Министерство образования и науки РФ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждаю
зав. кафедрой общей и
экспериментальной физики
_______________В. П. Демкин
«____»_________2015 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ТВЁРДЫХ ТЕЛАХ МЕТОДОМ КУНДТА

Методические указания
для выполнения лабораторной работы

Томск – 2015

РАССМОТРЕНО И УТВЕРЖДЕНО методической комиссией физического факультета

Протокол № ___ от «____» __________ 2015 г.

Председатель комиссии В. М. Вымятнин

Лабораторная работа посвящена изучению стоячих волн в воздухе и твёрдом теле. По установившимся в звуковой воздушной трубе фигурам Кундта студенты, зная скорость звука в воздухе, должны определить скорость звука в твёрдом теле.

Методические указания рассчитаны на студентов физических специальностей.

Составитель: доц. А.М. Толстик

Томский государственный университет, 2015

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ТВЁРДЫХ ТЕЛАХ МЕТОДОМ КУНДТА

Цель работы: изучение стоячих волн и явлений на границе раздела двух сред, а также экспериментальное измерение скорости продольных звуковых колебаний в твёрдом теле.

СКОРОСТЬ ЗВУКА В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Упругие волны представляют собой распространение в пространстве деформаций среды: деформаций растяжения-сжатия в продольных волнах и деформаций сдвига в поперечных. В жидкостях и газах возможны только деформации растяжения-сжатия, поэтому в них могут распространяться только упругие продольные волны. В твёрдых телах возможны оба типа деформаций, поэтому в них могут распространяться как продольные, так и поперечные волны, которые имеют разные скорости. Скорость тех и других волн зависит от упругих характеристик тела и его плотности.

Получим выражение для скорости упругих продольных волн в твёрдом теле. Пусть волна распространяется в горизонтальном направлении. Рассмотрим элемент объёма твёрдого тела, имеющий в недеформированном состоянии толщину dx (рис. 1).

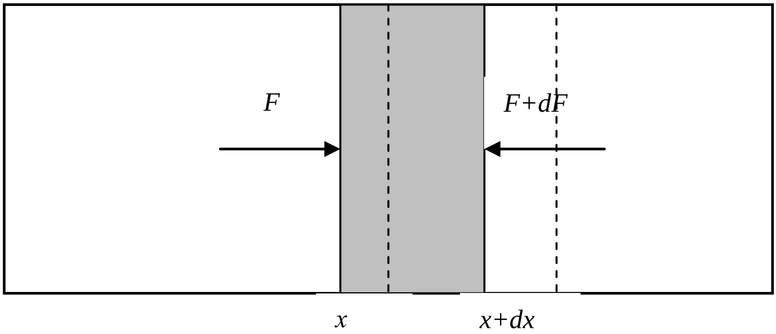

Рис. 1

Для упругих деформаций растяжения-сжатия в твёрдом теле выполняется закон Гука

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{1}$$

где σ - упругое напряжение, т.е. отношение приложенной силы к площади поперечного сечения *S*, *E* – модуль Юнга, ε - относительная деформация, т.е. отношение изменения длины тела к первоначальной длине.

Пусть при распространении продольной волны в какой-то момент времени левая граница выделенного элементарного объёма сместилась на расстояние ξ, а правая – на расстояние $\xi + d\xi$. Таким образом, абсолютная деформация элемента объёма равна $d\xi$, а относительная деформация в данный момент времени равна $\varepsilon = \dfrac{\partial \xi}{\partial x}$.

На выделенный элемент объёма со стороны других частей деформированной среды действуют в противоположных направлениях две силы F и $F + dF$. Закон Гука тогда запишется следующим образом:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\partial \xi}{\partial x}. \tag{2}$$

2-й закон Ньютона для этого элементарного объёма запишется в следующем виде:

$$dF = dm\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2},$$

где $\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$ - ускорение этого элемента объёма, а dF - результирующая сила. Масса элементарного объёма равна $dm = \rho dV = \rho S dx$, тогда 2-й закон Ньютона запишется в виде $dF = \rho S dx\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$. Дифференцируя (2), получим выражение для приращения силы $\frac{dF}{S} = E\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}dx$. Подставляя отсюда dF во второй закон Ньютона и сокращая правую и левую части выражения на произведение Sdx, получим $E\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = \rho\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$. Это уравнение можно привести к стандартному виду волнового уравнения Даламбера

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} = \frac{1}{\mathrm{v}^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2},$$

где

$$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ -} \tag{3}$$

скорость волны. Таким образом, деформация растяжения-сжатия в твёрдом теле распространяется в виде продольной волны, скорость которой зависит от упругого модуля и от плотности вещества. Аналогично будет и в случае поперечной волны, при распространении которой возникают деформации сдвига; в этом случае в выражении для скорости волны вместо модуля Юнга стоит модуль сдвига, который в два с лишним раза меньше.

В жидкостях и газах могут происходить только деформации растяжения-сжатия, поэтому в этих веществах распространяются только продольные волны. Скорость этих волн также зависит от упругих свойств вещества и его плотности: для более упругих и лёгких веществ скорость упругой волны больше. Скорость звука в газе зависит от его давления и температуры и значительно меньше, чем в твёрдых телах. По порядку величины скорость звука в газах при атмосферном давлении и комнатной температуре – сотни метров в секунду, а в жидкостях и твёрдых телах – километры в секунду.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Рассмотрим прохождение волн через границу раздела двух сред. Пусть продольная упругая плоская волна распространяется вправо в положительном направлении оси X (рис. 2).

Пусть сначала волна распространяется в первой среде, а затем переходит во вторую. Граница раздела двух сред пусть для простоты представляет собой плоскость, перпендикулярную оси X. Каждая среда характеризуется плотностью, модулем упругости, а, следовательно, фазовой скоростью волны и её частотой.

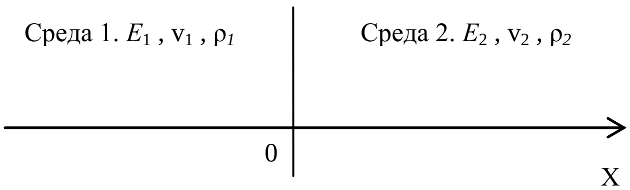

Рис. 2

Во второй среде будет только одна волна, которая перешла из первой среды, и она продолжает распространяться в том же направлении X. Во второй среде в принципе могут быть две волны: падающая на границу раздела в направлении оси X и отражённая от этой границы и идущая в противоположном направлении.

Пусть смещение среды в падающей волне $\xi = A\cos\left(\omega_1 (t - \frac{x}{v_1})\right)$,

а в отражённой $\xi' = A'\cos\left(\omega_1 (t + \frac{x}{v_1})\right)$ (знак + говорит о том, что волна распространяется в отрицательном направлении оси X). Во второй среде будет только прошедшая волна $\xi_2 = A_2 \cos\left(\omega_2 (t - \frac{x}{v_2})\right)$.

Ясно, что в точках на границе раздела двух сред (x = 0) $\xi + \xi' = \xi_2$. Т.к. координата границы раздела x = 0, то $A\cos\omega_1 t + A'\cos\omega_1 t = A_2 \cos\omega_2 t$. Поскольку это равенство должно выполняться в любой момент времени, то частота волны в обеих средах одинакова, т.е. $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Тогда получаем соотношение для амплитуд

$$A + A' = A_2. \tag{4}$$

Относительная деформация среды для любой из волн есть частная производная $\frac{\partial\xi}{\partial x}$. Для падающей, отражённой и преломлённой волн она равна соответственно $\frac{\partial\xi}{\partial x} = \frac{A}{v_1}\sin\left(\omega(t - \frac{x}{v_1})\right)$,

$\frac{\partial\xi'}{\partial x} = -\frac{A'}{v_1}\sin\left(\omega(t + \frac{x}{v_1})\right)$ и $\frac{\partial\xi_2}{\partial x} = \frac{A_2}{v_2}\sin\left(\omega(t - \frac{x}{v_2})\right)$.

Согласно закона Гука (2), упругое напряжение пропорционально относительной деформации. Ясно, что на границе раздела при x = 0 напряжение в первой среде равно напряжению во второй среде. Это утверждение фактически выражает 3-й закон Ньютона: сила, с которой 1-я среда действует на вторую, равна силе, с которой 2-я среда действует на первую. Таким образом,

$$E_1\frac{A}{\mathrm{v}_1}-E_1\frac{A'}{\mathrm{v}_1}=E_2\frac{A_2}{\mathrm{v}_2},$$

или $\sqrt{E_1\rho_1}A-\sqrt{E_1\rho_1}A'=\sqrt{E_2\rho_2}A_2$. Введём волновое сопротивление среды

$$Z=\sqrt{E\rho}\,. \tag{5}$$

Тогда последнее соотношение перепишется следующим образом:

$$Z_1A-Z_1A'=Z_2A_2. \tag{6}$$

Решая систему уравнений (4,6), выразим амплитуды отражённой и проходящей волн через амплитуду падающей волны:

$$\begin{aligned} A' &= A\frac{Z_1-Z_2}{Z_1+Z_2} \\ A_2 &= A\frac{2Z_1}{Z_1+Z_2} \end{aligned} \tag{7}$$

Проанализируем эти формулы.

1. Если волновое сопротивление первой среды меньше чем второй ($Z_1<Z_2$), то амплитуда отражённой волны A' отрицательная. Это означает, что при отражении от более плотной или более упругой среды волна изменяет фазу на противоположную (т.е. на π). Часто об этом факте говорят как о потере полуволны.
2. Если вторая среда обладает гораздо большим волновым сопротивлением чем первая ($Z_1<<Z_2$), то амплитуда отражённой волны лишь немного меньше чем у падающей, а амплитуда проходящей волны A_2 мала, т.е. волна почти полностью отражается.

СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ

Стоячие волны – это частный случай интерференционной картины, который получается при наложении двух когерентных волн, распространяющихся в противоположных направлениях. Обычно это падающая нормально на границу раздела двух сред и отражённая от этой границы волны.

Пусть падающая волна описывается формулой $\xi_1 = A\cos\left(\omega(t - \frac{x}{\mathrm{v}})\right)$, а отражённая – формулой $\xi_2 = A\cos\left(\omega(t + \frac{x}{\mathrm{v}})\right)$, для простоты мы рассматриваем случай равных амплитуд. Результирующее смещение среды равно сумме смещений, вызванных падающей и отражённой волнами, т.е. $\xi_{рез} = \xi_1 + \xi_2$.

Воспользуемся тригонометрической формулой $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$, тогда результирующее смещение представиться в виде:

$$\xi_{рез} = 2A\cos\frac{\omega x}{\mathrm{v}}\cos\omega t \qquad (8)$$

Постоянная во времени величина

$$B = 2A\cos\frac{\omega x}{\mathrm{v}} \text{ -} \qquad (9)$$

амплитуда колебаний точки среды с координатой x.

В точках, координата которых равна

$$x = \frac{\pi \mathrm{v}}{\omega} n \qquad (10)$$

(n – целое число), косинус в (9) равен единице или минус единице, амплитуда результирующего колебания максимальна. Эти точки называют пучностями стоячей волны.

Между пучностями находятся точки, в которых амплитуда результирующего колебания равна нулю, эти точки называют узлами стоячей волны. В случае узлов в формуле (9) косинус обращается в ноль, и координаты узлов равны

$$x = \frac{\pi v}{\omega}\left(n + \frac{1}{2}\right). \qquad (11)$$

Из формул (10) и (11) следует, что расстояние между соседними узлами и между соседними пучностями одинаково и равно половине длины волны

$$\Delta x = \frac{\pi v}{\omega} = \frac{\lambda}{2},$$

а расстояние между пучностью и соседним узлом вдвое меньше.

Если амплитуды интерферирующих волн не равны друг другу, то всё сказанное об узлах и пучностях остаётся в силе, только в узлах амплитуда стоячей волны будет отлична от нуля и равна модулю разности амплитуд складываемых колебаний.

Стоячие волны обладают следующими свойствами.

1. Как видно из формул (8-9), колебания точек среды в пространстве между соседними узлами являются синфазными, т.е. совершается в одной фазе.
2. Колебания точек среды по разные стороны узла совершаются в противофазе. Это видно из формулы для амплитуды (9): при переходе через узел формально изменяется знак амплитуды.
3. Стоячая волна не переносит энергию.
4. Относительная деформация точек среды равна

$$\varepsilon = \frac{\partial \xi_{рез}}{\partial x} = -\frac{2A\omega}{v}\sin\frac{\omega x}{v}\cos\omega t = \frac{2A\omega}{v}\cos\left(\frac{\omega x}{v} + \frac{\pi}{2}\right)\cos\omega t\,.$$

Отсюда видно, что колебания деформации и смещения происходят со сдвигом фазы $\frac{\pi}{2}$, т.е. деформация максимальна в узлах смещения и минимальна в пучностях. Физическая причина этого явления для продольной стоячей волны видна из рис. 3. Стрелками на этом рисунке изображены направления смещений точек среды в какой-то произвольный момент времени, а вертикальные пунктирные линии соответствуют узлам смещения. Видно, что по разные стороны узла при растяжении или сжатии смещение частиц среды происходит в противоположные стороны, поэтому в узлах деформации наибольшие.

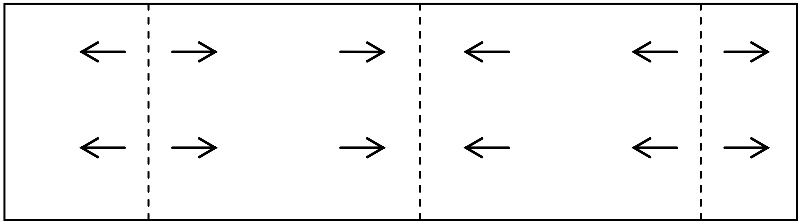

Рис. 3

Отметим, что если отражённая волна образуется при отражении от более плотной и более упругой среды с изменением фазы на противоположную, то при образовании стоячей волны на границе раздела сред обязательно образуется узел смещения. Если волна отражается от среды с меньшим волновым сопротивлением, то на границе раздела сред будет пучность.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка представляет собой горизонтально расположенную стеклянную трубу, с одного конца закрытую заглушкой, в которую вставлен металлический стержень из исследуемого материала, к одному концу которого прикреплён поршень (рис. 4). Стержень жёстко закреплён точно посередине. На дно трубы насыпаны сухие лёгкие пробковые опилки, которые могут перемещаться под действием звуковой волны.

Рис. 4

Если свободному концу стержня сообщить продольные колебания, то в стержне будет распространяться продольная упругая волна. На границе между поршнем и воздухом волна частично отразится, а частично пройдёт в воздух. Падающая и отражённая волны интерферируют, и в стержне образуются стоячая волна. При этом, поскольку волновое сопротивление воздуха меньше волнового сопротивления стержня, на концах стержня возникнут пучности. В закреплённой точке стержня будет находиться узел стоячей волны, именно поэтому стержень должен быть закреплён точно в середине. Стержень будет звучать главным образом на частоте основного тона, соответствующей установлению в стержне одной стоячей волне. Таким образом, длина стержня равна половине длине волны в нём, а частота колебаний стержня поэтому равна

$$\nu = \frac{\mathrm{v}}{2l}.$$

Волна, прошедшая в воздух, также будет отражаться от закрытого конца трубы. Поскольку волновое сопротивление воздуха меньше, чем у материала заглушки, при отражении происходит потеря полуволны, и на концах воздушной трубы образуются узлы стоячей волны. Узел будет находиться, конечно, и вблизи поршня, хотя сам поршень будет колебаться с заметной амплитудой и поэтому амплитуда колебания воздуха в этом узле будет отлична от нуля. Колеблющийся столб воздуха в трубе будет разбрасывать лёгкие пробковые опилки, причём вблизи узлов опилки разбрасываются меньше, а вблизи пучностей они широко разбросаны. Образуется характерная картина распределения опилок в виде так называемых фигур Кундта. По виду этой картины можно найти расстояние между соседними узлами и между соседними пучностями, а затем определить длину волны в воздухе.

Всё сказанное имеет место только тогда, когда в закрытой звуковой трубе установится целое число стоячих волн, частота которых равна собственной частоте колебаний стержня. Добиться этого можно, изменяя длину закрытой части трубы путём перемещения либо стержня с поршнем относительно трубы, либо трубы относительно стержня.

Поскольку частота волн в стержне и воздухе одинакова, а длина волны в любой среде равна $\lambda = \frac{2\pi \mathrm{v}}{\omega}$, то длина волны в любой среде пропорциональна скорости волны в ней, т.е. $\frac{\lambda}{\mathrm{v}} = \frac{\lambda_в}{\mathrm{v}_в}$. Отсюда, зная скорость звука в воздухе $\mathrm{v}_в$ и измерив опытным путём длину волна в воздухе $\lambda_в$ и в стержне $\lambda = 2l$, можно вычислить скорость звука в стержне

$$\mathrm{v} = \frac{\lambda}{\lambda_в}\mathrm{v}_в . \qquad (12)$$

Скорость звука в воздухе при комнатной температуре примерно равна 340 м/с.

ХОД РАБОТЫ

Рекомендуется следующий порядок работы.

1. Убедиться в том, что стержень закреплён точно посередине.
2. Равномерно распределить пробковые опилки в нижней части горизонтально расположенной трубы. Трубу надеть на стержень и положить так, чтобы она не касалась стержня и поршня.
3. Насыпать на сухую тряпочку немного канифоли и создать в стержне продольные колебания.

4. Если в трубе не установилось целого числа стоячих волн и не образовалось фигур Кундта, то нужно перемещать трубу относительно стержня до тех пор, пока этого не произойдёт.
5. По виду образовавшихся фигур Кундта определить расстояние между соседними узлами для стоячей волны в воздухе. Это расстояние в 2 раза меньше длины звуковой волны в воздухе.
6. Определить длину звуковой волны в воздухе.
7. Передвигая трубу относительно стержня, добиться установления в трубе другого числа стоячих волн.
8. Зная, что длина волны в стержне равна его удвоенной длине, определить эту длину волны.
9. Зная скорость звука в воздухе, определить скорость звука в стержне по формуле (12).
10. Зная плотность материала стержня, определить значение модуля Юнга для данного вещества.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие деформации наблюдаются при распространении продольных волн?
2. Какие деформации наблюдаются при распространении поперечных волн?
3. Выведите формулу (3) для скорости продольной волны.
4. Какие условия наблюдаются на границе раздела двух сред?
5. Что такое волновое сопротивление?
6. Получите формулы для амплитуды отражённой и проходящей волны?
7. Что такое стоячая волна?
8. Что такое узел стоячей волны? Пучность?
9. Какими свойствами обладает стоячая волна?
10. Как соотносятся фазы колебаний точек среды в пространстве между соседними узлами?
11. Как соотносятся фазы колебаний точек среды по разные стороны узла?

12. В какой точке среды деформация больше: в узле или в пучности? Почему?
13. Почему в данной работе стержень должен быть закреплён точно посередине?
14. Что будет на концах стержня: узлы или пучности?
15. Для волны в воздухе: что будет в точке вблизи конца стержня – узел или пучность?
16. Опишите ход работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.С. Горелик. Колебания и волны. Введение а акустику, радиофизику и оптику. М.: Физматлит. – 2007. – 656 с.

Издание подготовлено в авторской редакции

Отпечатано на участке цифровой печати
Издательского Дома Томского государственного университета

Заказ № 1313 от «30» сентября 2015 г. Тираж 100 экз.