

Нелинейные свойства полупроводникового диода в импульсном режиме

Рассмотрена задача определения временной зависимости плотности диффузионного тока при воздействии на полупроводниковый р-п переход короткого гауссовского импульса с частотным заполнением.

Ключевые слова: вольтамперная характеристика, полупроводниковый диод, гауссовский импульс

Существующая теория взаимодействия полупроводникового р-п перехода с электромагнитным полем разработана, в основном, для случая приложенного постоянного напряжения. В случае же знакопеременного сигнала, особенно высокой частоты, когда влияние переходных процессов является определяющим, теория развита существенно слабее и ограничивается случаями гармонического сигнала в приближении его малой амплитуды и бесконечной длительности [1] и исследованием процессов включения / выключения или переключения диода при изменении полярности напряжения на противоположную [2].

Рассмотрим процессы в р-п переходе при воздействии на него короткого импульса.

1. Интегральное представление для плотности тока

Для определения вольтамперной характеристики несимметричного плоского р-п перехода с полуограниченной базой воспользуемся уравнением непрерывности в диффузионном приближении [1, 2]

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} - \frac{\Delta p}{\tau_p}.$$

Здесь $\Delta p(x, t)$ – избыточная концентрация дырок в базе, превышающая равновесную концентрацию p_n за счет приложенного электрического поля, D_p и τ_p – коэффициент диффузии и время жизни дырок.

Используем граничные условия $\Delta p(0, t) = p_n \cdot \left[e^{\frac{qu(0,t)}{kT}} - 1 \right]$, $\Delta p(\infty, t) = 0$ и начальное условие $\Delta p(x, 0) = 0$. Тогда плотность тока определяется его диффузионной составляющей

$$j_p = -qD_p \left. \frac{\partial \Delta p}{\partial x} \right|_{x=0} = -\frac{q\sqrt{D_p p_n}}{2\sqrt{\pi}} \int_0^t \frac{e^{-(t-\tau)/\tau_p}}{(t-\tau)^{3/2}} \left[e^{\frac{qu(0,\tau)}{kT}} - 1 \right] d\tau. \quad (1)$$

Исследуем теперь зависимость плотности тока от времени при воздействии на р-п переход короткого гауссовского импульса вида (рис. 1)

$$u(0, t) = u_m e^{-\alpha(t-t_0)^2} \sin \omega(t-t_0).$$

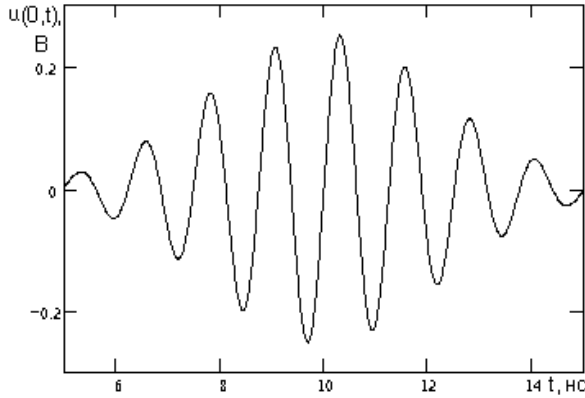


Рисунок 1. Воздействующий импульс.

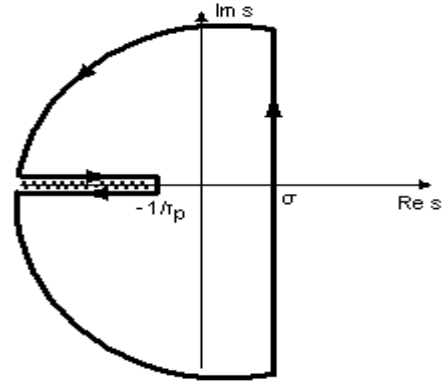


Рисунок 2. Контур для интеграла (6).

Непосредственное вычисление интеграла (1) численными методами встречает серьезные трудности вследствие сложной структуры подынтегральной функции. Поэтому используем аналитический метод вычисления, основанный на применении интегрального преобразования Лапласа для интеграла (1), рассматриваемого как свертка оригиналов.

Разобьем промежуток интегрирования на участки $[0, t_0]$ и $[t_0, t]$. При этом используем небольшое приближение: $u(0, \tau) \approx u_m e^{-\alpha(t-t_0)^2} \sin \omega(\tau - t_0)$. Тогда

$$j_p = -\frac{q\sqrt{D_p} p_n}{2\sqrt{\pi}} [V_1(t_0, t) + V_2(t, t_0)], \quad (2)$$

где $A = \frac{qu_m}{kT} e^{-\alpha(t-t_0)^2}$,

$$V_1(t_0, t) = \int_0^{t_0} \frac{1}{(t-\tau)^{3/2}} e^{-(t-\tau)/\tau_p} [e^{-A \sin \omega(t_0-\tau)} - 1] d\tau, \quad (3)$$

$$V_2(t, t_0) = \int_{t_0}^t \frac{1}{(t-\tau)^{3/2}} e^{-(t-\tau)/\tau_p} [e^{A \sin \omega(\tau-t_0)} - 1] d\tau. \quad (4)$$

2. Вычисление интеграла $V_1(t, t_0)$

Рассматривая выражение (3) как свертку функций-оригиналов относительно переменной t_0 и применяя прямое и обратное преобразования Лапласа, приходим к виду

$$V_1(t, t_0) = -\frac{e^{-t/\tau_p}}{\pi i \omega^2 t^{3/2}} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{st_0} \frac{1}{[(1/\tau_p) - s]} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{s}{(s/\omega)^2 + k^2} J_k \left(-\frac{kA\omega}{s} \right) ds,$$

где $J_k(z)$ – функции Бесселя порядка k .

Вычисление интеграла удобно производить с помощью теории вычетов [3], согласно которой интеграл равен сумме вычетов во всех особых точках подынтегральной функции, умноженной на коэффициент $2\pi i$. Таким образом, значение интеграла (3) складывается из вычетов в полюсах первого порядка $s = 1/\tau_p$

$$\frac{2e^{(t_0-t)/\tau_p}}{\omega^2 t^{3/2} \tau_p} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(1/\omega\tau_p)^2 + k^2} J_k(-kA\omega\tau_p),$$

$$s = \pm ik\omega$$

$$-\frac{e^{-t/\tau_p}}{t^{3/2}} \sum_{k=1}^{\infty} (\pm i)^k I_k(A) e^{\pm ik\omega t_0} \frac{\tau_p}{[1 \mp ik\omega\tau_p]},$$

где $I_k(z)$ – модифицированная функция Бесселя порядка k ,

и вычета в существенно особой точке $s=0$, который в случае короткого импульса при условиях

$$t_0/\tau_p \ll 1, \quad \omega\tau_p \gg 1 \quad (5)$$

приближенно равен

$$\frac{e^{-t/\tau_p} A^2 \tau_p}{4t^{3/2}}.$$

Численный расчет показал, что основной вклад в значение $V_1(t, t_0)$ дает именно последний вычет, однако его значение составляет всего несколько процентов от $V_2(t, t_0)$.

3. Вычисление интеграла $V_2(t, t_0)$

Рассмотрим сначала выражение (4) в случае $t > t_0$. Заменой $t' = t - t_0$ он сводится к свертке относительно переменной $t - t_0$

$$V_2(t - t_0) = \int_{t_0}^{t-t_0} \frac{1}{(t - t_0 - t')^{3/2}} e^{-\frac{t-t_0-t'}{\tau_p}} [e^{A \sin \omega t'} - 1] dt',$$

которая после использования преобразования Лапласа сводится к

$$V_2(t - t_0) = -\frac{2}{\sqrt{\pi} i \omega^2} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{s(t-t_0)} \sqrt{s+1/\tau_p} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{s}{(s/\omega)^2 + k^2} J_k\left(\frac{kA\omega}{s}\right) ds. \quad (6)$$

Вычисление этого интеграла также производится с помощью теории вычетов. Замкнем контур так, как показано на рис. 2, и учтем, что интеграл по дуге бесконечно большого радиуса вследствие леммы Жордана равен нулю [3], а интегралы вдоль верхнего и нижнего берегов разреза, соединяющего точки ветвления $s = -1/\tau_p$ и $s = \infty$ многозначной функции $\sqrt{s+1/\tau_p}$, проходятся в противоположных направлениях, и значения квадратного корня отличаются знаком. Тогда, согласно теореме о вычетах, $V_1(t - t_0)$ равен сумме вычетов в полюсах первого порядка $s = \pm ik\omega$

$$-2\sqrt{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (\mp i)^k I_k(A) e^{\pm ik\omega(t-t_0)} \sqrt{\pm ik\omega + 1/\tau_p}, \quad (7)$$

в существенно особой точке $s = 0$

$$-0.1A^{5/2} \sqrt{2\omega}$$

и удвоенного интеграла вдоль верхнего берега разреза, который можно представить в удобной для численного интегрирования форме

$$-\frac{4e^{-(t-t_0)/\tau_p} \sqrt{\omega}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \sqrt{y} e^{-y\omega(t-t_0)} \sum_{k=1}^\infty \frac{(-1)^k [y + 1/(\omega\tau_p)]}{[y + 1/(\omega\tau_p)]^2 + k^2} J_k \left(\frac{kA\omega}{y + 1/(\omega\tau_p)} \right) dy.$$

Численный расчет показывает, что при выполнении условий (5) преимущественный вклад в $V_2(t, t_0)$ дает сумма вычетов (7). Таким образом, мы, получили, что при $t > t_0$

$$V_2(t, t_0) \approx -4\sqrt{\pi} \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^\infty (-i)^k I_k(A) e^{ik\omega(t-t_0)} \sqrt{ik\omega + 1/\tau_p} \right]. \quad (8)$$

Рассмотрим случай $t < t_0$. Выражение (4) заменой $t' = t_0 - \tau$ приводится к виду

$$V_2(t, t_0) = - \int_0^{t_0-t} \frac{1}{[t' - (t_0 - t)]^{3/2}} e^{\frac{(t_0-t)-t'}{\tau_p}} [e^{-A \sin \omega t'} - 1] dt'.$$

После применения прямого и обратного преобразований Лапласа его можно записать как

$$V_2(t_0 - t) = - \frac{2}{\sqrt{\pi} i \omega^2} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{s(t_0-t)} \sqrt{1/\tau_p - s} \sum_{k=1}^\infty \frac{s}{(s/\omega)^2 + k^2} J_k \left(-\frac{kA\omega}{s} \right) ds.$$

Этот интеграл подобен интегралу (6), и поскольку, как уже было показано, основной вклад дает сумма вычетов в полюсах $\pm ik\omega$, то сразу можно записать

$$V_2(t, t_0) \approx -4\sqrt{\pi} \operatorname{Re} \left[\sum_{k=1}^\infty i^k I_k(A) e^{ik\omega(t_0-t)} \sqrt{1/\tau_p - ik\omega} \right]. \quad (9)$$

Пренебрегая малым слагаемым $1/\tau_p$ в выражениях (8) и (9), интеграл (4) при любом соотношении между t и t_0 можно представить как

$$V_2(t, t_0) \approx -4\sqrt{\pi} \sum_{k=1}^\infty I_k(A) \sqrt{k\omega/2} (\cos k[\omega(t-t_0) - \pi/2] - \sin k[\omega(t-t_0) - \pi/2]),$$

а плотность тока (2), протекающего через диод – как

$$j_p \approx 2q\sqrt{D_p} p_n \sqrt{\omega} \sum_{k=1}^\infty I_k(A) \sqrt{k} \cos(k[\omega(t-t_0) - \pi/2] + \pi/4). \quad (10)$$

4. Анализ результатов

На рис. 3 представлена рассчитанная зависимость для гауссовского импульса, изображенного на рис. 1, при учете всех членов выражения (2), где $D_p = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}$, $p_n = 2 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$. Также для сравнения штриховой линией указана статическая характеристика диода [1] $I(u) = q\sqrt{D_p} p_n (e^{qu(0,t)/kT} - 1) / \sqrt{\tau_p}$, в которой постоянное напряжение заменено на гауссовский импульс. Для удобства она умножена на масштабный множитель $\sqrt{\omega\tau_p}/4$.

Отметим прежде всего существенную роль переходных процессов при быстром переключении диода, за счет чего зависимость приобретает сложный функциональный вид. При изменении полярности приложенного сигнала с положительной на отрицательную в начале имеет место резкий отрицательный выброс тока, который затем стремится к значению тока насыщения. Этот эффект хорошо известен [2]: при быстром переключении дырки не успевают рекомбинировать, и поэтому обратный ток, который обычно мал за счет незначительного количества неосновных для n -области носителей заряда, здесь имеет

существенную величину. Поскольку в момент прохождения импульса $p-n$ переход пропускает ток в обе стороны практически одинаково и фактически не обладает выпрямляющими свойствами, то площади под кривыми в верхней и нижней полуплоскостях приблизительно равны. Этим, в частности, объясняется столь малое влияние интеграла (3) на результирующее значение тока.

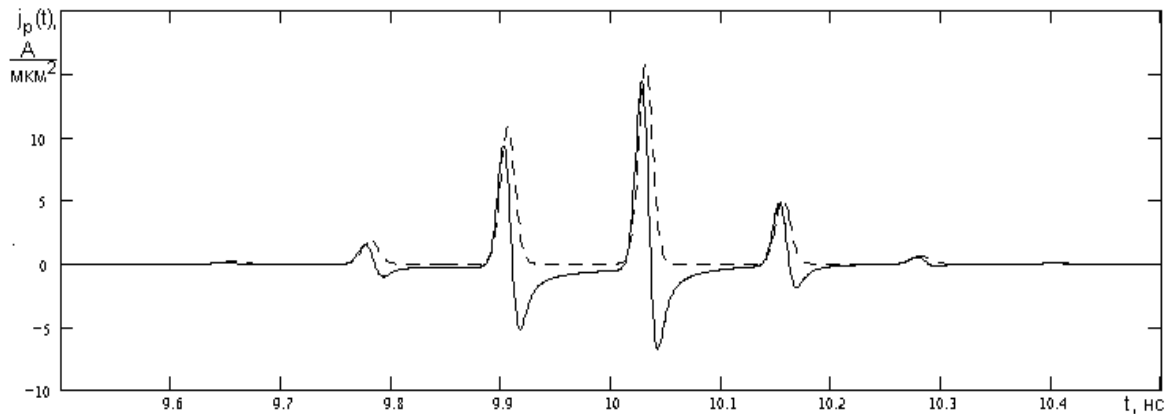


Рисунок 3. Временная зависимость плотности тока при воздействии короткого гауссовского импульса.

Также интерес вызывает существенное увеличение значения тока по сравнению со низкочастотным сигналом. Здесь имеет место схожая трактовка [2]: за счет наличия большого количества носителей заряда, не успевающих рекомбинировать, повышается удельная проводимость полупроводника и, согласно закону Ома, плотность тока.

Библиографический список

1. Гаман В.И. Физика полупроводниковых приборов. – Томск: Изд-во НТЛ, 2000. – 426 с.
2. Носов Ю.Р. Полупроводниковые импульсные диоды. – М.: Сов. радио, 1965. – 224 с.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1973. – 749 с.