МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
НИИ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
СОВЕТ МОЛОДЫХ УЧЁНЫХ ТГУ

# Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики

## Международная молодежная научная конференция

17–19 ноября 2014 г., Томск




Издательство Томского университета
2015

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АЭРОДИНАМИКИ В ВОЗДУШНО-ЦЕНТРОБЕЖНОМ КЛАССИФИКАТОРЕ

**О.В. Браун, А.В. Шваб**

*Рассматривается аэродинамика на основе расчета вязких уравнений Навье–Стокса с помощью численного метода расщепления полей скорости и давления на разнесенной разностной сетке при ламинарном режиме течения. В результате решения получены поля радиальной, окружной и осевой составляющей вектора скорости, а также показано влияние режимных и геометрических параметров на закрученное течение в сепарационной камере центробежного классификатора.*

# NUMERICAL SIMULATION OF AERODYNAMICS IN CENTRIFUGAL AIR CLASSIFIER

**O.B. Braun, A.V. Shvab**

*In present research explores aerodynamics based on the calculation of viscous Navier-Stokers equations using a numerical method of splitting fields of velocity and pressure on the diversity of the difference grid in the laminar flow regime. The result obtained by solving the radial field, circumferential and axial velocity component, and also shows the impact of operating and geometric parameters on the swirling flow in the separation chamber of the centrifugal separator.*

В современных отраслях промышленности, таких как атомная, химическая и др., широко используются пневматические центробежные аппараты для получения ультрадисперсных порошков заданного гранулометрического состава. Применение таких аппаратов существенно экономит энергию и является экологически безопасным. В настоящее время для повышения эффективности работы центробежных аппаратов необходимо проведение фундаментальных исследований в области аэродинамики двухфазных закрученных течений в сложных геометрических областях, экспериментальное исследование которых сталкивается с большими техническими трудностями и является достаточно затратным в плане ресурсов. Поэтому наиболее перспективным и наименее дорогостоящим методом является численное моделирование аэродинамических процессов, проходящих в рассматриваемом устройстве. На процесс фракционного разделения частиц по размерам прежде всего оказывает существенное влияние поле скоростей несущей среды, поэтому настоящее исследование касается моделирования закрученного течения в сепарационной камере, схема которой показана на рис. 1.

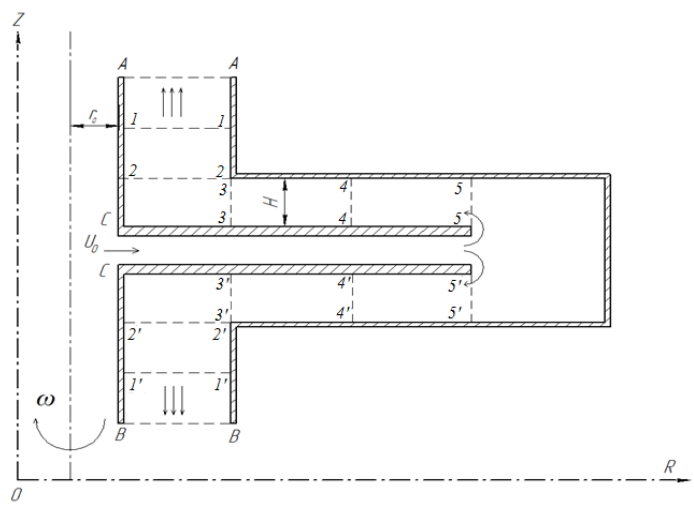



Рис. 1. Схема расчетной области зоны сепарации центробежного аппарата

Геометрия зоны сепарации воздушного центробежного классификатора представляет собой пространство между вращающимися дисковыми элементами с угловой скоростью $\omega$ вокруг оси *OZ*. Несущий поток вместе с твердыми частицами через сечение *C*-*C* со скоростью $U_0$ поступает в вихревую камеру, в которой происходит процесс разделения частиц по размерам. Мелкие частицы вместе с несущей средой покидают вихревую камеру через сечения *A*-*A* и *B*-*B*, а крупные частицы под действием инерционной и центробежной силы выбрасываются на периферию камеры [1]. В настоящем исследовании проводится численное моделирование осесимметричного закрученного течения несущей среды, описываемой в цилиндрической системе координат уравнениями Навье–Стокса [2] и неразрывности, которые можно представить в безразмерном виде:

$$\frac{\partial u_r}{\partial \tau} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\varphi^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left( \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right); \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u_\varphi}{\partial \tau} + u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} + \frac{u_\varphi u_r}{r} = \frac{1}{\mathrm{Re}}\left( \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r^2} \right); \qquad (2)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial \tau} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left( \frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial r} \right); \qquad (3)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} = 0 . \qquad (4)$$

Здесь $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho U_0 H}{\mu}$ – число Рейнольдса, и безразмерные переменные имеют вид

$$\tau = \frac{tU_0}{H}; r = \frac{R}{H}; z = \frac{U_r}{U_0}; u_r = \frac{U_r}{U_0}; u_z = \frac{U_z}{U_0}; u_\varphi = \frac{U_\varphi}{U_0}; p = \frac{P - P_0}{\rho U_0^2} .$$

Для получения единственного решения используются следующие граничные условия. На входе в камеру (сечение *C*-*C*) имеем

$$u_r = 1; \quad \frac{\partial u_z}{\partial r} = 0; \quad u_\varphi = \mathrm{R}_g\, r_0 ,$$

где $R_g = \dfrac{\omega_g H}{U_0}$ – параметр вращения газа на входе, $\omega_g$ – среднее значение угловой скорости вращения несущей среды на входе.

На выходе из камеры (сечение *A*-*A*, *B*-*B*) используется условие Неймана:

$$\frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} = 0 .$$

На стенках камеры имеет место условие прилипания $u_r=u_z=0$, $u_\varphi=R_w+r_w$ [3]. Здесь $R_w = \dfrac{\omega H}{U_0}$ – критерий вращения стенок, причем ω – угловая скорость вращения стенок камеры, а $r_w$ – текущий радиус стенки.

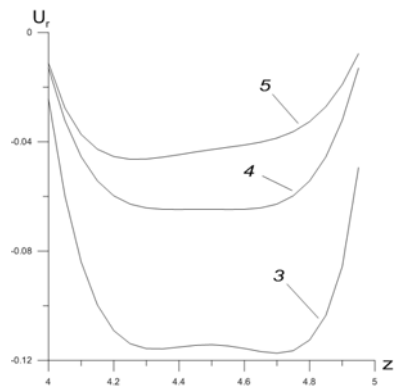



Рис. 2. Распределение радиальной скорости в зависимости от осевой координаты

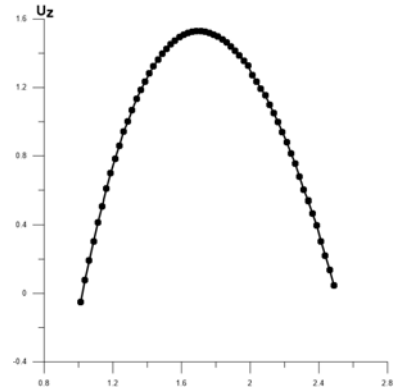



Рис. 3. Аналитическое решение

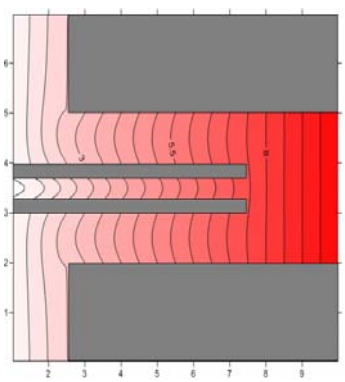


Рис. 4. Распределение изолиний окружной скорости

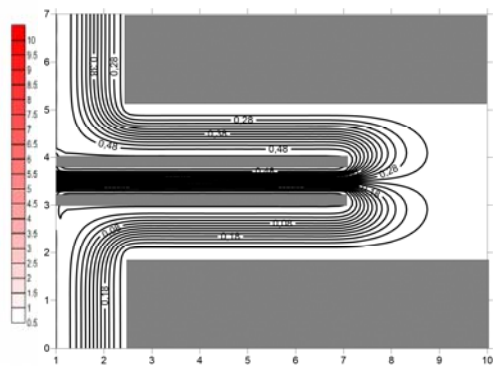


Рис. 5. Распределение линий тока

Решение уравнений проводится в переменных скорость – давление методом расщепления полей скорости и давления на разнесенной сетке с контрольным объемом с использованием экспоненциальной и обобщенной неявной схем, которая снимает ограничения с сеточного числа Рейнольдса. Введя обозначения и используя запись в $\delta$-форме, уравнения расщепляются на уравнения переноса импульса. Разбивая полученное соотношение на несколько слагаемых и группируя их в соответствии с методом расщепления полей, после чего дифференцируя, получим уравнение Пуассона для определения давления. Дальнейшее решение производится с помощью экспоненциальной схемы до установки по времени. В условии для поправки давления на всех границах используется постановка Неймана $\dfrac{\partial \delta p}{\partial n} = 0$ [4]. Решая эти системы с помощью обобщенного неявного метода переменных направлений, можно получить значения скоростей, и, повторяя данные операции до сходимости по времени, – получить значения искомых скоростей [5].

С помощью описанных методов была написана программа на языке Fortran 90. В результате были получены графики распределения скоростей при параметрах Re=10, $R_w$=1, $R_g$=1.

Достоверность результатов проверялась сеточной сходимостью и сравнением с аналитическим решением, которое отображено на рис. 3. На рис. 2 показано распределение радиальной скорости в зависимости от осевой координаты. На рис. 4 показано распределение изолиний окружной скорости; из графика видно, что поля центробежной силы существенно возрастают к периферии сепарационной камеры, что обусловливает вынос крупных частиц к этой области. Распределение линий тока демонстрирует рис. 5. В результате проведенного математического моделирования получено распределение составляющих скорости, выявлены параметры потока, существенно влияющие на картину течения.

***Литература***

1. *Закрученные* потоки / Гупта А.К. [и др.]. М.: Мир, 1987. 588 с.

2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. 4-е изд., стереотип. М.: Наука, 1988. Т. VI: Гидродинамика. 736 с.

3. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа / Л.Г. Лойцянский. М.: Дрофа, 2003. 840 с.

4. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости / пер. с англ.; под ред. В.Д. Виленского. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.

5. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика / пер. с англ. М.: Мир, 1980. 618 с.

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ПОЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ И МАГНИТНО-ДИФФУЗИОННОЙ ПОСТАНОВКАХ ЗАДАЧИ

**С.И. Володченков, Н.В. Селюнина, С.В. Синяев**

*Представлены результаты математического моделирования индукционного нагрева тонкостенного полого цилиндрического проводника переменным аксиальным магнитным полем. С помощью предложенного алгоритма идентификации точное аналитическое решение одномерной магнитно-диффузионной задачи сравнивается с численным решением задачи в электротехнической постановке. Оценивается влияние диффузии магнитного поля в проводник на основные параметры процесса. Для рассматриваемого класса задач показана применимость электротехнического (нуль-мерного) приближения.*

## COMPARATIVE ANALYSIS OF THE SIMULATION DATA BY INDUCTIVE HEATING OF LIGHT-WALL CYLINDRICAL CONDUCTORS IN THE ELECTRO-TECHNICAL AND MAGNETO-DIFFUSIVE STATEMENTS OF THE PROBLEM

**S.I. Volodchenkov, N.V. Selyunina, S.V. Sinyaev**

*Results of mathematical modeling of induction heating of the thin-walled hollow cylindrical conductor by the alternating-sign axial magnetic field are presented. By means of the offered algorithm of identification the exact analytical solution of a one-dimensional magneto-diffusive problem is compared to the numerical solution in electro-technical statement of the problem. Influence of diffusion of a magnetic field at the conductor on critical parameters of process is estimated. For the considered class of the problems applicability of the electro-technical (zero-dimensional) approximation is shown.*

**Введение.** Электротехническая постановка задачи не учитывает динамику проникновения внешнего магнитного поля в проводник, что может оказывать заметное