МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЁНЫХ ТГУ

Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики

Международная молодежная научная конференция

17–19 ноября 2014 г., Томск

Издательство Томского университета
2015

сферического включений продемонстрировано на рис. 5, *б, в* соответственно. Очевидно, чем больше различие в упругих свойствах матрицы и включения, тем больше амплитуда складки. Этот эффект становится более ярко выраженным по мере уменьшения расстояния между включением и свободной поверхностью.

Авторы выражают благодарность д.ф.-м.н. В.А. Романовой за полезные дискуссии и ценные замечания.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ (грант № 14-08-00277-а) и государственной программы исследований РАН.

Литература

1. *Eshelby J.D.* The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems // Proc. R. Soc. London. Ser. A. 1957. Vol. 241, I. 1226. P. 376–396.

2. *Панин А.В., Романова В.А., Балохонов Р.Р. и др.* Формирование мезоскопических складчатых структур на поверхности поликристаллов стали ЭК-181 в условиях одноосного растяжения // Физ. мезомех. 2011. Т. 14, № 4. С. 57–69.

3. *Зиновьева О.С., Романова В.А.* Численное исследование влияния размера зерна и условий нагружения на деформационные характеристики поликристаллического алюминиевого сплава // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6. С. 126–134.

4. *Guilhem Y., Basseville S., Curtit F. et al.* Numerical investigations of the free surface effect in three-dimensional polycrystalline aggregates // Comp. Mater. Sci. 2013. Vol. 70. P. 150–162.

5. *Wilkins M.* Computer Simulation of Dynamic Phenomena. Berlin, 1999.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ 4%-НОЙ МЕТАНОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В УЗКОМ КАНАЛЕ

А.Ю. Крайнов, К.М. Моисеева

Проведено численное исследование горения метановоздушной смеси в узкой трубке с инертной внутренней вставкой в двухмерной осесимметричной постановке задачи. Рассмотрено влияние радиуса трубки на устойчивость горения 4%-ной метановоздушной смеси.

THE NUMERICAL STUDY OF THE STABILITY OF THE 4% METHANE-AIR MIXTURE COMBUSTION IN THE NARROW CHANNEL

A.Yu. Krainov, K.M. Moiseeva

The numerical research of methane-air mixture combustion in a narrow tube with an inert internal body in a 2D axisymmetric approximation is conducted. The influence of a tube radius on stability of 4% methane-air mixture combustion is considered.

Одной из классических задач отечественной школы горения является задача о сжигании газовой смеси в химическом реакторе. Актуальность данной задачи связана с требованиями промышленности, где зачастую необходимо организовать безопасное и устойчивое горение газа в энергетической установке, являющейся аналогом химического реактора. Решение подобной задачи проводилось в работах различных авторов. В частности, задача об устойчивости горения газовой смеси в химическом реакторе решена в классической работе [1]. Согласно [1] устойчивость горения газовой смеси в реакторе определяется совокупным влиянием параметров тепло- и массопереноса в системе. Исследования более поздних авторов были направлены на подтверждение данного факта и на исследование возможности управления процессом через изменение величины теплообмена в реакторе.

Процессы теплообмена в химическом реакторе, помимо прочего, определяются конструкцией устройства [2]. Управлять устойчивостью горения можно через изменение конструкции реактора. В настоящее время задача горения газовой смеси в химическом реакторе получила развитие в задаче о горении газа в узком канале или тонкой трубке. Для такой задачи определяющим параметром является поперечный размер канала. Для узких каналов организовать устойчивое горение сложно, а зачастую, для обычных условий, невозможно. Потери тепла через боковую поверхность трубки или канала превышают теплоприход от химического процесса и приводят к затуханию пламени. В современных работах предлагается использовать ряд механизмов для поддержания устойчивого горения, среди которых частичный подогрев стенок канала или модификация конструкции [3–4].

Современные исследования по горению газовых смесей в горелочных устройствах направлены не только на развитие и совершенствование миниатюрных горелочных устройств, но и на проблему сжигания смесей, не горящих в обычных условиях. В частности, на сегодняшний день одним из актуальных направлений в физике горения и взрыва является задача об эффективном сжигании бедной метановоздушной смеси. Согласно [5] метановоздушная смесь с содержанием метана менее 5,3 % не горит в обычных условиях, и для инициирования и поддержания горения такой смеси требуется подогрев. Так, например, в работах [6–7] было показано, что организовать устойчивое горение бедной смеси можно путем изменения конструкции горелочного устройства.

Ставится задача численного исследования устойчивости горения бедной метановоздушной смеси в тонкой трубке с инертной внутренней вставкой в двухмерной осесимметричной постановке. Такая постановка задачи позволяет детально рассмотреть процессы, проходящие в трубке, и выявить зависимость устанавливающегося режима от радиуса трубки. И основной целью исследования являлось определение диапазона значений радиуса трубки, для которого возможно установление устойчивого горения смеси в трубке.

Рассматривается реактор, физическая модель которого аналогична [6, 8]. Реактор представляет собой цилиндрическую трубку, инертное тело расположено в центре реактора вдоль его оси. Задача рассматривается в двухмерной осесимметричной постановке, учитываются распределения параметров вдоль радиуса и оси реактора. Предполагается, что вдоль радиуса реактора изменения температуры смеси и концентрации горючей компоненты могут происходить за счет диффузии, конвективные слагаемые для радиального направления полагаются равными нулю.

Для температуры реакционной смеси на поверхности инертного тела ($y = r_1$) задаются граничные условия IV рода, т.е. предполагается идеальный контакт между смесью и инертным телом. На боковой поверхности реактора ($y = r$) реакционная смесь обменивается теплом со стенкой по закону Ньютона с коэффициентом теплообмена α_s. Для концентрации горючей компоненты на поверхности инертного тела ($y = r_1$) и боковой поверхности реактора ($y = r$) задаются условия непротекания. Реакционная смесь поступает в реактор слева, со стороны $x = 0$, на границе $x = L$ реализовывается свободное вытекание. Инертное тело на границах оси $x = 0$, $x = L$ теплоизолировано.

При постановке задачи приняты следующие допущения: поток массы через реактор постоянен, $G = \rho U = \text{const}$; процесс проходит в изобарных условиях, $p = \text{const}$; экзотермические химические превращения определяются законом Аррениуса с первым порядком реакции; имеет место ламинарный режим горения и не учитывается погранслой вблизи боковой поверхности реактора.

Для таких допущений безразмерная математическая постановка задачи имеет вид

$$\frac{\partial\theta}{\partial\tau}+A_v\frac{\partial\theta}{\partial\xi}=\frac{1}{\delta^2}\frac{1}{\psi}\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\psi\frac{\partial\theta}{\partial\psi}\right)+\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2}+\eta\exp\left(\frac{\theta}{1+Ar\theta}\right),\ 0\le\xi\le\xi_L,\ \psi_{r1}\le\psi\le\psi_r;\quad(1)$$

$$\frac{\partial\theta_1}{\partial\tau}=\frac{k_\chi}{\delta^2}\frac{1}{\psi}\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\psi\frac{\partial\theta_1}{\partial\psi}\right)+k_\chi\frac{\partial^2\theta_1}{\partial\xi^2},\ 0\le\xi\le\xi_L,\ 0\le\psi\le\psi_{r1};\quad(2)$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial\tau}+A_v\frac{\partial\eta}{\partial\xi}=\frac{Le}{\delta^2}\frac{1}{\psi}\frac{\partial}{\partial\psi}\left(\psi\frac{\partial\eta}{\partial\psi}\right)+Le\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2}-Td\,\eta\exp\left(\frac{\theta}{1+Ar\theta}\right),\ 0\le\xi\le\xi_L,\ \psi_{r1}\le\psi\le\psi_r;\quad(3)$$

$$\tau=0:\quad \theta(\xi,\psi,0)=\theta_b,\ \theta_1(\xi,\psi,0)=\theta_{1b},\ \eta(\xi,\psi,0)=\eta_b;\quad(4)$$

$$\psi=0:\quad \frac{\partial\theta_1(\xi,0,\tau)}{\partial\psi}=0;\quad(5)$$

$$\psi=\psi_{r1}:\ \frac{\partial\theta(\xi,\psi_{r1},\tau)}{\partial\psi}=\mathrm{K}_\lambda\frac{\partial\theta_1(\xi,\psi_{r1},\tau)}{\partial\psi},\ \theta(\xi,\psi_{r1},\tau)=\theta_1(\xi,\psi_{r1},\tau),\ \frac{\partial\eta(\xi,\psi_{r1},\tau)}{\partial\psi}=0;\quad(6)$$

$$\psi=\psi_r:\quad \frac{\partial\theta(\xi,\psi_r,\tau)}{\partial\psi}=-I_S\left(\theta(\xi,\psi_r,\tau)-\theta_S\right),\quad \frac{\partial\eta(\xi,\psi_r,\tau)}{\partial\psi}=0;\quad(7)$$

$$\xi=0:\quad \frac{\partial\theta(0,\psi,\tau)}{\partial\xi}=A_v\left(\theta(0,\psi,\tau)-\theta_v\right),\quad \frac{\partial\theta_1(0,\psi,\tau)}{\partial\xi}=0,\quad \frac{\partial\eta(0,\psi,\tau)}{\partial\xi}=\frac{A_v}{Le}\left(\eta(0,\psi,\tau)-1\right);\quad(8)$$

$$\xi=\xi_L:\quad \frac{\partial\theta(\xi_L,\psi,\tau)}{\partial\xi}=\frac{\partial\theta_1(\xi_L,\psi,\tau)}{\partial\xi}=\frac{\partial\eta(\xi_L,\psi,\tau)}{\partial\xi}=0.\quad(9)$$

В уравнениях (1)–(9) использованы следующие безразмерные параметры и переменные:

$$t_m=\frac{cRT_m^2}{EQa_v\exp(-E/RT_m)};\ x_{ad}=\sqrt{\frac{\lambda}{c\rho_b}t_m};\ y_m=\delta\,x_{ad};\ \delta=\frac{r}{L};\ \xi=\frac{x}{x_{ad}},\ \psi=\frac{y}{y_m},$$

$$\tau=\frac{t}{t_m};\ \eta=\frac{a}{a_v},\ \theta=\frac{E}{RT_m^2}(T-T_m);\ Ar=\frac{RT_m}{E};\ k_\chi=\frac{\lambda_1}{c_1\rho_1}\frac{c\rho_b}{\lambda};\ Le=\frac{Dc\rho_b}{\lambda};$$

$$\eta_b=\frac{a_b}{a_v};\ \xi_L=\frac{L}{x_m};\ \psi_r=\frac{r}{y_m};\ \psi_{r1}=\frac{r_1}{y_m};\ \mathrm{K}_\lambda=\frac{\lambda_1}{\lambda};\ Td=\frac{c}{a_vQ}\frac{RT_m^2}{E};$$

$$\theta_{v,S} = \frac{E}{RT_m^2}\left(T_{\mathrm{v,S}} - T_m\right);\ \theta_{b,1b} = \frac{E}{RT_m^2}\left(T_{b,1b} - T_m\right);\ A_v = \frac{U_b\, t_m}{x_{ad}};\ I_S = \frac{\alpha_S y_m}{\lambda}.$$

Здесь ψ_r – граница трубки по радиусу r, ψ_{r1} – граница инертной вставки по радиусу r_1, T_m – масштабная температура, c – теплоемкость, ρ – плотность, λ – коэффициент теплопроводности, U – скорость течения смеси, E – энергия активации, Q – тепловой эффект реакции, x – пространственная координата по оси, y – пространственная координата по радиусу, a – концентрация горючей компоненты, R – универсальная газовая постоянная, k_0 – предэкспонент в законе Аррениуса. Индексами 1, s, b, v отмечены параметры инертной вставки и внешней стенки трубки, начальные и входные параметры соответственно. Параметр I_S характеризует интенсивность теплообмена газа с внешней стенкой, A_v – скорость течения газа, K_λ и k_χ – отношение коэффициентов теплопроводности и температуропроводности инертной вставки и реакционной смеси, Ar, Td, Le – числа Аррениуса, Тодеса и Льюиса.

Система уравнений (1)–(3) с краевыми условиями (4)–(9) решалась численно с использованием схемы переменных направлений [9]. Конвективные слагаемые аппроксимировались конечными разностями против потока. Программа численного счета проверялась на достоверность путем решения частных постановок задачи (1)–(9), согласно проверке погрешность расчета по программе составляла не более 3%.

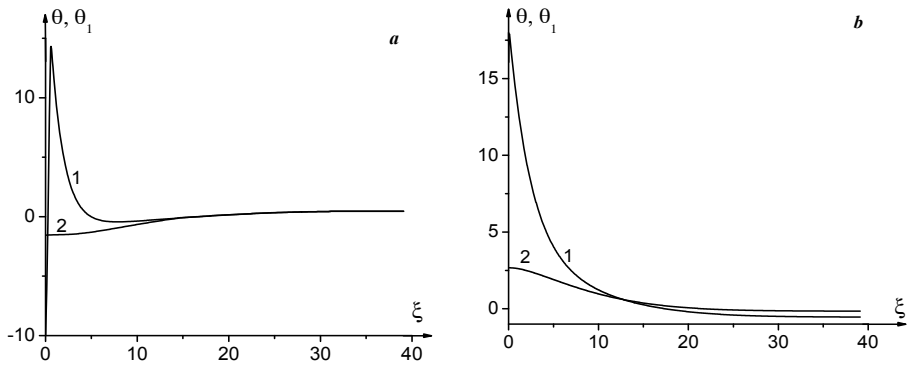

Рис. 1. Установившееся поле температур в случае зажигания боковой поверхностью трубки (поле *a*) или инертной внутренней вставкой (поле *b*) для одномерной постановки задачи из [1] . Кривые: *1* – $\theta(\xi)$; *2* – $\theta_1(\xi)$. $I_{S\,1d}$ = 1,17 (поле *a*); 0,01 (поле *b*)

Для расчетов была выбрана 4 %-ная метановоздушная смесь, основные кинетические параметры которой соответствовали [1], основные теплофизические характеристики системы соответствовали [6, 7]. Различие с размерными параметрами из [6, 7] заключалось в значении относительной концентрации горючей компоненты на входе, a_v=0,23. Пересчет данных на безразмерные параметры дал следующие значения: $\theta_v = \theta_b = -21{,}82$, $\eta_b = 1$, $k_{c\rho} = 223{,}74$, $Td = 2{,}33\cdot10^{-2}$, $k_\chi = 0{,}5$, $Ar = 0{,}03$, $Le = 1$, $\xi_L = 39$, $A_v = 2{,}39$. В расчетах варьировалась величина радиуса трубки, при этом полагалось, что при изменении радиуса трубки радиус инертной вставки меняется пропорционально так, чтобы выполнялось соотношение $r : r_1 = 3 : 1$.

Коэффициент теплообмена α_s задавался исходя из результатов расчета одномерной задачи, математическая постановка которой описана в [6, 8], с безразмерными параметрами соответствующими настоящей работе. Из расчетов были получены профили высокотемпературного стационарного состояния для случая инициирова-

ния процесса нагретой боковой поверхность реактора ($I_{S,1d}$ = 1,17) и случая зажигания инертной внутренней вставкой ($I_{S,1d}$ = 0,01). Профили температур реакционной смеси (кривые *1*) и инертной внутренней вставки (кривые *2*) приведены на рис. 1. Параметр $I_{S,1d}$ определяет интенсивность теплообмена реакционной смеси на боковой поверхности трубки в случае одномерной постановки задачи [6, 8] и связан с параметром интенсивности теплообмена I_S как $I_S = 0,5\,\delta^2\,\xi_L\left(1-\psi_1^2\right)I_{S,1d}$.

Первая серия расчетов по двухмерной модели проводилась для случая зажигания нагретой инертной вставкой. Температура вставки выбиралась за масштабную, и тогда $\theta_{1b} = 0$, начальная температура боковой поверхности трубки считалась равной температуре холодной входящей смеси, $\theta_S = \theta_v = -21,82$. Параметр интенсивности теплообмена I_s менялся в зависимости от радиуса трубки как $I_S = 0,5\,\delta^2\,\xi_L\left(1-\psi_1^2\right)\cdot 0,01$.

Результаты расчета показали, что устойчивое высокотемпературное стационарное состояние устанавливается в трубке при $0,97 \le \psi_r\,\delta \le 2,62$. Здесь произведение безразмерных параметров ψ_r и δ соответствует радиусу реактора, отнесенному к длине распространения адиабатической волны горения за время $t_м$. При $\psi_r\,\delta < 0,97$ волна горения затухала за счет высокой теплоотдачи в боковую поверхность трубки. При $\psi_r\,\delta > 2,62$ для заданных значений параметров зажигание в системе не реализовывалось. Расчеты температуры для предельных значений радиуса трубки представлены на рис. 2.

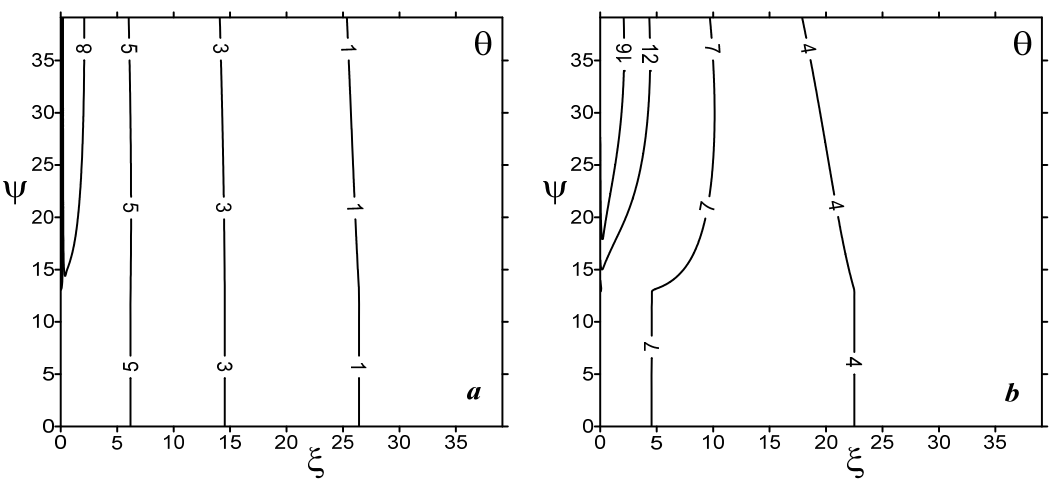

Рис. 2. Установившееся поле температур в случае зажигания инертной внутренней вставкой; $\psi_r\,\delta$ = 0,97 (поле ***a***); 2,62 (поле ***b***)

Вторая серия расчетов по двухмерной модели проводилась для случая зажигания нагретой боковой поверхностью трубки. Температура разогретой поверхности выбиралась за масштабную, и тогда $\theta_S = 0$, начальная температура инертной вставки считалась равной температуре холодной входящей смеси, $\theta_{1b} = \theta_v = -21,82$. Параметр интенсивности теплообмена I_S менялся в зависимости от радиуса трубки как

$$I_S = 0,5\,\delta^2\,\xi_L\left(1-\psi_1^2\right)\cdot 1,17\,.$$

Результаты расчета показали, что устойчивое высокотемпературное стационарное состояние устанавливается в трубке при $\psi_r\,\delta > 0,97$. Для $\psi_r\,\delta \le 0,97$ зажигание в

системе не реализовывалось за счет высокой теплоотдачи в окружающую среду. Увеличение $\psi_r\,\delta$ согласно результатам расчетов приводит к увеличению времени воспламенения и перемещению фронта пламени в сторону входа в трубку. Время воспламенения с увеличением радиуса трубки растет нелинейно. Результат расчета задачи для двух значений безразмерного комплекса $\psi_r\,\delta$ представлен на рис. 3.

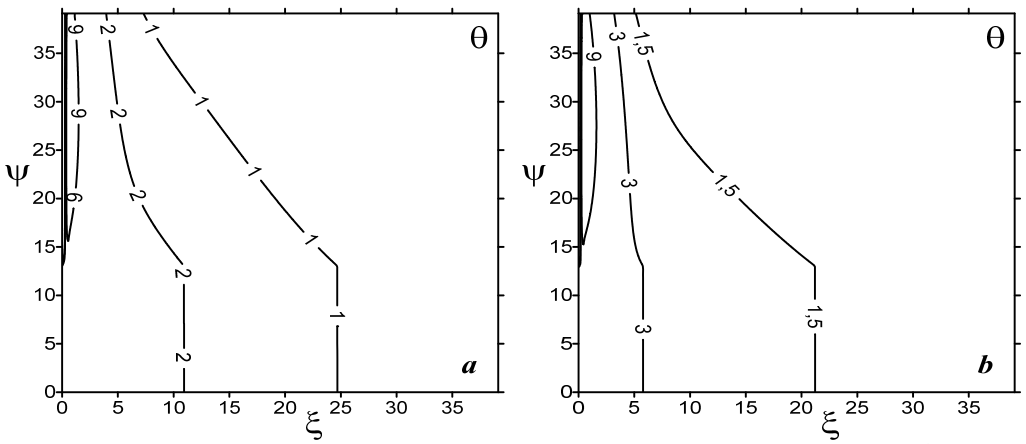

Рис. 3. Установившееся поле температур в случае зажигания нагретой боковой поверхностью $\psi_r\,\delta = 1{,}3$ (поле *a*); 2,07 (поле *b*)

Выводы. Проведено численное исследование задачи горения 4%-ной метановоздушной смеси в цилиндрической трубке с инертной внутренней вставкой в двухмерной осесимметричной постановке задачи. Расчеты проведены для двух случаев инициирования процесса: зажигание предварительно разогретой инертной вставкой и зажигание нагретой боковой поверхностью трубки.

Для случая зажигания инертной внутренней вставкой показана возможность инициирования и поддержания горения смеси в трубке радиусом $0{,}97 \le \psi r\,\delta \le 2{,}62$.

Для случая зажигания нагретой боковой поверхностью показано, что минимальный радиус трубки, для которого возможно организовать и поддержать устойчивое горение 4%-ной метановоздушной смеси, должен быть $\psi r\,\delta > 0{,}97$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания №2014/223 (код проекта 1943).

Литература

1. *Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М.* Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980. 478 с.

2. *Архипов В.А.* Химико-технологические системы. Моделирование и управление: учеб. пособие / В.А. Архипов. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2007. 175 с.

3. *Марута К.* Особенности горения газа в узком нагретом канале / К. Марута, С.С. Минаев, Дж. К. Парк и др. // Физика горения и взрыва. 2004. Т. 40, №5. С. 21–29.

4. *Фурсенко Р.В.* Устойчивость пламени в системе с противоточным теплообменом / Р.В Фурсенко, С.С. Минаев // Физика горения и взрыва. 2005. Т. 40, №2. С. 17–25.

5. *Щетинков Е.С.* Физика горения газов / Е.С. Щетинков. М.: Наука, 1965. 739 с.

6. *Моисеева К.М.* Инициирование процесса горения бедной метановоздушной смеси / К.М. Моисеева // Труды Томского государственного университета. Т. 292. Сер. физико-математическая: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики / под ред. М.Ю. Орлова. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2013. С. 61–64.

7. *Крайнов А.Ю.* Режимы горения бедной метановоздушной смеси в U-образной горелке / А.Ю. Крайнов, К.М. Моисеева // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2014. №2(28). С. 69–76.

8. *Буркина Р.С., Моисеева К.М.* Моделирование процессов теплообмена и химического реагирования горючей смеси в проточном реакторе // Физика горения и взрыва. 2014. Т. 50, №5. С. 3–12.

9. *Самарский А.А.* Введение в теорию разностных схем / А.А. Самарский. М.: Наука, 1971. 553 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ АНОМАЛЬНО ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ С ПРЕПЯТСТВИЕМ

А.А. Марценко, М.С. Марценко

Представлены результаты моделирования движения и теплообмена вязкой неньютоновской жидкости в канале с препятствием. При определении вязкости использовалась модель Оствальда – де Виля.

MODELING OF DYNAMICS OF POWER-LAW FLUID IN THE CHANNEL WITH OBSTACLE

A.A. Martsenko, M.S. Martsenko

The results of simulation of motion and heat transfer of a power-law fluid in a channel with an obstacle are presented. In determining the viscosity model used Ostwald de Waele.

Моделирование тепломассопереноса в неньютоновских вязких текучих средах имеет большое прикладное значение в вопросах теплоэнергетики, нефтепереработки, пищевой промышленности и т.д. В работе рассматривается движение нелинейно-вязкой жидкости со степенным законом связи тензора напряжений с тензором скоростей деформаций [1].

Рассмотрим процесс нагревания жидкости с аномальной вязкостью в канале сложной формы с препятствием. Жидкость поступает в канал шириной H с постоянной скоростью U_0 и температурой T_0, в канале установлен вертикальный нагреватель с постоянной температурой T_w. Действие массовых сил не учитывается.

Математическую модель тепломассопереноса нелинейной жидкости, состоящую из уравнений неразрывности, движения и энергии, можно записать в безразмерном виде [2]:

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}=0\,,$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(u_x^2-\frac{B}{\mathrm{Re}}\frac{\partial u_x}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(u_x u_y-\frac{B}{\mathrm{Re}}\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial B}{\partial x}\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial B}{\partial y}\frac{\partial u_y}{\partial x}\right),$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(u_x u_y-\frac{B}{\mathrm{Re}}\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(u_y^2-\frac{B}{\mathrm{Re}}\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial B}{\partial x}\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial B}{\partial y}\frac{\partial u_y}{\partial y}\right),$$

$$\frac{\partial e}{\partial t}+u_x\frac{\partial e}{\partial x}+u_y\frac{\partial e}{\partial y}=\frac{1}{\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 e}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 e}{\partial y^2}\right),$$