

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ИНСТИТУТ ГИДРОДИНАМИКИ
ИМ. М. А. ЛАВРЕНТЬЕВА

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

VIII МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ЛАВРЕНТЬЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ, МЕХАНИКЕ И
ФИЗИКЕ

посвященная 115-летию академика М. А. Лаврентьева

7 – 11 сентября 2015 г.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Новосибирск
2015

О ДВИЖЕНИИ ЧАСТИЦ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПОТОКЕ

Е.Ю. Мищарина, Ю.П. Худобина

*Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Томск*

Начало изучения задач адвекции было положено в статье [1]. Математическая постановка сводится к тому, чтобы найти решение системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = u(x, y, t), \quad \dot{y} = v(x, y, t), \quad x = x_0, \quad y = y_0, \quad t = 0,$$

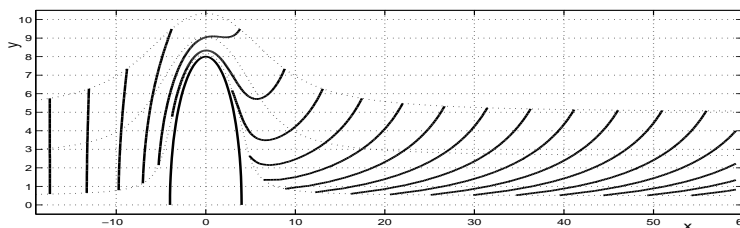
описывающей движение частицы (x_0, y_0) в заданном поле скорости. Вычисления получаются достаточно сложными, так как численный метод Рунге-Кутты применяется потенциал скорости сразу ко многим начальным частицам жидкости. Задача существенно упрощается, если существует не зависящий от времени комплексный потенциал скорости $w = \varphi + i\psi$, т.е. если течение получено с помощью конформного отображения $z = x + iy = f(w)$. Тогда для пары связанным между собой точек z и w можно записать равенства

$$\dot{w} = (dw/dz) \dot{z}, \quad \dot{z} = (dw/dz)^*, \quad \dot{w} = |dw/dz|^2. \quad (1)$$

Из них следует, что в области комплексного потенциала точки перемещаются горизонтально со скоростью $\dot{\varphi} = |\dot{z}|^2$. Отсюда получается формула для времени перемещения точек, расположенных в плоскости (φ, ψ) :

$$t(\varphi, \psi) = \int_{\varphi_0}^{\varphi} |dz/dw|^2 d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} |f'(\varphi, \psi)|^2 d\varphi. \quad (2)$$

Для случая обтекания эллипса линии уровня функции $t(\varphi, \psi) = const$, вычисленные по формуле (2), показаны на рисунке.



Уносимый потоком вертикальный отрезок деформируется, изменяя свою длину, и его концы лежат на линиях тока, отмеченных пунктиром.

Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности Томского государственного университета.

Список литературы

1. Aref H. *Stirring by chaotic advection*. J.Fluid mech.1984. V. 143 P. 1–21.