



Dedicated to the memory of Ulian Gaiikovich Pirumov

**PROCEEDINGS
OF THE XIX INTERNATIONAL CONFERENCE
ON COMPUTATIONAL MECHANICS
AND MODERN APPLIED SOFTWARE SYSTEMS**



CMMASS'2015

**24–31 May, 2015
Alushta, Crimea**



позволяющая осуществлять эффективное проектирование композиционных материалов, конструкций с требуемым комплексом свойств при волновых воздействиях.

1. *Гусев Е. Л.* Математические методы синтеза слоистых структур. — Новосибирск: Наука, 1993. — 262 с.
2. *Гусев Е. Л.* Качественные закономерности взаимосвязи параметров в оптимальных структурах в задачах оптимального синтеза неоднородных структур из дискретного набора материалов при волновых воздействиях // Доклады РАН. — 1996. — Т. 346, №3. — С. 324–326.
3. *Гусев Е. Л.* Об априорном сужении допустимого набора материалов в задачах оптимального синтеза неоднородных структур из дискретного набора материалов при волновых воздействиях // Доклады РАН. — 1996. — Т. 349, №3. — С. 329–331.
4. *Gusev E. L.* Mathematical methods of investigation limit possibilities of interference coatings for the reaching of the given complex of properties // Optical Interference Coatings, vol. 9, OSA, Technical Digest Series (Optical Society of America). — 1998. — P. 286–287.
5. *Гусев Е. Л.* Свойство внутренней симметрии во взаимосвязи параметров в оптимальных структурах в задачах оптимального синтеза неоднородных структур при волновых воздействиях // Труды Международной конференции «Симметрия в естествознании». — Красноярск, 1998. — С. 47–48.
6. *Gusev E. L.* Optimal synthesis methodology of nonhomogeneous structures under the influence of electromagnetic waves // Int. J. Of Applied Electromagnetics and Mechanics. — 1999. — No. 10. — P. 405–416.
7. *Бакулин В. Н., Гусев Е. Л., Марков В. Г.* Методы оптимального проектирования и расчета композиционных конструкций. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 256 с.
8. *Бакулин В. Н., Гусев Е. Л., Марков В. Г.* Методы оптимального проектирования конструкций из композиционных и традиционных материалов при волновых и статических воздействиях // Инженерно-физический журнал. — Минск, 2001. — Т. 74, №6. — С. 53–56.
9. *Бакулин В. Н., Гусев Е. Л., Ярилова Е. В.* Методы оптимального проектирования слоисто-неоднородных структур с заданным комплексом свойств при воздействии упругих волн // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, №12. — С. 111–117.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗМЕРА ЗЕРНА ПОДЛОЖКИ НА МЕХАНИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ МАТЕРИАЛА С ПОКРЫТИЕМ*

***А. В. Зиновьев^{1,2}, Р. Р. Балохонов^{1,2}, В. А. Романова^{1,2},
О. С. Зиновьева^{1,3}, С. А. Мартынов^{1,2}***

¹ИФПМ СО РАН, Томск, Россия; ²ТПУ, Томск, Россия; ³ТГУ, Томск, Россия

В данной работе исследованы процессы локализации пластической деформации и разрушения в материале с покрытием. Структура пористого покрытия и поликристаллической подложки задается в расчетах в явном виде. Разработан алгоритм генерации поликристаллической структуры подложки с использованием метода клеточных автоматов. Разработана методика генерации начальной криволинейной конечно-разностной сетки для описания структуры покрытия с регулируемой пористостью. Краевая задача механики в постановке плоской деформации решается численно методом конечных разностей. Для описания механического отклика стальной подложки используется упругопластическая модель изотропно

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда и Российской академии наук.

упрочняющегося материала. Для учета влияния размера зерна на его начальный предел текучести использовалось соотношение Холла–Петча. Для керамического покрытия применяется модель хрупкого разрушения на основе критерия Губера, которая учитывает зарождение трещин в областях объемного растяжения.

Проведены серии численных экспериментов для образцов с разным средним размером зерна в подложке (2, 5, 15 и 30 мкм). Образцы подвергались одноосному растяжению и сжатию, а также нагрузке на поверхность. Чем больше размер зерна, тем ниже идет кривая течения и тем раньше материал подложки начинает деформироваться пластически.

Изучено неоднородное напряженно-деформированное состояние, возникающее при нагружении композита благодаря наличию криволинейной границы раздела «покрытие–подложка» и пор в покрытии. Установлено, что вследствие различия в механической реакции податливого упругого покрытия и более жесткой пластичной подложки менее опасное квазигомогенное состояние реализуется не в начале нагружения, а при развитом пластическом течении в подложке. Такое состояние реализуется не во всех случаях, так как при более мелком зерне покрытие начинает разрушаться вблизи пор еще до его достижения.

Показано, что при нагрузке на поверхность от размера зерна подложки зависит характер разрушения. При средних размерах зерен подложки, равных 2 и 5 мкм, первые трещины зарождаются на границе «пора–покрытие», а для случаев 15 и 30 мкм — на границе раздела «покрытие–подложка». Чем крупнее зерно, тем больше деформация, при которой развитие трещин переходит в катастрофический режим и покрытие теряет свои функциональные свойства.

РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ КРУГОВОЙ ЛУНОЧКИ

А. О. Казакова

ЧГУ им. И. Н. Ульянова, Чебоксары, Россия

В докладе с помощью биполярных координат и аппарата интеграла Фурье дано замкнутое решение первой основной задачи плоской теории упругости для внутренности круговой луночки. Задача решается при помощи функции напряжений и сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений. Решение дается в виде интеграла Фурье. Рассмотрен числовой пример, построены графики напряжений.

Постановка задачи. Задача решается в биполярной системе координат α , β , которые связаны с декартовой системой координат x , y соотношениями

$$gx = \operatorname{sh} \alpha, \quad gy = \sin \beta, \quad g = (\operatorname{ch} \alpha + \cos \beta)/a,$$

где a — параметр биполярных координат.

Координата α будет при этом изменяться от $-\infty$ до $+\infty$, а координата β — от $-\pi$ до π . Координатные линии $\beta = \operatorname{const}$ в такой криволинейной системе координат представляют собой дуги окружностей, имеющих центры на оси Oy и проходящих через полюсы P_1 и P_2 . Координата α в этих полюсах принимает значения $\alpha = \pm\infty$.

Пусть в биполярной системе координат некоторый материал занимает область $\alpha \in (-\infty; +\infty)$, $\beta \in [\beta_1; \beta_2]$, т. е. рассматривается плоская область в виде круговой