного состояния принимает вид

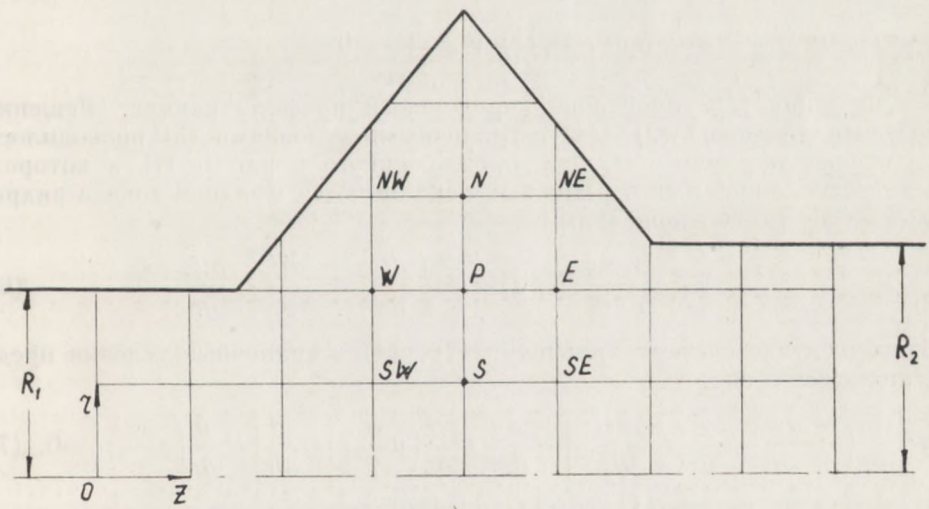

Рис. 1. Схематическое изображение канала и типичного внутреннего узла разностной сетки

$$\tau_{i,j}=\left(2\mu_0+\frac{\tau_0}{I_2^{n/2}}\right)I_2^{(n-1)/2}V_{i,j}, \qquad (1)$$

где μ_0 — вязкость; τ_0 — предельное напряжение сдвига; I_2 — интенсивность скоростей деформации. Течение будем считать установившимся, с заданным массовым расходом. При этом на входе в канал задается профиль скорости, соответствующий развитому профилю скорости при данном расходе и геометрии или равный средней скорости. На достаточно большом удалении от раструба (расширяющейся и сужающейся части канала) в канале устанавливается стабилизированный профиль скорости. Задача решается в изотермической постановке. Сформулиро-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ванной выше задаче отвечает следующая система дифференциальных уравнений, записанных через эффективную вязкость:

$$\rho\left(V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}+V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(2\mu\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{\partial V_r}{\partial z}\right)\right]+$$
$$+\frac{\mu}{r}\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{\partial V_r}{\partial z}\right); \qquad (2)$$

$$\rho\left(V_z\frac{\partial V_r}{\partial z}+V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)=-\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{\partial V_r}{\partial z}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial r}\left(2\mu\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)+$$
$$+\frac{2}{r}\mu\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}-\frac{V_r}{r}\right); \qquad (3)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z}+\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{V_r}{r}=0, \qquad (4)$$

где

$$\mu\equiv\mu_{эф}=(2\mu_0+\tau_0/I_2^{n/2})\,I_2^{(n-1)/2},$$

с граничными условиями:

при $z=0$ $V_r=0, V_z=V_0(r)$ или $V_z=U_{ср}=\text{const}$,
при $z=L$ $V_r=0, V_z\neq V_1(r)$, (5)
при $r=0$ $\frac{\partial V_r}{\partial r}=0$, при $r=f(z)$ $V_z=V_r=0$.

Функция $f(z)$ определяет продольный профиль канала. Решение системы уравнений (2)—(4) с граничными условиями (5) проводилось на основе численного метода, предложенного в работе [1], в котором в качестве зависимых переменных используются функция тока и вихрь, определяемые соотношениями:

$$\rho V_z=\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r},\quad \rho V_r=-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z},\quad \omega=\frac{\partial V_r}{\partial z}-\frac{\partial V_z}{\partial r}. \qquad (6)$$

В этом случае система уравнений (2)—(4) и граничные условия представляются в виде

$$r^2\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\omega}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{\omega}{r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)\right]-\frac{\partial}{\partial z}\left[r^3\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu\frac{\omega}{r}\right)\right]-\frac{\partial}{\partial r}\left[r^3\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu\frac{\omega}{r}\right)\right]=0; \qquad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\rho r}\frac{\partial\psi}{\partial z}\right]+\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{\rho r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\right]+\omega=0; \qquad (8)$$

$$z=0\ \ \psi=\rho U_{ср}r^2 \text{ или } \psi=\rho\int_0^r V_0(r)r\,dr,\ \ \omega=0;$$

$$z=L\ \ \psi=\rho\int_0^r V_1(r)r\,dr,\ \ \omega=-\frac{dV_1(r)}{dr};$$

$$r=f(z)\ \ \psi=Q/2\pi,\ \ r=0,\ \ \psi=0. \qquad (9)$$

На стенке трубы значение вихря определяется на основе приближенной зависимости

$$\psi-\psi_p=\rho\left[\frac{r_p}{6}\left(\frac{\partial\omega}{\partial r}\right)n^3+r_p\frac{\omega}{2}n^2\right], \qquad (10)$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

где величины с индексом p определяются на стенке канала, а без индекса — внутри потока; n — расстояние от стенки по нормали. Эти уравнения записываются в конечно-разностном виде на прямоугольной сетке аналогично как в работе [2].

Формула последовательных смещений для искомой переменной в некотором узле записывается следующим образом:

$$\varphi_p = C_E\varphi_E + C_W\varphi_p + C_N\varphi_N + C_S\varphi_S + D, \qquad (11)$$

где φ может (принимать) быть либо ω/r, либо ψ. Коэффициенты в формуле (11) определяются соотношениями:

$$C_E = (A_E + B_E C_{\varphi,E})/\underset{AB}{\Sigma}; \quad C_W = (A_W + B_M C_{\varphi,W})/\underset{AB}{\Sigma};$$

$$C_N = (A_N + B_N C_{\varphi,N})/\underset{AB}{\Sigma}; \quad C_S = (A_S + B_S C_{\varphi,S})/\underset{AB}{\Sigma};$$

$$D = -d_{\varphi,p} V_p/\underset{AB}{\Sigma}; \quad V_p = \frac{r_p}{4}(z_E - z_W),$$

$$\underset{AB}{\Sigma} \equiv A_E + A_W + A_N + A_S + C_{\varphi,p}(B_E + B_W + B_N + B_S),$$

$$A_E = \frac{a_{\varphi,p}}{8}\left\{(\psi_{SE} + \psi_S - \psi_{NE} - \psi_N) + |\psi_{SE} + \psi_S - \psi_{NE} - \psi_N|\right\};$$

$$A_W = \frac{a_{\varphi,p}}{8}\left\{(\psi_{NW} + \psi_N - \psi_{SW} - \psi_S) + |\psi_{NW} + \psi_N - \psi_{SW} - \psi_S|\right\};$$

$$A_N = \frac{a_{\varphi,p_0}}{8}\left\{(\psi_{NE} + \psi_E - \psi_{NW} - \psi_W) + |\psi_{NE} + \psi_E - \psi_{NW} - \psi_W|\right\};$$

$$A_S = \frac{a_{\varphi,p}}{8}\left\{(\psi_{SW} + \psi_W - \psi_{SE} - \psi_E) + |\psi_{SW} + \psi_W - \psi_{SE} - \psi_E|\right\};$$

$$B_E = \frac{(b_{\varphi,E} + b_{\varphi,p})(r_N - r_S)(r_E + r_p)}{8(z_E - z_p)};$$

$$B_W + \frac{(b_{\varphi,W} + b_{\varphi,p})(r_N - r_S)(r_W + r_p)}{8(z_p - z_W)};$$

$$B_N = \frac{(b_{\varphi,W} + b_{\varphi,p})(z_E - z_W)(r_N + r_p)}{8(r_N - r_p)};$$

$$B_S = \frac{(b_{\varphi,N} + b_{\varphi,p})(z_E - z_W)(r_S + r_p)}{8(r_p - r_S)}.$$

Здесь коэффициенты a_φ, b_φ, c_φ, d_φ определяются из таблицы.

Разностные уравнения (11) замыкаются граничными условиями, записанными в конечно-разностном виде. Полученная система нелиней-

φ	a_φ	b_φ	c_φ	d_φ
ω/r	r^2	r^2	μ	$r^2 S_\omega$
ψ	0	$1/\rho r^2$	1	$-\omega/r$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ных алгебраических уравнений решается итерационным методом Гаусса — Зайделя.

При решении рассматриваемой задачи данным численным методом потребовалась некоторая его модификация по сравнению с использованием его для решения задачи, изложенной в работе [2]. Необходимость такой модификации возникает при расчете течения в раструбной части канала. Действительно, рассматривая выражение для коэффициентов, входящих в уравнение (11), можно заметить, что они определяются через значения переменных в узлах NW, NE, SE и SW, некоторые из которых в раструбной части канала могут оказаться за пределами границы течения. Учитывая, что значения функций, определяемых в тех узлах сетки, которые могут оказаться за пределами рассматриваемой области течения, входят только при расчете коэффициентов A_i, вводимых при численном интегрировании конвективных членов, при расчете их необходимо использовать следующие уравнения:

а) Если за пределы области выходит узел NW (рис. 1), а узлы N и W находятся на границе области потока, то

$$A_W=\frac{a_{\varphi,p}}{8}\left\{(2\psi_N+\psi_W-\psi_{SW}-\psi_p-\psi_S)+|2\psi_N-\psi_W-\psi_{SW}-\psi_p-\psi_S|\right\};$$

$$A_N=\frac{a_{\varphi,p}}{8}\left\{(2\psi_{NE}+\psi_E+\psi_p-\psi_N-2\psi_W)+|2\psi_{NE}+\psi_E+\psi_p-\psi_N-2\psi_W|\right\}.$$

Аналогичным образом преобразуется выражение для коэффициентов A_E и A_N в том случае, когда за пределы потока выходит только узел NE:

$$A_E=\frac{a_{\varphi,p}}{8}\left\{(\psi_{SE}+\psi_S+\psi_p-\psi_E-2\psi_W)+|\psi_{SE}+\psi_S+\psi_p-\psi_E-2\psi_N|\right\};$$

$$A_N=\frac{a_{\varphi,p}}{8}\left\{(\psi_E+\psi_N-\psi_{NW}-\psi_p-\psi_W)+|\psi_{SE}+\psi_S+\varphi_p-\psi_E-2\psi_N|\right\}.$$

б) Если за границы области течения выходят оба узла NW и NE, то коэффициент A_N следует рассчитывать по формуле

$$A_N=\frac{a_{\varphi,p}}{4}\left\{(\psi_E-\psi_N)+|\psi_E-\psi_W|\right\}.$$

Другая особенность, которая возникает при решении данной задачи, связана с расчетом b_ψ на оси симметрии. Как видно из таблицы, $b_\psi=\infty$ при $r=0$. В связи с этим формула расчета коэффициента b_ψ должна быть изменена и определяться выражением

$$b_{\psi,S}=(b_{\psi,S}+b_{\psi,p})/2. \qquad (12)$$

В том случае, когда узел p является ближайшим к оси симметрии, $b_{\psi,S}$ следует положить равным $7/\rho r_p^2$. Действительно, поскольку при этом $b_{\psi,S}=\dfrac{1}{\rho\left(\dfrac{r_p}{2}\right)^2}$, а $b_{\psi,p}=\dfrac{1}{\rho r_p^2}$, то в соответствии с (12) имеем

$$\frac{1}{\rho\left(\dfrac{r_p}{2}\right)^2}=\frac{b_{\psi,S}+1/\rho r_p^2}{2}. \qquad (13)$$

Выражение (13) определяет значение коэффициента b_ψ в узле S, лежащем на оси симметрии. Кроме того, следует также иметь в виду,

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

что при расчете эффективной вязкости по формуле $\mu=(2\mu_0+\tau_0/I_2^{n/2})I_2^{(n-1)/2}$ на оси симметрии имеет место неопределенность 0/0 вследствие наличия в выражении для I_2 члена $\frac{V_r}{r}$. Раскрывая эту неопределенность, находим $\frac{V_r}{r}\longrightarrow 0$ при $r\longrightarrow 0$.

В результате решения исходной системы конечно-разностных уравнений определяется распределение функций тока и вихря в канале. На основе этих данных по первым двум формулам (6) рассчитывается скорость. Далее, используя уравнение движения, записанное в динамических переменных, определяем градиент давления и, проводя численное интегрирование, рассчитываем давление. Из рассмотрения исходной системы уравнений, граничных условий и геометрии области

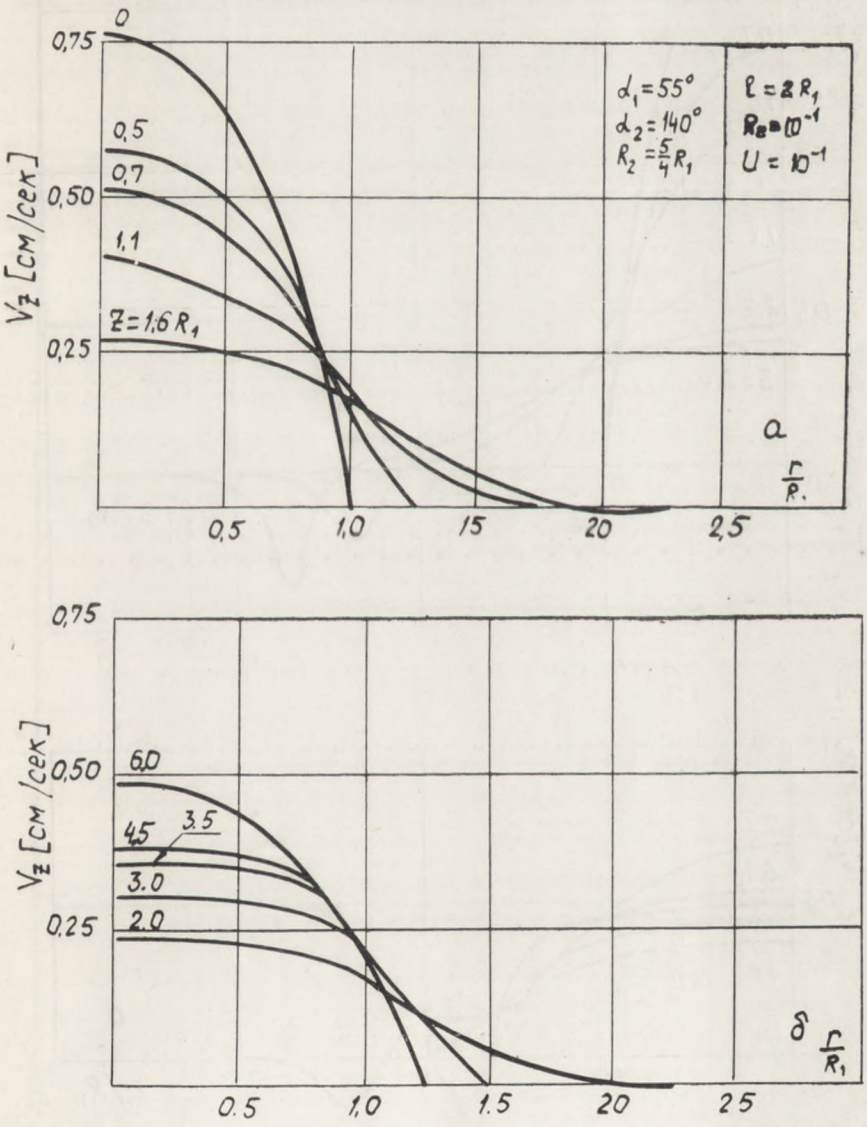

Рис. 2. Развитие профиля осевой скорости по длине канала при $Re=10^{-1}$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

течения следует, что безразмерные значения составляющих скорости и давления будут определяться соотношениями вида

$$\bar{V}_z,\ \bar{V}_r,\ \bar{p}=f_i(\bar{z},\ \bar{r},\ \mathrm{Re},\ И), \tag{14}$$

где

$$\bar{V}_z=\frac{V_z}{U_{ср}},\quad \bar{V}_r=\frac{V_r}{U_{ср}},\quad \bar{r}=\frac{r}{R_1},\quad \bar{z}=\frac{z}{R_1},$$

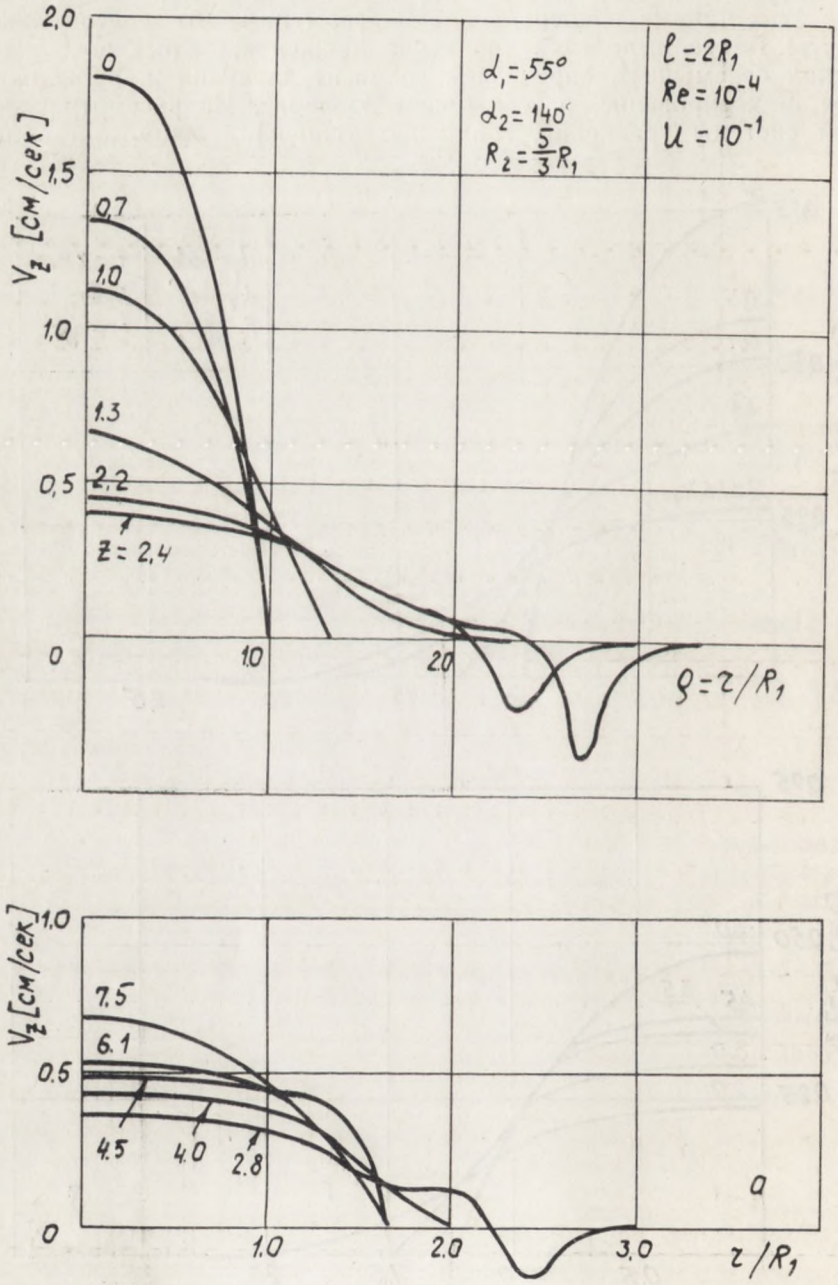

Рис. 3. Развитие профиля осевой скорости по длине канала при $Re = 10^{-4}$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

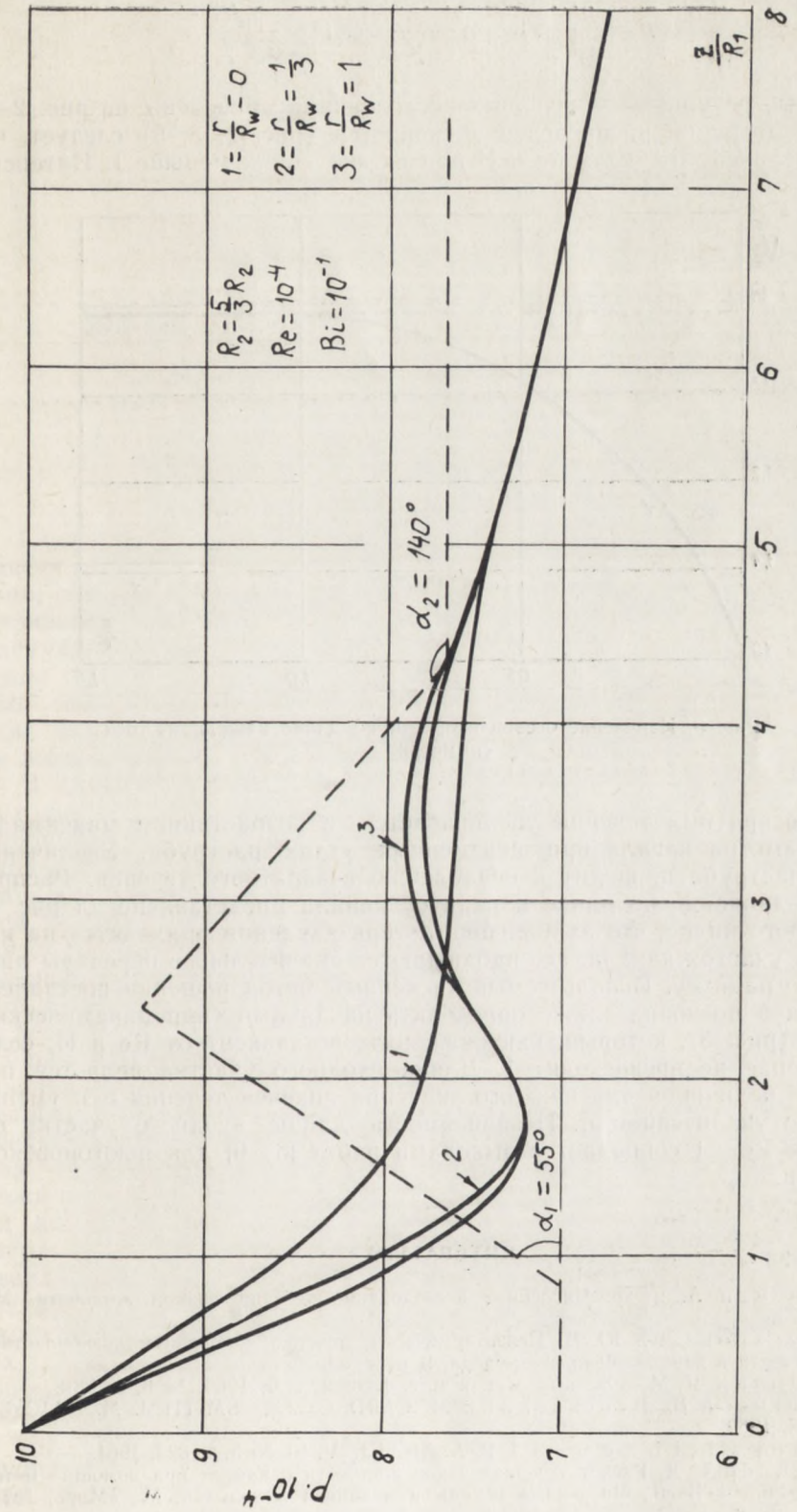

Рис. 4. Изменение давления по длине и радиусу канала

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$\bar{p}=\frac{pR_1^n}{\mu_0 U_p^n},\ \mathrm{Re}=\frac{\rho U_{\text{ср}}^{2-n}R_1^n}{\mu_0},\ \text{И}=\frac{\tau_0 R_1^n}{\mu_0 U_{\text{ср}}^n}.$$

Основные результаты численных исследований приведены на рис. 2—5. Из рассмотрения распределения скоростей (рис. 2, 3, 5) следует, что оно не зависит от числа Re и И при их значениях меньше 1. Интенсив-

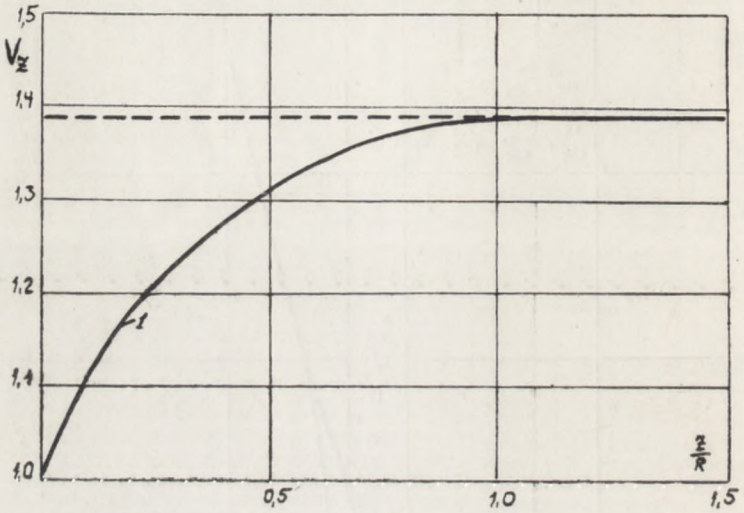

Рис. 5. Изменение осевой скорости по длине канала на оси симметрии

ность возвратных течений увеличивается с возрастанием максимального диаметра канала при неизменных углах раструба. Увеличение длины раструба приводит к ослаблению возвратного течения. Распределение давления по длине и радиусу канала представлено на рис. 4, из которого видно, что наибольшие потери давления приходятся на начальный участок канала, где наблюдаются значительные перепады давления по радиусу. Используемый численный метод решения поставленной задачи позволил также определить начальный гидродинамический участок (рис. 5), который, как оказалось, не зависит от Re и И, если их значение не превосходит 1. Длина входного участка является постоянной величиной для каждого значения индекса течения n и уменьшается с увеличением n. Независимость длины входного участка от критерия $\mathrm{Re}\leqslant 1$ совпадает с выводами работ [3—6] для ньютоновской жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Госмен А. и др. Численное исследование течения вязкой жидкости. М., «Мир», 1973.

2. Бухановский Ю. В. Неизотермическое течение нелинейной вязкопластичной жидкости в канале винта экструдера. В наст. сб.

3. Симуни Я. М.— Ж. выч. мат. и мат. физики, т. 5, 1965, № 6, с. 1138.

4. Atkinson B., Brocklebank M. CARD C.C.H., SMITH J. M., AIChEJ, V. 15.P.348, 1969.

5. Wang J. L., Longwell P. A. AIChEJ. V, 10, № 3, p. 323, 1964.

6. Тейлор Т. Д. Расчет течения вязкой жидкости в канале при помощи метода расщепления.— В сб.: Численные методы в механике жидкостей. М., «Мир», 1973, с. 218.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ИЗМЕРЕНИЯ ПРОЧНОСТИ ВЫСОКОНАПОЛНЕННОГО ПОЛИМЕРА В ВЯЗКОТЕКУЧЕМ СОСТОЯНИИ

А. И. Малкин, А. Н. Козлобродов, В. П. Ищенко

Смеси вязкотекучих полимеров с минеральными порошками, являющиеся объектом переработки во многих процессах химической технологии, относятся к тому виду систем, которые принято называть неньютоновскими, или реологическими. В отличие от «классических» низкомолекулярных конденсированных сред, механическое поведение которых можно охарактеризовать несколько туманными, но интуитивно понятными терминами «жидкий» или «твердый», реологические (и в том числе полимерные) системы могут проявлять одновременно свойства как жидких, так и твердых материалов.

В случае высоконаполненных минерально-полимерных композиций приходится сталкиваться, в частности, со следующими фактами. Если в процессе переработки имеется этап заполнения полимерной смесью какой-либо полости, например, полости пресс-формы, то при некоторых условиях на переднем фронте (свободной поверхности) массы появляются трещины. Эти трещины носят характер разломов, достигающих иногда размеров, соизмеримых с элементами конструкций пресс-формы. Большей частью развитые трещины на свободной поверхности имеют хаотическую ориентацию, занимая целые участки поверхности. Однако, несмотря на очевидно случайный характер в расположении отдельных развитых трещин, в процессе трещинообразования в целом можно проследить некоторые закономерные моменты. Так, наиболее развитая трещиноватость присуща тем участкам фронта, в которых свободная поверхность подвергается наиболее сильным растягивающим деформациям. Наоборот, в тех областях поверхности, где среда подвергается поджатию, трещин, как правило, не бывает. Типичным в этом отношении является заполнение вертикально расположенного кольцевого зазора. Частицы среды, находящиеся в данный момент на свободной поверхности, поднимаясь по зазору вместе с фронтом, одновременно «стекают» по фронту к стенкам канала. При этом линии тока частиц, находящихся на поверхности в области между окружностью максимальных скоростей движения и стенкой внешнего цилиндра, являются расходящимися радиальными прямыми, а линии тока частиц в области, прилегающей к внутреннему цилиндру,— также радиальными прямыми, но сходящимися. Наблюдения показывают, что внутренняя зона поверхности практически всегда бездефектна, а трещины, если они образуются, располагаются, как правило, в периферийной области поверхности и частично в небольшой области максимальных скоростей.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Необходимо иметь в виду, что в то время как на свободной поверхности образуются трещины, т. е. имеют место процессы, характерные для «твердого» тела, в целом полимерная масса, заполняющая полость, движется как высоковязкая «жидкая» среда при очень малых числах Рейнольдса.

Известно [1], что в определенных условиях переработки, например, при экструдировании, текучие полимерные материалы также подвергаются разрушению, однако там это связано, как правило, с наличием очень высоких скоростей деформаций сдвига и проявляющейся вследствие этого гидродинамической неустойчивостью.

В данном случае, однако, во всей области течения (которое по своему характеру приближается к ползучести) скорости сдвига весьма малы, а на свободной поверхности они вовсе исчезают. Да и сам характер разрушения, форма и развитие трещин как разломов, идущих с поверхности в глубь поверхностного слоя среды, говорят о деформировании не касательного, а нормального, растягивающего типа.

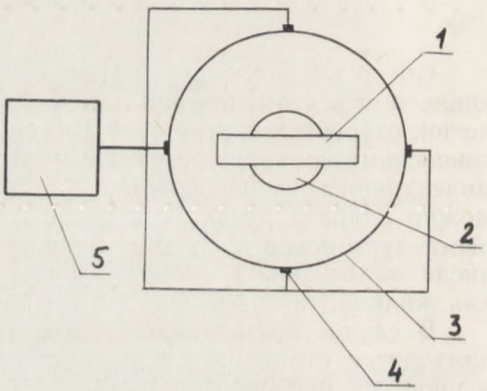

Рис. 1. Схема установки для измерения прочности центробежным методом: *1* — трубка; *2* — электродвигатель; *3* — круговой барьер; *4* — пьезодатчики; *5* — осциллограф

Таким образом, возникает вопрос о сравнительно небольшом пределе прочности на растяжение (разрыв) для материала, который имеет практически неограниченную прочность* на сдвиг (при условии малых скоростей). Очевидно, что разрушение материала на свободной поверхности происходит тогда, когда растягивающие воздействия в некоторых областях поверхности превосходят этот предел. (Некоторые соображения о возможном механизме разрушения на свободной поверхности приведены в [2].)

В настоящее время практически отсутствуют количественные данные о разрушении полимеров (и полимеров с наполнителями) в вязкотекучем состоянии. Соответственно нет и методов измерения их прочностных характеристик.

В работе [3], а также в некоторых других приводятся сведения о методах и результатах испытаний на прочность для низкомолекулярных жидкостей. В частности, указывается довольно простой в механическом отношении центробежный метод. В настоящей работе этот метод используется применительно к высоконаполненным полимерным композициям.

На рис. 1 приведена блок-схема установки для измерения прочности центробежным методом. Рабочим элементом установки является трубка определенного диаметра, заполненная испытуемой массой.

* Говоря здесь о прочности, авторы имеют в виду способность материала сохранять сплошность в процессе деформирования.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Трубка укрепляется в специальной обойме, соединенной с валом электродвигателя, обороты которого можно регулировать в пределах 500—10000 об/мин. При вращении масса в трубке испытывает растягивающие напряжения, вызываемые центробежной силой. Наибольшей величины эти напряжения достигают в среднем сечении трубки

$$\sigma_m = P - \rho l \omega^2, \tag{1}$$

где P — атмосферное давление; ρ — плотность массы; l — половина длины образца; ω — угловая скорость вращения. При достижении определенной угловой скорости напряжения достигают предела прочности среды, образец массы разрушается и его части вылетают из концов трубки, попадая в круговой барьер. Удар о барьер воспринимается пьезодатчиками, посылающими сигнал на осциллограф, где одновременно идет запись числа оборотов двигателя.

Чтобы учесть поправку, связанную с трением массы о стенки трубки, эксперименты проводились на трубках разного диаметра. Величину напряжения σ_m, подсчитываемую по формуле (1), можно представить как сумму двух слагаемых

$$\sigma_m = \sigma_1 + \sigma_{тр} = \sigma_1 + f(D), \tag{2}$$

где σ_1 — истинный предел прочности материала, величина которого не должна зависеть от диаметра D трубки, а $\sigma_{тр}$ — функция, вообще говоря, многих переменных, и в том числе диаметра трубки, причем

$$\lim_{D \to \infty} f(D) = 0.$$

Следовательно, σ_1 получается как результат экстраполяции зависимости (2) к значению $D \to \infty$. Для проверки полученного таким образом результата зависимости типа (2) исследовались при разных законах трения $f(D)$, что достигалось использованием различных смазок между образцами и стенками трубки.

Получаемая таким образом величина σ_1 является прочностной характеристикой материала при простом одноосном однородном растяжении. В то же время известно [2], что на движущейся свободной поверхности, контактирующей с твердой стенкой, масса находится в более сложном напряженном состоянии, и поэтому, возможно, разрушение определяется комплексными деформационными воздействиями, например, растяжением в направлении, тангенциальном к поверхности, и сжатием по нормали к ней.

Для определения прочностной характеристики σ_2 материала в условиях одноосного растяжения, сопровождаемого поперечным сжатием, были проведены эксперименты по разрушению вертикальной струи материала под действием собственного веса.

На рис. 2 изображена установка для экструдирования композиционной высоковязкой массы. При помощи винтового пресса материал выдавливается из резервуара через насадок с диаметром отверстия D. Экструдирование ведется весьма малым расходом, что позволяет исключить эластическую турбулизацию и инерционные эффекты. Растягиваясь в осевом направлении (параллельно направлению силы тяжести), экструдат имеет возможность сжиматься в радиальном направлении. При этом, как в случае пластического разрушения, образуется шейка, в области которой напряжения нарастают, и при некотором значении σ_2 материал разрушается. Значение σ_2 подсчитывается как отношение

$$\sigma_2 = Q/S, \tag{3}$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

где Q — вес отделившейся части образца; S — площадь поперечного сечения в месте обрыва.

В отличие от величины σ_1, характеризующей, по существу, прочность по отношению к объемному деформированию, которое имеет упругий характер и практически не зависит от скорости деформации, величина σ_2 отражает прочность при деформации формоизменения. Для гомогенной жидкости с небольшой вязкостью напряжение σ_2 может быть очень большим, т. е. струйка такой жидкости может утоньшаться без разрушения теоретически до нуля (на практике этому мешают силы поверхностного натяжения, которые при малых размерах струи становятся превалирующими, что заставляет жидкость дробиться на капли). Для данного же материала, «жидкообразные» или «твердообразные» свойства которого зависят от условий деформирования (в том числе от скорости деформации), толщина струи к моменту разрыва оказывается конечной. То, что в начале этой статьи было названо «практически неограниченной прочностью на сдвиг», отражает свойства полимерно-минеральной смеси при очень малых скоростях деформации, которые обычно реализуются при их течении в формовочных полостях *.

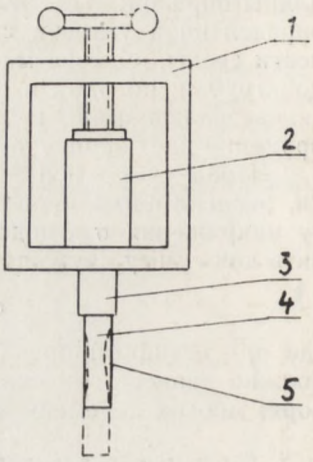

Рис. 2. Схема установки для экструдирования композиционной высоковязкой массы: *1* — винтовой пресс; *2* — резервуар; *3* — насадок; *4* — экструдат; *5* — шейка

Другими словами, чем меньше скорости деформации, тем сильнее материал приближается по своим свойствам к «классической» жидкости. Следовательно, утончение шейки до разрыва, а вместе с ней и величина σ_2, тем больше, чем меньше скорость растяжения. Считая скорость растяжения $\dot{e}$ пропорциональной действующему напряжению σ (некоторым основанием для этого служит пропорциональность между напряжениями и скоростями сдвига в вискозиметрических измерениях для данной среды при малых скоростях деформации), можно положить.

$$\sigma = \eta \dot{e}$$

(коэффициент продольной вязкости η, возможно, определяется по Троутону). Для растяжения вертикального цилиндрического образца под действием силы тяжести можно с некоторым приближением положить

$$\sigma \sim \frac{Q}{\pi R^2} = \rho g h, \qquad (4)$$

где R — радиус образца, h — длина отделяющейся части. Следовательно

$$\dot{e} \sim h$$

и соответственно этому измеряемая в опыте величина σ_2 для длинных образцов должна быть в среднем меньше, чем для коротких. Устано-

* Несомненно, что даже и при таких малых скоростях деформации материал подвергается местным разрушениям, размеры которых, по крайней мере, одного порядка с размерами структурных элементов смеси (например, частиц наполнителя). Однако разрастанию этих дефектов в сплошном потоке препятствует наличие соседних объемов среды, заполняющих образующиеся «мини-дефекты».

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

вить точное значение скорости деформации, соответствующее полученному значению σ_2, в данных опытах затруднительно, поскольку коэффициент пропорциональности между напряжением и гидростатическим давлением в (4) меняется в процессе развития шейки. Для получения зависимости между σ_2 и $\dot{e}$ необходимо использовать специальные методы измерений, которые позволили бы фиксировать в динамике локальные процессы в месте разрушения.

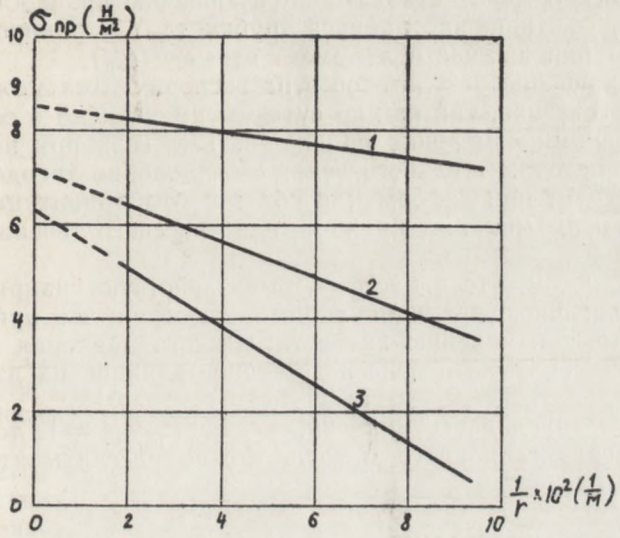

Рис. 3. Измерение прочности массы центробежными методами. Вид смазки: *1* — без смазки; *2* — вода; *3* — масло

Необходимо отметить, что поскольку исследуемый материал представляет собой даже при тщательном приготовлении весьма неоднородную смесь, то его свойства и, в частности, прочность не постоянны по объему образца. Поэтому измеренные величины σ_1 и σ_2 носят статистический характер. Это было учтено при планировании экспериментов и обработке результатов.

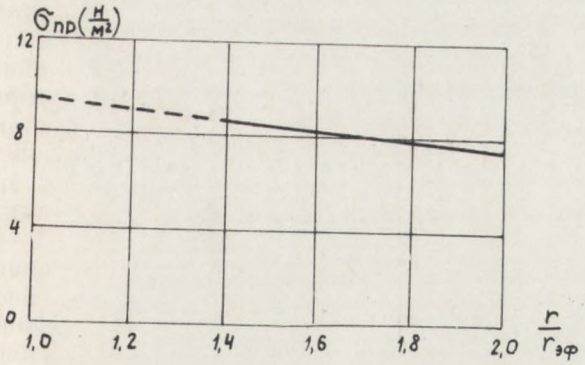

Рис. 4. Измерение прочности массы гравитационным методом

Эксперименты на центробежной установке производились при различных диаметрах и 3 видах смазки заполняемых трубок. Результаты эксперимента, обработанные по методу наименьших квадратов, представлены на рис. 3, где по оси ординат отложена прочность, измеряемая установкой, а по оси абсцисс — величина, обратная радиусу трубок. Чтобы получить истинную прочность жидкости, необходимо, как указывалось выше, рассмотреть предельный случай при $r \to \infty$, и экст-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

раполяцией определить величину прочности жидкости. Как видно из приведенного рисунка, эти прямые не сходятся в одной точке и разброс несколько выходит за пределы суммарной ошибки эксперимента, что можно объяснить действием ряда неучтенных факторов, таких как степень наполнения массы пузырьками воздуха, неконтролируемым влиянием качества смазки.

Результаты эксперимента на гравитационной установке представлены на рис. 4, где по оси ординат откладывается значение прочности массы, а по оси абсцисс — отношение радиуса трубки ($r_{тр}$) к радиусу поперечного сечения струйки жидкости в момент отрыва ($r_{эф}$).

Непосредственное сравнение результатов этих экспериментов можно проводить только качественно, так как по сути мы имеем дело с совершенно разными условиями измерения прочности. Так, если при испытании центробежным методом жидкость ведет себя подобно твердому телу и разрыв происходит при деформации объема, то в гравитационном методе жидкость испытывается в режиме пластического течения с образованием шейки.

Это свидетельствует о том, что в месте разрыва действуют напряжения, имеющие составляющие, перпендикулярные оси струи, что приводит к неконтролируемому изменению гидростатического давления в месте разрыва. Это может оказывать непосредственное влияние на измеряемую прочность.

Но если рассмотреть предельный случай, когда $r_{тр}/r_{эф}=1$, то, экстраполируя прямую гравитационного метода, можно рассчитывать на сравнимые результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tordella I. P. Fracture in the Extrusion of Amorphous Polymers through Cappilaries, Journal of Applied Physics, v. 27, № 5, 1956, p. 454—458.

2. Козлобродов А. Н., Малкин А. И. К вопросу о растрескивании на свободной поверхности высоконаполненной полимерной массы при заполнении крупных пресс-форм.— В кн.: Всесоюзный симпозиум «Теория механической переработки полимерных материалов». Тезисы докладов. Пермь, 1976, с. 64—66.

3. Корнфельд М. И. Упругость и прочность жидкостей. М., 1951.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА В РЕОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

А. В. Сергеев, А. Ф. Олицкий

Течение высоковязких полимеров носит весьма сложный характер, своеобразие которого проявляется в том, что рецептурные и технологические факторы сильно изменяют структуру и свойства материала [1]. Известно [2—5], что деформирование таких систем сопровождается проявлением высокоэластичности, аномалии вязкости и т. п. Исследование свойств полимеров в зависимости от различных факторов, влияющих на поведение при их деформировании, представляет большой практический интерес для различных областей техники, осуществляющей технологические операции перекачки, заливки и т. д. вышеназванных систем.

В данной работе приведены результаты исследования реологических свойств бутилкаучука в зависимости от концентрации и фракционного состава наполнителя, температуры, степени пластификации и напряжения сдвига. В связи с большим числом исследуемых факторов, влияющих на вязкостные свойства бутилкаучука, эксперименты проводились с использованием математических методов планирования эксперимента. Эти методы можно использовать не только на последнем этапе исследования — обработке результатов наблюдений, но и при формализации априорных сведений перед постановкой опыта, при планировании эксперимента и обработке его результатов, при принятии решения на промежуточных этапах и в конце всей работы. Планирование эксперимента — это постановка опытов по некоторой заранее составленной схеме, обладающей какими-то оптимальными свойствами [6—7]. Планирование эксперимента позволяет резко повысить эффективность эксперимента. Это означает, что интересующие экспериментатора параметры могут быть определены со значительно меньшей ошибкой, чем в традиционных методах исследования. В задачах со многими факторами эксперименты ставятся так, чтобы варьировать все факторы сразу в отличие от обычного подхода, при котором изучается действие каждого фактора в отдельности [8—12].

Методы математического планирования эксперимента предполагают наличие некоторой априорной информации, которая дает возможность в определенной мере оценить действие факторов и выбрать вид аппроксимирующего уравнения. Известно, что физическая пластификация каучукообразных полимеров низкомолекулярными веществами понижает вязкость, расширяет температурный диапазон получения не-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

обходимой текучести для реализации технологических процессов. Для эффективного действия пластификаторов необходима хорошая их совместимость с полимером, низкая вязкость пластификатора в широком интервале температур и более низкая температура стеклования пластификатора по сравнению с полимером.

Температура повышает текучесть полимерных материалов, улучшает технологические свойства. Но не всегда возможна реализация необходимой температуры при переработке в связи с влиянием температуры и на другие свойства вещества, так, например, с ростом температуры могут расти скорости химических реакций, что может ухудшать технологический процесс или делать его при данной температуре невозможным.

Введение наполнителя в полимер также обусловливается необходимостью изменения определенных свойств материала. Это вызывает особенности при течении наполненных систем [3]. Относительное перемещение частиц наполнителя в процессе течения происходит не путем отрыва одних макромолекул и присоединения других к частицам, а вместе с адсорбированным слоем полимера за счет течения в остальном объеме полимера. Отсюда следует, что молекулярный механизм течения в композициях тот же, что и в чистых полимерах. Отличие заключается лишь в том, что течение полимера в смеси происходит в микронеоднородном поле напряжений из-за распределенной по объему дисперсной среды наполнителя. Конечно, в процессе течения происходит также разрушение контактов непосредственно между частицами, но их число невелико до определенных степеней наполнения, так что механизм вязкого течения в основном определяется течением полимера. Наполнитель повышает температуру текучести, при достаточно высоком наполнении создает свою пространственную структуру.

Изменения фракционного состава наполнения также влекут за собой изменения свойств системы при одних и тех же концентрациях.

Таким образом, априорная информация позволила сделать определенные выводы о характере влияния на вязкостные свойства бутилкаучука температуры, степени пластификации, наполнения и фракционного состава наполнителя.

На основании вышеизложенного область исследования была выбрана таким образом, чтобы влияние факторов не носило экстремального характера, т. е. зависимости предполагаются монотонными.

Исходя из цели исследования, выберем независимые переменные (факторы) и зависимую переменную (отклик): y — эффективная вязкость композиции (отклик); x_0— фиктивный фактор; x_1— степень пластификации бутилкаучука парафином; x_2 — содержание Al в составе образца; x_3— содержание NaCl; x_4— концентрация мелкой фракции NaCl в общем количестве соли; x_5— температура; x_6— напряжение сдвига.

Все факторы контролируемы. Следовательно, имеем активный эксперимент. Заданные значения уровней факторов сохраняются в течение всего опыта (табл. 1). Все комбинации уровней факторов физически осуществимы (например, NaCl в качестве наполнителя присутствует в каждом опыте, ибо идет варьирование и фракционного состава соли).

Экспериментальные исследования проводились на приборе Воларовича РВ-8. Этот прибор представляет собой ротационный вискозиметр с рабочей парой цилиндр — цилиндр, действующий по принципу постоянного напряжения сдвига. Прибор и методика проведения экспериментов описаны в [13]. Была составлена матрица планирования эксперимента (табл. 2, 3), на основе которой были приготовлены образцы,

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Таблица 1

Уровни факторов

n	Индекс фактора	Уровни факторов	Интервал варьирования	Факторы
1	x_1	$+$ $-$	60% БК : 40% П 40% БК : 60% П	Степень пластификац.
2	x_2	$+$ $-$	30% Al 0 % Al	Содержание Al
3	x_3	$+$ $-$	30% NaCl 10% NaCl	Содержание NaCl
4	x_4	$\begin{cases}+\\-\end{cases}$ $\begin{cases}+\\-\end{cases}$	100% мелочи 50% мелочи 0% мелочи	Содержание мелкой фракции NaCl
5	x_5	$+$ $-$	120°C 60°C	Температура
6	x_6	$+$ $-$	10^4 дин/см^2 500 дин/см^2	Напряжение сдвига

Для обработки экспериментальных данных была составлена программа, блок-схема которой приведена на рис. 1. Работа программы начинается с ввода закодированных значений факторов и значений зависимой переменной (отклика). Далее по алгоритму для корреляционного анализа находятся коэффициенты парной корреляции. Предусмотрено преобразование переменных пятью наиболее часто употребляемыми функциями вида: x, x^2, $1/x$, $\exp x$, $\ln x$. Результат счета, выражаемый коэффициентами парной корреляции, позволяет сделать вывод о характере и силе связи между любыми парами переменных. Если для какой-либо пары коэффициент парной корреляции $>0{,}9$, то исключается из рассмотрения тот фактор, уровни которого труднее контролировать, ибо в противном случае матрица факторов вырожденная, и счет коэффициентов регрессии невозможен. Далее по критериям статистического анализа отбрасывают незначительные факторы, причем показателем при отсеве статистически незначимых факторов является величина остаточной дисперсии. Если квадратичная остаточная дисперсия возросла после исключения фактора, то это исключение неправомерно, и фактор вновь вводится в рассмотрение. В ином случае счет коэффициентов регрессии проводят снова до тех пор, пока остаточная дисперсия вновь не возрастает. Таким образом строится математическая модель только со значимыми факторами. Влияние незначимых факторов не учитывается, ибо оно сравнимо с «шумом» эксперимента (в это понятие входит ошибка, обусловленная невозможностью контроля влияния каких-либо неизвестных факторов).

Далее по коэффициенту множественной корреляции находят уравнение регрессии с преобразованными переменными такое, для которого этот коэффициент максимален, т. е. по такому уравнению можно наиболее близко подойти к экспериментальным точкам.

Таким образом, получаем уравнение, которое количественно и качественно описывает влияние на вязкостные свойства бутилкаучука рассматриваемых факторов.

Результаты проведенных экспериментов, обработанные с помощью корреляционно-регрессивного анализа, показали следующее (табл. 4).

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Таблица 2

Матрица планирования эксперимента (кодовое значение факторов)

№ пасты	№ опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	16	+	−	+	+	−	−	+
2	14	+	+	+	+	−	−	−
3	7	+	−	−	+	+	−	−
4	2	+	+	−	−	+	−	+
5	8	+	−	+	−	+	+	−
6	12	+	+	+	−	−	+	−
7	5	+	−	−	+	−	+	+
8	4	+	+	−	−	+	+	−
9	1	+	+	−	−	+	+	−
10	3	+	−	−	−	+	+	+
11	9	+	+	+	−	−	+	−
12	13	+	−	+	+	−	+	−
13	6	+	+	−	+	−	−	+
14	10	+	−	−	+	+	−	+
15	11	+	+	+	−	+	−	−
16	15	+	−	+	+	−	−	+

Примечание. x_i определяется по формуле $x_i = \frac{\tilde{x}_i - \tilde{x}_{i0}}{I_i}$, где x_i — кодированное значение фактора; $\tilde{x}_i$—натуральное значение фактора; $\tilde{x}_{i0}$—натуральное значение основного уровня; I_i—интервал варьирования.

В силу равенства 0 полученных коэффициентов парной корреляции факторов их взаимным влиянием пренебрегаем. Имеется лишь связь эффективной вязкости бутилкаучука с каждым фактором в отдельно-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Таблица 3

Матрица планирования эксперимента (натуральное значение факторов)

№ пасты	№ опыта	$\tilde{x}_0$	$\tilde{x}_1$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_4$	$\tilde{x}_5$	$\tilde{x}_6$	$y \cdot 10^2$
1	16	1	40	30	30	0	60	10^4	36,0
2	14	1	60	30	30	0	60	500	36,0
3	7	1	40	0	30	50	60	10^4	454
4	2	1	60	0	10	50	60	10^4	6,73
5	8	1	40	30	10	50	120	500	14,6
6	12	1	60	30	10	0	120	500	770
7	5	1	40	0	30	0	120	10^4	51,7
8	4	1	60	0	10	50	120	500	33,8
9	1	1	60	0	10	100	120	500	1,12
10	3	1	40	0	10	100	120	10^4	8,4
11	9	1	60	30	10	50	120	500	12,1
12	13	1	40	30	30	50	120	500	82,4
13	6	1	60	0	30	50	60	10^4	22,9
14	10	1	40	0	30	100	60	10^4	4,81
15	11	1	60	30	10	100	60	500	67,4
16	15	1	40	30	30	50	60	10^4	101

сти. Наилучшим преобразованием переменных из используемых в программе является для концентрации Al и NaCl и фракционного состава NaCl преобразование вида $\exp x$, которое дает наименьшее рассеивание экспериментальных точек. Таким же свойством для температуры обладает преобразование вида $\exp \frac{1}{x}$.

Из всех модификаций для напряжения сдвига и пластификации ли-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

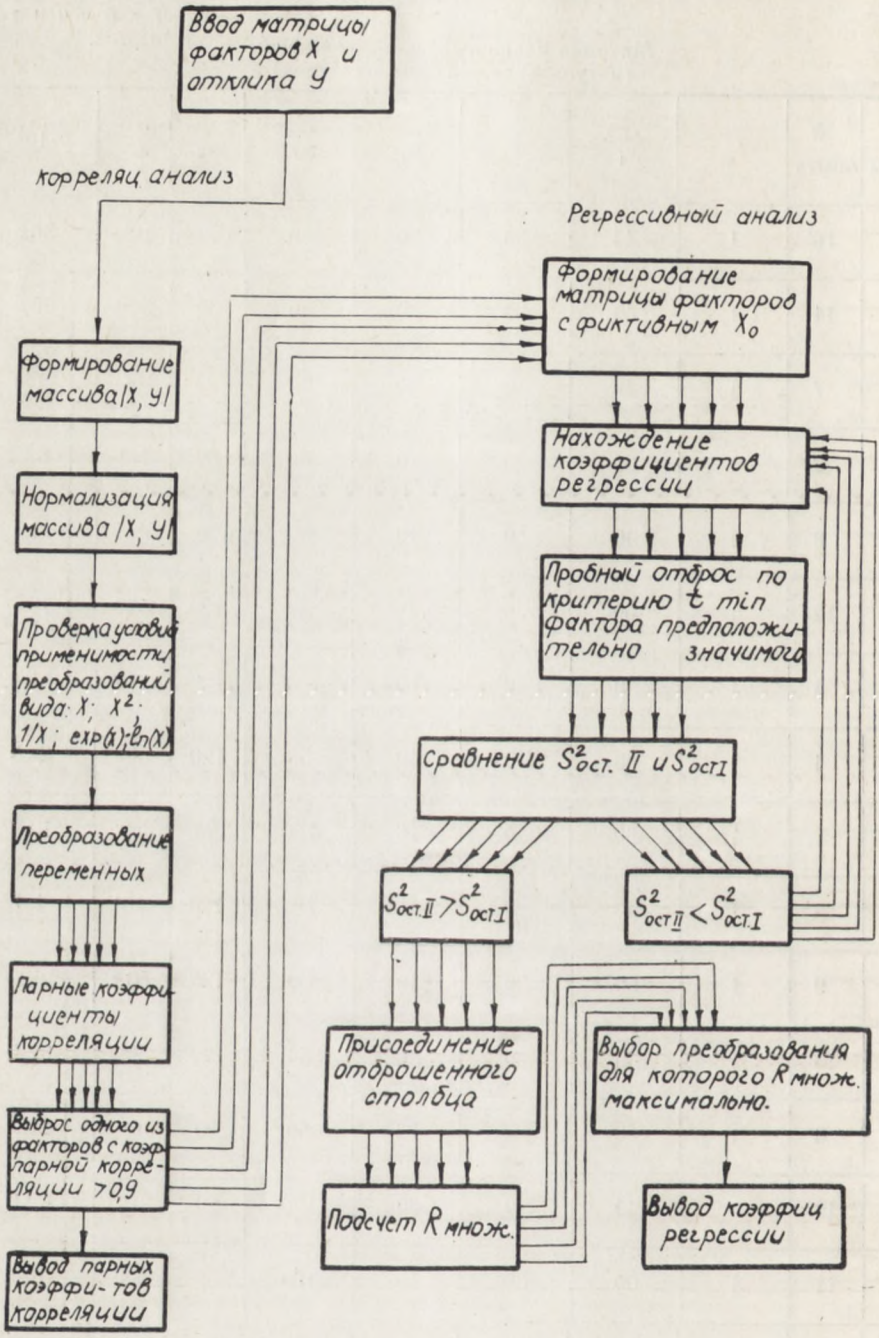

Рис. 1. Блок-схема статистической программы

нейная зависимость обеспечивает наименьшую дисперсию экспериментальных данных. Знаки коэффициентов парной корреляции позволяют сделать вывод о качественном влиянии переменных. Увеличение степени пластификации бутилкаучука, увеличение доли мелкой фракции NaCl (от 0 до 50% по весу) в общем количестве соли, а также возрастание температуры и напряжения сдвига уменьшают эффективную вяз-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

кость полимера. Возрастание концентрации минерального наполнителя и дальнейшее увеличение доли мелкой фракции NaCl в общем количестве соли (от 50 до 100% по весу) увеличивают эффективную вязкость.

Таким образом, полученные экспериментальные данные (табл. 3) совпадают с априорными сведениями как по качественному влиянию факторов, так и по виду зависимостей, полученных в литературе [1, 3—5].

Регрессионный анализ дал возможность составить уравнение, позволяющее иметь количественную оценку влияния каждого фактора в

Таблица 4

Коэффициенты парной корреляции

	y	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
y	1,000	0,583	0,163	0,523	—0,150	—0,546	0,749
x_1		1,000	0	0	0	0	0,0342
x_2			1,000	0	0	0	0,0196
x_3				1,000	0	0	0,0461
x_4					1,000	0	—0,0357
x_5						1,000	—0,0154
x_6							1,000

отдельности на эффективную вязкость полимера и проранжировать факторы по степени воздействия на вязкостные свойства. Было получено (табл. 5), что наиболее сильное влияние для исследованных диапазонов изменения факторов оказывает температура, действие пластификатора уступает по своему эффекту температуре, но незначительно. Далее по степени убывания влияния на вязкость следуют концентрация наполнителя и его фракционный состав. Наименьшее влияние из всех учитываемых факторов имеет напряжение сдвига. Знаки коэффициентов регрессии каждого из факторов совпадают со знаками коэффициентов парной корреляции, что подтверждает правильность оценки качественного влияния каждого фактора на вязкость бутилкаучука. Уравнение регрессии, кроме того, позволяет находить в исследованном интервале изменения параметров количественное значение эффективной вязкости бутилкаучука.

Таблица 5

Коэффициенты регрессии

b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
116,4	128,5	28,12	103,5	—12,38	—133,3	0,7236

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Окончательно было выбрано уравнение регрессии с таким преобразованием переменных, которое бы обеспечило наибольшую точность, тесноту связи предсказываемых по уравнению значений вязкости с экспериментальными данными. В качестве критерия использовался коэффициент множественной корреляции.

Все сделанные выводы имеют место в исследованном интервале изменения параметров. Ошибка полученных корреляционных отношений, описывающих влияние факторов, и регрессионного уравнения около 10%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Торнер Р. В. Основные процессы переработки полимеров. М., 1972.
2. Мошев В. В. Вязкостные свойства высоконаполненных суспензий.— «Труды Всесоюзной школы по реологии. Реология (полимеры и нефть)». Новосибирск, 1977.
3. Каргин В. А., Слонимский Г. Л. Краткие очерки по физике-химии полимеров. М., 1967.
4. Каргин В. А., Слонимский Г. Л. О деформации аморфно-жидких линейных полимеров.—«ДАН», т. 62, 293, 1948.
5. Каргин В. А. и др. О двух типах пластификации жесткоцепных полимеров.—«ДАН», т. 135, 357, 1960.
6. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., 1965.
7. Кориков А. М. Математические методы планирования эксперимента. Томск, 1973.
8. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М., 1976.
9. Федоров В. В. Теория оптимального эксперимента. М., 1971.
10. Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента. М., 1967.
11. Гутер С. С., Овчинский В. В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. М., 1970.
12. Коузен. Статистические методы контроля качества. М., 1961.
13. Белкин И. М., Виноградов Г. В., Леонов А. И. Ротационные приборы. М., 1968.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТЕЧЕНИЯ ВЫСОКОВЯЗКИХ ПОЛИМЕРНЫХ СИСТЕМ НА ВХОДНОМ УЧАСТКЕ КРУГЛОЙ ТРУБЫ

А. В. Шифанов

1. Высоковязкие полимерные системы по своим реологическим свойствам относятся к неньютоновским жидкостям. Математическая постановка и решение задачи о развитии течения на входном участке круглой трубы для неньютоновской жидкости с реологическим законом $\tau=\tau_0+\kappa\gamma^n$ приведена в работе [1].

Решение задачи осуществлялось на основе полных дифференциальных уравнений движения с соответствующими граничными условиями, которые в безразмерной форме представляются в виде

$$\mathrm{Re}\left(V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}+V_r\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)=-\frac{\partial La}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(2\mu_{эф}\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial r}\left[\mu_{эф}\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{\partial V_r}{\partial z}\right)\right]+\frac{\mu_{эф}}{r}\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}+\frac{\partial V_r}{\partial z}\right);$$

$$\mathrm{Re}\left(V_z\frac{\partial V_r}{\partial z}+V_r\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)=-\frac{\partial La}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left[\mu_{эф}\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{\partial V_z}{\partial z}\right)\right]+$$

$$+\frac{\partial}{\partial r}\left(2\mu_{эф}\frac{\partial V_r}{\partial r}\right)+\frac{2\mu_{эф}}{r}\left(\frac{\partial V_r}{\partial r}-\frac{V_r}{r}\right),$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z}+\frac{\partial V_r}{\partial r}+\frac{V_r}{r}=0,$$

$$V_z=V_r=0 \text{ при } r=1;\ \frac{\partial V_z}{\partial r}=0,\ V_r=0 \text{ при } r=0;$$

$$V_z=1,\ V_r=0 \text{ при } z=0;\ V_r=0,\ V_z=$$

$$=\frac{3n+1}{n+1}\frac{\left[1-\left(\frac{r-r_0}{1-r_0}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]}{\left(1+\frac{2n}{2n+1}r_0+\frac{2r^2}{(n+1)(2n+1)}r_0^2\right)} \text{ при } z\to\infty.$$

Здесь $\mathrm{Re}=\rho\frac{r_w^n V_{ср}^{2-n}}{\mu_0}$ — обобщенный критерий Рейнольдса; $\mu_{эф}=2(I^{n-1}+$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$+ИI^{-1})$ — безразмерная эффективная вязкость; $И=\frac{\tau_0 r_w^n}{\mu_0 V_{ср}^n}$ — обобщенный критерий Ильюшина; $La=\frac{\rho r_w^n}{\mu V_{ср}^n}$ — обобщенное число Лагранжа; I — интенсивность скоростей деформации; n — индекс течения; τ_0 — предел текучести; μ_0 — мера консистентности среды; r_w — радиус трубы.

В результате решения этой системы получено распределение скоростей и давлений во входном участке круглой трубы.

Целью данной работы является экспериментальное исследование развития течения в круглой трубе и сравнение полученных результатов с теоретическими.

2. Высоковязкие полимерные системы характеризуются рядом специфических свойств: оптическая непрозрачность, большая вязкость, зависимость вязкости от скорости деформации. Все это делает невозможным применение обычных методов исследования гидромеханики течения.

Для измерения распределения скоростей был применен рентгенографический метод, сущность которого заключается в фиксации «непрозрачных» для рентгеновских лучей частиц, находящихся в потоке жидкости, на рентгеновской пленке.

Для решения поставленной задачи была собрана экспериментальная установка, схематически изображенная на рис. 1. Установка поз-

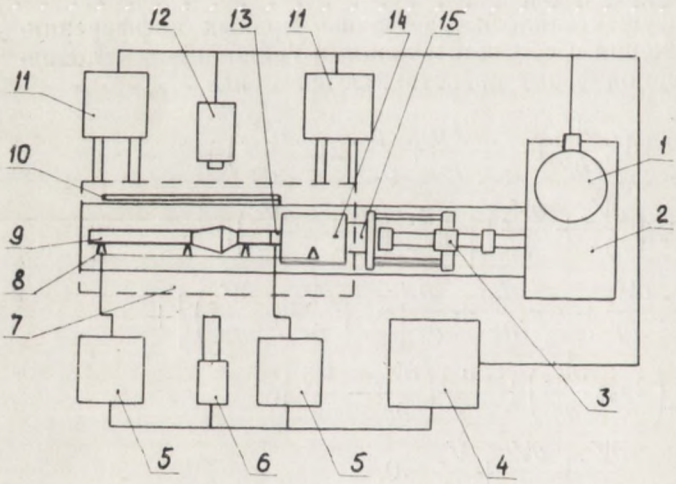

Рис. 1. Схема экспериментального стенда: *1* — электродвигатель; *2* — редуктор; *3* — передача «винт — гайка»; *4* — блок питания и управления; *5* — самопишущий потенциометр; *6* — рентгеновский аппарат; *7* — термостатирующая рубашка; *8*—термопары; *9* — канал; *10* — флюорографический экран и свинцовое стекло; *11* — термостат; *12* — кинокамера

воляет в изотермическом режиме течения определять распределение давления и проводить кинорентгенографию перемещения частиц в исследуемом канале *9* в режиме постоянного расхода. Постоянство расхода обеспечивается конструкцией питателя, который состоит из электродвигателя постоянного тока *1*, редуктора *2*, передачи «винт—гайка», цилиндра *14* и поршня *15*, которым среда выдавливается в исследуемый канал. Так как скорость вращения вала электромотора зависит в общем случае от нагрузки на валу, а в конечном итоге, от давления, необходимого для обеспечения заданного расхода, то для стабилизации числа оборотов двигателя применяется специальная электронная схема управления. Обороты двигателя и, следовательно, расход жидкости измеряются электронным тахометром. Диапазон изменения расхода составляет 4 порядка. Изотермический режим обогрева цилиндра *14* и канала *9* поддерживается при помощи термостатов и контролируется

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

хромелькопелевыми термопарами *8*. Показания их записываются потенциометром КСП-4 *5*. Измерение давления осуществлялось датчиками давления *13*, созданными на основе полупроводниковых тензорезисторов, наклеенных на упругую мембрану при помощи органосиликатного материала. Погрешность измерения в определении давления данным методом составляет 5%. Кинорентгенография перемещения частицы в канале проводилась по следующей методике. В исследуемый канал диаметрально вводится столбик свинцовых опилок (так называемый репер), который движется вместе со средой. При помощи рентгеновского аппарата РИНА-1Д *6* изображение репера высвечивается на флюорографическом экране *10* и фотографируется при помощи кинокамеры РФК-5 *12*, защищенной свинцовым стеклом. Управление рентгеновским аппаратом и кинокамерой осуществляется с выносного пульта управления. В результате эксперимента на пленке получается ряд последовательных положений частиц, на основе которых рассчитывается поле скоростей в канале. Обработка снимков проводилась на основе автоматизированной системы обработки фильмовой информации. Данная система позволяет информацию с негатива вводить непосредственно в память ЭВМ, где по определенному для каждой конкретной задачи алгоритму производится расчет. Погрешность измерения скорости не превышает 3%.

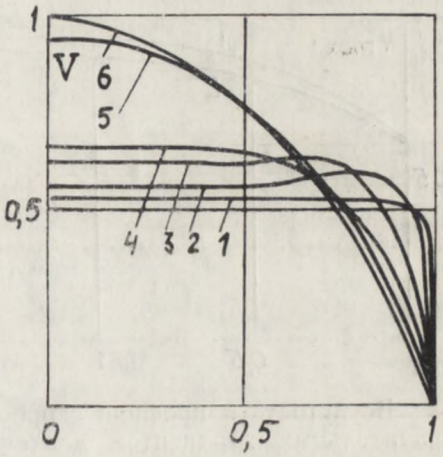

Рис. 2. Распределение скорости V_z на начальном участке при $Re=10^{-2}$, $U=0$, $n=0,8$ в зависимости от координаты z

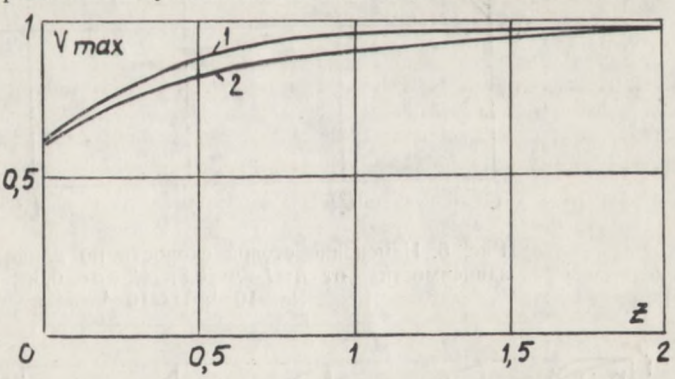

Рис. 3. Изменение осевой скорости по длине канала в зависимости от Re: *1* — $Re=10^{-2}$, $И=0$; *2* — $Re=10^{-1}$, $И=0$, $n=0,8$

3. Результаты экспериментальных исследований представлены на рис. 2—6. На рис. 2 показано развитие безразмерной осевой скорости V_z для чисел $Re=10^{-1}$ и $И=0$ и индекса течения $n=0,8$. Кривые 1—6 на этом рисунке соответствуют значениям $z=0,01; 0,015; 0,25; 0,5; 1$. Здесь в качестве масштаба скорости выбрана максимальная скорость, а в качестве масштаба координаты z — радиус трубы. Как видно из рис. 2, в центральной части профиля скорости существует вогнутость $\left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} > 0\right)$ в некоторой начальной области входного участка. Аналогич-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ные результаты были получены для других значений критериев Re и И. Вогнутость профиля скорости уменьшается по мере увеличения значения координаты z и полностью исчезает при некотором ее значении. Максимального значения вогнутость достигает 5% от значения скорости на оси и не зависит от критериев Re и И, если их значение не превышает 1.

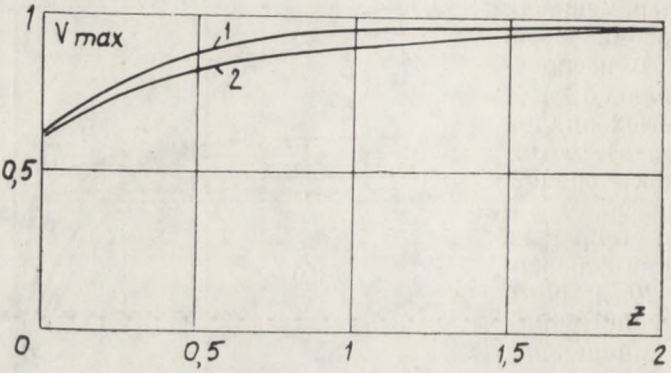

Рис. 4. Изменение осевой скорости по длине канала в зависимости от И: *1* — И$=10^{-2}$, Re$=10^{-1}$; 2 — И$=10^{-1}$, Re$=10^{-1}$, $n=0{,}8$

Вогнутость в профиле скорости можно объяснить существованием значительных градиентов давления и скорости как в направлении оси z, так и в направлении оси r и возможностью образования вихревых колец. Это приводит к замедлению развития профиля скорости в его центральной части и, как следствие, к образованию вогнутости.

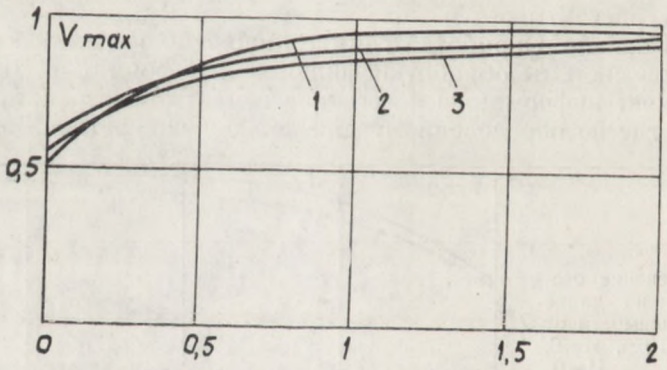

Рис. 5. Изменение осевой скорости по длине канала в зависимости от n: *1*—$n=0{,}8$; *2*—$n=0{,}6$; *3*—$n=0{,}5$; Re$=10^{-1}$; И$=10^{-1}$

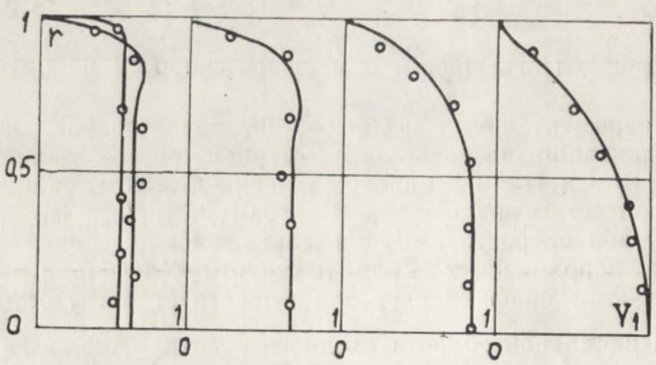

Рис. 6. Распределение скорости V_z на начальном участке канала при Re$=10^{-3}$, И$=0$, $n=0{,}8$ для различных значений координаты z; —— — теор.; ○ — экспер.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

На эту возможность указывают и результаты численных расчетов [1—4].

Длина начального гидродинамического участка не зависит от критериев Re и И (рис. 3) при условии, что $Re \leqslant 1$ и $И \leqslant 1$ и стремится к некоторой величине, зависящей от индекса течения n (рис. 5), уменьшаясь с ростом индекса течения и достигая своего минимального значения при $n=1$.

На рис. 6 приводится сопоставление экспериментальных результатов с теоретическими данными, полученными в работе [1]. Видно, что экспериментальные точки достаточно хорошо согласуются с расчетными значениями.

Полученные экспериментальные данные противоречат результатам работ, использующих допущения теории пограничного слоя [5—7], и совпадают с выводами работ [1, 3, 4], где решение проводится на основе полных уравнений движения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бухановский Ю. В., Шифанов А. В. Медленное течение нелинейной вязкопластичной жидкости на начальном гидродинамическом участке круглой трубы. Теория механической переработки полимерных материалов. Пермь, 1976.

2. Симуни Л. М. Журнал выч. мат. и мат. физики, т. 5. 1965, № 6, с. 1138.

3. Прокопьев А. Н. Развитие течения в круглом цилиндрическом канале.— «Изв. вузов. Машиностроение». М., 1975, № 3.

4. Atkinson B., Card C. C. H., Irons. B. M. Trans. Inst. chem Engrs. v. 48, № 7—10, p. 276 (1970).

5. Петухов Б. С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. М., «Энергия», 1967.

6. Слезкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М., Гостехиздат, 1955.

7. Тарг С. М. Основные задачи теории ламинарных течений. М.—Л., Гостехиздат, 1951.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБУГЛИВАЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛОВ

Г. В. Кузнецов, Г. Г. Тиванов

В основном существующие методы определения теплофизических характеристик являются методами согласования экспериментальных данных и предлагаемых математических моделей. Поэтому не удивителен разброс опытных данных для одних и тех же материалов. В связи с этим встает вопрос об определении необходимых теплофизических параметров непосредственно в условиях работы конкретных теплозащитных материалов (ТЗМ).

Запишем уравнение энергии для разлагающегося материала в виде

$$(c\rho)_э \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_э \frac{\partial T}{\partial y}\right) - [\rho_1 U_ф c_{p1} + \sum_i j_i c_{pi} + (1-n) c_2 \rho_2 v_2] \frac{\partial T}{\partial y} + \sum_{i=1}^{q} H_i R_i - \Delta H_p \frac{d\rho_2}{dt}, \quad (1)$$

где T — температура; $(c\rho)_э$, $\lambda_э$ — теплоемкость и теплопроводность соответственно; ρ_1, ρ_2 — плотность газовой и твердой фаз; c_{p1}, c_2 — удельные теплоемкости продуктов деструкции и твердого остатка; v_2 — скорость перемещения твердой фазы; n — просветность; j_i — диффузионный поток; H_i — теплота реакций в коксовом остатке; ΔH_p — теплота термического разложения ТЗМ.

Разобьем всю толщину материала на N достаточно малых отрезков. Величину малости отрезка будем определять из условия постоянства на нем коэффициентов в уравнении (1), тогда для i-го отрезка длиной h имеем

$$\frac{\partial T_i}{\partial t} = a_0^i \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} - a_1^i \frac{\partial T_i}{\partial y} + a_2^i. \quad (2)$$

Здесь принято

$$a_0 = \lambda_э / (c\rho)_э;$$

$$a_1 = \frac{U_ф c_{p1} \rho_1 + \Sigma j_i c_{pi} - (1-n) c_2 \rho_2 v_2}{(c\rho)_э};$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$a_2=\frac{\Sigma H_i R_i-\Delta H_p \dot{\rho}_2}{(c\rho)_э}$$

с граничными условиями:

$$\begin{gathered} T_i(0,\ y)=T_н, \\ T_i(l,\ t)=T_{i+1}, \quad i=1,2,\ldots,N-1, \\ T_i(0,t)=T_{i-1}, \\ T_0(0,\ t)=T_\omega, \end{gathered} \tag{3}$$

где T_ω — температура поверхности, а $l=2h$. Зная вид функциональной зависимости $T=T(t,\ y)$, можно существенно упростить уравнение (1). С другой стороны, записывая (1) для отдельных зон разлагающегося материала, также значительно упрощаем математическую часть задачи. Тем более, что часто распределение температуры по зонам можно аппроксимировать линейной зависимостью по координате или времени. Так, например, рассматривая уравнение (2) только для зоны кокса с использованием зависимости

$$T=b(y)t+T_н, \tag{4}$$

получим

$$\frac{d^2b_i}{dy^2}+\left[1-\frac{c_{p1}U_ф\rho_1}{\lambda_1}\right]\frac{1}{\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}+y\right)}\frac{db_i}{dy}-\frac{(c\rho)_э}{\lambda_1\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}+y\right)t}b=0. \tag{5}$$

При выводе (5) было принято

$$\lambda_э=\lambda_0+\lambda_1 y,$$

а также, что $v_2\approx 0$ и химические реакции в слое кокса отсутствуют. Вводя в (5)

$$z=\lambda_0/\lambda_1+y,$$

получим частный случай уравнения Бесселя

$$\frac{d^2b_i}{dz^2}+\left(1-\frac{c_{p1}U_ф\rho_1}{\lambda_1}\right)\frac{1}{z}\frac{db_i}{dz}-\frac{(c\rho)_э}{\lambda_1 zt}b_i=0 \tag{6}$$

с граничными условиями на отрезке $[i-1,\ i+1]$

$$\begin{gathered} b_{i-1}\left(z_{i-1}-\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)=\frac{T_{i-1}-T_н}{t}, \\ b_{i+1}\left(z_{i+1}-\frac{\lambda_0}{\lambda_1}\right)=\frac{T_{i+1}-T_н}{t}. \end{gathered} \tag{7}$$

Уравнение (4) достаточно хорошо описывает температурные профили в обугленном слое для класса ТЗМ на основе бутадиен-нитрильных и этиленпропилендиеновых каучуков при взаимодействии с высокотемпературным газовым потоком.

Решение уравнения (6) имеет вид

$$b_i=z_i^{\frac{1-\alpha}{2}}\left\{I_\nu(\varkappa)[c_1+c_2\operatorname{ctg}\nu\pi]-\frac{I_{-\nu}(\varkappa)}{\sin\nu\pi}\right\}, \tag{8}$$

где

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$x=2z^{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{(c\rho)_э}{\lambda_1 t}},\quad \nu=1-\alpha,\quad \alpha=1-\frac{c_{p1}U_ф\rho_1}{\lambda_1};$$

$$c_1=\frac{1}{2}\left\{\frac{T_{i-1}-T_н}{I_\nu^{i-1}tz_{i-1}^{(1-\alpha)/2}}-\frac{1}{\sin(\nu\pi)}\frac{I_{-\nu}^{i-1}}{I_\nu^{i-1}}-\frac{T_{i+1}-T_н}{I_\nu^{i+1}tz_i^{\frac{1-\alpha}{2}}}+\frac{1}{\sin(\nu\pi)}\frac{I_{-\nu}^{i+1}}{I_\nu^{i+1}}\right\};$$

$$c_2=\frac{\operatorname{tg}(\nu\pi)}{I_\nu^{i-1}}\left\{\frac{I_\nu^{i-1}}{2}\left[\frac{T_{i+1}-T_н}{I_\nu^{i+1}tz_{i+1}^{\frac{1-\alpha}{2}}}+\frac{1}{\sin(\nu\pi)}\frac{I_{-\nu}^{i-1}}{I_\nu^{i-1}}-\frac{T_{i-1}-T_н}{I_\nu^{i-1}tz_{i-1}^{\frac{1-\alpha}{2}}}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{\sin(\nu\pi)}\frac{I_{-\nu}^{i+1}}{I_\nu^{i+1}}\right]+\frac{T_{i-1}-T_н}{tz_{i-1}^{\frac{1-\alpha}{2}}}-\frac{I_{-\nu}^{i-1}}{\sin(\nu\pi)}\right\}.$$

Тогда для распределения температуры в зоне кокса имеем

$$T_i=T_н+\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}+y_i\right)^{\frac{1-\alpha}{2}}Z_\nu\left[2\sqrt{\frac{(c\rho)_э}{\lambda_1 t}}\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}+y_i\right)^{\frac{1}{2}}\right]t. \qquad (9)$$

Здесь

$$Z_\nu=c_1I_\nu+c_2Y_\nu,$$

Y_ν — функция Бесселя второго рода. Далее, варьируя $U_ф$, $\lambda_э$, $(c\rho)_э$, будем «сближать» температуру по (8) с экспериментально полученной (4). За критерий точности на каждом отрезке выберем

$$\Delta S=(\Delta T_i)^2\leqslant\varepsilon, \qquad (10)$$

где

$$\Delta T_i=\left[\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1}+y_i\right)^{\frac{1-\alpha}{2}}Z_\nu-b_i\right]t.$$

Решение (9) с целью удовлетворения неравенства (10) проводилось численно, методом сеточно-радиального поиска [1]. Причем пределы варьирования для вышеуказанных величин составляли в системе СИ

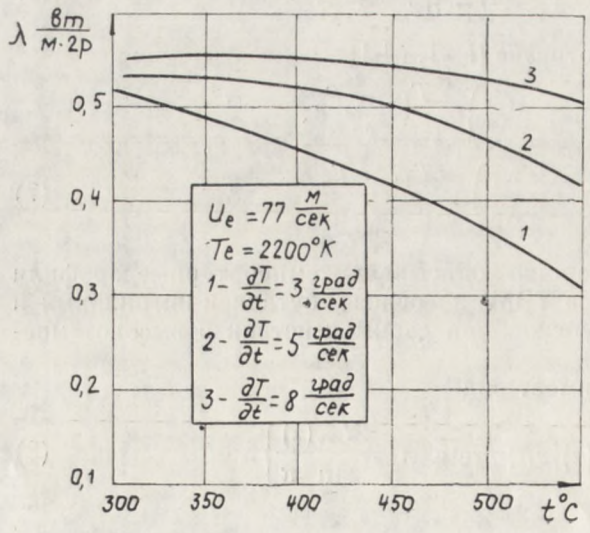

Рис. 1. Зависимость теплопроводности ТЗМ от температуры и темпа нагрева

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$0{,}01 \leqslant \lambda_э \leqslant 0{,}99,$$
$$10^5 \leqslant (c\rho)_э \leqslant 10^7,$$
$$10^{-4} \leqslant U_ф \leqslant 10.$$

Алгоритм счета был реализован на ЭВМ БЭСМ-6. Время, необходимое для определения $\lambda_э$, $(c\rho)_э$, $U_ф$ с точностью 5% (по ε) для $N=10$, составляет в среднем 15 мин. Некоторые результаты численного счета представлены на рис. 1, 2.

Из анализа данных численного счета можно сделать следующие выводы:

1. Коэффициенты теплопроводности и температуропроводности коксового остатка не зависят в данном диапазоне температур от темпов нагрева. Так как расчет $\lambda_э$ и $a_э$ проводился при больших скоростях

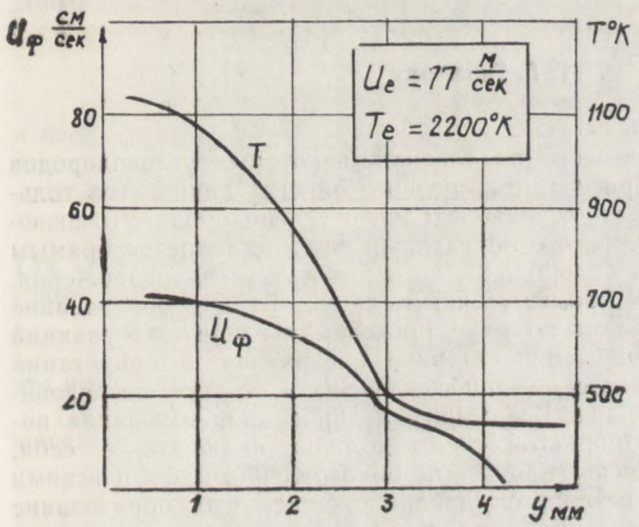

Рис. 2. Распределение температуры и скорости фильтрации по толщине ТЗМ

изменения температуры (5—10 град/с), то можно предположить, что вышеуказанные параметры уже достигли своего предельного значения и при дальнейшем увеличении темпа нагрева от него не зависят.

2. Зависимость теплофизических параметров от температуры для обугленного остатка можно аппроксимировать линейной зависимостью.

3. Записывая $\mathrm{Re}_{кр}$ как

$$\mathrm{Re}_{кр} = \frac{U_ф 2 \langle r \rangle}{\nu}, \qquad (11)$$

получим, что $\mathrm{Re}_{кр} < 1$ по всей зоне кокса, т. е. по [2] можно утверждать о локальном термодинамическом равновесии между пористым каркасом и газообразными продуктами разложения ТЗМ. В (11) ν — кинематическая вязкость; $\langle r \rangle$ — эффективный радиус пор, взятый по [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Безденежных А. А. Инженерные методы составления уравнений скоростей реакций и расчета кинетических констант. Л., «Химия», 1973.

2. Тиванов Г. Г. Теоретическое исследование зарождения и эволюции пористой системы на примере эластичных материалов. (В настоящем сборнике).

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАРОЖДЕНИЯ И ЭВОЛЮЦИИ ПОРИСТОЙ СИСТЕМЫ НА ПРИМЕРЕ ЭЛАСТИЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Г. Г. Тиванов

Исследования термического разложения некоторых углеводородов [1, 2] показывают, что образование коксового остатка начинается только после значительного разложения исходного углеводорода. Это позволяет сделать предположение, что обугленный слой не является прямым продуктом исходного углеводорода, а есть результат его разложения, состоящего из нескольких промежуточных стадий. То есть образование пористой системы происходит по мере протекания вторичных реакций продуктов глубокого расщепления. Однако адекватная интерпретация экспериментальных данных с помощью классических схем последовательных реакций невозможна. Все вышесказанное дает основания полагать, что образование пористой среды должно включать в себя, кроме химических процессов, процессы, обусловленные физическими факторами. Естественным является предположение, что образование кокса непосредственно связано с выпадением из раствора в твердую среду (или образование геля) веществ, получающихся в ходе термического разложения углеводорода и претерпевающих изменения вплоть до образования кокса с графитоподобной структурой. Тогда, рассматривая процесс порообразования в элементарном объеме, можем записать

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial r}(\dot{r}\,\varphi)+\operatorname{div}(\varphi\vec{u})=\Phi(\varphi, r, \dot{r}, t, x_i), \qquad (1)$$

где $\varphi(x_i, t, r)$ — функция распределения пор по размерам; r — эквивалентный радиус поры; $\vec{u}$ — скорость дрейфа поры; Φ — член, учитывающий изменения функции распределения за счет рождения новых центров пор и слияния пор.

Зная функцию φ, легко определим пористость, просветность и другие характеристики пористой среды. Действительно, так как

$$N\langle r\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi r dr, \qquad (2)$$

то пористость запишется

$$m=\frac{4}{3}\pi\langle r\rangle^3 N\frac{1}{M^3}. \qquad (3)$$

Здесь N — число пар в единице объема.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Или

$$m=\frac{4}{3}\pi\langle r\rangle^3\int_{-\infty}^{\infty} r\varphi\,dr. \tag{4}$$

Далее, рассматривая закон сохранения массы в этом же элементарном объеме, получим

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\left[\frac{T}{P}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{P}{T}\right)+\frac{RT}{P}\rho_2\right]n=\frac{RT}{P}\rho_2-\frac{RT\rho_g}{P}\frac{\partial U_\phi}{\partial y}, \tag{5}$$

где n — просветность; T — температура материала; P — давление в порах; U_ϕ — скорость фильтрации; R — газовая постоянная; ρ_2 — скорость термического расщепления материала.

Дифференцируя (4) по r

$$\frac{dm}{dr}-\frac{2m}{\langle r\rangle}=\frac{4}{3}\pi\langle r\rangle^3\varphi \tag{6}$$

и подставляя функцию φ из (6) в (1), получим

$$\Phi=\frac{4}{3\pi\langle r\rangle^2}\left(\frac{d^2m}{dt^2}-\frac{2m}{\langle r\rangle}\frac{d^2\langle r\rangle}{dt^2}\right). \tag{7}$$

Так как в рассматриваемом классе материалов всегда присутствуют газовые включения, то

$$\langle r\rangle\neq 0,$$

что исключает особую точку в (7) при $\langle r\rangle=0$.

Для замыкания системы (1), (5), (6) необходимо добавить соотношения:

$$n=m+y\frac{\partial m}{\partial y}; \tag{8}$$

$$P=\frac{\rho_g RT}{M}; \tag{9}$$

$$\alpha=\alpha^g k_0\exp\left(-\frac{E}{RT}\right). \tag{10}$$

Так как весь процесс термического превращения материала был разбит на два последовательных явления: 1) разрыв макромолекул с образованием газообразных продуктов и жидкого расплава, состоящего в основном из крупных осколков макромолекул; 2) процесс формирования пористой структуры путем «конденсации» кокса, то уравнение (10) должно описывать только кинетику расщепления макромолекул, а не брутто-процесс разложения материала.

В предположении локального термодинамического равновесия в пористой системе, при пренебрежении дрейфом пор, частичек кокса в расплаве ($\vec{u}\approx 0$), получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dm}{dr}-\frac{2m}{\langle r\rangle}=\frac{4\pi}{3}\langle r\rangle^3\varphi;$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}-r\frac{\partial\varphi}{\partial r}=\frac{4}{3\pi\langle r\rangle^2}\left(\frac{d^2m}{dt^2}-\frac{2m}{\langle r\rangle}\frac{d^2\langle r\rangle}{dt^2}\right);$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$n=\frac{T_н P}{P_н T}\exp\left(-\int_0^t \frac{RT}{P}\dot{\rho}_2 dt\right)\cdot\int_0^t\left\{\left[\frac{P_н T}{T_н P}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\exp\left(\int_0^t \frac{RT}{P}\dot{\rho}_2 dt\right)\right]\times\left(\frac{RT}{P}\dot{\rho}_2-\frac{RT\rho_g}{P}\frac{\partial U_ф}{\partial y}\right)\right\}dt; \qquad (11)$$

$$\dot{\alpha}=\alpha^g k_0\exp\left(-\frac{E}{RT}\right),\ \alpha=f(\rho_2);$$

$$P=(R\rho_g T)/\bar{M},$$

где $\alpha=f(\rho_2)$ — степень разложения; ρ_2 — плотность материала; E — энергия активации; $T_н$, $P_н$ — начальные значения температуры и давления; ρ_g — плотность газа в порах.

Скорость фильтрации задавалась по закону Дарси

$$U_ф=-\frac{K}{\mu}\frac{\Delta P}{y}, \qquad (12)$$

где K — проницаемость; μ — коэффициент динамической вязкости; ΔP — перепад давлений между давлением $P(y)$ в теле и внешнем P_e. Причем P_e, как и температура T, задавались параметрически.

К системе (11) запишем начальные условия в виде.

$$\varphi(0,r)=\varphi_н(r);$$
$$m(t=0)=m_н=n_н. \qquad (13)$$

Анализ третьего уравнения в (11) и соотношения (5) показывает, что

$$n\sim\frac{1}{P}, \qquad (14)$$

а также

$$n\sim\frac{1}{\dot{T}};\ n\sim\frac{1}{\dot{\rho}}. \qquad (15)$$

То есть чем выше темп нагрева и скорость изменения давления, тем плотнее получается коксовый остаток. Таким образом, в условиях высокого давления и температуры обугленный слой коксующихся ТЗМ может вырождаться в поверхностную пленку с плотностью намного большей, нежели у развитого обугленного экрана. Заметим, что кинетика распада макромолекул [уравнение (10)] непосредственно от вышеуказанных величин не зависит.

Для более полного описания пористой системы определим связь между проницаемостью K и пористостью (или просветностью). Как показывают эксперименты [3], лучше всего эту зависимость искать в виде

$$\bar{K}=\beta m^2, \qquad (16)$$

где

$$\bar{K}=\frac{\sqrt{K}}{\langle r\rangle}.$$

Подставляя вместо пористости проницаемость по (16) в уравнение (6), получим

$$\frac{d\bar{K}}{dr}-\frac{4}{\langle r\rangle}\bar{K}=\frac{8\pi}{3}\sqrt{\beta\bar{K}}\langle r\rangle^3\varphi. \qquad (17)$$

Решение (17) найдем методом малого параметра по β. Определяя зависимость (16) до второго приближения, имеем

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$K = \langle r \rangle^2 m^2 \left[\frac{\sqrt{K_н} \langle r_н \rangle^3 \langle r \rangle^{-4}}{m^2 - \sqrt{K_н} \langle r_н \rangle^3 \langle r \rangle^{-4}} \right]^2. \qquad (18)$$

Начальное значение $K_н$ определялось по

$$K_н = \beta^* m_н^2,$$

где β^* находилось из [3], а $m_н$ — из гидростатических измерений.

Система (11) совместно с (12), (13), (18) решалась численным методом на ЭВМ БЭСМ-6 для ряда материалов на основе бутадиеннитрильного каучука и бутилкаучука. Некоторые результаты счета приведены на рис. 1.

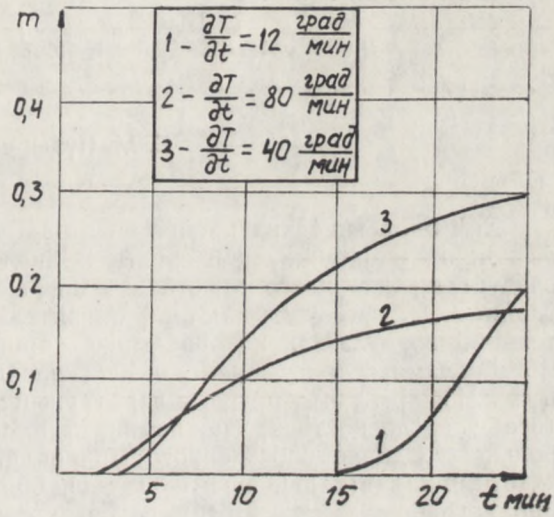

Рис. 1. Зависимость пористости от темпа нагрева

Из анализа численных данных можно сделать следующие заключения:

1. Темп нагрева оказывает сильное влияние на развитие пористой системы — чем выше темп нагрева материала, тем более плотным получается коксовый остаток. В пределе, при больших скоростях изменения температуры, возможно образование пористой системы с существованием только микропор.

2. Влияние давления аналогично темпу нагрева. Для ряда материалов в диапазоне давлений $(20—50) \cdot 10^5$ Па наблюдался перегиб кривой $m = m(P)$, что свидетельствует о смене режима коксования. Скорость изменения давления также оказывает воздействие на процесс формирования кокса, но степень этого влияния меньше, чем у $\dot{T}$ и P.

3. Начальные условия $T_н$, $P_н$ влияют на процесс образования пористой системы менее сильно, нежели темп нагрева, давление продуктов деструкции и скорость изменения давления.

Сравнение численных результатов и экспериментальных данных указывает на адекватность предлагаемой математической модели применительно к эластичным обугливающимся материалам — максимальное расхождение по пористости не превышало 20%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мадорский С. Термическое разложение органических полимеров. М., «Мир», 1967.

2. Грасси Н. Химия процессов деструкции полимеров. М., «Мир», 1969.

3. Лошкарев В. А., Тиванов Г. Г. Некоторые вопросы исследования физико-химических процессов в обугленных слоях аблирующих тел.— ФГВ, 1975, № 1.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ РАСТЕНИЙ

Е. М. Пузырев

Ход биологических процессов в растениях значительно определяется влиянием окружающей среды. В числе наиболее важных факторов следует прежде всего отметить температуру. Имеющиеся экспериментальные данные указывают на значительное отличие температур растения и воздуха [3], которое может привести к изменению процессов метаболизма, сдвигу времени наступления ряда фенологических фаз и т. д. [3, 8]. Кроме того, температурный режим растительного покрова (особенно древостоев) важно знать в связи с его средообразующей ролью (создание собственного микроклимата растительного покрова) [2, 5, 8]. В настоящее время имеется большое число работ (обширная библиография дана в [6, 8]), которые, однако, основное внимание уделяют чисто экспериментальному изучению теплового режима.

Положим, что известны плотность ρ, теплоемкость c, теплопроводность λ и температуропроводность a растущего растения, а также плотность и теплоемкость $c_ж$ соков. Тогда уравнение переноса тепла, в предположении равенства температур соков и растительных клеток, для стебля примет вид:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau}+\frac{c_ж \rho_ж}{c\rho}\left(u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial t}{\partial \varphi}\right)=a_{\parallel}\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{a_{\perp}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)+\frac{a_J}{r^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2}+q_v, \quad (1)$$

где t — избыточная температура (отсчитывается от среднего суточного значения температуры воздуха); u, v, w — продольная, поперечная и угловая составляющие скорости соков; q_v — тепловыделение, связанное с дыханием клеток стебля; τ — время; r — продольная (направлена вдоль стебля от поверхности почвы) и радиальная координаты; φ — угол; $a_{\parallel}$, $a_{\perp}$, a_J — коэффициенты температуропроводности вдоль осей x, r и по углу φ.

Нужно отметить, что температура будет не одинакова по сечению стебля особенно для толстых стволов деревьев как за счет нестационарности (например, суточной периодичности), так и из-за неравномерного солнечного обогрева. Однако эти различия существенно сглаживаются в деревьях преимущественным движением соков около камбиального слоя и наличием угловой составляющей скорости (винтовое движение) [1]. В силу этого без большой погрешности можно ограничиться анализом средней по сечению температуры.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Для осреднения уравнения (1) по сечению стебля используем уравнение неразрывности

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv)+\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \varphi}=0, \tag{2}$$

осредненное по углу $0\leqslant\varphi\leqslant 2\pi$,

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv)=0 \tag{3}$$

и по сечению (осреднение ведется с учетом правила дифференцирования под знаком интеграла, когда его пределы зависят от параметра):

$$\frac{\partial G}{\partial x}=2\pi\left[\frac{d}{dx}\int_0^R r\bar{u}\,dr-\bar{u}_0R\frac{dR}{dx}\right]=-2\pi R\bar{v}_0, \tag{4}$$

где G — объемный расход соков; u_0, v_0 — скорости на поверхности стебля $r=R$, осредненные по углу (осреднение по углу обозначено черточкой); $R(x)$ — радиус стебля с учетом его сбега.

Константы интегрирования в уравнениях (3), (4) приняты равными нулю в соответствии с физическим смыслом. Например, уравнение (4) означает, что уменьшение расхода жидкости происходит только из-за оттока соков в ветви.

Осредняя конвективные члены по сечению и используя (2)—(4), найдем

$$\frac{1}{\pi R^2}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^R r\left(u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial r}+\frac{w}{r}\frac{\partial t}{\partial\varphi}\right)dr=\frac{2}{R^2}\left[\frac{d}{dx}\int_0^R\bar{u}tr\,dr-t_0\frac{d}{dx}\int_0^R r\bar{u}dr\right]. \tag{5}$$

Осреднение остальных составляющих с учетом граничных условий и зависимости $R(x)$ не вызывает затруднений. Если положить, что температура стебля мало отличается от температуры его поверхности t_0 и средней T:

$$T=\frac{1}{2\pi R^2}\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^R rt\,dr,$$

то (1) примет вид

$$\frac{\partial T}{\partial\tau}+u_*\frac{\partial T}{\partial x}=a_\parallel\left(\frac{\partial^2T}{\partial x^2}+\frac{2}{R}\frac{\partial R}{\partial x}\cdot\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{2q}{R\cdot c\rho}+\frac{2k}{c\rho R}(T_{0.c}-T), \tag{6}$$

где $u_*=\dfrac{2c_{ж}\rho_{ж}}{c\rho R_2}\int_0^R\bar{u}\,r\,dr=\dfrac{c_{ж}\rho_{ж}G}{\pi c\,\rho\,R^2}$ — эффективная скорость переноса тепла; q — суммарный тепловой поток, вызванный падающей солнечной радиацией и тепловыделением дыхания; $T_{0.c}$ — температура окружающего воздуха; κ — коэффициент теплопередачи от стебля к окружающему воздуху.

Скорость u_* в дальнейшем будем считать не зависящей от x. Ее величина определяется транспирацией листьев, тургоресцентностью клеток, корневым давлением, влажностью почвы и т. д.

Построение решения уравнения (6) в общем виде вряд ли возможно, поэтому аппроксимируем реальный ход параметров законами:

$$R=R_0\exp(-\alpha x);\quad\frac{2k}{c\rho R}=P=\text{const};\quad q=q_1\exp(-\beta_1'x)+q_2\exp(-\beta_2'x). \tag{7}$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Для принятых упрощений у молодых деревьев, кустарников и травянистых растений в силу слабого влияния нестационарности $\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \approx 0\right)$ решение уравнения (6) имеет вид

$$T - T_{0.c} = \left(T_w - T_{0.c} + \sum_{i=1}^{i=2} \frac{m_i}{n_i}\right) \exp(-lx) - \sum_{i=1}^{2} \frac{m_i}{n_i} \exp(-\beta_i x), \qquad (8)$$

где

$$l = \sqrt{\left(\frac{u_*}{2a_\parallel} + \alpha\right)^2 + \frac{P}{a_\parallel}} - \left(\frac{u_*}{2a_\parallel} + \alpha\right); \quad \beta_i = \beta_i' - \alpha;$$

$$m_i = 2q_i / a_\parallel c \rho R_0; \quad n_i = \beta_i^2 + \beta_i \left(2\alpha + \frac{u_*}{a_\parallel}\right) - \frac{P}{a_\parallel}.$$

Приведенное решение удовлетворяет условиям на поверхности почвы ($x=0$, $T=T_w$) и на большой высоте ($x \to \infty$, $\frac{dT}{dx} = 0$) и зависит от времени, которое входит в решение как параметр: $T_{0.c}(\tau)$, $q_i(\tau)$, $u_*(\tau)$. Если $\beta_i = l$, то вместо $\frac{m_i}{n_i}$ имеем $\frac{m_i x \exp(-\beta_i x)}{2\beta_i + 2\alpha + \frac{u_*}{a_\parallel}}$.

Проведем анализ решения (8) для некоторых предельных случаев. $\beta_1 = 0$, $q_2 = 0$ — редкий, равномерно освещаемый растительный покров (злаки, подсолнечник), $q_1 = q = \text{const}$:

$$T - T_{0.k} + \frac{q}{k} = \left(T_w - T_{0.c} + \frac{q}{k}\right) \exp(-lx), \qquad (9)$$

$\beta_1 = 0$, $q_2 = -q_1$, $q_1 > 0$ — густой растительный покров, $q = q[1 - \exp(-\beta_2 x)]$.

$$T - T_{0.c} + \frac{q_1}{k} = \left(T_w - T_{0.c} + \frac{q_1}{k}\right) \exp(-lx) + \frac{m_1}{n_2} [\exp(-\beta_2 x) - \exp(-lx)]. \qquad (10)$$

Отношение (9) к (10) всегда меньше единицы; последнее нетрудно доказать как для больших ($\beta_2 > l$), так и для малых β_2 [в последнем случае $\beta_2 < l$), величина n_2 отрицательна]. Таким образом, в загущенном растительном покрове снижается опасность перегрева растений. При уменьшении скорости движения соков (засухе) величина l возрастает ($\sqrt{a^2 + b} - a < \sqrt{b}$) и большая часть растения будет иметь повышенную температуру. Отметим, что весной и в начале лета растения редко страдают от засухи (перегрева) не только из-за хорошего увлажнения почвы, но и в связи с ее пониженной температурой ($T_w < 0$ — почва холоднее воздуха).

При рассмотрении температурного режима толстых деревьев ограничимся анализом установившихся периодических воздействий, полагая в первом приближении:

$$u_* = V[1 + \cos(\omega \tau)]; \quad T_{0.c} = A \cos(\omega \tau); \qquad (11)$$

$$q_i = [1 + \delta_i \cos(\omega \tau) Q_i \exp(-\beta_i x)]; \quad \frac{2\pi}{\omega} = \text{П} = 24 \text{ ч}.$$

Представление решения в виде суммы периодической v и стационарной θ составляющих

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$<v>=\frac{1}{\Pi}\int_0^{\Pi}\vartheta\,d\tau=0;\ \theta=<T>=\frac{1}{\Pi}\int_0^{\Pi}T d\tau,\quad T=\theta+\vartheta$$

позволяет [4], [7] свести уравнение (6) к системе

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\tau}+V\frac{\partial\vartheta}{\partial x}=a_{\parallel}\left(\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2}-2\alpha\frac{\partial\vartheta}{\partial x}\right)-p[\vartheta-A\cos(\omega\tau)]+ \tag{12}$$

$$+\cos(\omega\tau)\sum_{i=1}^{2}\frac{2\delta_i\theta_i}{c\rho R_0^*}\exp(-\beta_i x);$$

$$V\frac{d\theta}{dx}=a_{\parallel}\left(\frac{d^2\theta}{dx^2}-2\alpha\frac{d\theta}{dx}\right)-p\theta+\sum_{i=1}^{2}2\frac{Q_i\exp(-\beta_i x)}{c\rho R_0}-V<\cos(\omega\tau)\frac{\partial\vartheta}{\partial x}>, \tag{13}$$

где скобки $<\ >$ означают осреднение за период $\Pi=24$ часа.

Отличием уравнения (12) от соответствующего в [7] является присутствие конвективного члена. Необходимость его учета была выявлена после проведения специального эксперимента.

Решение уравнения (12), удовлетворяющее условиям:

$$\vartheta=0,\ x=0,\ \frac{\partial\vartheta}{\partial x}=0,\quad x\to\infty, \tag{14}$$

легко получить при комплексном задании периодичности. Выделяя действительную часть решения, имеем

$$\vartheta=Real\left\{\frac{pA\exp(i\omega\tau)}{p+i\omega}[-\exp(-r'x)]+\exp(i\omega\tau)\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_i M_i}{N_i-\frac{\omega}{a_{\parallel}}}\times\right.$$

$$\left.\times[\exp(r'x)-\exp(-\beta_i x)]\right\}=\left[\frac{p^2A}{p^2+\omega^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_i M_i N_i}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2}}\times\right. \tag{15}$$

$$\times\exp(-\beta_i x)\Bigg]\cos(\omega\tau)+\left[\frac{pA\omega}{p^2+\omega^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_i M_i\frac{\omega}{a_{\parallel}}}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2}}\exp(-\beta_i x)\right]\sin(\omega\tau)-$$

$$-\exp\left[\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}-\nu\right)x\right]\left\{\cos(\omega\tau-\mu x)\left(\frac{p^2A}{p^2+\omega^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_1 M_i N_i}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2}}\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{pA\omega}{p^2+\omega^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_i M_i\frac{\omega}{a_{\parallel}}}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2}}\right)\times\sin(\omega\tau-\mu x)\right\},$$

где

$$r'=\sqrt{\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}\right)^2+\frac{p+i\omega}{a_{\parallel}}}-\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}\right);\ M_i=\frac{2Q_i}{c\rho R_0 a_{\parallel}};$$

$$N_i=\beta_i^2+\beta_i\left(2\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}\right)-\frac{p}{a_{\parallel}};$$

$$\nu=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}\right)+\frac{p}{2a_{\parallel}}}\sqrt{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2\left[\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}\right)^2+\frac{p}{a_{\parallel}}\right]^2}}+1};$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$\mu=\sqrt{\frac{1}{2}\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}\right)^2+\frac{p}{2a_{\parallel}}}\sqrt{\sqrt{1+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2\left[\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}\right)^2+\frac{p}{a_{\parallel}}\right]^2}}-1}\,.$$

Подставляя (15) в последний член (13) и проводя осреднение, получим неоднородное уравнение второго порядка. Его решение при граничных условиях:

$$\theta=T_w,\ x=0;\ \frac{d\theta}{dx}=0,\ x\to\infty \tag{16}$$

имеет вид

$$\theta=\left[T_w-\sum_{i=1}^{2}\frac{D_i}{N_i}-\frac{Vh}{\omega}\right]\exp(sx)+\sum_{i=1}^{2}\frac{D_i}{N_i}\exp(-\beta_i x)+$$
$$+\frac{V}{\omega}\exp\left[\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}-\nu\right)x\right][j\sin(\mu x)+h\cos(\mu x)], \tag{17}$$

где

$$s=\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}-\sqrt{\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}\right)^2+\frac{p}{a_{\parallel}}}\ ;\ h=\mu\left(\frac{p^2A}{p^2+\omega^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_i M_i N_i}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2}}\right)+$$

$$+\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}-\nu\right)\left(\frac{p\,\omega A}{p^2+\omega^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_i M_i\frac{\omega}{a_{\parallel}}}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2}}\right);\ j=\mu\left(\frac{p\,\omega A}{p^2+\omega^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_i M_i\frac{\omega}{a_{\parallel}}}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2}}\right)-$$

$$-\left(\alpha+\frac{V}{2a_{\parallel}}-\nu\right)\left(\frac{p^2A}{p^2+\omega^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_i M_i N_i}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_{\parallel}^2}}\right);\ D_i=\frac{V}{2a_{\parallel}}\,\frac{\delta_i M_i N_i\beta_i}{N_i^2+\frac{\omega}{a_{\parallel}^2}}-M_i.$$

Таким образом, общее решение определится как сумма среднего суточного значения (12) с пульсацией (15):

$$T=v+\theta. \tag{18}$$

Важной для микрометеорологии характеристикой является количество тепла Q, переданное растением в воздух. Оно определяется интегрированием теплового потока по поверхности стебля

$$\bar{Q}=2\pi\int_0^{\infty}Rk(T-T_{0.c})dx=\pi c\rho\, p\int_0^{\infty}R^2(T-T_{0.c})dx. \tag{19}$$

Однако более верно вести расчеты по удельному теплу, приходящемуся на единицу биомассы стебля $\bar{q}$, общей массе M:

$$M=\rho\pi\int_0^{\infty}R^2dx=\frac{\pi\rho R_0^2}{2\alpha}. \tag{20}$$

Формула для расчета примет вид

$$\bar{q}=\frac{\bar{Q}}{M}=2\alpha\, cp\int_0^{\infty}(T-T_{0.c})\exp(2\alpha)dx. \tag{21}$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Для травянистого покрова имеем

$$\bar{q}=2\alpha cp\left\{\frac{T_w-T_{0.c}}{l+2\alpha}+\sum_{i=1}^{2}\frac{m_i}{n_i}\left(\frac{1}{l+2\alpha}-\frac{1}{\beta_i+\alpha}\right)\right\}. \qquad (22)$$

В случае древостоев поток можно представить суммарным действием периодической (15) и стационарной (17) составляющих:

$$\bar{q}=2\alpha cp\left\{\frac{p^2A}{p^2+\omega^2}\cdot\frac{\cos(\omega\tau)}{2\alpha}+\frac{pA\omega}{p^2+\omega^2}\cdot\frac{\sin(\omega\tau)}{2\alpha}-\right.$$

$$-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_iM_i}{N_i^2+\frac{w^2}{a_\parallel^2}}\left[\frac{N_i\cos(\omega\tau)}{\beta_i+2\alpha}+\frac{\omega}{a_\parallel}\frac{\sin(\omega\tau)}{\beta_i+2\alpha}\right]+\left(\frac{p^2A}{p^2+\omega^2}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_iM_iN_i}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_\parallel^2}}\right)\times$$

$$\times\frac{\left(\frac{V}{2a_\parallel}-\nu-\alpha\right)\cos(\omega\tau)+\mu\sin(\omega\tau)}{\mu^2+\left(\frac{V}{2a_\parallel}-\nu-\alpha\right)^2}+\left(\frac{pA\omega}{p^2+\omega}-\sum_{i=1}^{2}\frac{\delta_iM_i\frac{\omega}{a_\parallel}}{N_i^2+\frac{\omega^2}{a_\parallel^2}}\right)\times \qquad (23)$$

$$\times\left.\frac{\left(\frac{V}{2a_\parallel}-\nu-\alpha\right)\sin(\omega\tau)-\mu\cos(\omega\tau)}{\mu^2+\left(\frac{V}{2a_\parallel}-\nu-\alpha\right)^2}-\frac{A\cos(\omega\tau)}{2\alpha}\right\}+2\alpha cp\left\{\left(T_w-\sum_{i=1}^{2}\frac{D_i}{N_i}-\right.\right.$$

$$\left.-\frac{Vh}{\omega}\right)\frac{1}{2\alpha-s}+\sum_{i=1}^{2}\frac{D_i}{N_i(2\alpha-\beta_i)}-$$

$$-\frac{V}{\omega\left[\mu^2+\left(\frac{V}{2a_\parallel}-\nu-\alpha\right)^2\right]}\left[j\left(\frac{V}{2a_\parallel}-\nu-\alpha\right)\sin(\mu x)-\right.$$

$$\left.\left.-j\mu\cos(\mu x)+h\cos(\mu x)\left(\frac{V}{2a_\parallel}-\nu-\alpha\right)+\mu h\sin(\mu x)\right]\right\}.$$

Нужно отметить, что при составлении баланса тепла всего растительного покрова помимо потоков (22) или (23) необходимо включить охлаждение испарением из растительного покрова:

$$q_{\text{исп}}=L\rho_{\text{ж}}V\pi R_0^2\cdot L=590\ \text{ккал/кг}. \qquad (24)$$

Асимптотический анализ, проведенный ранее [7], показывает, что влияние движения соков растет с увеличением диаметра стебля. Поэтому для численного анализа и иллюстрации было выбрано дерево диаметром 0,8 м ($R=0{,}4$), $a_\parallel=2\cdot10^{-5}$ м/с, $\omega=7\cdot10^{-5}$ 1/с, $A=10°$ С. Результаты расчета средней суточной температуры представлены на рис. 1, где показано изменение θ по высоте ствола $x[M]$.

Здесь можно выделить два типа распределений: осенне-зимнее — температура почвы выше средней суточной температуры воздуха ($T=+10°$С) (кривые *1, 2, 5, 7, 9, 11*) и весенне-летнее — холодная почва ($T=+10°$С) (кривые *3, 4, 6, 8, 10*).

Кривая *1* показывает, что наиболее быстрое выравнивание температуры ($x=5$ *м*) происходит при отсутствии движения соков $V=0$ и сбега $\alpha=0$ ($Q=0$, $p=10^{-5}$ 1/с). Однако наличие даже значительного сбега $\alpha=0{,}2$ 1/м ($Q=0$, $p=10$ с$^{-1}$) почти не оказывает влияния

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

($x \approx 8$) (кривая *2*) и его можно не принимать во внимание. Нужно отметить, что в зимний период ($T_w = -10°$ С) кривые расположатся симметрично по отношению к оси x.

Если на ствол дерева будет падать солнечная радиация $Q = 30$ Вт/м, $\delta = 1{,}5$ ($V = 0$, $p = 10^{-5}$ с$^{-1}$, $T = -10°$ С), его температура будет повышаться и кривые типа *3* выходят на асимптотику кривой — *12* ($T = +5°$С). Хотя в этом случае для $T = -10°$С симметрии нет, нужно отметить, что выравнивание температуры происходит на том же расстоянии ($x = 8$ м). Появление даже очень малой скорости $V = 10^{-4}$ м/с ($Q = 0$, $T = -10°$С, $p = 10^{-5}$ 1/с) существенно увеличивает область выравнивания температуры: кривая *4* уходит до $x = 25$ м. Характерно, что теперь уже и при $Q = 0$ ход кривых *4* и *5*

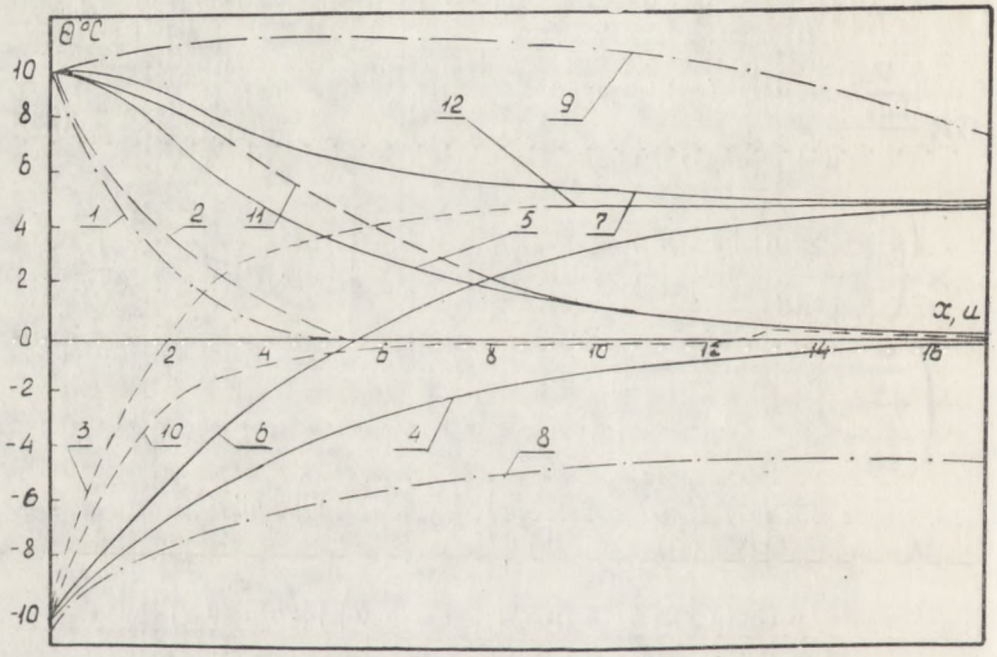

Рис. 1. Графики распределения средней суточной температуры по высоте ствола деревьев: *1, 2, 5, 7, 9, 11* — осенне-зимние и *3, 4, 6, 8, 10* — весенне-летние, *1, 2, 3* — при отсутствии сокодвижения; *1, 2, 3, 4, 5* — при отсутствии солнечной радиации; *4, 5, 6, 7* — при скорости сокодвижения $V = 10^{-4}$ м/с, $p = 10^{-5}$ с$^{-1}$; *8, 9* — $V = 4 \cdot 10^{-4}$ м/с, $Q = 30$ Вт/м^2; $\delta = 1{,}5$, $p = 10^{-5}$с$^{-1}$; *11, 12* — $V = 4 \cdot 10^{-4}$ м/с, $Q = 30$ Вт/м^2, $\delta = 1{,}5$, $p = 10^{-4}$с$^{-1}$; *6, 7, 8, 9, 10, 11* — при действии солнечной радиации $Q = 30$ Вт/м^2, $\delta = 1{,}5$

($V = 10^{-4}$ м/с, $Q = 0$, $T_w = +10°$ С, $p = 10^{-5}$ с$^{-1}$) не симметричен, это заметно для малых x. Кривые *6* ($V = 10^{-4}$ м/с, $Q = 30$ Вт/м^2, $T = -10°$ С, $p = 10^{-5}$ с$^{-1}$) и *7* ($V = 10^{-4}$ м/с, $Q = 30$ Вт/м^2, $\delta = 1{,}5$, $T = +10°$ С, $p = 10^{-5}$ с$^{-1}$) показывают, что наличие падающей солнечной радиации приводит, как и для кривой *3*, к асимптотике кривой *12* ($T = +5°$ С). Дальнейшее возрастание скорости, соответствующее кривым *8* ($V = 4 \cdot 10^{-4}$ м/с, $Q = 30$ Вт/м^2, $\delta = 1{,}5$, $T = -10°$ С, $p = 10^{-5}$ с$^{-1}$) и *9* ($V = 4 \cdot 10^{-4}$ м/с, $Q = 30$ Вт/м^2, $\delta = 1{,}5$, $T = +10°$ С, $p = 10^{-5}$ с$^{-1}$), приводит к резкому увеличению асимметрии и установлению в большей части ствола температуры, близкой к температуре почвы T. Однако, если одновременно снижается термическое сопротивление коры (p увеличивается до 10^{-4} с$^{-1}$), то температура устанавливается уже на расстоянии $x = 15$ м и при $Q = 30$ Вт/м^2 выходит на уровень $T = +0{,}2°$ С (кривые *10* и *11*).

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Движение соков оказывает существенное влияние не только на среднюю суточную температуру ствола, но и на ее суточные колебания (15). Из рис. 2, *а* видно, что при отсутствии движения соков колебания температуры уже на высоте 0,5 м для дерева диаметром 0,8 м ($Q=0$, $a=2\cdot10^{-5}$ м^2/с, $\omega=7\cdot10^{-5}$ с$^{-1}$, $p=10^{-5}$ с$^{-1}$, $\alpha=0$, $A=10$°С) совпадают с колебаниями для $x\to\infty$ и сдвинуты по фазе примерно на

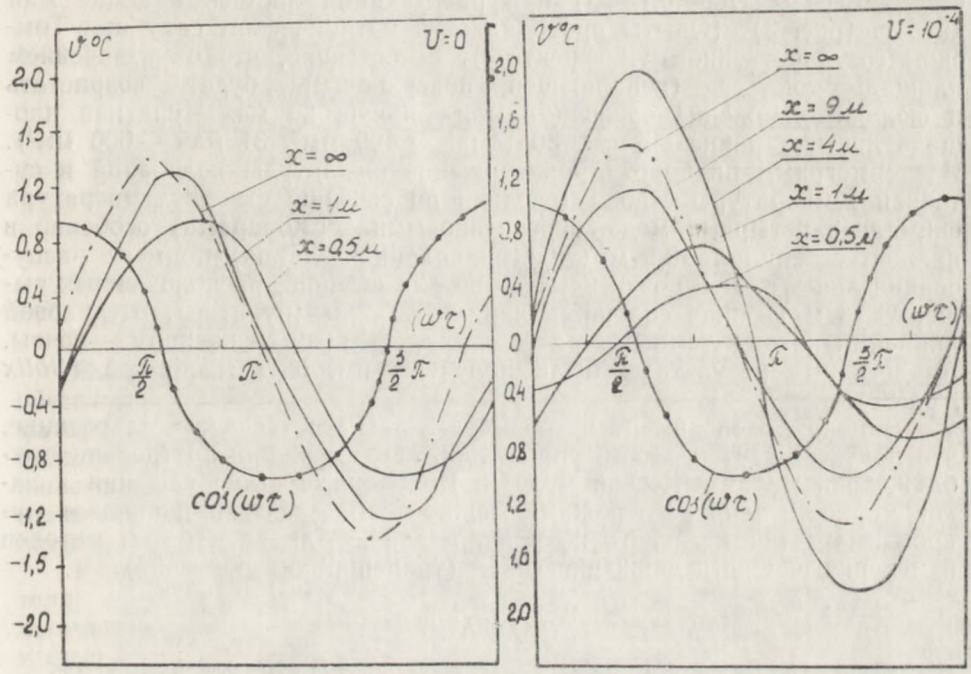

Рис. 2. Суточные колебания температуры: *а* — при отсутствии движения соков; *б* — при скорости движения соков 10^{-4} м/с. Сдвиг и амплитуда температуры зависят от высоты x

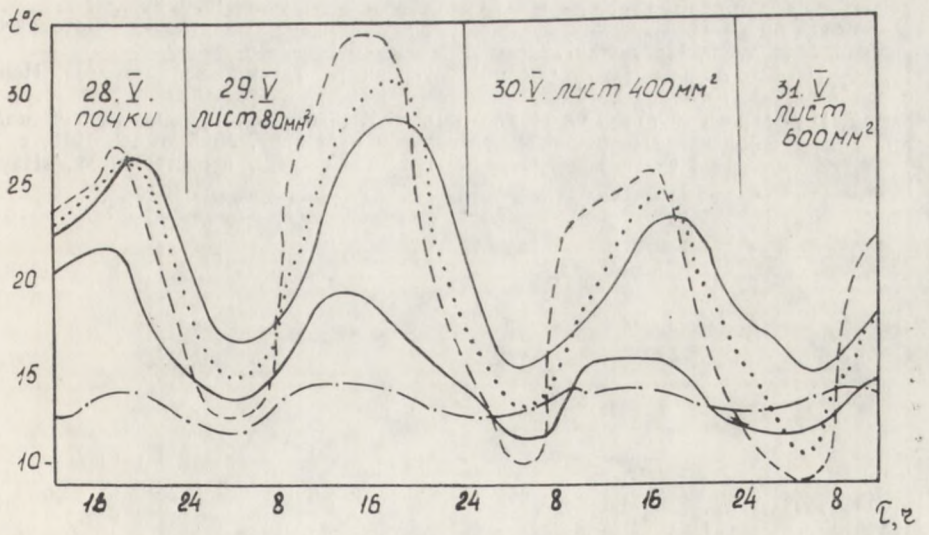

Рис. 3. Экспериментальные данные по температурному полю березы при распускании листьев в различных сечениях ствола: $x=0{,}1$ м (сплошная толстая линия); $x=3$ м (тонкая линия); $x=5{,}2$ м (пунктир); штриховая линия — температура воздуха

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

6 часов. Появление незначительного движения соков ($V=10^{-4}$ м/с, рис. 2, *б*) существенно изменяет картину: вблизи почвы амплитуда колебаний резко снижается, причем выход ее на предельное значение при $x\to\infty$ осуществляется через максимум вблизи $x=4$ м.

Описанные решения можно сравнить с экспериментальными данными. В качестве примера приведем динамику температурного поля ствола березы ($R_0=0{,}12$ м) при распускании листьев в конце мая 1975 г. (рис. 3). (Опыты проводились в ботаническом саду при Томском государственном университете). Естественно, что с увеличением площади листьев (испаряющей поверхности) будет возрастать и скорость движения соков (28 мая — почки, 29 мая — средняя площадь листика равна 80 мм², 30 — мая — 400 мм², 31 мая — 600 мм²). Из термограмм видно быстрое снижение амплитуды колебаний и суточной температуры ствола (средняя по сечению ствола температура снималась четырьмя медь-константановыми термопарами) особенно в нижнем сечении $x=0{,}1$ м (толстая сплошная линия) по мере распускания листьев. Это почти не заметно для сечений, расположенных выше: $x=3$ м (тонкая сплошная линия) и 5,2 м (пунктир). Штриховой линией показана температура воздуха, а штрихпунктиром — почвы. Аналогичные результаты были получены и для ивы ломкой (*Solix fraqilis*).

В целом эксперимент и теория имеют качественное согласование, что подтверждает верность упрощений, вводимых при построении приближенной математической модели. Полученные выше решения и закономерности теплового режима можно использовать при анализе микроклимата растительного покрова, а также для разработки методов измерения скорости движения соков (транспирации растений).

ЛИТЕРАТУРА

1. Козловский Т. Г. Водный режим растений. М., «Колос», 1969, с. 125.
2. Костюкевич Н. И. Лесная метеорология. Минск, «Высшая школа», 1975.
3. Крючков В. В. О микроклимате растений.— Ботанический журнал. № 3, т. 45, 1960, с. 321.
4. Накоряков В. Е., Бурдуков А. П., Болдарев А. М., Терлеев П. Н. Тепло- и массообмен в звуковом поле. Новосибирск, «Наука», 1970, 36.
5. Петров П. И. О температурном режиме древесных стволов.—Ботанический журнал. № 4, т. 40, 1955, с. 587.
6. Протопопов В. В. Средообразующая роль темнохвойного леса. Новосибирск, «Наука», 1975, с. 20.
7. Пузырев Е. М., Саломатов В. В. К построению математической модели температурного режима растений.— «Физиология растений», № 5, т. 22, 1975, с. 994.
8. Радченко С. И. Температурные градиенты среды и растения. М., «Наука», 1968, с. 125.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ КАМЕРНОГО ПИТАТЕЛЯ С АЭРОВИБРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ ИСТЕЧЕНИЯ

О. Ю. Розанов, В. А. Смоловик, А. В. Трушников

Высоконапорный поршневой пневматический транспорт позволяет обеспечить перемещение по трубопроводам многих связных сыпучих материалов [1]. Однако весьма низкая текучесть затрудняет их стабильную подачу из питателя в трубопровод. Это обстоятельство сдерживает темпы внедрения пневмотранспорта связных материалов в промышленность и требует совершенствования существующих камерных питателей.

Результаты исследования лабораторной модели камерного питателя, оборудованного аэровибромеханической системой стабилизации истечения [2], послужили основанием для создания опытной полупромышленной транспортной установки (рис. 1). Камера питателя *1* установки имеет диаметр 600 мм и высоту цилиндрической части 800 мм,

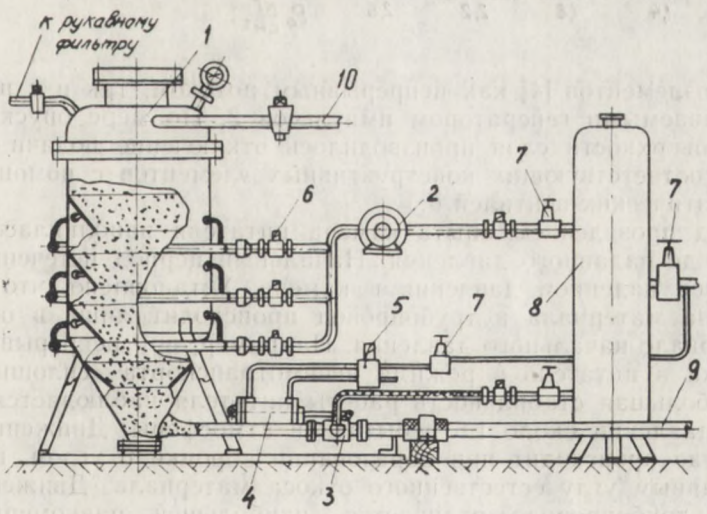

Рис. 1. Конструктивная схема установки: *1* — камерный аэровибропитатель; *2* — генератор импульсов; *3* — пневмомеханический дозатор; *4*—пневмопривод дозатора; *5* — электропневматический распределитель; *6* — электропневматический вентиль; *7* — регуляторы давления; *8* — воздухораспределительная колонка; *9* — транспортный трубопровод; *10* — трубопровод для возврата материала

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

угол при вершине конусной части 60°. Камера оборудована четырьмя провальными тарелками; поверхности трех из них имеют возможность совершать колебания при пульсирующей подаче сжатого воздуха в систему стабилизации. Горловина камеры имеет прозрачную крышку для наблюдения за характером движения материала. Длина транспортного трубопровода *9* диаметром 50 мм равна 40 м, включая стеклянный участок длиной около 30 м для наблюдения за характером движения материала в трубопроводе. Изменение давления воздуха в камере в процессе работы питателя фиксировалось с помощью тензометрического датчика давления типа ТДДМ, тензостанции УТ-4 и осциллографа Н-700. Питатель снабжен пневмомеханическим дозирующим клапаном *3* с пневмоприводом *4*, который предназначен как для периодической подачи в трубопровод порций материала при работе установки в импульсном режиме [3], так и для герметизации камеры.

Исследование работы питателя проведено в режимах движения аэросмеси «сплошным потоком» и в виде отдельных поршней. В качестве транспортируемого материала использовалась кукурузная мука.

Сжатый воздух подавался в полости стабилизирующих истечение

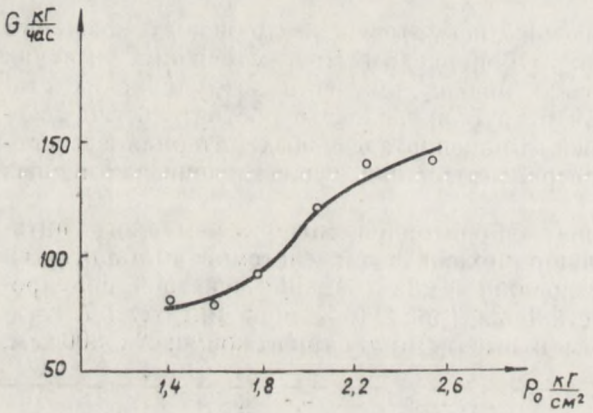

Рис. 2. Изменение расхода воздуха в зависимости от начального давления в камере («сплошной поток»)

аэровиброэлементов [4] как непрерывным потоком, так и с пульсациями, создаваемыми генератором импульсов *2*. По мере опускания свободной поверхности слоя производилось отключение подачи воздуха в полости соответствующих конструктивных элементов с помощью электропневматических вентилей *6*.

Перед проведением опыта камера питателя наполнялась сжатым воздухом до заданного давления. Начальный период истечения характеризовался падением давления в камере. Установлено, что стабильная подача материала в трубопровод происходит лишь в определенном интервале начального давления. Например, при непрерывной подаче воздуха в питатель в режиме пневмотранспорта «сплошным потоком» наибольшая стабильность работы питателя наблюдается при начальном давлении около 1,6 избыточной атмосферы. Движение слоя в этом случае происходит при образовании воронки с углом, приблизительно равным углу естественного откоса материала. Движение материала в трубопроводе отличается наибольшей равномерностью с объемной концентрацией, приближающейся к насыпной (0,30—0,41). При давлении, меньшем 1,2 ат, происходила закупорка трубопровода. Увеличение же давления свыше 2 ат приводит к существенному нарушению равномерности движения слоя, сопровождающегося образованием каналов, резкими колебаниями давления и хаотичным обрушением материала в камере. При этом расход воздуха, проходящего че-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

рез слои, продолжает расти (рис. 2). Однако с ростом перепада давления на слой увеличивается как его давление на ограждающие поверхности, так и насыпная плотность, что приводит к ослаблению фильтрации, особенно в пристенных зонах слоя. Поэтому, несмотря на прорывы воздуха в образующиеся каналы, кривая зависимости расхода воздуха от давления принимает более пологий характер. Аналогичный вид имеет кривая расхода материала от давления (рис. 3, кривая *1*). Как видно из графика, темп роста производительности установки при начальном давлении свыше 2 ат замедляется, что объясняется уплотнением материала с вытекающими отсюда увеличением аутогезионной и адгезионной связей частиц [5] и неравномерностью истечения.

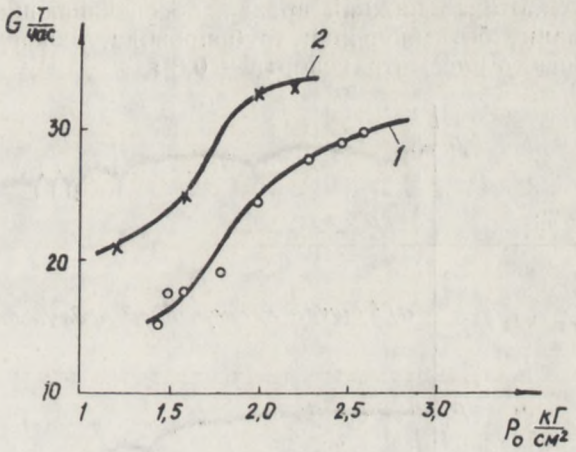

Рис. 3. Зависимость производительности установки от начального давления в камере: *1* — при стационарной подаче воздуха; *2*— при пульсирующей подаче воздуха в питатель

Исследование работы питателя с аэровибромеханической стабилизацией потока сыпучего материала проводилось при частоте пульсаций воздуха в системе 45 Гц и амплитуде колебаний поверхности конструктивных элементов (при различном давлении воздуха) в пределах 0,1—0,3 мм. Эти параметры колебаний обеспечивали наиболее равномерное безотрывное движение сыпучего материала по поверхности элементов. Аэровибромеханическое воздействие на сыпучий материал позволило расширить диапазон начального давления воздуха в камере, при котором обеспечивается наиболее устойчивая работа установки без образования каналов и хаотического обрушения материала. Кроме того, во всем исследованном диапазоне начального давления воздуха в камере получена более высокая производительность установки (рис. 3), что в основном объясняется более эффективным управлением структурой потока. Как видно из графика, опытная кривая *2*, полученная при аэровибромеханическом воздействии на слой, отличается по своему характеру от кривой *1* более пологой ветвью при давлении в камере свыше 1,8 ат. Отсюда следует, что диапазон оптимального начального давления в камерном питателе с аэровибромеханической стабилизацией истечения лежит ниже, чем при непрерывном подводе воздуха, что определяет более экономичный и стабильный режим работы пневмотранспортной установки. На рис. 4 для сравнения приведены участки копий осциллограмм с записью изменения давления в камере в случаях стационарной (*а*) и пульсирующей (*б*) подачи воздуха при одинаковом начальном давлении. Как видно из осциллограмм, пульсирующая подача способствует более устойчивой работе питателя. Более резкие колебания давления в процессе истечения с непрерывной подачей воздуха связаны с каналообразованием и последующим обру-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

шением порций материала. Наличие аэровибромеханического воздействия на слой практически предотвращает эти явления.

При исследовании работы питателя в режиме поршневого (импульсного) пневмотранспорта изучалось влияние работы пневмомеханического дозатора на характер движения материала в камере и истечения его в трубопровод. Как показали наблюдения, строго периодическая работа дозатора приводит к регулярной перестройке структуры слоя и к некоторому его уплотнению и способствует тому, что каждый цикл выпуска материала из камеры начинается практически при одинаковых начальных условиях. Влияние давления в камере на характер работы установки аналогично влиянию при режиме непрерывного истечения материала. Но если при работе установки в режиме «сплошного потока» нижний предел, обеспечивающий устойчивое транспортирование без закупорки трубопровода, равен 1,2 ат, то в режиме поршневого пневмотранспорта — 0,8 ат.

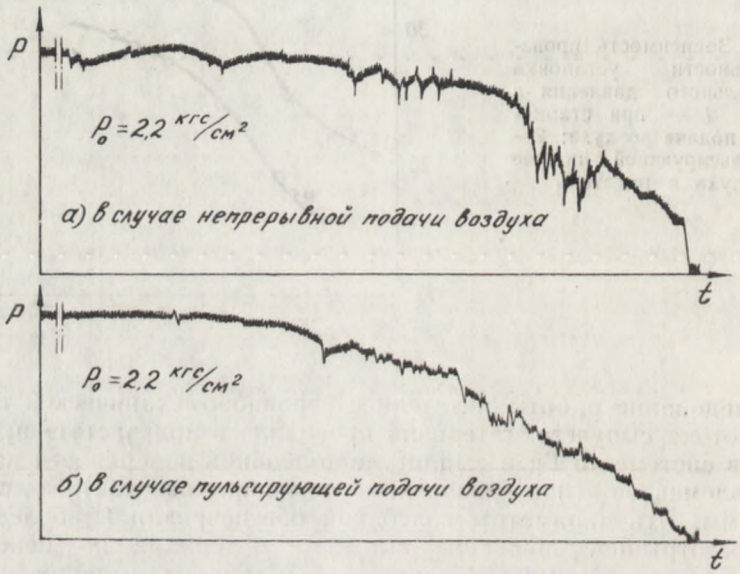

Рис. 4. Характер изменения давления в камере при истечении

Большое значение на стабильную работу установки оказывает период времени впуска материала и воздуха в трубопровод. Так, для исследованных условий в случае продолжительности впуска материала, равного 3—4 с, и таком же интервале времени между впуском отдельных его порций, наблюдалось наиболее устойчивое движение и равномерная подача материала. Уменьшение этих же периодов до 1—2 с приводит к нарушению стабильности в работе установки, так как из-за непродолжительного времени существования коротких поршней материал в трубопроводе движется в виде дюн и хаотично образующихся отдельных скоплений. Это приводит к постоянному изменению перепада давления в слое материала в камере и к нарушению стабильности истечения. С другой стороны, слишком длинные поршни за счет расширения сжатого воздуха склонны к делению на отдельные порции различной длины, что также нарушает стабильность движения в трубопроводе и истечения материала из камеры питателя. По этой же причине увеличение отношения времени впуска материала ко времени закрытого положения дозатора свыше двух единиц не приводит к заметному повышению производительности установки (рис. 5).

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

При работе камерного питателя в режиме импульсного пневмотранспорта аэровибромеханическая стабилизация истечения дает тот же эффект, что и при пневмотранспорте «сплошным потоком». Однако, как указано выше, здесь существенное влияние на оптимальную работу установки оказывает также правильный выбор режимов работы дозатора.

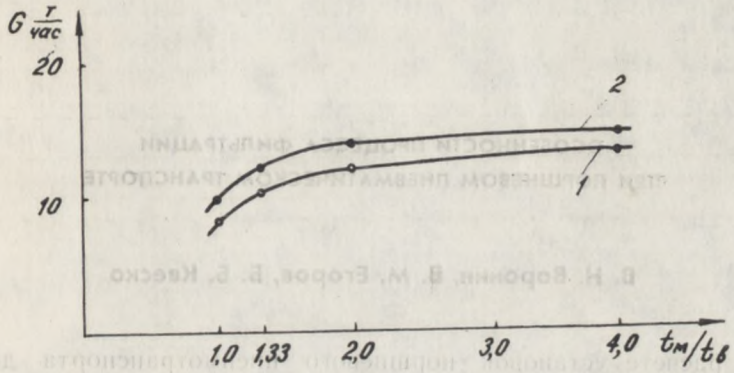

Рис. 5. Производительность питателя при работе в режиме импульсного пневмотранспорта: *1* — при P_0=1,1 кГс/см²; *2* — при P_0= =1,8 кГс/см²

Таким образом, аэровибромеханическое воздействие на слой материала способствует более стабильной и экономичной работе камерного питателя, увеличению его производительности и предотвращению образования застойных зон. В частности, сравнение результатов, полученных при испытании камерного аэровибромеханического питателя, с данным исследования аэрационного питателя [6] на родственном материале и с приблизительно одинаковой приведенной длиной транспортирования показывает, что разработанная система позволила снизить удельные затраты энергии в 1,5 раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шваб В. А. Высоконапорный пневматический транспорт импульсного типа с поршневой структурой движения.— В сб.: Вопросы импульсного пневмотранспорта, газоочистки и пневматического перемешивания дисперсных материалов. Томск, 1972.

2. Розанов О. Ю., Смоловик В. А. К вопросу разработки аэромеханической системы стабилизации напорного истечения связных сыпучих материалов.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложени к некоторым технологическим процессам. Томск, 1977.

3. Шваб В. А., Трушников А. В., Смоловик В. А., Розанов О. Ю., Егоров В. М. Установка для пневматического транспортирования сыпучих материалов. Авт. свид. № 512141, Офиц. бюл. № 16, 1976.

4. Розанов О. Ю., Шваб В. А., Егоров В. М., Смоловик В. А. Устройство для стабилизации истечения сыпучих материалов из емкости. Авт. свид. № 587049, Офиц. бюл. № 1, 1978.

5. Смоловик В. А., Розанов О. Ю. Механизм взаимодействия сыпучих материалов с твердыми поверхностями.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, 1977.

6. Малис А. Я. Пневматический транспорт сыпучих материалов. М., «Машиностроение», 1969.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРАЦИИ ПРИ ПОРШНЕВОМ ПНЕВМАТИЧЕСКОМ ТРАНСПОРТЕ

В. Н. Воронин, В. М. Егоров, Б. Б. Квеско

При расчете установок поршневого пневмотранспорта движение сгустков (поршней) сыпучего материала и расширяющихся порций сжатого воздуха обычно принимается равновесным, т. е. допускается, что фильтрация газа через материал поршня пренебрежимо мала. Вместе с тем как экспериментальные исследования, проведенные авторами применительно к поршневому пневмотранспорту на различных материалах, так и результаты численных расчетов показали, что пренебрегать фильтрацией допустимо лишь в случае пневматического транспорта в виде длинных поршней тонкодиспергированного полидисперсного материала.

Фильтрационное течение газа через поршни приводит не только к дополнительным энергозатратам, но может нарушать как целостность отдельных поршневых масс, так и регулярность поршневого движения в целом. С другой стороны, при очень малой фильтрации движение сыпучего материала уподобляется его перемещению с помощью плунжера, которое, как известно, практически не реализуется вследствие быстрого переуплотнения и расклинивания сыпучего материала в трубопроводе [1].

Поэтому для организации надежного и экономичного поршневого пневмотранспорта необходимо не только четкое представление процесса фильтрации газа через поршень при его движении, но и ее точный учет при расчетах пневмотранспортных установок.

При больших перепадах давления на единицу длины поршня процесс фильтрации выходит за пределы применимости закона Дарси

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -kU \tag{1}$$

и описывается нелинейной зависимостью перепада давления от скорости фильтрации. В связи с этим в качестве закона движения при рассмотрении фильтрации было выбрано двухчленное соотношение Эргана [2]

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = 150\frac{(1-m)^2}{m^3}\mu\frac{U}{d_э^2} + 1{,}75\frac{1-m}{m^3}\rho\frac{U^2}{d_э}, \tag{2}$$

где m — пористость; P — давление; ρ — плотность; μ — вязкость газа; U — относительная скорость газа: $d_э$ — эквивалентный диаметр. Так

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

как частицы дисперсного материала имеют форму отличную от шаровой, то в (2) используем не эквивалентный диаметр, а $d=fd_э$, где $f=\frac{S_{уд}}{S_ш}$ — коэффициент формы; $S_{уд}$ — площадь поверхности частицы; $S_ш$ — площадь поверхности равновеликого по объему шара.

Уравнение (2) решалось численно совместно с уравнением неразрывности

$$m\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial \rho m U}{\partial x}=0. \tag{3}$$

При этом считалось, что процесс расширения газа политропический, то есть

$$\frac{P}{\rho^n}=\beta^n. \tag{4}$$

Для удобства исследования приведем систему (2—4) к безразмерному виду

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t'}+\frac{\partial \rho' U'}{\partial x'}=0; \tag{5}$$

$$-\mathrm{Eu}\frac{\partial P'}{\partial x'}=\frac{l}{d}\left(\frac{150}{\mathrm{Re}}U'+1{,}75\,\rho' U'^2\right); \tag{6}$$

$$\frac{\rho'}{\rho'^n}=1, \tag{7}$$

где

$$\rho'=\frac{\rho}{\rho_0};\ P'=\frac{P}{P_0};\ U'=\frac{U}{U_0};\ t'=\frac{t}{l_0}U_0;\ x'=\frac{x}{l_0};$$

$$\mathrm{Eu}=\frac{m}{1-m}\frac{P_0}{\rho_0 U_0^2};\quad \mathrm{Re}=\frac{md\rho_0 U_0}{(1-m)\mu}.$$

Записывая систему (5, 6) в матричном виде, предварительно выразив ρ через P согласно (7), и вводя новую переменную $G=\rho U$, имеем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t}+\frac{\partial \psi}{\partial x}=f, \tag{8}$$

где

$$\varphi=\begin{vmatrix} P^n \\ 0 \end{vmatrix};\ \psi=\begin{vmatrix} G \\ -\mathrm{Eu}\ \frac{n}{n+1}P^{\frac{n+1}{n}} \end{vmatrix};\ f=\begin{vmatrix} 0 \\ \frac{l}{d}\left(150\frac{G}{\mathrm{Re}}+1{,}75\,G^2\right) \end{vmatrix}.$$

Решение (8) будем искать численно через матрицу-столбец $X=\begin{vmatrix}\rho\\ G\end{vmatrix}$. Тогда, записывая (8) для элементарной ячейки $(t^j,\ t^{j+1})$, $(x_i,\ x_{i+1})$, предполагая, что $X_i=\frac{X_{i+1/2}+X_{i-1/2}}{2}$ и разлагая матрицы G^{j+1}, ψ^{j+1}, f^{j+1} относительно $(X^{\nu+1}-X^{\nu})$, получим следующее соотношение для нахождения $X_{1+1/2}$:

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$A^{\nu}X_{i+1/2}^{\nu+1}-BX_{i+1/2}^{\nu-1}+CX_{i-1/2}^{\nu+1}+F=0, \qquad (9)$$

где ν — номер итерации; i — номер шага по расстоянию; j — номер шага по времени.

Уравнение (9) решалось методом матричной прогонки с ортогонализацией на каждой итерации. Итерационный процесс велся до сходимости.

Точность предложенного метода для данного класса задач проверялась на расчете следующей задачи.

До некоторого момента t перепад давления на поршне изменялся по некоторому закону, а после указанного момента перепад не изменялся, и расчет проводился до тех пор, пока течение не устанавливалось. Полученное численное решение сверялось с аналитическим решением стационарной задачи фильтрации, имеющим следующий вид:

$$G=-a+\sqrt{a^2+4b\frac{n}{n+1}\frac{1}{l\beta}(P_0-P_a)},$$

где

$$a=150\frac{(1-m)^2}{m^2}\frac{\mu}{d^2};\quad b=1{,}75\frac{1-m}{m^3d};$$

$$P=P_0\left\{1-\left[1-\left(\frac{P_a}{P_0}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]\frac{x}{l}\right\}^{\frac{1}{n+1}}; \qquad (10)$$

$$U=\frac{G\beta}{P^{1/n}}.$$

Проведенное сравнение показало, что погрешность в определении давления не превышает 0,2% а скорости — 3% (рис. 1).

Кроме того, исследовалась правильность выбора вида уравнения для случая фильтрации газа через поршень сыпучего материала. Для этого численный расчет сравнивался с экспериментальными измерениями перепада давления по длине поршня (рис. 2) в разные моменты времени, что показало не только качественное совпадение результатов, но и их удовлетворительное количественное совпадение. Некоторое количественное разногласие вносит недостаточность сведений о коэффициенте формы частиц и некоторое изменение пористости поршня в процессе фильтрации.

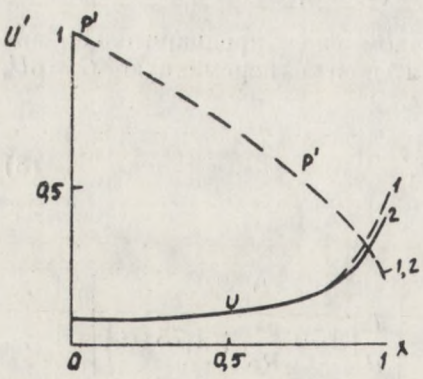

Рис. 1. $P=5$ ат, $l=10$ м; *1* — расчетная кривая; *2* — аналитическая кривая

Проведенное сравнение позволило провести анализ изменения распределения давления и скорости газа по длине поршня при различных режимах течения, отвечающих различным значениям перепада давления на поршне, характеру изменения этого перепада во времени, различной пористости m, диаметру частиц d.

В результате отмечено нелинейное изменение давления по поршню (рис. 3), при этом нелинейно менялся и градиент давления, что

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

вызывало весьма различное изменение скорости (рис. 4). Проведенное исследование зависимости давления и скорости газа от m, d (рис. 5, 6) показало, что увеличение данных параметров приводит к переходу ламинарного режима фильтрации в турбулентный, причем

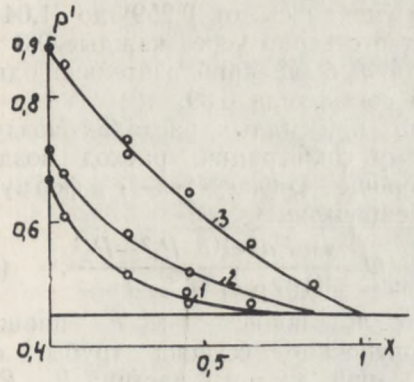

Рис. 2. Распределение давления по длине поршня в разные моменты времени, $P_0=2{,}2$ ат, $l=1{,}8$ м. ○○ — экспериментальные точки; *1* — $t=0{,}56$ с; *2* — $t=0{,}76$ с; *3* — $t=1{,}3$ с

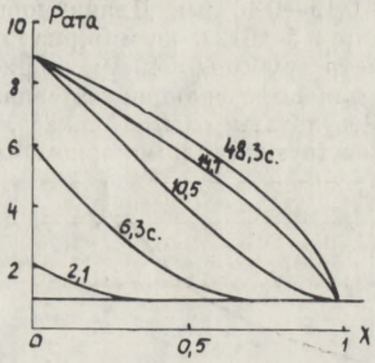

Рис. 3. Распределение давления по длине поршня в разные моменты времени, $l=10$ м

турбулентное течение характеризуется более сильным изменением скорости (рис. 6) и в то же время незначительным изменением характера падения давления (рис. 5) по сравнению с ламинарным.

Как уже отмечалось выше, авторами проводилось эксперименталь-

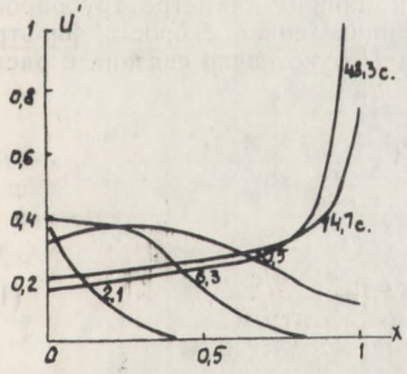

Рис. 4. Распределение скорости по длине поршня в разные моменты времени, $l=10$ м

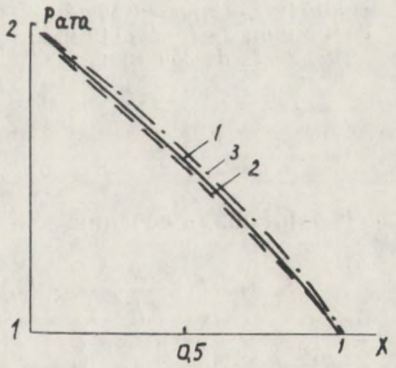

Рис. 5. Распределение давления по длине поршня в установившемся режиме фильтрации: *1* — $m=0{,}36$; 0,74; 0,54; *2* — $d=30$ мкм; *3* — $d=350$; 140 мкм

ное изучение фильтрации газа через горизонтальный слой сыпучего материала с целью выяснения физики перехода ламинарного течения в турбулентное и применимости известных из литературы соотношений, связывающих $\frac{\Delta P}{l}$ с U, применительно к поршням сыпучего материала.

Схема установки для исследования стационарной фильтрации воз-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

духа изображена на рис. 7. Делитель *3* формирует поршень *1*. Перепад давления измеряется дифференциальным манометром *4*, а расход воздуха — ротаметром *5*.

Исследуемым материалом служил кварцевый песок 5 фракций: *1* — 1,8—2,5 мм; *2* — 1,0—1,8 мм; *3* — 0,60—1,0 мм; *4* — 0,40—0,60 мм; *5* — 0,15—0,40 мм. Длина поршней менялась от 0,259 до 1,041 м (или от 0,5 до 2,0 кг материала соответственно через каждые 0,3 кг). Диаметр трубы $D=40$ мм, пористость m была приблизительно одинакова для всех фракций материала и составляла 0,39.

Результаты опытов показали, что при малых расходах воздуха, соответствующих ламинарному режиму фильтрации, расход воздуха хорошо согласуется с формулой Лейбензона:

$$Q=\frac{\alpha m F d^2\cdot 10^6}{192\,\mu\, k_1}\cdot\frac{P_1^2-P_2^2}{l}, \qquad (11)$$

где m — пористость; F — площадь поперечного сечения трубы; d — средний диаметр частиц; P_1, P_2 — давление за поршнем и перед ним соответственно; l — длина поршня; μ — вязкость воздуха; k_1 — табличный коэффициент.

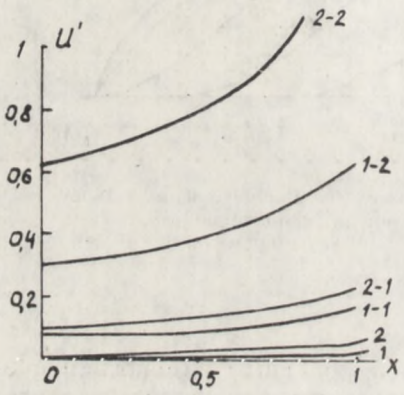

Рис. 6. Распределение скорости по длине поршня в установившемся режиме фильтрации: *1* — $m=0{,}54$; *1—2* — $m=0{,}74$; *1 — 2—m*$=0{,}36$; *2* — $d=30$ мкм; *2—1—d*$=140$ мкм; *2—2—d*$=350$ мкм

Зависимость расхода воздуха от перепада давления на единицу длины поршня линейна, поэтому ее можно записать в виде

$$q=k\frac{\Delta P}{l},\quad [k]=\frac{\text{л/ч}\cdot\text{м}}{\text{мм РС}}. \qquad (12)$$

При данном диаметре трубопровода приведенная скорость фильтрации U однозначно связана с расходом q:

$$U=\frac{q}{F},$$

где F — площадь сечения.

$$U=\frac{k}{F}\frac{\Delta P}{l};\quad U=k_2\frac{\Delta P}{l},\quad [k_2]=\frac{\text{м/с}}{\text{атм/м}}. \qquad (13)$$

Значения коэффициентов фильтрации k, k_2 для каждой фракции приведены в таблице.

По приведенной методике можно составить таблицы для любых материалов, подлежащих транспортированию, и в дальнейшем использовать их в предварительных расчетах пневмотранспортных установок. К сожалению, в литературе нет четких критериев, до каких значений чисел Рейнольдса режим фильтрации можно считать ламинарным.

Исследования фильтрации сквозь движущийся поршень проводились на установке аналогичной рис. 7. Сыпучим материалом служили цемент и кукурузная мука. При этом на конце стеклянной трубы $D=80$ мм устанавливалась съемная заглушка с отводом для ротаметра, которую поршень сыпучего материала выбивал перед попаданием в сборный бункер.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Выяснено, что существует некоторое предельное значение градиента давления, при котором возникает фильтрация, что связано с необходимостью преодоления воздухом гидравлического сопротивления межзерновых каналов. Качественно картина фильтрации выглядит сле-

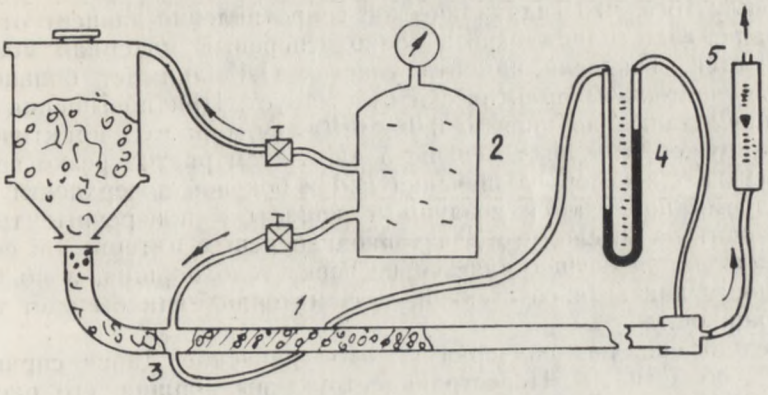

Рис. 7. Схема экспериментальной установки: *1* — поршень; *2* — ресивер; *3* — делитель; *4* — дифф. манометр; *5* — ротаметр

дующим образом (рис. 8). Расход линейно нарастает от точки *A* до точки *B*. Поршень в это время находится в покое и его целостность не нарушена. В точке *B* расход резко увеличивается (вернее, для поддержания данного расхода требуется меньший перепад давления, что и показано на графике). Очевидно, происходит визуально незаметное нарушение целостности поршня; внутри материала появляются микро-

Фракция	1	2	3	4	5
k	54,46	22,77	17,20	5,45	2,04
k_2	9,15	3,83	1,71	0,92	0,34

скопические каналы, трещины, т. е. происходит перестройка структуры поршня.

Наконец, поршень приходит в движение (точка *C*). Расход скачком увеличивается (до точки *Д*) и далее, в процессе движения, рас-

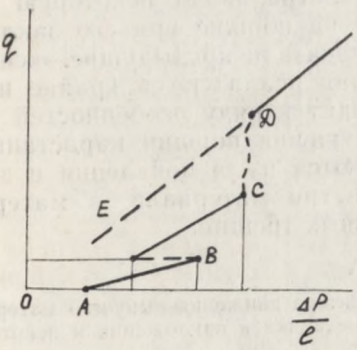

Рис. 8. Характер изменения расхода газа через поршень

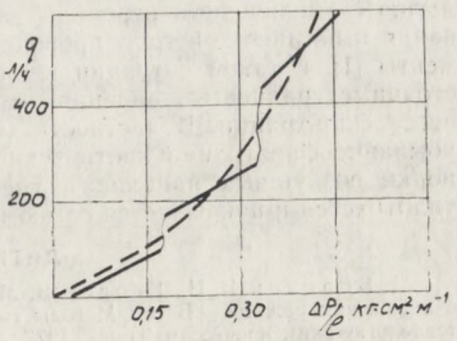

Рис. 9. Зависимость расхода газа от перепада давления: *1* — экспериментальная кривая; *2* — кривая Эргана

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

тет практически линейно, но с коэффициентом линейности в 3—5 раз выше. Тот факт, что при снижении давления расход изменяется не по закону *АБС* (возрастания), а по линии *ДЕ*, еще раз говорит о том, что в материале появились воздушные каналы наряду с естественными межзерновыми промежутками.

В силу того, что гидравлическое сопротивление зависит от размера канала, фильтрация сквозь тонкодисперсный материал носит ряд особенностей. Так, для цемента участок *ОА* занимает большую область, а участок *АВ* практически отсутствует. При повышении напора на единицу длины поршня до 0,08—0,10 атм/м расход практически не был обнаружен, т. е. был меньше 5 л/ч. Затем расход резко возрастает и достигает некоторого значения *В*. На боковой поверхности поршня в это время появляются воздушные каналы и поперечные трещины. Это наводит на мысль, что для тонкодисперсных материалов основная доля фильтрации осуществляется не через тело поршня, а по боковой поверхности контакта со стенкой, т. е. материал как бы одет воздушной рубашкой.

Следует еще раз подчеркнуть, что уравнение Дарси справедливо только в области *АВ*. Перестройка структуры поршня, его растягивание в процессе движения и просачивание воздуха вдоль поверхности контакта вызывает скачки расхода, а развивающийся при достаточно высоких перепадах турбулентный режим течения вносит дополнительную нелинейность в зависимость

$$U=U(\Delta P/l).$$

Учет этих особенностей принципиально возможен, если внести в рассмотрение переменную пористость $m=m(x)$. Однако более рационально использовать одну из известных двучленных зависимостей $U=U\left(\frac{\Delta P}{l}\right)$. На наш взгляд, эту зависимость удачно описывает обобщенная зависимость Эргана (2).

На рис. 9 приводится график зависимости расхода воздуха от удельного перепада давления для кукурузной муки со средним размером частиц $d_э=0{,}150$ мм. Пунктиром нанесена та же зависимость, полученная по формуле Эргана. При этом пористость считалась постоянной, равной начальной m_0. В пределах перепадов давления, которые удалось реализовать на лабораторной установке с $L=6$ м, расхождение составляет до 30%. Возможно, учет фактора формы при подсчете $d_э$ снизит погрешность.

Опыт по насильственному продуванию поршня, когда перед поршнем ставился стопор в виде сетчатого фильтра, носит некоторую аналогию с увеличением перепада давления на поршне при его заклинивании и остановке в трубопроводе. Как показали предыдущие эксперименты [1], в такой ситуации вдоль поршня реализуются крайне непостоянные градиенты давления, что приводит к ряду особенностей процесса фильтрации. В частности, до разрушения поршня нарастание и убывание фильтрации хаотически чередуются из-за появления и закупорки воздушных каналов и трещин внутри материала, а материал уплотняется и покрывается сетью поперечных трещин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронин В. Н., Егоров В. М. О характере движения сыпучего материала в поршневом режиме.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, 1977.

2. Ergun S., Orning A: Ind: Eng: chem: , 41, № 6, 1179, 1949.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГРАНИЦ ЗАВАЛА В МАТЕРИАЛОПРОВОДАХ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ

В. П. Коцюба, В. П. Тарасов

Известно, что минимальный расход энергии при пневмотранспорте соответствует минимально возможной скорости воздуха. Однако при чрезмерном ее уменьшении в материалопроводе происходит завал (закупорка) и транспортирование прекращается. Скорость воздуха, при которой материал начинает осаждаться, может быть названа границей завала.

Граница завала зависит от многих параметров пневмотранспорта, в том числе и от формы поперечного сечения материалопровода [1, 2].

В настоящей работе проведены сравнительные исследования материалопроводов различной формы поперечного сечения (рис. 1) при

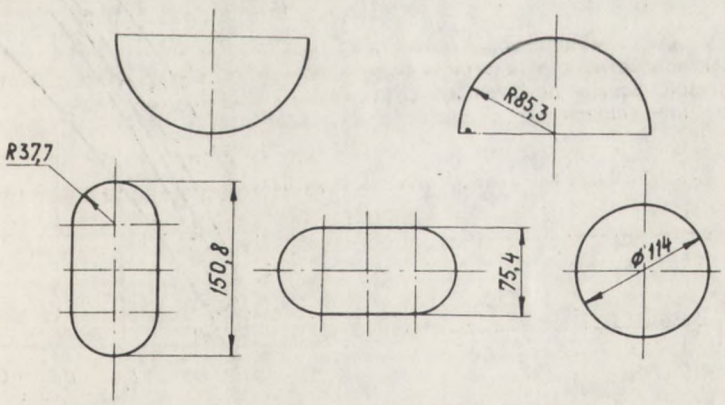

Рис. 1. Исследованные материалопроводы

транспортировании зерновых материалов, характеристика которых приведена в таблице.

Опыты проводились на полупромышленной установке [3] по общепринятым методикам.

На рис. 2 показана зависимость скорости воздуха на границе завала от производительности для некоторых материалопроводов при транспортировании пшеницы. Из графика видно, что граница завалов в значительной степени зависит от производительности, формы и ориен-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

тации в пространстве поперечного сечения материалопровода. Из графика видно, что транспортируемый материал осаждается раньше в материалопроводах, имеющих меньшую площадь основания. При прочих равных условиях, преимущество имеют пневмотранспортные трубопроводы с плоским дном.

Наименование продукта	Объемный вес, кг/м³	Эквивалентный диаметр, мм	Средневзвешенная скорость витания, м/с
Просо	1240	2,4	7,8
Пшеница	1230	3,2	8,8
Соя мелкая	1260	5,7	12,1
Соя крупная	1250	6,1	12,8

Наименьшая «завальная» скорость на всех продуктах оказалась в полуовальном материалопроводе с горизонтальным расположением большой полуоси. Это подтверждает правильность предположения о том, что при большой площади основания (дна) пневмотранспортного трубопровода достигается большая суммарная подъемная сила [2]. Кроме того, транспортируемый продукт, распределяясь по большей площади основания, оказывает меньшее деформирующее влияние на профиль скоростей воздуха в материалопроводе.

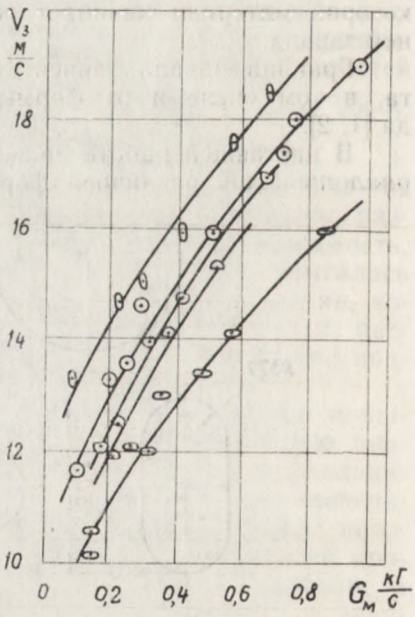

Рис. 2. Зависимость «завальной» скорости от производительности для материалопроводов различной формы поперечного сечения (пшеница)

Обрабатывая опытные данные методом наименьших квадратов, получаем расчетные формулы для определения скорости воздуха, при которой начинаются завалы.

Для круглого материалопровода

$$V_з = 8{,}0\, V_{вит}^{0{,}21}\, G_м^{0{,}3}, \qquad (1)$$

для полуовального материалопровода с горизонтальным расположением большей оси аналогичная формула имеет вид

$$V_з = 6{,}5\, V_{вит}^{0{,}21}\, G_м^{0{,}25}, \qquad (2)$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

где $V_{вит}$ — средневзвешенная скорость витания, м/с; $G_м$ — производительность, т/ч.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вельшоф Г. Пневматический транспорт при высокой концентрации перемещаемого материала. М., «Колос», 1964.

2. Линартас И. Исследования пневматического транспортирования фрезерного торфа по горизонтальным трубопроводам разной формы поперечного сечения. Автореф. канд. дис. Каунас, 1971.

3. Кеммер А. С., Бурдаков Ю. И., Зарницын В. А., Коцюба В. П., Репп К. Р. Экспериментальная установка для исследования пневматического транспорта.— Материалы научной конференции «Химико-физические основы и технология переработки химического и пищевого сырья и полуфабрикатов». Барнаул, 1970.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

О КРИТИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ ВОЗДУХА ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПНЕВМОТРАНСПОРТЕ КРУПНОЗЕРНИСТОГО МАТЕРИАЛА

В. П. Коцюба

Рассмотрев основные силы, действующие на крупную частицу, помещенную в горизонтальный поток воздуха, можно записать уравнение движения частицы в виде

$$m\frac{dv_м}{dt}=G+R+П, \qquad (1)$$

где m — масса частицы; $v_м$ — скорость частицы; t — время; G — сила тяжести; R — сила аэродинамического сопротивления; П — подъемная сила.

Анализируя уравнение (1), легко прийти к выводу, что случай, когда $П=G$, характеризует режим предельного равновесия, а соответствующая скорость потока может рассматриваться как критическая.

Гидродинамическую подъемную силу П будем рассматривать как сумму двух сил, возникающих в результате вращения частицы в воздушном потоке и за счет градиента скорости (рис. 1):

$$П=П_1+П_2. \qquad (2)$$

Составляющая подъемной силы $П_1$ для сферической частицы может быть записана как

$$П_1=\rho(v-v_м)\Gamma l=\rho(v-v_м)2\pi a^2\omega l=\rho(v-v_м)2\pi a^2 v_л k_1 . \qquad (3)$$

Здесь $П_1$ — подъемная сила, вызванная вращением частицы в потоке воздуха; ρ — плотность воздуха; v — средняя по сечению трубопровода скорость воздуха; $v_м$ — средняя по сечению трубопровода скорость материала; Γ — циркуляция скорости по контуру частицы; l — длина цилиндра обтекания; a — радиус шаровой частицы; ω — угловая скорость вращения частицы; $v_л$ — линейная скорость вращения в точке поверхности сферы; k_1 — коэффициент поверхности сферы, учитывающий отличие шаровой частицы от цилиндра [1].

Величину подъемной силы $П_2$ можно вычислить по приближенной формуле [2]

$$П_2=\rho(v-v_м)\pi d^3\frac{dU}{dy}k_1=\rho(v-v_м)\pi^2 d^3\frac{v_*}{2\varkappa h}\frac{1}{1-\sqrt{1-\frac{y}{h}}}, \qquad (4)$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

где $П_2$ — подъемная сила, действующая на частицу в результате неравномерного профиля скорости потока; d — диаметр шаровой частицы; du/dy — градиент скорости; v_* — динамическая скорость потока, $\varkappa$ — опытная константа; h — половина высоты канала, т. е. радиус трубы R; y — текущая координата.

Таким образом, общая подъемная сила П по (2) будет

$$П=\rho(v-v_м)\left(2\pi a^2 v_л k_1+\pi^2 d^3 k_1 \frac{v_*}{2\varkappa h}\frac{1}{1-\sqrt{1-y/h}}\right). \quad (5)$$

Исходя из того, что $v-v_м=\varphi v_{вит}$ [3], и того факта, что в момент отрыва частицы от дна трубопровода абсолютная величина поступательной скорости $v_м$ и окружная скорость равны [4], преобразуем уравнение (5) к следующему виду:

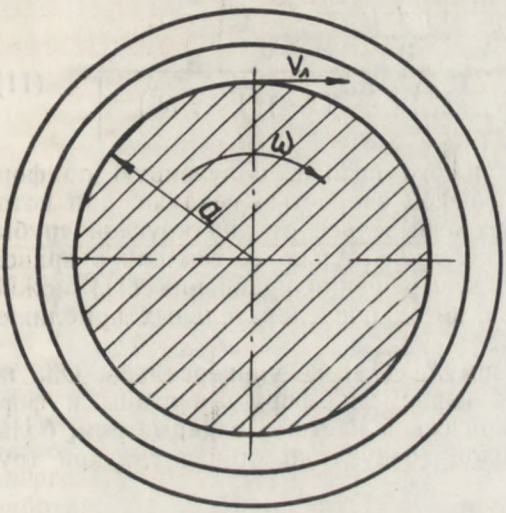

Рис. 1. Циркуляция скорости воздуха по круговому контуру частицы

$$П=\rho\varphi v_{вит}\left(2\pi a^2 v_м k_1+\right.$$
$$\left.+\pi^2 d^3 k_1 \frac{v_*}{2\varkappa h}\frac{1}{1-\sqrt{1-y/h}}\right), \quad (6)$$

где $v_{вит}$ — средневзвешенная скорость витания частицы; φ — опытная константа.

Заменим $v_м$ через среднюю скорость воздуха u_0 (рис. 2), величина которой получена в работе [5]:

$$u_0=v_*\left[A+\frac{B}{2}\lg\left(\frac{y^2-a^2}{\nu}v_*^2\right)\right], \quad (7)$$

где A и B — коэффициенты для гладких труб [6]; ν — кинематическая вязкость несущей среды. Уравнение (6) перепишем в виде (8), полагая, что $v_м=(u_0-\varphi v_{вит})$:

$$П=\rho\varphi v_{вит}\frac{\pi d^2}{2}k_1 A v_*+$$
$$+\rho\varphi v_{вит}\frac{\pi d^2}{2}k_1\frac{B}{2}\lg\left(\frac{y^2-a^2}{\nu}v_*^2\right)v_*-$$
$$-\rho\varphi^2 v_{вит}^2\frac{\pi d^2}{2}k_1+$$
$$+\rho\varphi v_{вит}\pi^2 d^3 k_1\frac{v_*}{2\varkappa h}\frac{1}{1-\sqrt{1-y/h}}. \quad (8)$$

Приравнивая подъемную силу П, действующую на частицу, к собственной силе веса

$$G=\frac{\rho_m \pi d^3 g}{6} \quad (9)$$

и учитывая, что $v_*=\sqrt{\lambda/8}\,v$, получим

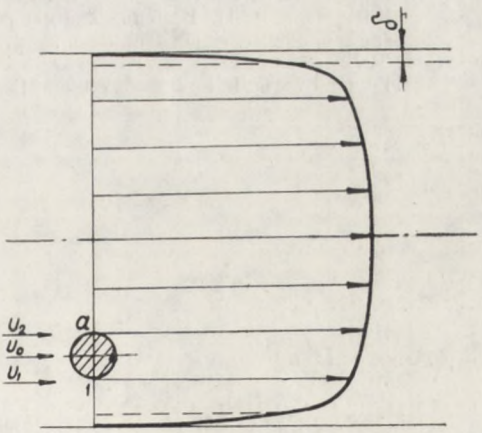

Рис. 2. Профиль скоростей в трубопроводе при турбулентном течении воздуха

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$v=\frac{\rho\varphi^2 v^2_{\text{вит}}k_1+\frac{\rho_m d\cdot g}{3}}{\sqrt{\frac{\lambda}{8}\rho v_{\text{вит}}\cdot k_1\varphi\left[A+\frac{B}{2}\lg\left(\frac{y^2-a^2}{\nu^2}v_*^2\right)+\frac{\pi d}{\varkappa h}(1-\sqrt{1-y/h})^{-1}\right]}}, \quad (10)$$

где λ — коэффициент гидравлического сопротивления чистого воздуха; ρ_m — плотность материала; g — ускорение силы тяжести; d — диаметр сферической частицы.

Для сферической частицы в момент отрыва от дна круглой трубы $y=a$, $h=R^1$, откуда $y/h=a/R^1$. Поэтому для круглой трубы окончательно будем иметь

$$v=\frac{\rho\varphi^2 v_{\text{вит}}k_1+\frac{\rho_m\cdot d\cdot g}{3}}{\sqrt{\frac{\lambda}{8}\rho v_{\text{вит}}k_1\varphi\left[A+\frac{B}{2}\lg\left(\frac{y^2-a^2}{\nu^2}v_*^2\right)+\frac{\pi d}{\varkappa R'}(1-\sqrt{1-y/R'})^{-1}\right]}}. \quad (11)$$

Величину средней скорости воздушного потока, полученную по формуле (11), следует считать критической скоростью воздуха, при которой сферическая частица начинает отрываться от дна круглой трубы.

Уравнение (11) трансцендентно относительно v, так как в правой части его v_* также зависит от v. Для решения уравнения (11) можно применить графический метод или метод последовательных приближений с применением ЭВМ.

Необходимо отметить, что формула (11) не универсальна. Она не учитывает влияния концентрации аэросмеси, формы частицы и формы трубы и справедлива для сферической частицы с диаметром, большим толщины ламинарного подслоя воздуха на стенке гладкой трубы δ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Корн А. М. Теоретические предпосылки усовершенствования пневмотранспортеров зерна.— «Труды ВИМ», т. 32, М., 1963.

2. Шваб В. А. Механизм взвешивания твердых частиц в условиях пневмотранспорта в горизонтальном потоке.— «Труды ТЭМИИТ», т. 23. Томск, 1957.

3. Костюк Г. Ф. Взвешивающая скорость частиц в горизонтальных трубопроводах.— Сб. докл. XI координационного совещания по пром. вентиляции. М., Изд-во НИИ санитарной техники, 1969.

4. Гернет М. М. Курс теоретической механики. М., «Высшая школа», 1970.

5. Коцюба В. П. Влияние формы сечения трубопровода на гидравлические сопротивления и энергоемкость при горизонтальном пневмотранспорте зерна. Канд. дис. Одесса, 1972.

6. Прандтль Л. Гидромеханика. Изд. 2-е, М., 1951.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

МЕТОД РАСЧЕТА ПРОМЫШЛЕННЫХ УСРЕДНИТЕЛЕЙ ДИСПЕРСНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Ю. А. Бирюков, Л. Н. Богданов

В современных технологических линиях часто необходимо получать однородную смесь сыпучих материалов.

Такая необходимость возникает, например, тогда, когда порошки или гранулы нарабатываются в аппаратах с неповторяющимися точно свойствами, а по условиям производства требуется однородная смесь в больших объемах. Для этой цели наиболее приемлемы пневматические циркуляционные сместители [1], отличающиеся простотой устройства, высоким качеством готовой смеси, относительно малыми энергозатратами и, главное, аппараты данного типа могут быть разработаны на практически любую единовременную загрузку.

Пневматический циркуляционный смеситель [2, 3, 4] представляет собой бункер, состоящий из цилиндрической и конической частей. По центральной оси аппарата расположена вертикальная труба, которая вместе с центральными и боковыми соплами, помещенными в конической части, образуют транспортирующий узел для перемещения сыпучих материалов в вертикальной трубе с эжекционным эффектом. Смешивание исходных материалов осуществляется в процессе циркуляционного движения: в приемной камере при пневмотранспорте в вертикальной трубе, в свободном объеме бункера, а наиболее интенсивно для гранулированных материалов при движении под действием сил тяжести в приемную камеру.

В данной работе исследуется процесс усреднения гранулированного полиэтилена с плотностью $\rho = 0{,}9$ г/см^3 и средним эквивалентным диаметром $d \approx 0{,}0035$ м.

Для определения необходимых для технического расчета экспериментальных данных и для обоснования целесообразности использования циркуляционных аппаратов при усреднении больших партий гранулированного полиэтилена были поставлены следующие задачи.

1. Определение оптимальных рабочих характеристик (рабочее давление $p_р$, расход газа $G_г$, расходная концентрация $\mu = \frac{G_т}{G_г}$) и геометрических параметров аппарата.

2. Исследование циркуляционного движения гранулированного полиэтилена в объеме аппарата.

3. Нахождение кривых отклика и функций распределения времени пребывания частиц при различных режимах работы аппарата.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

4. Построение математической модели процесса усреднения.

5. Определение зависимости между коэффициентом неоднородности смеси и временем смешения.

6. Технический расчет аппарата с единовременной загрузкой 20 т.

Экспериментальные исследования проводились на стенде, состоящем из воздухораспределителя, расходомерного устройства и пневматического циркуляционного смесителя, выполненного из оргстекла. Геометрические размеры аппарата следующие: $D=0{,}36$ м — диаметр аппарата, $H=1{,}29$ м — высота аппарата, $d_1=0{,}009-0{,}018$ м — диаметр центрального сопла, $d_2=0{,}052-0{,}07$ м — диаметр вертикальной трубы.

При исследовании процесса транспортирования гранулированных материалов в вертикальном потоке высота вертикальной трубы изменялась в пределах $L=0{,}8\div5{,}6$ м.

В процессе опыта замерялись давление воздуха на входе в аппарат, давление на входе и выходе из вертикальной трубы, расход воздуха и расходная концентрация.

Исследование циркуляционного движения материала

Интенсивность циркуляционного движения материала в объеме бункера зависит от скорости газового потока в вертикальной трубе и расходной концентрации материала в потоке.

Как показали опыты, величину расходной концентрации определяют следующие факторы: скорость газового потока на выходе из газораспределительного устройства; расстояние между выходным сечением подводящей магистрали и входным сечением вертикальной трубы; площадь поверхности входа материала в приемную камеру; конструктивные особенности газораспределительного устройства.

При работе аппарата с вводом газового потока в основание конической части бункера (бессопловый подвод газа) для обеспечения циркуляционного движения необходимо устанавливать вертикальную трубу на расстоянии $l_c<2{,}5\,d_т$, в противном случае наблюдается значительная фильтрация воздуха через насыпной слой ($G_{воз.\,с}\approx\approx\frac{1}{2}G_{воз.об}$). При увеличении l_c также возрастают пусковые давления $p_п/p_р\approx2\div2{,}5$, расходная концентрация в этих случаях $\mu<6$, минимальная скорость воздушного потока в вертикальной трубе $v_г\approx14\div15$ м/с.

Как показали экспериментальные исследования при работе с соплом, вынесенным в объем материала и окруженным в основании конуса боковыми соплами, существует стабильное транспортирование материала через вертикальную трубу с эжекционным эффектом, т. е. отсутствует фильтрация газа через слой материала.

На рис. 1 представлены результаты, полученные при работе с выносным соплом $d_c=0{,}016$ м. При высоте вертикальной трубы $L_т=5{,}6$ м минимальное давление устойчивого транспортирования $p_р=0{,}23$ ати. В этом случае скорость газового потока в трубе $v_г=8{,}2$ м/с, что значительно ниже скорости транспортирования в вертикальном потоке одиночных гранул с $\delta_{ср}=3{,}5$ мм.

Это объясняется тем, что при повышенных расходных концентрациях $\mu=12-20$ скорость витания стесненных частиц и минимальная скорость воздушного потока, необходимая для транспортирования, снижаются.

Перепад давления по высоте трубы $\Delta p_т=0{,}06-0{,}09$ ати, что совпадает с расчетными данными [5].

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Так как основные потери энергии газового потока идут на разгон частиц, то существенного снижения рабочего давления при циркуляционном движении гранул в модельной установке с $L_т = 0{,}9$ м не наблюдалось, $p_{p\,min} = 0{,}18$ ати. Расходная концентрация в зависимости от скорости воздушного потока изменялась в тех же пределах.

Как видно из рис. 1, в области докритического истечения газа расходная концентрация с увеличением скорости растет до предельного значения μ_{max}. При высоких скоростях газового потока потери энергии возрастают, а расходная концентрация падает.

При смешении больших объемов гранул полиэтилена целесообразно применять нагнетательные установки с $p_p = 0{,}3-0{,}35$ ати, поэтому экспериментальные исследования в первую очередь велись при рабочих давлениях тех же пределов.

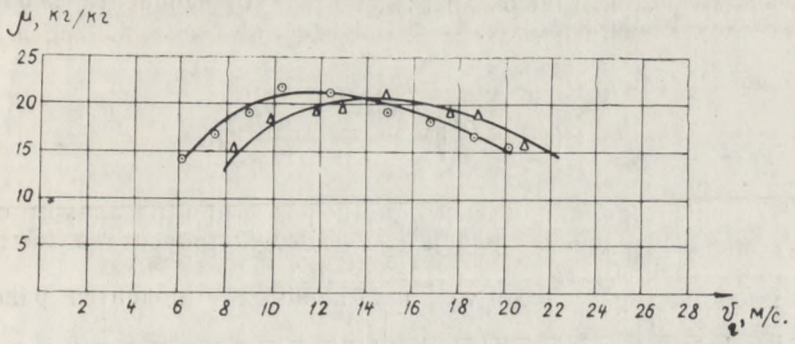

Рис. 1. Зависимость расходной концентрации материала от скорости транспортирующего потока: ⊙ — длина вертикальной трубы 0,9 м; △ — длина вертикальной трубы 5,6 м

Было установлено, что оптимальное соотношение площади выходных сечений газораспределительного устройства и площади входного сечения вертикальной трубы $\Sigma S_c / S_т = 8-10$, при этом $\mu = 17-19$. Увеличение расстояния l_c между указанными сечениями приводит к некоторому увеличению расходной концентрации до $\mu = 20$, но в этом случае возрастают пусковые и рабочие давления, поэтому целесообразно выбирать $l_c / d_т = 0{,}6 \div 2$.

Определяющим условием существования процесса смешивания при циркуляционном движении является наличие в потоке материала определенного распределения скоростей перемещения элементарных объемов. Поэтому одним из параметров, по которому можно судить об эффективности процесса смешения, является различное время пребывания частиц ключевого компонента за цикл, т. е. t_{max} / t_{min}. Отличие от единицы этого отношения и является условием существования процесса смешения, в противном случае реализуется модель идеального вытеснения.

Способы осуществления такого режима следующие: специальная геометрия бункера, установка конструктивных элементов внутри бункера, ввод рабочего газа через газораспределительное устройство.

С целью определения оптимальных условий процесса смешения на экспериментальном стенде проводились исследования в следующем порядке.

1. В аппарат последовательно загружаются гранулы полиэтилена белого цвета и цветные гранулы в необходимом соотношении А:В.

2. Для обеспечения циркуляционного движения в газораспределительное устройство подается воздух при определенном избыточном давлении.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

3. Определяется промежуток времени t_{min}, после которого цветные гранулы появляются на выходе из вертикальной трубы.

4. Для определения изменения концентрации ключевого компонента на выходе из вертикальной трубы, в зависимости от времени, в верхней части объема материала, через малые промежутки времени ($\Delta t = 3 \div 10$ с), берутся пробы.

5. По прохождению всех цветных частиц у стенки бункера фиксируется время циркуляции всей массы материала t_{max}.

6. Проводится визуальное наблюдение за смешением материала, и после того как наступает относительно равномерное распределение ключевого компонента по всей массе материала, процесс останавливается. Из различных точек объема материала отбирается необходимое число проб и измеряется концентрация ключевого компонента в них, по значениям которой находится величина коэффициента неоднородности по следующей формуле:

$$V(c) = \frac{100}{c_0} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (c_i - c_0)^2}{n-1}} \%,$$

где C_0 — концентрация ключевого компонента при идеальном смешении; C_i — значение концентрации ключевого компонента в i-й пробе; n — количество проб.

Отбор проб повторяется до тех пор, пока не выполнится равенство

$$V(c)_{n+1} = V(c)_n,$$

чем меньше значение величины коэффициента неоднородности, тем лучше качество смеси. При идеальном смешении $V(c) = 0$.

7. Измеряется содержание ключевого компонента во всех пробах, взятых в процессе циркуляционного движения в верхней части объема материала, и по полученным значениям концентрации строится кривая отклика, которая и определяет эффективность процесса смешения.

8. Определяется расходная концентрация по осредненным значениям расхода воздуха $G_в$ и расхода материала G_m

$$\mu = G_m / G_в.$$

Расход материала в единицу времени измеряется с помощью отсекателя.

Анализ результатов эксперимента (кривых отклика) показал, что отношение t_{max}/t_{min} не является определяющим для процесса смешения. Для различных режимов работы аппарата $\frac{t_{max}}{t_{min}} = \text{const}$, но вид кривой отклика неодинаков, поэтому каждому режиму соответствует свое математическое ожидание и дисперсия времени пребывания, следовательно и время смешения.

Оптимальным режимом процесса смешения можно считать такой режим, при котором происходит наибольшее выравнивание концентрации ключевого компонента в перемешиваемом объеме за первый цикл циркуляции материала, т. е. амплитуда колебаний концентрации на кривой отклика должна быть минимальна. Для этого необходимо создать такое распределение времени пребывания элементарных объемов материала, чтобы доля ключевого компонента, поступающего в приемную камеру, по отношению к общему расходу материала через приемную камеру была близка к необходимой конечной концентрации c_0.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Обобщение результатов экспериментальных исследований дало возможность сделать следующие выводы.

1. Эффективность процесса смешивания значительно повышает организация несимметричного относительно центральной оси аппарата движения материала. Число циклов циркуляции всей массы материала, необходимых для качественного смешения, снижается с 7—8 до 2—3 (рис. 2).

2. Оптимальное отношение высоты загрузки материала к диаметру аппарата $\frac{H}{D}=1{,}4$. В этом случае количество циклов, необходимых для смешения, сокращается до двух.

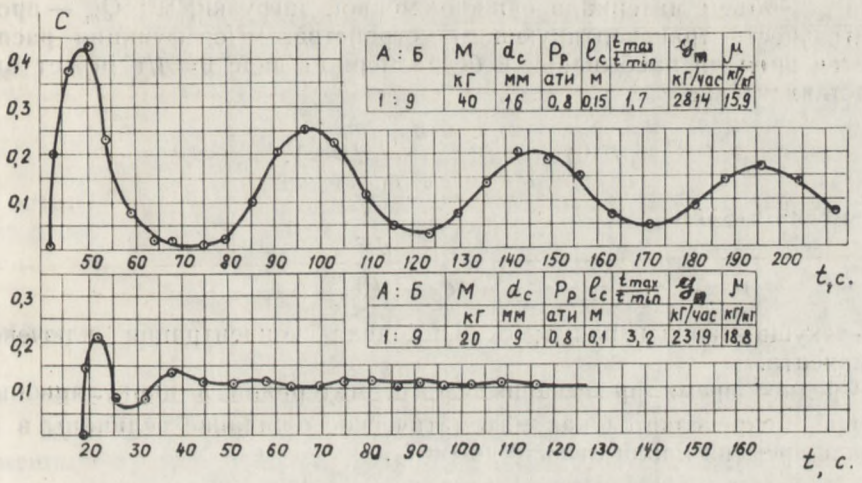

Рис. 2. Изменение концентрации ключевого компонента в вертикальной трубе в зависимости от времени (кривая отклика системы): $t_{max}/t_{min}=1{,}7$— симметричное циркуляционное движение; $t_{max}/t_{min}=3{,}2$—несимметричное циркуляционное движение

3. С увеличением отношения компонентов смеси А:Б при прочих равных условиях время смешения уменьшается.

4. Распределение времени пребывания частиц ключевого компонента должно быть таким, чтобы t_{max}/t_{min} находилось в пределах от 2,8 до 3,3.

5. Фактором, влияющим на распределение времени пребывания частиц, является отношение между площадями сечений центрального и боковых сопел.

Удовлетворительным является $S_{б}=0{,}9\div1{,}1$.

6. При работе с выносным соплом расходная концентрация $\mu=18—20$, рабочее давление $p_p=0{,}34$ ати, скорость воздуха в вертикальной трубе $v=16{,}2$ м.

Математическое моделирование процесса смешения

В настоящее время наряду с аппаратурным моделированием нашел применение статистический метод, когда математическая модель реальной системы преобразуется в специальный моделирующий алгоритм, в соответствии с которым в ЭВМ вырабатывается информация об элементарных явлениях, происходящих в системе.

Структура математической модели смесительного аппарата определяется характером перемещения частиц компонент в объеме, т. е. гидродинамикой. Характер перемещений наиболее полно может быть

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

описан полем скоростей, но его определение весьма сложно, поэтому используются «плоские модели» и «меченые частицы».

Наиболее приемлемым в данном случае является косвенный метод с помощью функции распределения времени пребывания частиц ключевого компонента. Время пребывания частиц — величина случайная и непрерывная, которая полностью характеризуется, как любая непрерывная случайная величина, функцией распределения, дисперсией и средней [1].

Среднее время пребывания частиц

$$\tau = V_m / Q_m,$$

где V_m — объем материала единовременной загрузки, м^3; Q_m — производительность транспортирующего устройства, м^3/с; функция распределения времени пребывания в безразмерном виде $\theta = t/\tau$ может быть представлена как

$$F(\theta) = \int_0^\infty c d\theta = \int_0^\infty \frac{c_i}{c_0} d\theta = 1,$$

где кривая отклика

$$c = \frac{c_i}{c_0} = \frac{dF}{d\theta};$$

c_i — текущая концентрация; c_0 — исходная концентрация ключевого компонента.

Среднее время пребывания частиц материала в циркуляционном контуре $\bar{\tau}$ определяется как математическое ожидание величины в интервале времени цикла от $t=0$ до $t=t_k$.

$$\bar{\tau}_{\text{общ}} = \frac{\int_0^{t_k} t c(t) dt}{\int_0^{t_k} c(t) dt} = \frac{\sum_{i=0}^{t_k} t_i c_i}{\sum_{i=0}^{t_k} c_i}.$$

Дисперсия кривой отклика находится по следующей формуле:

$$(\sigma_\tau^2)_{\text{общ}} = \frac{\sum_0^{t_k} t_i^2 c_i}{\sum_0^{t_k} c_i} - \left(\frac{\sum_0^{t_k} t_i c_i}{\sum_0^{t_k} c_i} \right)^2,$$

а в безразмерном виде

$$\sigma^2 = \frac{(\sigma_\tau^2)_{\text{общ}}}{(\tau_{\text{общ}})^2}.$$

Используя ячеистую модель потока частиц по замкнутому контуру, заменяем все зоны смесителя соответствующим количеством ячеек идеального смешения

$$n = \frac{1}{\sigma^2}.$$

В первоначальный момент количество ячеек, занятых ключевым компонентом, будет пропорционально отношению объема, занимаемого ключевым компонентом ко всему объему материала:

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$\frac{N_A}{N}=\frac{V_k}{V_{общ}}.$$

Вводится вектор $\pi(n)$, $n=1, 2, ..., N$ с координатами $g_i(n)$, характеризующими вероятность нахождения ключевого компонента в ячейке i через n переходов: $0<g_i(n)<1$, $\Sigma g_i(n)=1$.

В начальном состоянии

$$\pi(0)=\pi[g_1(0);...,g_{N_A}(0);\ 0;...,0].$$

Матрица переходных вероятностей

$$P=\|P_{ij}\|,\ i=1,..., N;\ j=1,..., N,$$

где

$$P_{ii}=\exp\left(-\frac{Q_m}{v_i}\Delta t\right);\ p_{i,i+1}=1-\exp\left(-\frac{Q_{mi}}{v_i}\Delta t\right),$$

а остальные элементы матрицы равны нулю. Состояние системы через n переходов будет

$$\pi(n+1)=\pi(n)\cdot P,$$

тогда

$$\pi(n)=\pi(0)\cdot P^n.$$

Вероятность нахождения ключевого компонента при идеальном смешивании во всех ячейках должна быть одинакова, тогда

$$g_1(n_k)=g_2(n_k)=\cdots g_N(n_k).$$

Качество смеси может быть определено с помощью коэффициента неоднородности

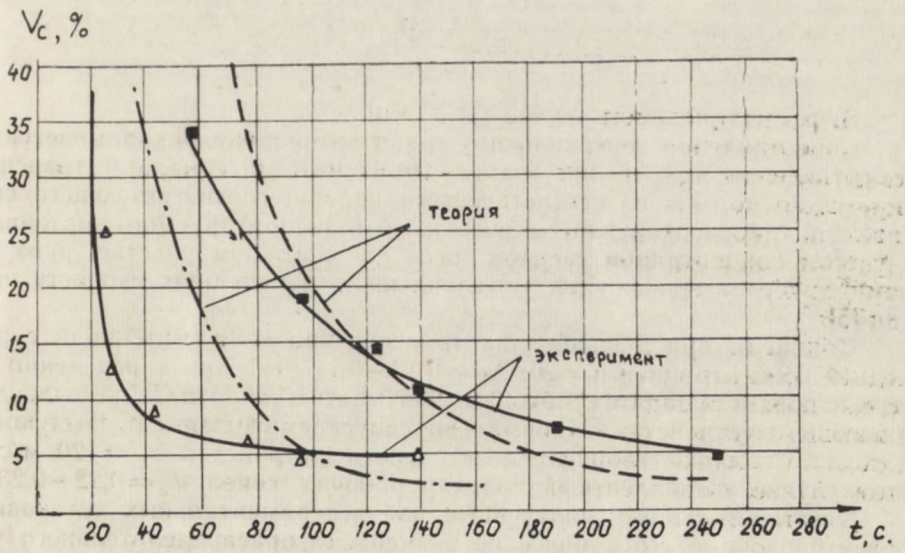

Рис. 3. Сравнение экпериментальных и теоретических зависимостей коэффициента неоднородности $V(c)$ от времени: ■,— — — $t_{max}/t_{min}=1{,}7$; △,—.—.— $t_{max}/t_{min}=3{,}2$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$$V_{(c)}^{\text{т}}=\frac{100}{g_i(n_k)}\sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}[g_i(n)-g_i(n_k)]^2}\ .$$

На рис. 3 представлены результаты расчета и сравнение их с экспериментальными данными.

Таким образом, математическая модель позволяет сделать оценку процесса усреднения в разрабатываемом аппарате при известных кривых отклика системы, которые получаются при моделировании процесса на лабораторных установках.

Примерный расчет основных рабочих и геометрических характеристик промышленных аппаратов

Для определения рабочих и геометрических характеристик промышленного усреднителя гранул полиэтилена с единовременной загрузкой $M=20$ т по методике, указанной в работе [4], был проведен приближенный расчет с учетом экспериментальных данных по смешению гранул, полученных на модельных установках.

При известной насыпной плотности материала $\rho_{\text{н}}=500$ кг/м^3 и коэффициенте заполнения объема бункера 0,7 размеры бункера следующие: общая высота аппарата $H=12{,}6$ м; высота засыпки материала $H_m=5{,}4$ м; диаметр бункера $D=3$ м; высота вертикальной трубы $L_{\text{т}}=7{,}2$ м.

Согласно экспериментальным и расчетным данным для качественного усреднения гранулированного полиэтилена необходима пятикратная циркуляция массы единовременной загрузки $N=5$.

Производительность применяемых в химической промышленности воздуходувок порядка 16 000—17 000 Нм^3/ч при давлении 0,35—0,4 ати. В этом случае при диаметре трубы $d_{\text{т}}=0{,}6$ м обеспечивается необходимая для устойчивого транспортирования скорость $v_{\text{т}}=16$ м/с. Оптимальная расходная концентрация согласно опытным данным μ равняется 20. Время смешения определяется по формуле

$$t=\frac{N\cdot M}{\mu\cdot G_{\text{в}}}\ .$$

В рассматриваемом случае $t=15$ мин.

Сопротивление вертикального транспортирования складывается из сопротивления при трении транспортируемого материала и транспортирующего потока, из статистического напора, соответствующего силе тяжести транспортирующего потока, и транспортируемого материала с учетом концентрации твердой фазы на разгонном участке, и из динамической потери напора, обусловленной изменением скорости частиц [5].

Общие потери давления на транспортирование материала с расходной концентрацией $\mu=20$; $\Delta p\approx 0{,}13$—$0{,}14$ ати. При определении потерь напора в аппарате необходимо учитывать и сопротивление пылеулавливающего устройства. Минимально допускаемая скорость воздушного потока в соплах газораспределительного устройства $v_c=120$ м/с. В этом случае эквивалентный диаметр рабочих сопел $d_c=0{,}22$—$0{,}23$ м.

Учитывая данные, полученные на экспериментальных установках, ориентировочные геометрические размеры газораспределительного устройства следующие: диаметр выходного сечения центрального сопла $d_{c1}=0{,}12$ м; шесть дополнительных сопел с $d_{c2}=0{,}04$ м; расстояние между центральным соплом и выходным сечением вертикальной трубы

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

$l_{c1}=0{,}4$ м; расстояние между центральным соплом и дополнительными соплами $l_{c2}=0{,}4—0{,}6$ м.

Геометрические и рабочие характеристики промышленного усреднителя, полученные на основании лабораторных исследований и расчетных зависимостей, необходимо уточнять при испытаниях аппарата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Макаров Ю. И., Ломакин Б. М., Харакоз В. В. Отечественное и зарубежное оборудование для смешения сыпучих материалов. М., 1964.

2. Бирюков Ю. А., Таиров Э. А., Шапилов Г. И., Шваб В. А. Пневматический метод перемешивания дисперсных материалов.— X Всесоюзная конференция по актуальным вопросам испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем. Одесса, 1970.

3. Бирюков Ю. А., Шапилов Г. И. Расчёт эжекционного устройства пневматического смесительного аппарата полидисперсных материалов.— В сб.: Вопросы импульсного пневмотранспорта, газоочистки и пневматического перемешивания дисперсных материалов. Томск, 1971.

4. Бирюков Ю. А., Гефле Г. Х., Шапилов Г. И. Исследование процесса тепло- и массопереноса в вертикальном пылегазовом потоке.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, 1977.

5. Разумов И. П. Псевдоожижение и пневмотранспорт сыпучих материалов. М., «Химия», 1972.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ОБОБЩЕННОЕ ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ КУЭТТА

А. В. Шваб, В. А. Шваб

Рассматриваемое обобщенное течение Куэтта соответствует случаю установившегося турбулентного течения несжимаемой жидкости между относительно перемещающимися, параллельными, бесконечно простирающимися плоскостями, при наличии постоянного перепада давления. Численное решение поставленной задачи позволяет установить некоторые принципиальные особенности обобщенного течения Куэтта на основе модели механизма турбулентности в установившихся пристенных потоках [1].

В постановке задачи обобщенного течения Куэтта полагаем одну из плоскостей неподвижной, а другую — движущейся с постоянной скоростью $U_н$. Кроме того, допускается наличие постоянного градиента давления dp/dx положительного или отрицательного направления, за счет которого дополнительно вызывается движение среды, суммирующееся с движением, обусловленным движением пластины в чисто Куэттовском течении. Расстояние между пластинами положим равным H.

Уравнение движения в случае обобщенного турбулентного течения Куэтта можно представить в следующем виде:

$$\frac{d}{dy}\left[(\nu+\nu_т)\frac{dU}{dy}\right]-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}=0. \tag{1}$$

Здесь приняты следующие обозначения: U — осредненная скорость; ν, $\nu_т$ — кинематические коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости; y — координата, направленная перпендикулярно к направлению движения жидкости; ρ — плотность. Выполняя дважды интегрирование уравнения (1) по y, получим

$$U=\int\frac{\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}y+c_1}{\nu(1+\nu_*)}dy+c_2, \tag{2}$$

где $\nu_*=\nu_т/\nu$. Удовлетворяя уравнение (2) граничным условиям $U=0$ при $y=0$ и $U=U_н$ при $y=H$, найдем постоянные $c_2=0$ и c_1:

$$c_1=\frac{U_н-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}\int_0^H\frac{ydy}{\nu(1+\nu_*)}}{\int_0^H\frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}} \tag{3}$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

и, следовательно

$$U=\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}\int_0^y\frac{ydy}{\nu(1+\nu_*)}+\left[\frac{U_H-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}\int_0^H\frac{ydy}{\nu(1+\nu_*)}}{\int_0^H\frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}}\right]\cdot\int_0^y\frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}. \qquad (4)$$

Составляя значение производной dU/dy, установим характер распределения напряжения в потоке

$$\frac{\tau}{\rho}=\nu(1+\nu_*)\frac{dU}{dy}=\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}\left[y-\frac{\int_0^H\frac{ydy}{\nu(1+\nu_*)}}{\int_0^H\frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}}\right]+\frac{U_H}{\int_0^H\frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}}. \qquad (5)$$

Если положить безразмерный коэффициент турбулентной вязкости $\nu_*=0$, получим для случая ламинарного течения известные соотношения [2]:

$$U=U_H\frac{y}{H}-\frac{H^2}{2\nu\rho}\frac{dp}{dx}\frac{y}{H}\left(1-\frac{y}{H}\right);$$

$$\frac{\tau}{\rho}=\nu\frac{dU}{dy}=\frac{U_H\nu}{H}-\frac{H}{2\rho}\frac{dp}{dx}\left(1-\frac{2y}{H}\right).$$

Обращаясь к зависимости (5), можно установить, что при $y=0$ на неподвижной пластине напряжение будет

$$\frac{\tau_{W0}}{\rho}=\nu\left(\frac{dU}{dy}\right)_{y=0}=\frac{U_H}{\int_0^H\frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}}-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}\frac{\int_0^H\frac{ydy}{\nu(1+\nu_*)}}{\int_0^H\frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}} \qquad (6)$$

и на движущейся пластине при $y=H$:

$$\frac{\tau_{WH}}{\rho}=\nu\left(\frac{dU}{dy}\right)_{y=H}=\frac{U_H}{\int_0^H\frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}}+\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}\left[H-\frac{\int_0^H\frac{ydy}{\nu(1+\nu_*)}}{\int_0^H\frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}}\right]. \qquad (7)$$

Вычитая (6) из (7), найдем зависимость между τ_{W0}/ρ и τ_{WH}/ρ:

$$\frac{\tau_{WH}}{\rho}=\frac{\tau_{W0}}{\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}. \qquad (8)$$

Переменное значение напряжения в потоке в области, примыкающей к неподвижной пластине, в соответствии с (5) целесообразно при построении метода расчета поля осредненных скоростей представить в виде отношения

$$\frac{\tau}{\tau_{W0}}=1+\frac{dp}{dx}\frac{y}{\tau_{W0}} \qquad (9)$$

и в области около подвижной пластины

$$\frac{\tau}{\tau_{WH}}=1-\frac{dp}{dx}\frac{z}{\tau_{WH}}, \qquad (10)$$

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

где $z=H-y$.

Турбулентное напряжение, представляющее разницу между полным и вязким напряжением, на основании зависимостей (9) и (10) определяется в безразмерной форме следующим образом:
вблизи неподвижной пластины

$$\tau_{*0}=1+\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0}\frac{\eta}{\eta_H}-\varphi'; \tag{11}$$

вблизи подвижной пластины

$$\tau_{*H}=1-\left(\frac{dp}{dx}\right)_{xH}\frac{\xi}{\xi_H}-\psi'. \tag{12}$$

Здесь приняты обозначения $v^2_{*0}=\tau_{W0}/\rho$; $v^2_{*H}=\tau_{WH}/\rho$;

$$\varphi=U/v_{*0};\ \psi=U/v_{*H};\ \varphi'=d\varphi/d\eta;\ \psi'=d\psi/d\eta;$$
$$\eta=v_{*0}y/\nu;\ \xi=(H-y)v_{*H}/\nu;(dp/dx)_{*0}=(H/\tau_{W0})\cdot(dp/dx);$$
$$(dp/dx)_{*H}=(H/\tau_{WH})\cdot(dp/dx)$$

и кроме того имеем очевидные зависимости

$$\varphi=\frac{U_H}{v_{*0}}-\psi\frac{v_{*H}}{v_{*0}}=\varphi_H-\psi\frac{v_{*H}}{v_{*0}}. \tag{13}$$

Соотношение (8) можно записать в следующем виде:

$$v^2_{*H}=v^2_{*0}+\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}H$$

или

$$\frac{v^2_{*H}}{v^2_{*0}}=1+\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0},$$

и тогда безразмерные градиенты $(dp/dx)_{*0}$ и $(dp/dx)_{*H}$ будут связаны следующим соотношением:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*H}=\frac{\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0}}{1+\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0}}. \tag{14}$$

Тогда соотношение (13) примет вид

$$\varphi=\varphi_H-\psi\cdot\left(\pm\sqrt{\left|1+\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0}\right|}\right). \tag{15}$$

При относительно небольших перепадах давления $|(dp/dx)_{*0}|<1$ сила трения τ_{WH} на движущейся пластине имеет направление, противоположное направлению скорости этой пластины. При большем значении градиента, т. е. $|(dp/dx)_{*0}|>1$, сила трения становится совпадающей с направлением скорости движения пластины. В этом случае в соотношении (15) перед корнем необходимо брать отрицательный знак.

Установленные значения полного напряжения (9) и (10) и турбулентного напряжения (11) и (12) имеют форму, которая допускает ве-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

дение расчета поля скоростей как от неподвижной, так и от движущейся пластины. В качестве основы для расчета поля осредненных скоростей воспользуемся методом, рассмотренным в работе [1], в которой турбулентное напряжение можно представить зависимостью

$$\sigma_{*0}=(\varkappa^2+\varkappa_0^2)\, l_*^2\cdot(\varphi')^2, \tag{16}$$

где линейный безразмерный масштаб l_* имеет значение

$$l_*=\frac{\varphi'}{\varphi''}\sqrt{\frac{\sigma_{*0}}{\sigma_{*0}+\varphi'}}\,. \tag{17}$$

Для обобщенного турбулентного течения Куэтта значение полного напряжения в безразмерной форме в соответствии с (11) определится зависимостью

$$\sigma_{*0}+\varphi'=1+\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0}\frac{\eta}{\eta_H}\,. \tag{18}$$

На основании зависимостей (17) и (18) уравнение (16) можно привести к виду

$$\frac{\varphi''}{(\varphi')^2}=-\sqrt{\frac{\varkappa_0^2+\varkappa^2}{1+\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0}\frac{\eta}{\eta_H}}}\,. \tag{19}$$

Значение $\varkappa$ в соответствии с работой [1] определяется зависимостью

$$\varkappa^2=\frac{2}{3}\frac{F_2^2}{F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma\sigma_{*0}}{F_0F_2(1-\gamma)\sigma_{*0}+F_0F_2\varphi'}+1\right)^2-1\right], \tag{20}$$

в которой теоретические постоянные имеют значения: $F_2=0{,}4$; $F_3=1{,}37148$; $F_0=12$; $\gamma=0{,}47$.

Значение $\varkappa_0$, удовлетворяющее условиям на границе раздела с вязким подслоем, устанавливается соотношением

$$\varkappa_0^2=\left[\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0}\frac{1}{\eta_H}\right]^2\cdot\left[1+\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0}\frac{\eta_1}{\eta_H}\right]^{-3}. \tag{21}$$

Аналогичным образом устанавливается уравнение, определяющее течение в области, примыкающей к подвижной пластине:

$$\frac{\psi''}{(\psi')^2}=\sqrt{\frac{\varkappa_0^2+\varkappa^2}{1-\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*H}\frac{\xi}{\xi_H}}}\,, \tag{22}$$

где

$$\varkappa^2=\frac{2}{3}\frac{F_2^2}{F_3}\left[\left(\frac{3F_3\gamma\sigma_{*H}}{F_0F_2(1-\gamma)\sigma_{*H}+F_0F_2\varphi'}+1\right)^2-1\right];$$

$$\varkappa_0^2=\left[\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*H}\cdot\frac{1}{\xi_H}\right]^2\cdot\left[1-\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*H}\frac{\xi_1}{\xi_H}\right]^{-3}.$$

Здесь σ_{*H} определяется зависимостью (12).

Таким образом, исследование обобщенного турбулентного течения Куэтта сводится к численному решению уравнений (19) и (22) соот-

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ветственно в зонах, примыкающих к неподвижной и подвижной пластинам. Причем профили скорости смыкаются в точке перегиба или максимума в зависимости от величины безразмерного градиента давления $(dp/dx)_{*0}$.

Решение этой задачи требует задания градиента давления и скорости подвижной пластины. Однако решение может быть получено при задании $(dp/dx)_{*0}$ и $\eta_H = v_{*0} H/\nu$. В результате выполненного решения задачи может быть определена скорость пластины, которая отвечает заданным значениям $(dp/dx)_{*0}$ и η_H.

Действительно, из соотношения (6) получим

$$U_H = \frac{\tau_{w0}}{\rho}\int_0^H \frac{dy}{\nu(1+\nu_*)} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}\int_0^H \frac{ydy}{\nu(1+\nu_*)},$$

или в безразмерной форме

$$\varphi_H = \int_0^{\eta_H} \frac{\varphi' d\eta}{1+(dp/dx)_{*0}\cdot\eta/\eta_H} + \left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0}\cdot\frac{1}{\eta_H}\int_0^{\eta_H} \frac{\eta\varphi' d\eta}{1+(dp/dx)_{*0}\cdot\eta/\eta_H}.$$

Результаты численных исследований полей осредненных скоростей для обобщенного течения Куэтта приводятся на рис. 1 и 2 в виде зависимостей U/U_H от y/H при постоянном значении $\eta_H = v_{*0}\cdot H/\nu = 10^3$

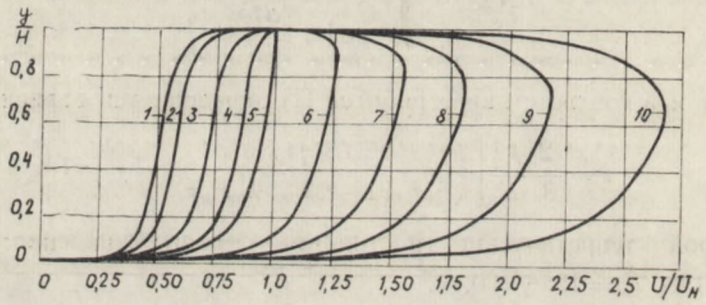

Рис. 1. Зависимость безразмерной скорости U/U_H от безразмерной координаты y/H при $\eta_H = 10^3$ для значения безразмерного градиента давления $(-dp/dx)_{*0}$: *1* — 0; *2* — 0,4; *3* — 0,8; *4* — 0,95; *5* — 1; *6* — 1,1; *7* — 1,2; *8* — 1,3; *9* — 1,4; *10* — 1,5

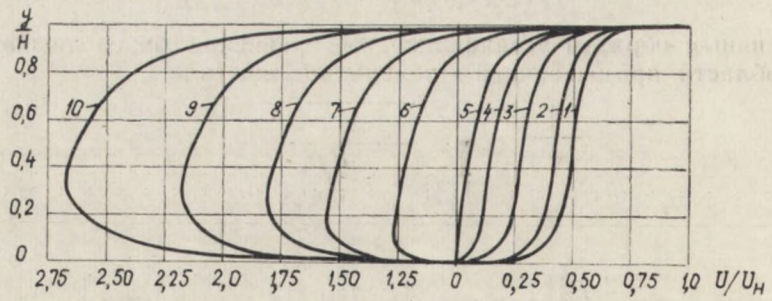

Рис. 2. Зависимость безразмерной скорости U/U_H от безразмерной координаты y/H *при* $\eta_H = 10^3$ для значения безразмерного градиента давления $(dp/dx)_{*0}$: *1* — 0; *2* — 0,4; *3* — 0,8; *4* — 0,95; *5* — 1; *6* — 1,1; *7* — 1,2; *8* — 1,3; *9* — 1,4; *10* — 1,5

и соответственно при отрицательном и положительном градиенте давлений $(dp/dx)_{*0}$. На рис. 1 показан характер распределения скоростей при совпадении перепада давления с направлением скорости движения

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

пластины. На рис. 2 показаны профили скоростей при перепаде давления, противоположном направлению перемещения движущейся пластины, при тех же абсолютных значениях безразмерных градиентов давлений, но при противоположном знаке.

Необходимо отметить, что безразмерный градиент давления связан с dp/dx соотношением

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0} = \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}\frac{H\rho}{\tau_{W0}}.$$

Учитывая τ_{W0}/ρ по зависимости (6), получим

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{*0} = \frac{\dfrac{H}{\rho}\dfrac{dp}{dx}\displaystyle\int_0^H \frac{dy}{\nu(1+\nu_*)}}{-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{dp}{dx}\displaystyle\int_0^H \frac{y\,dy}{\nu(1+\nu_*)} + U_H}.$$

Переходя к пределу при $dp/dx \to \infty$, получим безразмерный градиент давления $(dp/dx)_{*0}$, стремящийся к 2. В связи с этим весь интервал возможных изменений $(dp/dx)_{*0}$ лежит в пределах $-2 \leqslant (dp/dx)_{*0} \leqslant 2$. В частном случае распределение скоростей в обобщенном течении Куэтта соответствует по своему характеру распределению скоростей при движении в плоском канале при условии, что скорость движения пластины соответствует максимальной скорости.

Кроме того, при $(dp/dx)_{*0} = \pm 2$, что соответствует перепаду давления, стремящемуся к бесконечности, имеет место распределение скоростей, совпадающее с характером турбулентного течения в плоском канале.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шваб В. А., Шваб А. В. О модели механизма генерации турбулентности в установившихся пристенных турбулентных потоках.— В сб.: Методы гидроаэромеханики в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1977.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., ИЛ, 1956.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

РЕФЕРАТЫ НА ОПУБЛИКОВАННЫЕ СТАТЬИ

УДК 532.572.2

Аналитический и численный анализ ламинарного течения жидкости в зазоре между ротором и цилиндрической стенкой корпуса центробежного сепаратора. Шиляев М. И., Арбузов В. Н. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1979.

В работе приведено аналитическое и численное решение задачи о ламинарном течении жидкости в зазоре между ротором и цилиндрической стенкой корпуса центробежного сепаратора с аксиальным подводом и радиальным стоком к оси. Аналитическое решения найдено из уравнений Навье—Стокса, упрощенных в результате пренебрежения членами со вторыми производными от скорости по осевой координате. Применяя метод последовательных приближений, начиная с чисто вязкого режима, определены распределения окружной, радиальной и аксиальной скоростей и давления в зазоре. Для численного решения использованы полные уравнения Навье—Стокса с учетом осевой симметрии потока, которые были представлены в безразмерной форме в переменных напряженности вихря, функции тока и окружной скорости.
Библ. 8, ил. 13.

УДК 532.517+621.928

Исследование гидродинамики течения несжимаемого потока несущей среды в сепарационном элементе воздушно-центробежного классификатора. Шиляев М. И., Росляк А. Т., Арбузов В. Н., Зятиков П. Н. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1979.

В работе представлены результаты теоретического и экспериментального изучения аэродинамики зоны сепарации воздушно-центробежного классификатора. Рассмотрена задача о течении вязкой несжимаемой жидкости в кольцевом вращающемся канале с профилированной произвольным образом границей.

Установлена гидродинамическая аналогия течения среды в профилированном вращающемся кольцевом канале центробежного классификатора и в плоском канале. На основании гидродинамической аналогии получено решение задачи для осредненного по поперечному сечению турбулентного течения среды в сепарационной зоне классификатора. Результаты теоретического расчета осредненных по поперечному сечению окружных скоростей сопоставлены с результатами эксперимента. Получено удовлетворительное согласование.
Библ. 8, ил. 7.

УДК 621.928.3.

Исследование эффективности сепарации в закрученном пылегазовом потоке ротационного пылеотделителя. Василевский М. В. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1979.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

В статье приводятся результаты исследования эффективности сепарации в закрученном потоке ротационного пылеотделителя с дополнительным осаждением частиц на различные вращающиеся фильтры.

Установлено, что слой пыли формируется с внутренней стороны фильтра за счет центробежных сил. Автоматическая регенерация фильтрующих сеток возможна, если толщина нитей в 2—3 раза меньше расстояния между ними. Концентрация пыли на выходе из сепаратора с применением фильтрующих сеток уменьшается в 1,5—2 раза. Библ. 2, ил. 9.

УДК 532.54.

Неизотермическое течение нелинейной вязкопластической жидкости в канале винта экструдера. Бухановский Ю. В. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1979.

Предлагается численное решение задачи о стабилизированном течении жидкости в зоне дозирования экструдера. Рассматривается течение неньютоновской жидкости с реологическим законом вида $\tau=\tau_0+\mu\dot{\gamma}^n$ с учетом диссипации механической энергии и теплообмена с окружающей средой. Предполагается, что предел текучести τ_0 и пластическая вязкость подчиняются активационной зависимости от температуры. Течение исследуется при условии отсутствия скольжения жидкости на поверхности винта экструдера. В результате расчетов исследуется зависимость производительности экструдера от различных параметров и предлагается использование предложенного численного решения для проведения проектного расчета зоны дозирования экструдера.
Библ. 1, ил. 5, табл. 1.

УДК 532.135

Изотермическое течение нелинейной вязкопластической жидкости в каналах сложной формы. Бухановский Ю. В., Шифанов А. В. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1979.

Выполнено теоретическое исследование течения нелинейной вязкопластической жидкости в канале с изменяющейся геометрией на основе численного метода. В результате решения задачи выяснены основные гидродинамические особенности, возникающие при медленных течениях высоковязких жидкостей в каналах сложной формы. Показано, что распределение скоростей и величина начального гидродинамического участка не зависят от Re и И, если их значение не превышает 1. Длина входного участка является постоянной величиной для каждого значения индекса течения n и уменьшается с увеличением n. Интенсивность возвратных течений в раструбе увеличивается с возрастанием максимального диаметра канала при неизменных углах раструба.
Библ. 6, ил. 5, табл. 1.

УДК 531.781

Измерения прочности высоконаполненного полимера в вязкотекучем состоянии. Малкин А. И., Козлобродов А. Н., Ищенко В. П. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1979.

В случае высоконаполненных минерально-полимерных композиций в процессе их переработки наблюдается образование трещин, причем сам характер разрушения, т. е. форма и развитие трещин как разломов, идущих с поверхности в глубь поверхностного слоя среды, говорят о деформировании не касательного, а нормального, именно растягивающего типа. В связи с этим были рассмотрены два метода измерения прочности на разрыв — центробежный и гравитационный. Приведены блок-схемы установок для измерения прочности, получены формулы для определения предела прочности материала, представлены результаты измерений для 3 видов смазки (масло, вода, без смазки) для центробежного метода и получено предельное значение прочности на разрыв гравитационным методом.
Библ. 3, ил. 4.

УДК 662.391:65.012.21

Применение методов математического планирования эксперимента в реологических исследованиях. Сергеев А. В., Олицкий А. Ф. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1979.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

УДК 532.517.4

Обобщенное турбулентное течение Куэтта. Шваб А. В., Шваб В. А. Вопросы аэрогидромеханики и тепломассообмена в приложении к некоторым технологическим процессам. Томск, Изд-во ТГУ, 1979.

В статье рассмотрена задача, касающаяся турбулентного течения в случае обобщенного куэттовского движения среды. В работе использован новый метод расчета, основанный на ранее разработанной модели турбулентного движения. Работа является примером практического приложения нового метода расчета турбулентных течений. В результате проведенной работы получены поля скоростей для куэттовского течения и влияние дополнительно наложенного градиента давления.
Библ. 2, ил. 2.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

СОДЕРЖАНИЕ

М. И. Шиляев, В. Н. Арбузов Аналитический и численный анализ ламинарного течения жидкости в зазоре между ротором и цилиндрической стенкой корпуса центробежного сепаратора 3

М. И. Шиляев, А. Т. Росляк, В. Н. Арбузов, П. Н. Зятиков. Исследование гидродинамики течения несжимаемого потока несущей среды в сепарационном элементе воздушно-центробежного классификатора 18

М. В. Василевский. Исследование эффективности сепарации в закрученном пылегазовом потоке ротационного пылеотделителя 27

Ю. В. Бухановский. Неизотермическое течение нелинейной вязкопластической жидкости в канале винта экструдера 35

Ю. В. Бухановский, А. В. Шифанов. Изотермическое течение нелинейной вязкопластической жидкости в каналах сложной формы. 41

А. И. Малкин, А. Н. Козлобродов, В. П. Ищенко. Измерения прочности высоконаполненного полимера в вязкотекучем состоянии 49

А. В. Сергеев, А. Ф. Олицкий. Применение методов математического планирования эксперимента в реологических исследованиях 55

А. В. Шифанов. Экспериментальное исследование развития течения высоковязких полимерных систем на входном участке круглой трубы 63

Г. В. Кузнецов, Г. Г. Тиванов. Исследование теплофизических характеристик обугливающихся материалов 68

Г. Г. Тиванов. Теоретическое исследование зарождения и эволюции пористой системы на примере эластичных материалов 72

Е. М. Пузырев. Температурные поля растений 76

О. Ю. Розанов, В. А. Смоловик, А. В. Трушников. Экспериментальное исследование работы камерного питателя с аэровибромеханической системой стабилизации истечения 85

В. Н. Воронин, В. М. Егоров, Б. Б. Квеско. Особенности процесса фильтрации при поршневом пневматическом транспорте 90

В. П. Коцюба, В. П. Тарасов. Экспериментальное исследование границ завала в материалопроводах различной формы поперечного сечения . . . 97

В. П. Коцюба. О критической скорости воздуха при горизонтальном пневмотранспорте крупнозернистого материала 100

Ю. А. Бирюков, Л. Н. Богданов. Метод расчета промышленных усреднителей дисперсных материалов 103

А. В. Шваб, В. А. Шваб. Обобщенное турбулентное течение Куэтта . . 112

Рефераты на опубликованные статьи 118

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

ВОПРОСЫ
АЭРОГИДРОМЕХАНИКИ И ТЕПЛОМАССООБМЕНА
В ПРИЛОЖЕНИИ К НЕКОТОРЫМ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ

Редактор **Л. И. Дюканова**
Технический редактор **Р. М. Подгорбунская.**
Корректор **Г. Г. Иванова**

КЗ02010. Сдано в набор 3.8.78 г. Подписано к печати 25.1.79 г. Формат 70×108$^{1}/_{16}$. Бумага типографская № 1. Гарнитура литературная. Печать высокая. П. л. 7,75; уч.-изд. л. 9,5; усл. п. л. 10,85. Тираж 500. Цена 1 р. 40 к. Заказ № 8184.

ИБ 481

Изд-во ТГУ. Томск, 29, ул. Никитина, 17.
Типография изд-ва «Омская правда», г. Омск, пр. Маркса, 39.

Электронная библиотека (репозиторий)
Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

Электронный архив библиотеки Томского государственного университета
http://vital.lib.tsu.ru

1-368371

Цена 1 р. 40 к.

Томский госуниверситет 1878
Научная библиотека 00932316