

МИНОБРНАУКИ РФ
Российский фонд фундаментальных исследований
Национальный исследовательский Томский государственный университет
НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета
Физико-технический факультет
Совет молодых учёных ТГУ

**V Международная молодежная научная конференция
«Актуальные проблемы современной механики
сплошных сред и небесной механики»
25–27 ноября 2015 г., Томск**

**Vth International Youth Scientific Conference
«Currently issues of
continuum mechanics and celestial mechanics – 2015»,
25–27 November, 2015**



Томск-2015

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОСМИЧЕСКОГО РЕФЛЕКТОРА С ПОИСКОМ ФОРМЫ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ¹

STRESS-STRAIN STATE SIMULATION OF SPACE REFLECTORS WITH FORM FINDING OF REFLECTIVE SURFACE

**С.В. Белов, А.В. Бельков, А.П. Жуков, , М.С. Павлов,
В.С. Пономарев С.В. Пономарев
S.V. Belov, A.V. Belkov, A.P. Zhukov, M.S. Pavlov, V.S. Ponomarev,
S.V. Ponomarev**

НИИ Прикладной математики и механики Томского государственного университета
Research Institute of Applied Mathematics and Mechanics of Tomsk State University
belovsv@niipmm.tsu.ru

В настоящее время космические рефлекторы спроектированные с использованием стретчевых вантовых и оболочечных элементов находят широкое применение из – за их способности разворачиваться на большую площадь при относительно небольшой массе.

Расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) рефлекторов проводится с точки зрения нелинейной теории упругости, которое описывается стационарной нелинейной системой уравнений, приведенной в работе [1]. Данная система решается численно методом конечных элементов с помощью последовательного изменения граничных условий. Однако, при таком подходе существует проблема определения граничных условий при которых задача будет сходиться к искомому решению. Кроме того, при расчете НДС на вантовую формообразующую структуру рефлекторов накладываются дополнительные ограничения по значениям натяжений ее элементов.

Для решения поставленной задачи, авторами предлагается использовать метод плотности сил (МПС) для поиска формы вантовой структуры отражающей поверхности рефлектора. МПС был разработан Ликвицом и Чеком при проектировании вантовой крыши олимпийского стадиона в Мюнхене [2, 3]. Основная идея МПС заключается в линеаризации системы нелинейных уравнений равновесия относительно координат соединений (узлов) вантовых прямолинейных элементов с помощью введения параметра плотности силы: $q_e = L_e / T_e$, где L_e , T_e – длина и натяжение вантового элемента соответственно, который считается известным. При таком подходе находится некоторая конфигурация вантовой сети в состоянии равновесия, без каких-либо ограничений на вантовые элементы. Для описания ограничений на сеть, вводится система нелинейных уравнений:

$$\mathbf{g}^*(\mathbf{q}_e) = \mathbf{g}(\mathbf{x}(\mathbf{q}_e), \mathbf{y}(\mathbf{q}_e), \mathbf{z}(\mathbf{q}_e)) = \mathbf{0} \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(\mathbf{q}_e), \mathbf{y}(\mathbf{q}_e), \mathbf{z}(\mathbf{q}_e)$ – векторы координат искомых узлов зависящих от плотностей сил элементов. В качестве ограничений могут быть определенные значения натяжений элементов, длин в деформированном и не деформированном состоянии. Таким образом, задача сводится к нахождению значения вектора $\mathbf{q}_e$, который удовлетворяет (1). Задача (1) решается итерационным методом Ньютона. В окрестности некоторого начального значения $\mathbf{q}_e^0$ ищется такое значение $\mathbf{q}_e^1 = \mathbf{q}_e^0 + \Delta \mathbf{q}$ чтобы имело место приближенное равенство: $\mathbf{g}^*(\mathbf{q}_e^1) \approx \mathbf{0}$. Система (1) линеаризуется в окрестности $\mathbf{q}_e^0$ с помощью разложения в ряд Тейлора, что приводит к системе линейных уравнений относительно $\Delta \mathbf{q}$:

$$\mathbf{G}^T \Delta \mathbf{q} = \mathbf{r}, \quad (2)$$

где $\mathbf{G}^T = \partial \mathbf{g}^*(\mathbf{q}_e^0) / \partial \mathbf{q}$ - матрица Якоби, $\mathbf{r} = -\mathbf{g}^*(\mathbf{q}_e^0)$. Система (2), вообще говоря, не определённая так как количество ограничений не превосходит количество элементов сети, поэтому среди множества решений ищется то, которое имеет минимальную норму. Решение (2) определяется выражением: $\Delta \mathbf{q} = \mathbf{G}(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{r}$. Получив решение задачи (1) находятся координаты неизвестных узлов сети, значения натяжений в элементах сети и значения усилий в искомых узлах сети. Полученное решение из МПС используются в качестве граничных условий для определения НДС всего рефлектора.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России, уникальный идентификационный номер RFMEFI57814X0073

Литература

1. Пономарев С.В., Жуков А.П., Бельков А.В. и др. Моделирование напряженно-деформируемого состояния строительных стержневых вантово-оболочечных систем // Перспективные материалы в строительстве и технике (ПМСТ-2014). Материалы международной конференции молодых ученых [Электрон.текстовые дан.] Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2014. С. 407–414
2. Linkwitz K., Schek H. Einige bemerkungen zur berechnung von vor gespannten seilnetzkonstruktionen. Archive of Applied Mechanics 40 (3). С. 145–158.
3. Schek H. The force density method for form finding and computation of general networks. Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering 3. 1974. С. 115–134.