

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЁНЫХ ТГУ



Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики

Международная молодежная научная конференция

17–19 ноября 2014 г., Томск



Издательство Томского университета
2015

Ток $i_1(t)$ рассчитывался для «эквивалентного» участка проводника длиной $a = 6$ мм по формуле $i_1(t) = a \cdot \mu_0^{-1} \cdot [B_0(t) - B_1(t)]$. Вполне удовлетворительное согласование результатов расчета на рис. 3, а и б подтверждает эффективность электротехнической идентификации тестовой задачи с помощью соотношений (2). В тестовой задаче происходит незначительное запаздывание тока $i_1(t)$ по времени за счет радиальной диффузии внешнего магнитного поля в полый цилиндрический проводник (см. рис. 3, а). Диффузионное запаздывание тока сказывается и на незначительном запаздывании температуры в среднем сечении проводника (см. рис. 3, з). В то же время наблюдается хорошее согласование по амплитуде и частоте колебания индукционных токов и температуры в проводниках.

Заключение. Таким образом, показана применимость электротехнической модели индукционного нагрева тонкостенных полых цилиндрических проводников в магнитных полях с частотой колебания до нескольких килогерц.

Литература

1. Сияев С.В., Володченко С.И. Импульсный индукционный нагрев полых тонкостенных цилиндрических проводников в магнитном поле соленоида в режимах многоочагового зажигания метательных зарядов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 9 (26). С. 96–105.
2. Кнопфель Г. Сверхсильные магнитные поля. М.: Мир, 1972. 392 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСТЕКАНИЯ КАПЛИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ТВЕРДОЙ СТЕНКЕ В ПЛОСКОЙ ПОСТАНОВКЕ МЕТОДОМ VOF

А.В. Десятник, М.А. Пономарева, В.А. Якутенко

Рассматривается растекание капли вязкой жидкости по горизонтальной твердой стенке в плоской постановке для различных чисел Рейнольдса. Численное решение находится на основе метода VOF.

SIMULATION OF TWO-DIMENSIONAL VISCOUS DROP SPREADING ON A SOLID WALL USING VOF METHOD

A.V. Desyatnik, M.A. Ponomareva, V.A. Yakutenok

Considers spreading of two-dimensional viscous drop on a solid wall for different Reynolds number. Numerical solution based on VOF method.

Исследование динамики вязких капель является фундаментальной проблемой гидродинамики и представляет интерес для многих технологических и природных процессов. Важной характеристикой такого течения являются форма свободной поверхности капли и динамика изменения ее геометрических размеров. Исследованию процесса взаимодействия капель жидкости с твердой стенкой посвящено значительное число работ, например [1, 2].

Рассматривается процесс растекания капли вязкой жидкости по горизонтальной твердой стенке при различных значениях числа Рейнольдса без учета поверхностных эффектов. При формулировке задачи используется плоское приближение, тем самым фактически рассматривается растекание цилиндрического объема жидкости, который условно называется каплей. В начальный момент времени граница области, занимаемой жидкостью, имеет форму окружности радиуса R . Течение вязкой не-

сжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса совместно с уравнением неразрывности, которые в безразмерных переменных записываются в виде

$$\operatorname{Re} \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{V} + \mathbf{W},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0,$$

где $\operatorname{Re} = \rho UR / \mu$ – число Рейнольдса; ρ – плотность жидкости; R – радиус капли; $U = \rho g R^2 / \mu$ – масштаб скорости течения; μ – коэффициент динамической вязкости; $\mathbf{W} = \{0, -1\}$; g – сила тяжести; $\mathbf{V} = \{u, v\}$ – вектор скорости; u, v – компоненты вектора скорости в направлении осей x, y декартовой системы координат соответственно; p – безразмерное давление, отнесенное к величине $\rho g R$; t – безразмерное время, отнесенное к масштабу, равному $\mu / \rho g R$. На твердой стенке выполняется условие прилипания $\mathbf{V} = 0$. Граничные условия на свободной поверхности заключаются в отсутствии касательного напряжения и равенстве скачка нормального напряжения внешнему давлению.

Основной сложностью моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью является наличие меняющейся во времени области решения. Для расчета динамики свободной поверхности используется технология, предлагаемая в методе VOF (Volume of Fluid). В работе используются классические подходы к реализации данного метода, изложенные в [3, 4].

Расчеты показали, что без всяких затруднений возможно моделирование процесса растекания для $1 < \operatorname{Re} < 800$. На рис. 1, а, б демонстрируется характер изменения радиуса пятна контакта с твердой стенкой и высоты капли в зависимости от времени для различных значений числа Рейнольдса ($\operatorname{Re} = 5, 10, 80, 250, 800$).

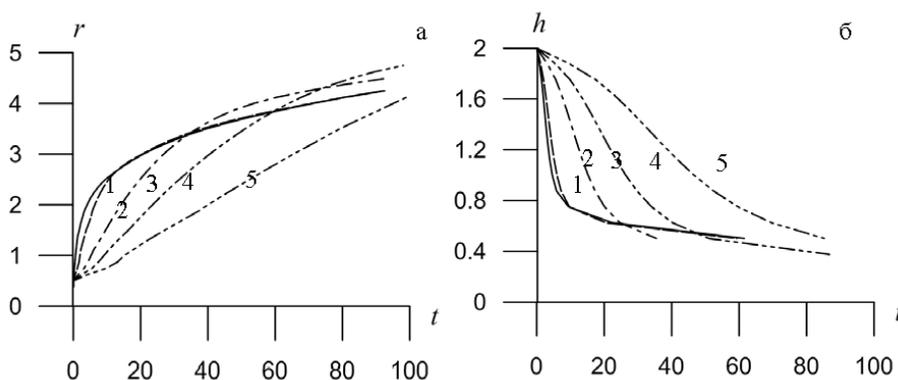


Рис. 1. Зависимость радиуса пятна контакта капли с твердой стенкой (а) и высоты капли (б) от времени для различных значений числа Рейнольдса (1 – $\operatorname{Re} = 5$; 2 – $\operatorname{Re} = 10$; 3 – $\operatorname{Re} = 80$; 4 – $\operatorname{Re} = 250$; 5 – $\operatorname{Re} = 800$)

Эволюцию форм свободной поверхности при различных числах Рейнольдса ($\operatorname{Re} = 5, 80, 250, 800$) иллюстрирует рис. 2, а–г.

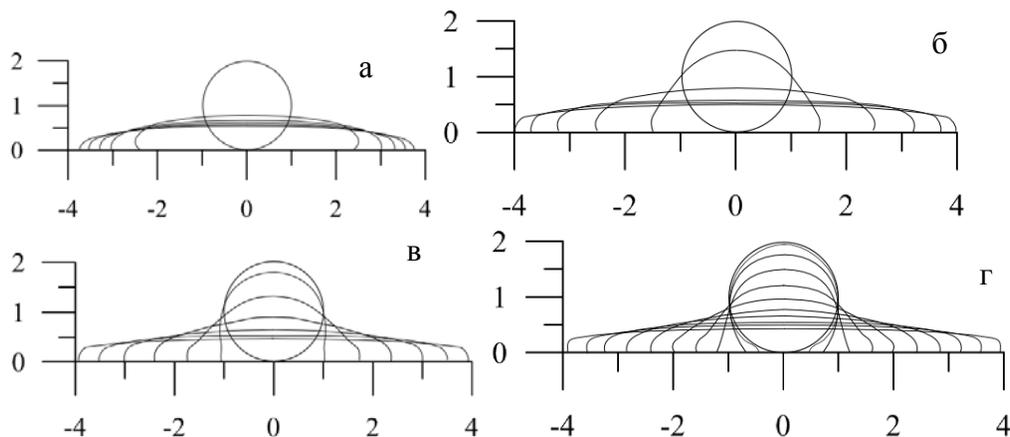


Рис. 2. Последовательность форм свободной поверхности для различных чисел Рейнольдса (а – $Re = 5$; б – $Re = 80$; в – $Re = 250$; г – $Re = 800$), $\Delta t = 10$

Достоверность полученных результатов подтверждается совпадением динамики изменения радиуса пятна контакта с твердой стенкой для $Re = 1$ со значениями, полученными методом граничных элементов [5] в приближении ползущего течения (рис. 3).

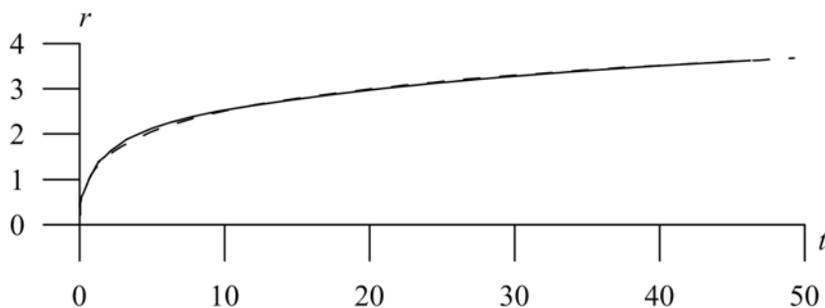


Рис. 3. Зависимость радиуса r пятна контакта капли с твердой стенкой от времени (сплошная линия – VOF, штриховая – [5])

Таким образом, реализован алгоритм расчета двумерных течений вязкой несжимаемой жидкости методом VOF. В работе представлены зависимости высоты капли, радиуса пятна контакта капли с твердой стенкой от времени, а также эволюция форм свободной поверхности для широкого диапазона чисел Рейнольдса ($Re = 1-800$). Наблюдается совпадение полученных результатов для $Re = 1$ с расчетами методом граничных элементов.

Литература

1. Bonn D., Eggers J., Indekeu J. et al. Wetting and spreading // *Reviews of modern physics*. 2009. Vol. 81. P. 739.
2. Eddi A., Winkels K.G. Short time dynamics of viscous drop spreading // *Physics of fluids*. 2013. Vol. 25. P. 013102.
3. Hirt C.W., Nichols B.D. SOLA: A Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flows // Los Alamos National Laboratory Report LA-5852. 1975.
4. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *Journal of Computational Physics*. 1981. Vol. 39. P. 201–225.

5. Пономарева М.А., Якутенок В.А. Моделирование растекания капли вязкой жидкости в плоской постановке при больших числах Бонда // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2007. №1. С. 79–83.

ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ ГОРЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.Е. Кирюшкин

Для одномерного случая системы уравнений газовой динамики рассматриваются два подхода к моделированию поверхности газоприхода: с помощью граничных условий и с помощью источниковых членов в правых частях уравнений, заданных посредством дельта-функции Дирака. Проводится сравнение численных решений одномерных нестационарных уравнений газовой динамики для случая, когда газоприход задается периодически изменяющимся во времени.

GAS-DYNAMIC APPROACH TO MODELLING A BURNING SURFACE

А.Е. Kiryushkin

Two approaches to modeling the inflow boundary are considered in the case of one-dimensional gas-dynamics equations using boundary conditions and right hand sides of the equations with taking account of Dirac delta function. A comparison of numerical solutions one dimensional non steady state (instantaneous) gas dynamics equations is carried out for periodically time-varying inflow of gas.

При моделировании горячей поверхности топлива в одномерном приближении помимо использования граничных условий также возможен способ, при котором газо- и энергоприход моделируется через правые части в уравнениях сохранения с использованием дельта-функции Дирака [1–3].

Показано, что задание значений массового прихода и энтальпии на границе для первого способа позволяет получить стационарное решение [4]. Однако при таком способе моделирования возникает сложность при определении значений параметров на этой границе [4, 5]. В работе [6] было показано, что решения дифференциальных уравнений в частных производных, полученных при двух способах моделирования, совпадают.

С учетом важности выбора расчетных методик в данной работе проводится сравнение двух подходов к моделированию границы газоприхода: через граничные условия и через правые части в уравнениях сохранения.

Численное решение нестационарной задачи

Чтобы сравнить два подхода к моделированию границы газоприхода в том случае, когда имеет место нестационарный процесс, рассмотрим следующую задачу: через левую границу в канал постоянного сечения втекает газ с полной энтальпией H_0 и газоприходом, зависящим от времени по закону $G = m_0 + a \sin(\omega t)$, где m_0 – среднее значение газоприхода, a , ω – некоторые константы. Через правую границу газ вытекает в область постоянного давления p_n . В начальный момент времени газ покоится. Данная задача описывается соответствующей системой уравнений и начальными и граничными условиями для каждого из подходов.

Подход 1:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, \quad (1)$$