

Министерство образования и науки РФ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Утверждаю
зав. кафедрой общей и
экспериментальной физики
_____ В. П. Демкин
« ____ » _____ 2015 г.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО
ТРЕНИЯ ГАЗА КАПИЛЛЯРНЫМ ВИСКОЗИМЕТРОМ**

Учебно-методическое пособие

Томск – 2015

РАССМОТРЕНО И УТВЕРЖДЕНО методической комиссией
физического факультета

Протокол № _____ от «___» _____ 2015 г.

Председатель комиссии



В. М. Вымятнин

В методическом пособии рассматривается явление внутреннего трения в газах. Приводится вывод формулы Пуазейля и методика эксперимента по определению коэффициента вязкости газа капиллярным вискозиметром.

Для студентов физических специальностей дневной формы обучения.

Составитель: доцент Н.И. Федяйнова

Томский государственный университет, 2015

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ГАЗА КАПИЛЛЯРНЫМ ВИСКОЗИМЕТРОМ

Цель работы: определение коэффициента вязкости воздуха при комнатной температуре. Вычисление средней длины свободного пробега молекул воздуха.

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Статистическая физика имеет дело с равновесными состояниями и с обратимыми процессами (то есть процессами, при которых система проходит через последовательность равновесных состояний). **Наука, изучающая процессы, возникающие при нарушениях равновесия, носит название физической кинетики.** Если система находится в неравновесном состоянии, то предоставленная самой себе, она будет постепенно переходить к равновесному состоянию. Этот процесс сопровождается возрастанием энтропии и, следовательно, необратим. Таким образом, процессы, изучаемые физической кинетикой, являются необратимыми. **Время, в течение которого система достигает равновесного состояния, называется временем релаксации.** Нарушение равновесия сопровождается возникновением потоков либо молекул, либо тепла, либо электрического заряда и тому подобное. В связи с этим соответствующие процессы носят название **явлений переноса.**

ВЯЗКОСТЬ

В равновесном состоянии различные части фазы покоятся друг относительно друга. При их относительном движении возникают факторы, стремящиеся уменьшить относительную скорость, то есть возникают силы торможения или вязкость.

Механизм возникновения внутреннего трения между параллельными слоями газа, движущимися с различными скоростями, заключается в том, что из-за хаотического теплового движения происходит обмен молекулами между слоями, движущимися с разными скоростями. В результате этого импульс

слоя, движущегося быстрее, уменьшается, а движущегося медленнее - увеличивается. Таким образом, взаимодействие двух слоёв можно рассматривать как процесс, при котором от одного слоя к другому в единицу времени передаётся импульс, который согласно второму закону Ньютона равен по модулю действующей силе, направленной по касательной к поверхности слоёв. При этом со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

Величина этой силы, как экспериментально было установлено ещё Ньютоном, пропорциональна площади поверхности слоя S , и зависит от того насколько быстро меняется скорость течения газа в направлении перпендикулярном этой скорости:

$$F = \eta \frac{dU}{dx} S, \text{ где} \quad (1)$$

$\frac{dU}{dx}$ — градиент скорости;

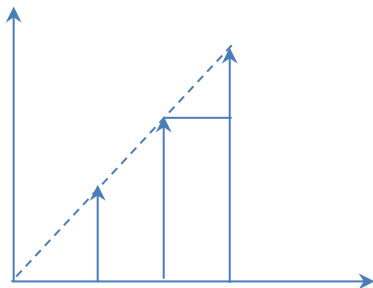


Рис.1

η — **коэффициент вязкости**, который в данном случае введён как коэффициент пропорциональности между силой трения, градиентом скорости и площадью поверхности соприкасающихся слоёв.

Из формулы (1) следует, что размерность коэффициента вязкости - Паскаль-секунда ($1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-2}$)

Физический смысл коэффициента вязкости выявляется при рассмотрении хаотического движения молекул газа, переносящих импульс упорядоченного движения mU .

На рисунке 1 показаны векторы скоростей слоев, перпендикулярных оси x . Произвольно выбранный слой движется медленнее, чем слой, расположенный справа, и быстрее, чем слой, расположенный слева. Разбиение на слои сделано условно, Δx - расстояние между слоями, скорости которых отличаются на ΔU . В результате теплового движения, молекулы перемещаются из одного слоя газа в другой. При этом каждая молекула переносит свой импульс упорядоченного движения mU из одного слоя в другой. Обмен молекулами между слоями, движущимися с различными скоростями, приводит к тому, что импульс упорядоченного движения быстрее движущегося слоя уменьшается, а медленнее движущегося - увеличивается. Это означает, что быстрее движущийся слой тормозится, а медленнее движущийся - ускоряется. В этом и состоит механизм возникновения силы внутреннего трения между слоями газа, движущимися с различными скоростями.

Сила трения τ , отнесенная к площади соприкасающихся поверхностей газа, равна плотности потока импульса G_{mU} упорядоченного движения, переносимого молекулами в перпендикулярном скорости направлении.

В идеальном газе для плотности потока G_{mU} получено выражение:

$$G_{mU} = -\frac{1}{3}n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle m \frac{\partial U}{\partial x}, \quad (2)$$

где n_0 - концентрация газа, $\langle v \rangle$ - средняя скорость хаотического движения молекул, m - масса молекулы, $\langle l \rangle$ - средняя длина свободного пробега - расстояние, которое в среднем проходит хаотически движущаяся молекула между двумя столкновениями.

Таким образом

$$\tau = -\eta \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{3}n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle m \frac{\partial U}{\partial x}. \quad (3)$$

Знак τ учитывает, что сила трения, действующая на более быстро движущиеся слои направлена против скорости. Как следует из выражения (3), динамическая вязкость в приближении идеального газа может быть представлена в виде:

$$\eta = \frac{1}{3} n_0 \langle v \rangle \langle l \rangle m = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad (4)$$

где $\rho = n_0 m$ – плотность газа.

Динамическая вязкость не зависит от давления и растет в основном пропорционально корню квадратному от температуры.

Независимость динамической вязкости, то есть силы трения, от давления и, следовательно, от плотности газа на первый взгляд представляется непонятной. Дело в следующем. Длина свободного пробега изменяется обратно пропорционально давлению, а концентрация молекул – прямо пропорционально. Переносимый каждой молекулой импульс упорядоченного движения прямо пропорционален длине свободного пробега, то есть обратно пропорционален давлению. Поскольку концентрация переносящих импульс молекул прямо пропорциональна давлению, получается, что суммарный переносимый молекулами импульс, отнесенный к промежутку времени и объему, не зависит от давления. Это заключение хорошо подтверждается экспериментально.

ПРОТЕКАНИЕ ГАЗА ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР. ФОРМУЛА ПУАЗЕЙЛЯ

Рассмотрим движение газа в трубке, между торцами которой создана разность давлений (рис.2). Считаем течение газа ламинарным. **Ламинарным** называется такое течение, при котором частицы газа движутся вдоль прямолинейных траекторий, параллельных оси трубки. Однако при достаточно больших скоростях ламинарное течение становится неустойчивым и переходит в турбулентное течение, когда плотность и температура быстро и нерегулярно изменяются во времени (флуктуируют).

Выделим внутри капилляра коаксиальный с ним цилиндр радиуса r и длиной L . При стационарном течении сумма всех сил, действующих на поверхность выделенного объема, должна равняться нулю. Следовательно:

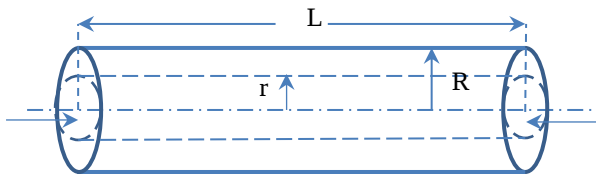


Рис. 2

$$P_1 \pi r^2 - P_2 \pi r^2 - F_{\text{тр}} = 0,$$

где $P_1 \pi r^2$ и $P_2 \pi r^2$ – силы давления на торцы цилиндра и $F_{\text{тр}}$ – сила внутреннего трения, действующая по боковой поверхности цилиндра.

$$F_{\text{тр}} = \tau S,$$

где $S = 2\pi r L$ – площадь боковой поверхности цилиндра и, согласно уравнению (3),

$$\tau = -\eta \frac{\partial U}{\partial r}.$$

Таким образом, получаем дифференциальное уравнение:

$$\pi r^2 P_1 - P_2 + \eta 2\pi r L \frac{dU}{dr} = 0,$$

которое решается методом разделения переменных:

$$dU = -\frac{P_1 - P_2}{2L\eta} r dr \Rightarrow$$

$$U = -\frac{P_1 - P_2}{4L\eta} r^2 + C.$$

Постоянную интегрирования найдём из граничных условий: при $r = R$ скорость равна нулю, следовательно

$$C = \frac{P_1 - P_2}{4L\eta} R^2$$

В результате, закон распределения скоростей по сечению трубы имеет вид:

$$U = \frac{P_1 - P_2}{4L\eta} (R^2 - r^2). \quad (5)$$

Найдём зависимость между расходом газа и разностью давлений на концах капилляра. **Расходом газа** Q называется объём газа, протекающий в единицу времени через поперечное сечение трубы. Выделим кольцевую площадку с внутренним радиусом r и внешним $r + dr$ ($dS = 2\pi r dr$). Тогда

$$dQ = U dS = U 2\pi r dr$$

$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \pi \frac{P_1 - P_2}{2L\eta} \int_0^R R^2 - r^2 \, r dr$$

$$Q = \pi \frac{P_1 - P_2}{8L\eta} R^4 \quad (6)$$

Полученное выражение (6) носит название **формулы Пуазейля**. На применении формулы Пуазейля основан один из экспериментальных методов определения коэффициента вязкости:

$$\eta = \pi \frac{P_1 - P_2}{8L\Delta V} \frac{\Delta t}{R^4}. \quad 7$$

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Для проведения эксперимента используется установка, представленная на рисунке 3. Она состоит из газометра (А); манометра (М) и капилляра (К). В газометре, из которого выливается

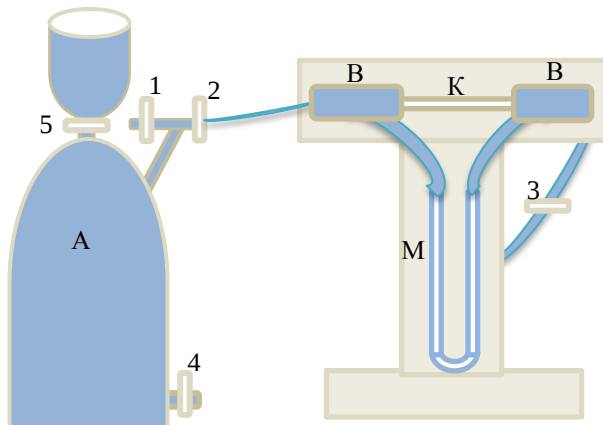


Рис.3

вода, создаётся разрежение. Благодаря возникшему перепаду давлений, образуется ток воздуха через капилляр. Манометром, наполненным глицерином, измеряется этот перепад давления на концах капилляра. Газометр имеет краны 1, 2, 4, 5. Кран 5 служит для наполнения водой полости газометра, а из воронки через кран 4 вода выливается из этой полости. Через кран 1 полость газометра может соединяться с внешним пространством, а через кран 2 эта полость соединяется с капилляром. Капилляр с помощью резиновых трубок соединён с одной стороны с газометром, а с другой – с осушительной склянкой.

1. Наполнить газометр водой. При этом кран 2 закрыт, а кран 1 – открыт.
2. После того, как поднимающийся уровень воды достигнет наибольшей высоты, краны 1 и 5 закрыть.
3. Открыть краны 2 и 3, а затем, предварительно поставив под него сосуд, кран 4. Вследствие образовавшегося в газометре

разрежения воздуха, можно получить в течение некоторого времени установившийся поток воздуха через капилляр.

4. Необходимо подождать, пока разность уровней глицерина в манометре не станет постоянной, не допустив при этом переброса глицерина в патрубок В (величина разности уровней может регулироваться краном 4).
5. Несколько раз (порядка десяти) при одном и том же перепаде давления на концах капилляра ($\Delta P = P_1 - P_2$) сбрасывать из газометра один и тот же объём воды ΔV , измеряя при этом время истечения Δt .
6. Измерить радиус капилляра с помощью микроскопа.
7. Определить среднее значение коэффициента вязкости воздуха $< \eta >$, подставив в формулу (6) полученные значения $< \Delta P >$ и $< \Delta t >$
8. Вычислить случайную погрешность и сравнить в пределах погрешности измерений полученный результат с табличным значением коэффициента вязкости воздуха при той же температуре.
9. Если в пределах случайной погрешности измерений результаты не совпадают, необходимо оценить число Рейнолдса

$$Re = \frac{< U > \rho d}{\eta}$$

где средняя скорость течения газа:

$$< U > = \frac{\Delta V}{\pi R^2 \Delta t};$$

ρ – плотность воздуха при комнатной температуре берётся из таблиц;

d – диаметр капилляра;

η – коэффициент вязкости воздуха.

Движение будет ламинарным, если $Re < 2000$.

Примечание: если вода в газометре имеет температуру меньше комнатной, необходимо внести поправку на изменение объёма, вошедшего в газометр воздуха:

$$\Delta V = \Delta V' \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t'}$$

где ΔV – объём протекшего через капилляр воздуха при температуре t , а $\Delta V'$ - объём вытекшей воды, имеющей температуру t' ; $\alpha = \frac{1}{273} \text{ град}^{-1}$.

10. Из формулы (4) определить среднюю длину свободного пробега $\langle l \rangle$ молекул воздуха:

$$\langle l \rangle = \frac{3 \langle \eta \rangle}{\rho \langle v \rangle},$$

где

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}.$$

11. Обсудить полученные результаты.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое физическая кинетика?
2. Какие процессы называются явлениями переноса?
3. В чём заключается механизм возникновения внутреннего трения в газах?
4. Что такое коэффициент вязкости?
5. Получить размерность коэффициента вязкости в системе СИ.
6. Что такое расход газа?
7. Какое течение называется ламинарным?
8. Вывести формулу Пуазейля.
9. В каком приближении справедливо выражение (4) для коэффициента вязкости?
10. Дать определение длины свободного пробега.

ЛИТЕРАТУРА

1. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. М.: Высшая школа, 2003.
2. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Механика. М.: Наука, 1990.

Издание подготовлено в авторской редакции

Отпечатано на участке цифровой печати
Издательского Дома Томского государственного университета

Заказ № 1267 от «18» сентября 2015 г. Тираж 100 экз.