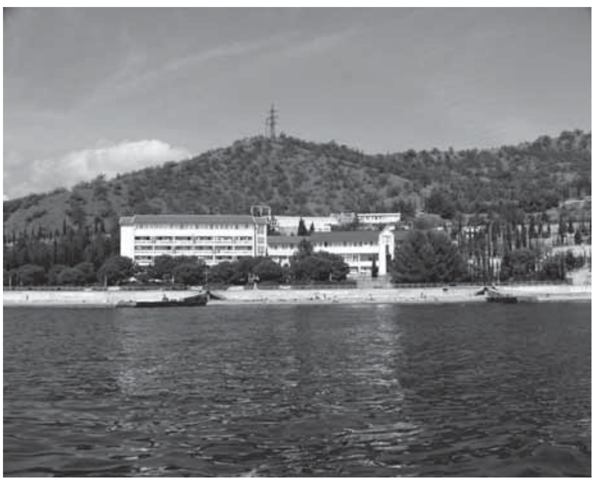
Dedicated to the memory of Ulian Gaikovich Pirumov

PROCEEDINGS OF THE XIX INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL MECHANICS AND MODERN APPLIED SOFTWARE SYSTEMS

CMMASS'2015

24–31 May, 2015
Alushta, Crimea



Задача теории упругости формулируется в виде вариационного принципа Лагранжа. Как это принято в МКЭ [4], используется матрично-векторная форма записи полученных соотношений.

Условие стационарности энергетического функционала приводит к системе линейных алгебраических уравнений равновесия тела, которая модифицируется с учетом граничных условий в перемещениях. В результате решения полученной системы определяются узловые перемещения во всей расчетной области и далее вычисляются компоненты тензоров деформаций и напряжений.

Рассмотренная схема представляется весьма перспективной. По сравнению с традиционной схемой 10-узлового конечного элемента она имеет в два раза меньше узлов и в пять раз меньше элементов. Проводя аналогию с ажурными схемами на основе линейного элемента, есть также все основания утверждать, что ее сходимость должна быть не хуже, чем у традиционной схемы.

Рассматриваются особенности реализации новой ажурной схемы по сравнению с ажурной схемой на базе 4-узлового элемента и традиционной схемой на базе 10-узлового элемента. Обсуждается проблема построения КЭ сеток для новой ажурной схемы.

Приводятся результаты решения тестовых задач и сравнение с традиционными схемами на базе 10-узлового и 20-узлового конечных элементов.

1. *Чекмарев Д. Т.* Численные схемы метода конечного элемента на «ажурных» сетках // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. — 2009. — Вып. 2. — С. 49–54.
2. *Жидков А. В.*, *Зефиров С. В.*, *Кастальская К. А. Спирин С. В.*, *Чекмарев Д. Т.* Ажурная схема численного решения трехмерных динамических задач теории упругости и пластичности // Вестник ННГУ. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2011. — №4, часть 4. — С. 1480–1482.
3. *Жидков А. В.*, *Спирин С. В.*, *Чекмарев Д. Т.* Ажурная схема метода конечных элементов решения статических задач теории упругости // Учен. зап. Казан. Ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. — 2012. — Т. 154, Кн. 4. — С. 26–32.
4. *Голованов А. И.*, *Бережной Д. В.* Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел. — Казань: Изд-во «ДАС», 2001. — 301 с.

О ВИХРЕВОМ МЕХАНИЗМЕ УСКОРЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИ РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ТРЕЩИН ПРОДОЛЬНОГО СДВИГА ДО «СВЕРХСДВИГОВЫХ» СКОРОСТЕЙ*

Е. В. Шилько[1,2]***, А. С. Григорьев***[1]***, Е. К. Петров***[2]***, С. Г. Псахье***[1,2]

[1]*ИФПМ СО РАН, Томск, Россия;* [2]*ТГУ, Томск, Россия*

Актуальным вопросом механики деформируемого твердого тела и механики разрушения является вопрос о физически достижимой скорости динамического роста трещин. В рамках традиционных аналитических моделей механики разрушения скорость роста трещины не может превышать величины скорости волны Рэлея V_R в рассматриваемой среде. Однако, начиная с 1970-х годов, появилось большое количество лабораторных и натурных данных, а также результатов компьютерного моделирования, свидетельствующих о том, что в хрупких средах возможно

*Работа выполнена в рамках проекта 14-19-00718 Российского научного фонда.

распространение трещин продольного сдвига со скоростями, превышающими скорость поперечной упругой волны и близкими к скорости продольной волны. В иностранной литературе такой режим распространения трещины сдвига называется «сверхсдвиговым». В последние десятилетия изучению классического «дорэлеевского» (со скоростью, меньшей V_R) и «сверхсдвигового» режимов динамического роста трещин продольного сдвига в модельных, природных и технических системах посвящено большое количество экспериментальных, теоретических и численных исследований. Однако, несмотря на значительные успехи в исследовании условий и особенностей «сверхсдвигового» роста трещин в хрупких материалах и средах, до сих пор слабоизученными остаются вопросы, касающиеся физического механизма ускорения трещины до «сверхсдвиговых» скоростей, а также условий, определяющих принципиальную возможность реализации такого режима роста трещины. Представляемые результаты исследования посвящены решению данных вопросов.

Исследование осуществлено путем компьютерного моделирования методом подвижных клеточных автоматов. Численное изучение проводилось на двумерных модельных упруго-хрупких пластинах, содержащих начальные трещины. Моделировался простой сдвиг пластин в квазистатическом режиме. Использовалось приближение плоской деформации.

Результаты моделирования показали, что принципиально важной особенностью динамического распространения трещины продольного сдвига является формирование и развитие коллективного упругого вихревого движения в среде перед вершиной трещины (далее именуемого упругим вихрем). Упругий вихрь образуется уже в самом начале динамического распространения трещины. По мере ее продвижения упругий вихрь занимает все большую область пространства впереди трещины, и его скорость быстро достигает скорости поперечной упругой волны. В то же время трещина растет со скоростью ниже скорости волны Рэлея. Поэтому по мере продвижения упругий вихрь постепенно удаляется от вершины трещины и, начиная с некоторого момента, отделяется от нее и далее распространяется как самостоятельный динамический объект.

Показано, что фундаментальным свойством упругих вихрей является концентрация в них сдвиговых напряжений. Область высоких сдвиговых напряжений имеет эллиптическую форму и расположена в центральной части вихря. По мере продвижения упругого вихря концентрация сдвиговых напряжений в нем постепенно возрастает и достигает максимума к моменту его отделения от растущей трещины. В ходе последующего (независимого) распространения вихря концентрация напряжений в нем постепенно снижается ввиду прекращения поступления упругой энергии от трещины и рассеяния аккумулированной в нем энергии.

Данное свойство упругих вихрей определяет способность трещин сдвига ускоряться до скоростей, близких к скорости продольной упругой волны. Такое ускорение может иметь место, если магнитуда напряжений в центральной части упругого вихря успевает достичь величины сдвиговой прочности материала до момента отделения упругого вихря от трещины. В этом случае на некотором удалении от вершины основной трещины образуется короткая вторичная трещина, которая способна распространяться со скоростью, превышающей скорость поперечной упругой волны.

Максимальная достигаемая магнитуда сдвиговых напряжений в упругом вихре определяется, в первую очередь, плотностью упругой энергии формоизменения W_0, аккумулированной в системе к началу неустойчивого роста трещины: если величина W_0 для изучаемой системы с начальной трещиной превышает критическое значение W_{crit}, магнитуда в упругом вихре успевает достигнуть величины сдвиговой прочности среды. Величина W_0 эффективно характеризуется величиной приложенного сдвигового напряжения τ_0 в момент начала роста трещины: $\tau_0 = \sqrt{2W_0G}$, где G — модуль сдвига материала. Параметры W_0 и τ_0 непосредственно связаны с геометрическими характеристиками начальной трещины. В случае исходной трещины простой формы (разреза или прямоугольного выреза) ее основными размерными геометрическими характеристиками являются длина L_0 и эффективная толщина D. Отметим, что для исходной трещины в форме разреза физическим смыслом параметра D является высота неровностей профиля поверхностей разреза, а для трещины в форме прямоугольного выреза — расстояние между поверхностями выреза. Для трещин двух указанных типов проведены специальные исследования зависимости τ_0 от D и L_0. Результаты исследования показали, что система двухпараметрических зависимостей τ_0 (D, L_0) может быть сведена к единой (общей для различных трещин) зависимости τ_0 от безразмерного геометрического параметра $P = D/L_0$, представляющей собой масштабно инвариантное обобщение классического выражения Гриффитса для трещин продольного сдвига.

Эмпирически полученная зависимость $\tau_0(P)$ является принципиально важной для понимания необходимых геометрических условий, определяющих возможность ускорения исходной трещины до «сверхсдвиговых» скоростей в условиях продольного сдвига. Как отмечалось выше, такое ускорение происходит, если магнитуда сдвиговых напряжений в упругом вихре (перед вершиной трещины) успевает достичь сдвиговой прочности материала, и формируется вторичная трещина (это происходит, если $\tau_0 > \tau_{crit}$). Наличие однозначной связи τ_0 с безразмерным геометрическим параметром P показывают, что возможность достижения критического значения напряжений в упругом вихре может характеризоваться величиной P. Так, если исходная трещина характеризуется величиной геометрического параметра $P < P_{crit}$ (где P_{crit} — критическое значение параметра, соответствующее W_{crit}), она способна распространяться только с «дорэлеевской» скоростью. В случае $P > P_{crit}$ она потенциально способна преодолеть «рэлеевский скоростной барьер». Таким образом, эффективная толщина трещины D определяет максимальное значение исходной длины L_{crit}, при котором трещина потенциально способна распространяться в «сверхсдвиговом» скоростном режиме. Результаты моделирования показали, что для упруго-хрупких материалов величина P_{crit} имеет порядок 10^{-1}.