

МЕХАНИКА

УДК 532.542.2

DOI 10.17223/19988621/42/6

Е.И. Борзенко, О.А. Дьякова

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ
В Т-ОБРАЗНОМ КАНАЛЕ С УСЛОВИЯМИ
ПРИЛИПАНИЕ – СКОЛЬЖЕНИЕ НА ТВЕРДОЙ СТЕНКЕ¹**

Исследуется плоское течение вязкой несжимаемой жидкости в Т-образном канале. Рассматриваются три модели взаимодействия жидкости с твердой стенкой: условие прилипания, условие проскальзывания Навье и условие проскальзывания с предельным напряжением. Движение жидкости обеспечивается заданием однородных профилей давления в граничных сечениях канала. Задача решается численно методом контрольного объема с использованием процедуры SIMPLE. В результате проведенного исследования выявлены характерные режимы течений для рассматриваемых моделей взаимодействия жидкости с твердой стенкой. Продемонстрировано влияние основных параметров задачи на картину течения. Построены критериальные зависимости, описывающие характеристики течения в условиях математической постановки, сформулированной в настоящей работе.

Ключевые слова: *течение, вязкая жидкость, граничное условие, Т-образный канал, численное моделирование.*

Технология переработки полимерных композиций, которые в текучем состоянии представляют собой вязкие среды, сопровождается сложными гидродинамическими и теплофизическими процессами; дополнительные трудности вносит геометрия области течения. При изучении течений жидкости в каналах различной конфигурации необходимо знать механизм взаимодействия жидкости с твердой поверхностью. При математическом моделировании задач о течении вязкой жидкости на стенке традиционно используется условие прилипания. Однако экспериментальные данные [1, 2] показывают нарушение условия прилипания на твердой границе, в результате чего реализуется условие скольжения.

В работе [3] исследуется задача об установившемся ламинарном течении вязкой жидкости в микроканалах с учетом условия скольжения Максвелла на твердых стенках. Численная реализация условия скольжения Навье для метода конечных элементов применительно к плоским и пространственным течениям подробно рассмотрена в [4]. Авторы работы [5] исследуют течение ньютоновской несжимаемой жидкости в Т-образном канале, как с учетом прилипания, так и с учетом скольжения по закону Навье на твердых границах. Различные модели взаимо-

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№15-08-02256 а) и в рамках государственного задания № 2014/223 (код проекта 1943).

действия жидкости с твердой стенкой в случае течения ньютоновской несжимаемой жидкости в изогнутом под прямым углом канале описываются в [6].

В настоящей работе реализуются три модели взаимодействия вязкой жидкости с твердой стенкой: условие прилипания, условие скольжения Навье и условие скольжения с предельным напряжением. Выявлены характерные режимы течений для рассматриваемых моделей взаимодействия жидкости с твердой стенкой с образованием циркуляционных зон в потоке. Выполнена оценка степени влияния основных параметров на картину течения. Построены критериальные зависимости, описывающие характеристики течения в условиях математической постановки, сформулированной в настоящей работе.

Постановка задачи

Рассматривается плоское установившееся течение ньютоновской несжимаемой жидкости в Т-образном канале. Область течения ограничивается твердыми стенками MNF , EGC , AB и граничными сечениями AM , FE , BC (рис. 1). В сечениях AM , FE и BC задаются однородные профили давления, которые обеспечивают движение жидкости. При этом расстояние от этих сечений до угловых точек N и G должно быть достаточно большим для того, чтобы избежать влияния течения в окрестности этих точек на характер течения вблизи границ.

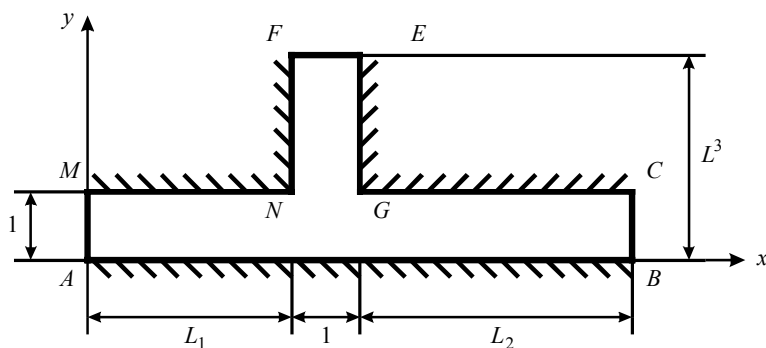


Рис. 1. Область течения

Fig. 1. Flow region

Математическая постановка включает в себя уравнения Навье – Стокса и неразрывности, которые в безразмерных переменных в векторном виде записываются следующим образом:

$$\begin{cases} \text{Re}(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\text{Re} \nabla p + \Delta \mathbf{U}, \\ \nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где \mathbf{U} – вектор скорости с компонентами (U, V) в декартовой системе координат, p – давление, $\text{Re} = \frac{\rho U_0 L}{\mu}$ – число Рейнольдса, ρ – плотность жидкости, μ – динамическая вязкость. В качестве безразмерных масштабов длины и скорости используются величины: L – ширина граничного сечения AM и $U_0 = \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}$ соответ-

венно, где $\Delta p = p_{AM} - p_{BC}$ – перепад давлений между граничными сечениями AM и BC . Безразмерное давление определяется соотношением $\frac{p^* - p_{BC}}{p_{AM} - p_{BC}}$, здесь p^* – размерное давление.

Граничные условия для давления имеют вид

$$\begin{aligned} p_{AM} &= p_1, \text{ если } x=0, 0 \leq y \leq 1, \\ p_{BC} &= 0, \text{ если } x=L_1 + L_2 + 1, 0 \leq y \leq 1, \\ p_{FE} &= p_2, \text{ если } L_1 \leq x \leq L_1 + 1, y=L_3. \end{aligned}$$

На твердых стенках реализуются три вида граничных условий, соответствующие следующим моделям взаимодействия жидкости с твердой стенкой:

Модель I: Традиционное условие прилипания, состоящее в равенстве нулю вектора скорости на твердых границах.

Модель II: Условие проскальзывания Навье, согласно которому касательная скорость на стенке прямо пропорциональна касательному напряжению, а нормальная скорость равна нулю.

Модель III: Условие проскальзывания с предельным напряжением подразумевает, что значение касательной скорости равно нулю в случае, если касательное напряжение не превышает некоего предельного значения τ_0 , а в случае его превышения – поведение жидкости аналогично модели Навье.

В табл. 1 представлена математическая запись граничных условий на твердых стенках в безразмерных переменных, а рис. 2 демонстрирует зависимость касательной скорости на твердой стенке от касательного напряжения для исследуемых моделей взаимодействия жидкости с твердой стенкой.

Таблица 1

Математическая запись граничных условий в безразмерных переменных для исследуемых моделей взаимодействия жидкости с твердой стенкой

Номер модели	Название модели (условия)	Математическая запись граничного условия
Модель I	Условие прилипания	$U_s = 0, U_n = 0$
Модель II	Условие проскальзывания Навье	$\begin{cases} U_s = \beta \frac{dU_s}{dn}, \\ U_n = 0, \end{cases}$
Модель III	Условие проскальзывания с предельным напряжением	$\begin{cases} U_n = 0, U_s = 0, \text{ если } \tau \leq \tau_0, \\ U_n = 0, U_s = \beta \left(\left \frac{dU_s}{dn} \right - \tau_0 \right), \text{ если } \tau > \tau_0 \end{cases}$

Здесь $\beta = \beta^* \mu / L$ – безразмерный коэффициент проскальзывания, β^* – размерный коэффициент проскальзывания, U_s – касательная скорость, U_n – нормальная скорость, $\tau_0 = \frac{\tau_0^* L}{\mu U_0}$ – безразмерное предельное напряжение, τ_0^* – размерное предельное напряжение.

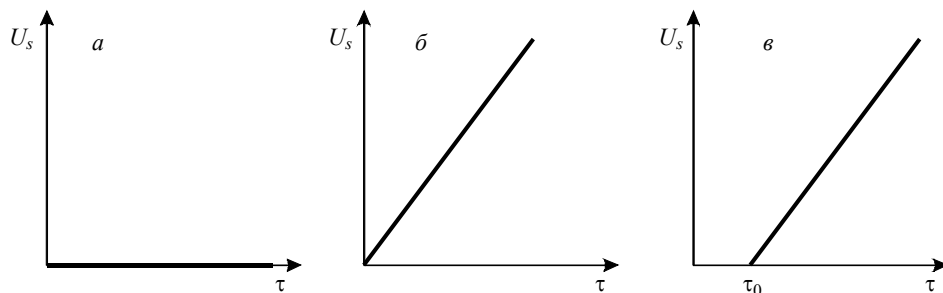


Рис. 2. Зависимость касательной скорости на твердой стенке от касательного напряжения для различных моделей взаимодействия жидкости с твердой стенкой: *a* – условие прилипания, *б* – условие проскальзывания Навье, *в* – условие проскальзывания с предельным напряжением

Fig. 2. Tangential velocity on the solid wall as a function of shear stress for different models of fluid interaction with solid walls: (*a*) no-slip boundary condition, (*б*) Navier slip boundary condition, and (*в*) slip boundary condition with the limit stress

Решение поставленной задачи сводится к отысканию полей скорости и давления, которые будут удовлетворять уравнениям системы (1) с заданными граничными условиями.

Метод решения

Задача решается численно. Для нахождения стационарных полей скорости и давления используется метод установления. Выбранный метод подразумевает добавление производной искомой функции U по времени в первое уравнение системы (1). Полученная система дискретизируется конечно-разностным методом с использованием процедуры SIMPLE [7]; используется квадратная разнесенная сетка. Расчет на каждом шаге по времени сопровождается организацией итерационного процесса, состоящего из двух стадий. На первом этапе рассчитываются поля скорости, удовлетворяющие разностным аналогам уравнений движения. На второй стадии корректируются поля давления и скорости, с целью удовлетворения уравнению неразрывности.

В ходе верификации численной методики, разработанной для исследования поставленной задачи, были выполнены тестовые расчеты. Для проверки аппроксимационной сходимости был проведен ряд расчетов на последовательности сеток. На рис.3 представлено распределение скорости U в сечении протекания BC . Результаты на сетке с шагом по пространству $1/20$ и $1/40$ практически не отличаются, поэтому все дальнейшие расчеты проводились на сетке с шагом по пространству $1/20$.

Кроме того, для подтверждения работоспособности программы была решена задача о плоском течении ньютоновской несжимаемой жидкости в Т-образном канале, исследованная в работе [8]. В соответствии с ее постановкой в граничном сечении BC задается параболический профиль скорости Пуазейля, в граничных сечениях AM и FE – нулевое давление, а на твердых стенках выполняется условие прилипания. Сравнение результатов расчета течения по описанной методике с результатами, полученными с помощью программного модуля Ansys Fluent, используемого авторами работы [8], представлены на рис. 4 и 5. Наблюдается качественное согласование результатов.

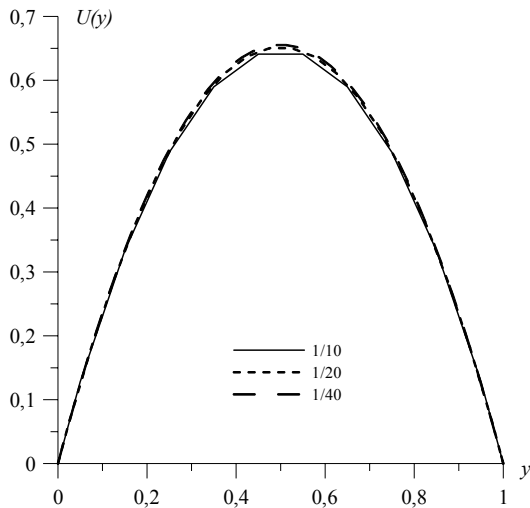


Рис. 3. Распределение скорости U в граничном сечении BC (модель I, $Re = 30$, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$)

Fig. 3. Distribution of the velocity U in boundary section BC (model I, $Re = 30$, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$)

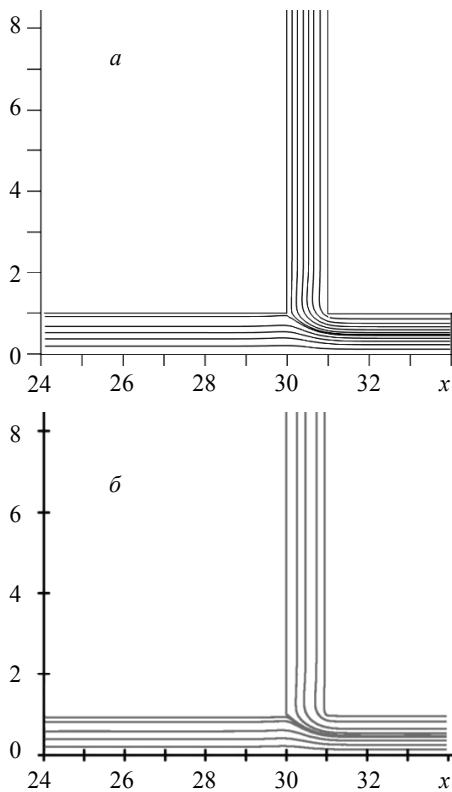


Рис. 4. Распределение линий тока при $Re = 5$ ($L_1 = 30$, $L_2 = 10$, $L_3 = 26$, a – настоящая работа, b – расчеты [8])

Fig. 4. Streamline distribution for $Re = 5$ ($L_1 = 30$, $L_2 = 10$, $L_3 = 26$, (a) present paper, (b) results from [8])

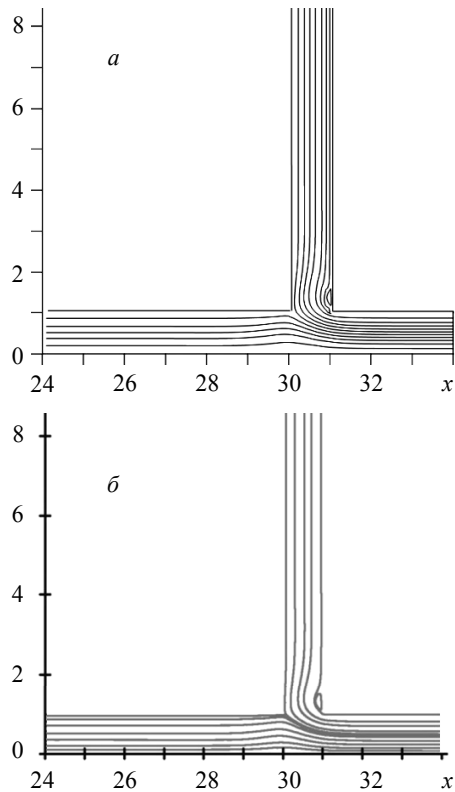


Рис. 5. Распределение линий тока при $Re = 30$ ($L_1 = 30$, $L_2 = 10$, $L_3 = 26$, a – настоящая работа, b – расчеты [8])

Fig. 5. Streamline distribution for $Re = 30$ ($L_1 = 30$, $L_2 = 10$, $L_3 = 26$, (a) present paper, (b) results from paper [8])

Результаты расчетов

Численные расчеты показали, что для описанных выше моделей взаимодействия жидкости с твердой стенкой формируется установившийся режим течения. В окрестностях границ AM , FE и BC реализуется плоскопараллельное течение с параболическим профилем скорости и однородным распределением давления. В окрестности сечений, содержащих угловые точки, формируются переходные участки течения. На рис. 6 представлена картина течения при $Re = 30$ для модели I с условием прилипания, а на рис. 7 – соответствующее поле давления.

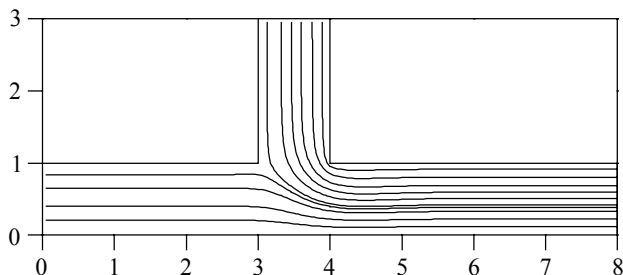


Рис. 6. Распределение линий тока при $Re = 30$ (модель I, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$)
Fig. 6. Streamline distribution for $Re = 30$ (model I, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$)

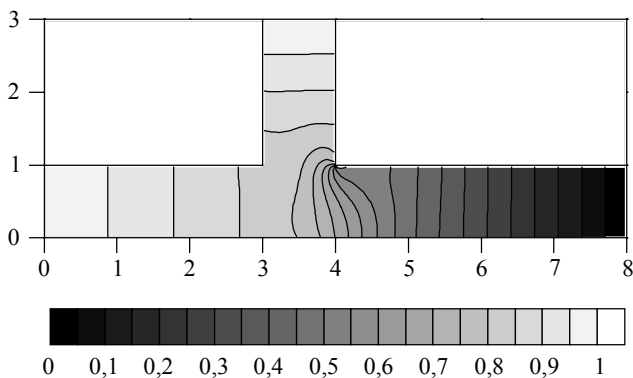


Рис. 7. Поле давления при $Re = 30$ (модель I, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$)
Fig. 7. Pressure field for $Re = 30$ (model I, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$)

Сначала проводились параметрические исследования для модели I. На рис. 8 представлено распределение линий тока при различных значениях числа Re . Из рисунка видно, что увеличение значения этого безразмерного критерия приводит к изменению режима течения. Так, при $Re < 30$ в канале реализуется движение без образования циркуляционных зон в потоке жидкости. Через сечения AM и FE жидкость втекает, а через сечение BC вытекает. Увеличение числа Re приводит к росту влияния инерционных сил, в результате чего поток жидкости, движущийся от границы FE , начинает сильнее прижимать поток от границы AM , что приводит к образованию циркуляционной зоны вблизи твердой границы AB и уменьшению расхода через сечение BC . Дальнейшее поведение течения жидкости характеризуется ростом размеров образовавшейся циркуляционной зоны. При достижении критического значения $Re = 43$ высота циркуляционной зоны достигает 1 безраз-

мерной единицы и происходит изменение режима течения, для которого характерно разделение потока, движущегося от границы FE , на две части. В результате через сечение FE жидкость подается в канал, а через сечения AM и BC вытекает из него. При этом происходит уменьшение размеров циркуляционной зоны с увеличением значений числа Re .

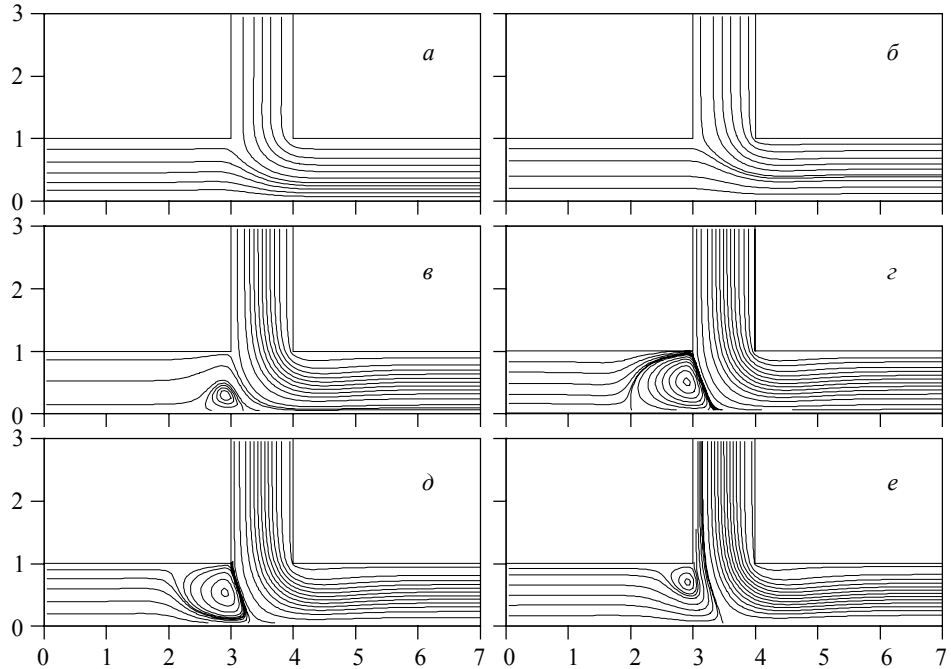


Рис. 8. Распределение линий тока при различных значениях числа Re (модель I, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$, $a - Re = 1$, $b - Re = 30$, $в - Re = 40$, $г - Re = 43$, $д - Re = 43.5$, $e - Re = 50$)

Fig. 8. Streamline distribution for different values of Reynolds number (model I, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$, $Re = (a) 1$, $(b) 30$, $(в) 40$, $(г) 43$, $(д) 43.5$, and $(e) 50$)

Соответствующее поведение дополнительно описывается зависимостью расхода через граничные сечения AM , FE и BC от числа Re , представленного на рис. 9. Таким образом, увеличение значения числа Re приводит к возрастанию расхода через сечение BC и уменьшению его значения через сечение EF . В свою очередь расход через сечение AM сначала плавно возрастает, достигая своего максимального значения 0.5 безразмерных единиц, а затем уменьшается до отрицательных значений, проходя при этом через нулевое значение при $Re = 43$ безразмерных единиц, что свидетельствует о смене режима течения.

В рамках параметрических исследований модели I также были изучены расходно-напорные характеристики течения. Рис. 10 демонстрирует зависимость расхода через сечения AM , FE и BC от давления на границе FE , задаваемого в диапазоне значений 1–2 безразмерных единиц. Исследования показали, что увеличение давления на границе FE приводит к увеличению количества жидкости, протекающей через сечение BC , и уменьшению расхода через сечение FE . При этом расход через сечение AM также уменьшается, достигая нулевого значения при $p_{FE} = 1.295$, что свидетельствует о переходе из одного режима течения в другой.

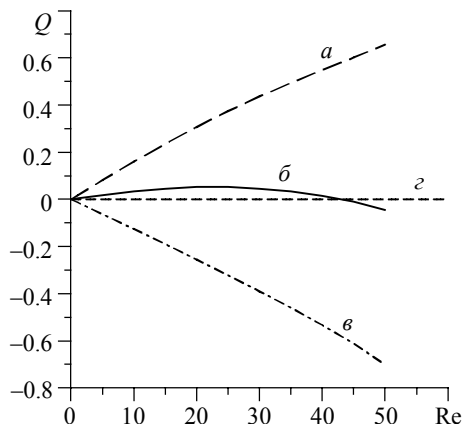


Рис. 9. Зависимость расхода через сечения AM , FE и BC от числа Re (модель I, $L_1=3$, $L_2=4$, $L_3=3$, $p_1=1$, $p_2=1.2$, $a - Q_{BC}$, $б - Q_{AM}$, $в - Q_{EF}$, $г - Q=0$)

Fig. 9. Flow rate through the sections AM , FE , and BC as a function of Reynolds number (model I, $L_1=3$, $L_2=4$, $L_3=3$, $p_1=1$, $p_2=1.2$, (a) Q_{BC} , (б) Q_{AM} , (в) Q_{EF} , and (г) $Q=0$)

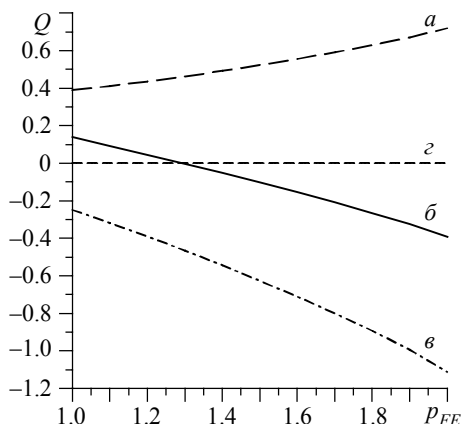


Рис. 10. Зависимость расхода через сечения AM , FE и BC от давления на границе FE (модель I, $Re=30$, $L_1=3$, $L_2=4$, $L_3=3$, $p_1=1$, $p_2=1.2$, $a - Q_{BC}$, $б - Q_{AM}$, $в - Q_{EF}$, $г - Q=0$)

Fig. 10. Flow rate through the sections AM , FE , and BC as a function of pressure on the boundary FE (model I, $Re=30$, $L_1=3$, $L_2=4$, $L_3=3$, $p_1=1$, $p_2=1.2$, (a) Q_{BC} , (б) Q_{AM} , (в) Q_{EF} , and (г) $Q=0$)

Новый режим течения характеризуется разделением потока жидкости, движущегося от границы FE . При этом характер зависимости картины течения от давления, задаваемого в этом сечении, аналогичен тому, что наблюдается при исследовании влияния числа Re на картину течения, описанную выше.

Далее были проведены параметрические исследования модели с условием проскальзывания Навье (модель II). Было установлено, что характер изменения картины течения в зависимости от коэффициента проскальзывания β подобен тому, что имеет место в случае модели с условием прилипания в зависимости от числа Re . На рис.11 представлена зависимость расхода через граничные сечения AM , FE и BC от коэффициента проскальзывания для модели II ($\beta=0-4$ безразмерных единиц). Из рис.11 видно, что изменение режима течения происходит при $\beta=0.136$ безразмерных единиц, которое является критическим значением для этой модели взаимодействия жидкости с твердой стенкой.

Параметрические исследования для модели проскальзывания с предельным напряжением показали, что для модели III также существует критическое значение параметра τ_0 , соответствующее смене режима течения. На рис. 12 представлена зависимость расхода через граничные сечения AM , FE и BC от предельного напряжения при $\beta=0.2$ безразмерных единиц. Переход из одного режима в другой происходит при $\tau_0=0.72$ безразмерных единиц. Рис. 12 показывает, что для каждого сечения протекания существует такое значение предельного напряжения, после которого не происходит количественного изменения в расходе жидкости. Распределение линий тока при различных значениях параметра модели τ_0 (рис. 13) свидетельствует о том, что новый режим течения характеризуется увеличением размеров циркуляционной зоны, которая образуется вблизи угла MNF , если предельное напряжение τ_0 не превышает своего критического значения.

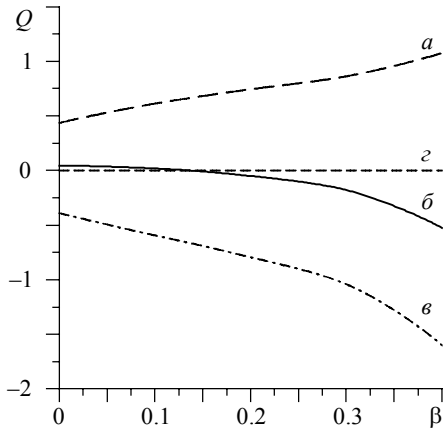


Рис. 11. Зависимость расхода через сечения AM , FE и BC от коэффициента проскальзывания β (модель II, $Re = 30$, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$, $a - Q_{BC}$, $b - Q_{AM}$, $в - Q_{EF}$, $г - Q = 0$)

Fig.11. Flow rate through the sections AM , FE , and BC as a function of slip coefficient β (model II, $Re = 30$, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$, (a) Q_{BC} , (б) Q_{AM} , (в) Q_{EF} , and (г) $Q = 0$)

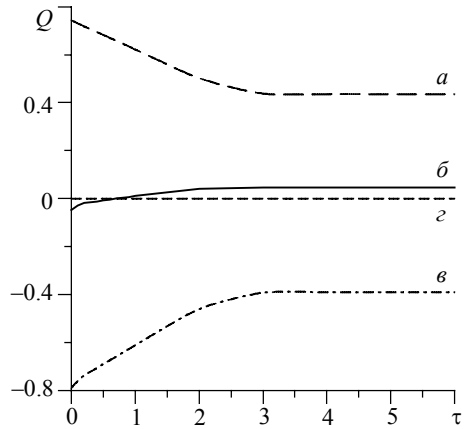


Рис. 12. Зависимость расхода через сечения AM , FE и BC от предельного напряжения τ_0 (модель III, $Re = 30$, $\beta = 0.2$, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$, $a - Q_{BC}$, $б - Q_{AM}$, $в - Q_{EF}$, $г - Q = 0$)

Fig.12. Flow rate through the sections AM , FE , and BC as a function of ultimate stress τ_0 (model III, $Re = 30$, $\beta = 0.2$, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$, (a) Q_{BC} , (б) Q_{AM} , (в) Q_{EF} , and (г) $Q = 0$)

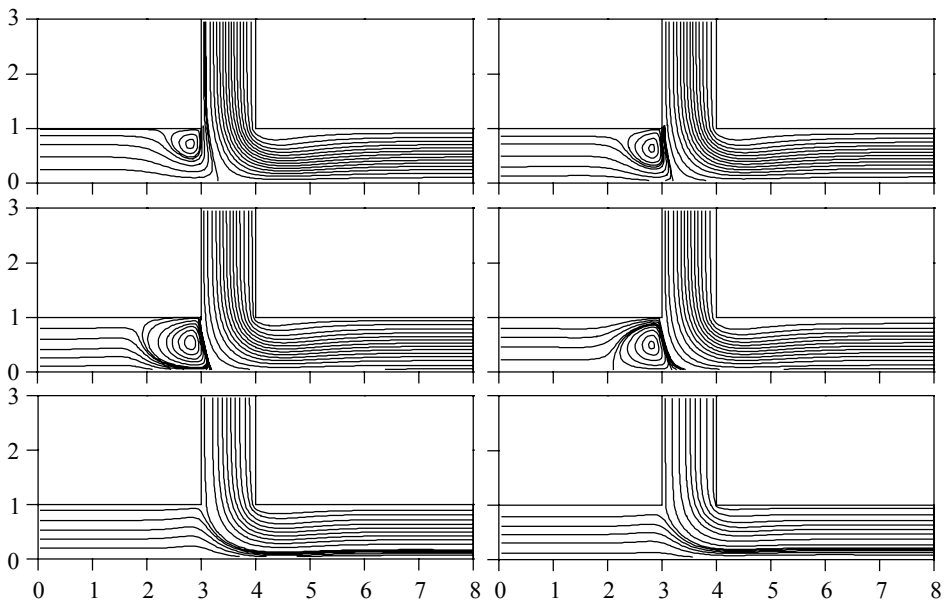


Рис. 13. Распределение линий тока при различных значениях предельного напряжения τ_0 (модель III, $Re = 30$, $\beta = 0.2$, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$, $a - \tau_0 = 0$, $б - \tau_0 = 0.4$, $в - \tau_0 = 0.72$, $г - \tau_0 = 0.8$, $д - \tau_0 = 2$, $е - \tau_0 = 4$)

Fig. 13. Streamline distribution for different values of ultimate stress τ_0 (model III, $Re = 30$, $\beta = 0.2$, $L_1 = 3$, $L_2 = 4$, $L_3 = 3$, $p_1 = 1$, $p_2 = 1.2$, $\tau_0 =$ (a) 0, (б) 0.4, (в) 0.72, (г) 0.8, (д) 2, and (е) 4)

Дальнейшее увеличение τ_0 приводит к смене режима, при этом циркуляционная зона уменьшается и смещается в сторону границы AB , полностью исчезая при $\tau_0 = 2$ безразмерным единицам.

Заключение

Исследовано плоское установившееся течение ньютоновской несжимаемой жидкости в Т-образном канале. В рамках работы реализована математическая постановка, учитывающая различные модели взаимодействия жидкости с твердой стенкой: условие прилипания, условие проскальзывания Навье и условие проскальзывания с предельным напряжением. Для модели с условием прилипания (модель I) были проведены параметрические исследования картины течения в зависимости от числа Re , изменяющегося в диапазоне от 0.1 до 50 безразмерных единиц, а также в зависимости от значения давления, задаваемого на границе EF ($p_{FE} = 1-2$ безразмерные единицы). Для модели с условием проскальзывания Навье (модель II) было исследовано, как меняется характер течения в зависимости от коэффициента проскальзывания β , изменяющегося в диапазоне от 0 до 0.4 безразмерных единиц. Третий этап исследований был посвящен модели проскальзывания с предельным напряжением (модель III). В частности, были проведены параметрические исследования картины течения в зависимости от предельного напряжения $\tau_0 = 0-6$ безразмерных единиц.

В результате проведенного исследования выявлены характерные режимы течений для описанных моделей взаимодействия жидкости с твердой стенкой с образованием циркуляционных зон в потоке. Выполнена оценка степени влияния основных параметров на картину течения. Построены критериальные зависимости, описывающие характеристики течения в условиях постановки настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Neto C., Evans D., Bonaccorso E.* Boundary slip in Newtonian liquids: a review of experimental studies // *Reports on Progress in Physics*. 2005. V. 39. P. 2859–2897.
2. *Янков В.И.* Переработка волокнообразующих полимеров. Основы реологии полимеров и течение полимеров в каналах. Москва; Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2008.
3. *Bahrami M., Tamayol A., Taheri P.* Slip-flow pressure drop in microchannels of general cross section // *Journal of Fluids engineering*. 2009. V. 131. P. 031201-1–031201-8.
4. *Volker J.* Slip with friction and penetration with resistance boundary conditions for the Navier-Stokes equation – numerical test s and aspects of the implementation // *Journal of computational and applied mechanics*. 2002. V. 147. P. 287–300.
5. *Minakov A., Rudyak V., Dektereva A., Gavrilov A.* Investigation of slip boundary conditions in the T-shaped microchannel // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2013. V. 43. P. 161–169.
6. *Борзенко Е.И., Дьякова О.А., Шрагер Г.Р.* Исследование явления проскальзывания в случае течения вязкой жидкости в изогнутом канале // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. 2014. № 2(28). С. 35–44.
7. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984.
8. *Khandelwal V. et al.* Laminar flow of non-Newtonian shear-thinning fluids in a T-channel // *Computers & Fluids*. 2015. V. 108. P. 79–91.

Borzenko E.I., Diakova O.A. (2016) INVESTIGATION OF VISCOUS FLUID FLOW IN T-SHAPED CHANNEL WITH NO SLIP/SLIP BOUNDARY CONDITIONS ON THE SOLID WALL. *Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics*. 4(42). pp. 58–69

DOI 10.17223/19988621/42/6

The planar flow of a Newtonian incompressible fluid in a T-shaped channel is investigated. Three models of fluid interaction with solid walls are considered:

(a) Traditional no-slip boundary condition implying the vanishing velocity vector on the solid walls.

(b) Navier slip boundary condition according to which the tangential velocity on the solid wall is linearly proportional to the shear stress and the normal velocity is equal to zero.

(c) Slip boundary condition with ultimate shear stress supposes that the tangential velocity on the solid wall is equal to zero when the shear stress does not exceed a certain ultimate shear stress; if the shear stress is more than the ultimate shear stress, the behavior of the fluid is similar to the Navier model.

The fluid flow is provided by uniform pressure profiles in boundary sections of the channel. The problem is numerically solved using the finite difference method based on the SIMPLE procedure.

As a result, the characteristic flow regimes have been found for described models of fluid interaction with a solid wall. The effect of Reynolds number, pressure of boundary sections, and parameters of the models on the flow pattern was performed. The criterion dependences describing the main flow characteristics under mathematical conditions of the present work have been plotted.

Keywords: flow, viscous fluid, boundary condition, T-shaped channel, numerical simulation.

BORZENKO Evgeniy Ivanovich (Candidate of Physics and Mathematics, Assoc. Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: borzenko@ftf.tsu.ru

DLAKOVA Olga Alekseevna (Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)
E-mail: olga.dyakova.1992@mail.ru

REFERENCES

1. Neto C., Evans D., Bonaccorso E. (2005) Boundary slip in Newtonian liquids: a review of experimental studies. *Reports on Progress in Physics*. 39. pp. 2859–2897. DOI 10.1088/0034-4885/68/12/R05.
2. Yankov V.I. (2008) *Pererabotka voloknoobrazuyushchikh polimerov. Osnovy reologii polimerov i techenie polimerov v kanalakh* [Processing of fiber-forming polymers. Fundamentals of polymer rheology and polymer flow in channels]. Moscow, Izhevsk: Science Publishing Center “Regular and chaotic dynamics”, Institute of Computer Science.
3. Bahrami M., Tamayol A., Taheri P. (2009) Slip-flow pressure drop in microchannels of general cross section. *Journal of Fluids Engineering*. 131. pp. 031201-1 – 031201-8. DOI 10.1115/1.3059699.
4. Volker J. (2002) Slip with friction and penetration with resistance boundary conditions for the Navier-Stokes equation – numerical test s and aspects of the implementation. *Journal of Computational and Applied Mechanics*. 147. pp.287–300. DOI 10.1002/fld.1074.
5. Minakov A., Rudyak V., Dektereva A., Gavrillov A. (2013) Investigation of slip boundary conditions in the T-shaped microchannel. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 43. pp. 161–169. DOI 10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.04.002.
6. Borzenko E.I., Dyakova O.A., Shrager G.R. (2014) Issledovanie yavleniya proskal’zyvaniya v sluchae techeniya vyazkoy zhidkosti v izognutom kanale [Studying the slip phenomenon in the case of a viscous fluid flow in a curved channel]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo univer-*

-
- siteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics.* 2(28). pp. 35–44.
7. Patankar S.V. (1981) Numerical heat transfer and fluid flow. New York: Hemisphere Publishing Corporation.
 8. Khandelwal V. et al. (2015) Laminar flow of non-Newtonian shear-thinning fluids in a T-channel. *Computers & Fluids.* 108. pp.79–91. DOI 10.1016/j.compfluid.2014.11.030.