Министерство образования и науки РФ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждаю
зав. кафедрой общей и
экспериментальной физики
______________В. П. Демкин
«____»_________2015 г.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Методические указания
для выполнения лабораторной работы

Томск – 2015

РАССМОТРЕНО И УТВЕРЖДЕНО методической комиссией физического факультета

Протокол № ____ от «___» _________ 2015 г.

Председатель комиссии: В. М. Вымятнин

В лабораторной работе предлагается теоретически изучить основные положения теории вращательного движения абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси и проверить основное уравнение этого движения на крестообразном маятнике Обербека.

Работа рекомендуется для физических факультетов.

Составитель: доцент В.Ф. Нявро

Томский государственный университет, 2015

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

Цель работы: Экспериментальная проверка прямой пропорциональной зависимости между моментом внешних сил и угловым ускорением при неизменном моменте инерции маятника Обербека.

При описании движения твердого тела важными понятиями являются момент силы и момент импульса. Пусть O - какая-то точка, относительно которой рассматриваются моменты вектора силы или вектора импульса, ее называют началом или полюсом. Обозначим через $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из этой точки к точке приложения силы $\vec{F}$. Моментом силы $\vec{F}$ относительно начала O называется векторное произведение радиус-вектора $\vec{r}$ на силу $\vec{F}$

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right], \tag{1}$$

здесь $\vec{r}$ - радиус-вектор точки приложения силы.

Аналогично определяется момент импульса материальной точки относительно начала O. Моментом импульса материальной точки относительно точки O называется векторное произведение

$$\vec{L} = \vec{r}, \vec{p} \ , \tag{2}$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор, определяющий положение движущейся материальной точки.

Момент импульса и момент силы материальной точки относительно неподвижного начала связаны между собой уравнением

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \ , \tag{3}$$

Это соотношение называется уравнением моментов: производная по времени момента импульса материальной точки относительно неподвижного начала равна моменту действующей силы относительно того же начала.

Уравнение моментов (3) можно обобщить на случай произвольной системы материальных точек. Моментом импульса системы материальных точек относительно неподвижного начала называется векторная сумма моментов импульсов всех материальных точек системы относительно того же начала. Третий закон Ньютона позволяет исключить из уравнения моментов для системы материальных точек внутренние силы, и для системы материальных точек уравнение моментов имеет следующий вид

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{внеш}, \tag{4}$$

то есть производная по времени от момента импульса системы материальных точек относительно произвольного неподвижного начала равна геометрической сумме моментов всех внешних сил относительно того же начала.

Векторное уравнение (4) эквивалентно трем скалярным уравнениям:

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x^{внеш}, \quad \frac{dL_y}{dt} = M_y^{внеш}, \quad \frac{dL_z}{dt} = M_z^{внеш},$$

которые получаются из уравнения (4) путем проецирования его на неподвижные оси декартовой системы координат. Величины L_x и $M_x^{внеш}$ называется соответственно моментами импульса и силы относительно оси X. Аналогично говорят о моментах импульса и силы относительно координатных осей Y и Z. В общем случае моментами импульса и силы относительно произвольной оси называют проекции векторов $\vec{L}$ и $\vec{M}^{внеш}$ на эту ось в предположении, что начало O лежит на рассматриваемой оси. Уравнение

$$\frac{dL_x}{dt} = M_x^{внеш} \tag{5}$$

называется уравнением моментов относительно неподвижной оси X.

Применим уравнение моментов для системы материальных точек относительно оси к рассмотрению вращательного движения системы материальных точек. За неподвижную ось моментов выберем ось вращения. Если материальная точка вращается по окружности радиуса r со скоростью V, то момент ее импульса относительно оси вращения равен $L = mVr$. Пусть ω - угловая скорость вращения, тогда $V = \omega r$ и, следовательно, $L = mr^2\omega$. Если вокруг оси вращается система из N материальных точек с одной и той же угловой скоростью ω, то $L = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 \omega$, где суммирование проводится по всем материальным точкам системы. В случае жесткой системы материальных точек величина ω одинакова для всех материальных точек, поэтому ее можно вынести из-под знака суммы. Тогда получится

$$L = I\omega, \tag{6}$$

где

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2 \ , \tag{7}$$

Величина *I*, равная сумме произведений масс материальных точек на квадраты расстояний их до оси вращения, называется моментом инерции системы материальных точек относительно этой оси. Из формулы (7) видно, что момент инерции – величина аддитивная, то есть момент инерции тела равен сумме моментов инерции его частей. Если вещество в теле распределено непрерывно, то вычисление момента инерции сводится к вычислению интеграла:

$$I = \int r^2 dm, \tag{8}$$

где r – расстояние от элементарной массы dm до оси вращения. Интегрирование должно проводиться по всей массе тела. Однако, аналитическое вычисление интегралов (8) возможно только в простейших случаях тел правильной геометрической формы. Для тел неправильной формы такие интегралы находят численно, либо используют косвенные методы определения момента инерции.

Момент инерции системы материальных точек характеризует распределение масс относительно оси вращения. Уравнение (6) показывает, что при вращении системы материальных точек момент ее импульса относительно оси вращения равен произведению момента инерции всей системы относительно той же оси на ее угловую скорость. В этом случае уравнение (5) принимает вид

$$\frac{d\ \ I\omega}{dt} = M \quad , \tag{9}$$

Уравнение (9) является основным уравнением динамики вращательного движения вокруг неподвижной оси.

Важным частным случаем является вращение системы материальных точек с неизменным моментом инерции вокруг неподвижной оси. В этом случае уравнение (9) имеет вид

$$I\beta = M \quad , \tag{10}$$

где $\beta = \dfrac{d\omega}{dt}$ - угловое ускорение маятника. Таким образом, произведение момента инерции твердого тела относительно неподвижной оси вращения на угловое ускорение равно моменту внешних сил относительно той же оси.

ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Маятник Обербека состоит из крестовины и двух шкивов различного радиуса r_1 и r_2 (рис.1), укрепленных на одной горизонтальной оси. На шкивы можно наматывать нить с грузом. Груз массой *m*, опускаясь с высоты *h*, разматывает нить и приводит маятник во вращение.

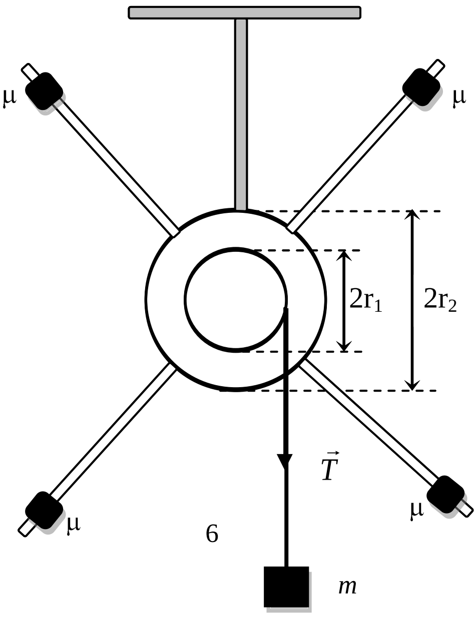

Рис. 1

Конструкция прибора позволяет изменять момент внешних сил и момент инерции системы. Момент внешних сил изменяется с изменением массы груза m, или при перенесении нити с одного шкива на другой. Момент инерции маятника можно изменять, перемещая грузы μ по стержням крестовины. В данной работе момент инерции маятника остается постоянным, а изменяют в процессе работы момент внешних сил.

Момент силы, действующей на маятник, создается силой натяжения нити. Сила натяжения передается нитью от груза к шкиву вращающегося маятника. Если предположить, что нить невесомая, то на шкив маятника действует сила, равная по величине силе натяжения, действующей на груз и противоположная ей по направлению. Сила натяжения создает вращательный момент относительно горизонтальной оси вращения, равный $M = Tr$, где r - радиус шкива, на который накручена нить. Запишем для маятника основной закон динамики вращательного движения:

$$I\beta = M - M_{сопр}, \qquad (11)$$

где $M = Tr$ - момент силы натяжения нити, $M_{сопр}$ - момент сил сопротивления.

Силу натяжения нити можно найти из уравнения второго закона Ньютона для поступательного движения груза, на который действуют силы тяжести и сила натяжения нити: в проекции на направление движение груза оно имеет вид

$$ma = mg - Tr\ . \qquad (12)$$

Ускорение поступательного движения груза a можно определить по формуле кинематики равноускоренного движения с нулевой начальной скоростью

$$h = \frac{at^2}{2}, \qquad (13)$$

где h - длина нити, t - время движения груза до полного раскручивания нити. Используя кинематическую связь линейного и углового ускорения $a = \beta r$, а также уравнение движения груза (13), выразим β через экспериментально измеряемые величины h и t:

$$\beta = \frac{2h}{rt^2} \quad . \tag{14}$$

Решая систему уравнений (12) и (13), можно выразить силу натяжения нити через экспериментально измеримые величины.

$$T = \frac{m}{r}\left(g - \frac{2h}{t^2} \right). \tag{15}$$

Отсюда получаем для момента силы натяжения нити следующее выражение

$$M = m\left(g - \frac{2h}{t^2} \right). \tag{16}$$

Уравнение вращательного движения маятника (10) можно переписать в виде

$$M = I\beta + M_{сопр} \, . \tag{17}$$

При неизменной конфигурации маятника Обербека графиком зависимости M β будет прямая линия, тангенс угла наклона которой определит момент инерции I. Из (17) видно, что для того, чтобы маятник начал вращаться, необходимо выполнение условия $M > M_{сопр}$. Наличие момента сил сопротивления приведет к смещению графика зависимости M β параллельно самому себе на отрезок, равный $M_{сопр}$.

Таким образом, основными рабочими формулами для определения момента инерции маятника Обербека динамическим методом будут формулы (14) и (16). Измеряемыми величинами являются длина нити h, время движения груза t, радиус шкива, на который наматывается нить.

МЕТОДИКА РАБОТЫ

1. Разместить на крестовине грузы μ на одинаковых расстояниях от оси вращения и закрепить их так, чтобы маятник находился в состоянии безразличного равновесия.
2. С помощью штангенциркуля провести измерение диаметров малого и большого шкивов.
3. Намотать нить на малый шкив. Нить должна быть равномерно (виток к витку) навита на шкив так, чтобы плоскости витков были перпендикулярны оси маятника.
4. Определить длину h нити, соответствующую расстоянию, которое проходит груз при раскручивании нити.
5. Прикрепить на нити груз и определить время опускания груза (не менее пяти раз). Для уменьшения погрешности времени следует выбрать длину h не менее 1 *м*.
6. Повторить опыт на первом шкиве, меняя массу опускающихся грузов.
7. Повторить измерения со всеми грузами, наматывая нить на второй шкив.
8. Провести подсчет углового ускорения β по формуле (14) и вращающего момента M по формуле (16).
9. Построить график зависимости $M \quad \beta$ при $I = const$.
10. Определить, пользуясь графиками, момент инерции маятника *I*.
11. Из графиков по отрезкам, отсекаемым на оси ординат, определить момент силы сопротивления для обоих шкивов.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется угловой скоростью, угловым ускорением?
2. Что называется моментом силы и моментом импульса тела относительно неподвижного начала и неподвижной оси?
3. Что называется моментом инерции тела?

4. Как изменится момент инерции маятника Обербека, если грузы передвинуть ближе к оси вращения, дальше от оси вращения?
5. Как влияет момент инерции на величину углового ускорения вращающегося тела?
6. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.
7. Выведите формулу для расчета углового ускорения и момента силы натяжения нити относительно оси вращения маятника Обербека.
8. Как определить момент сил сопротивления в данной работе?
9. Как влияет толщина нити на результаты измерений?
10. Как влияет растяжимость нити на результаты измерений?

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. – Изд-во МИФИ, 2005.
2. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 2009.
3. Грабовский Р.И. Курс физики. Изд-во Лань, 2007.
4. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. М: Высшая школа, 1986.
5. Трофимова Т. И. Курс физики. М.. 2004, §§ 9, 15.

Издание подготовлено в авторской редакции

Отпечатано на участке цифровой печати
Издательского Дома Томского государственного университета

Заказ № 1315 от «30» сентября 2015 г. Тираж 100 экз.