Кемеровский государственный университет

Томский государственный университет

Кемеровский научный центр Сибирского отделения РАН

Филиал Кемеровского государственного университета

в г. Анжеро-Судженске

Посвящается 65-летию Победы

в Великой Отечественной войне

НАУЧНОЕ
ТВОРЧЕСТВО МОЛОДЕЖИ

Материалы XIV Всероссийской

научно-практической конференции

15–16 апреля 2010 г.

Часть 1

Издательство Томского университета

2010

Из рисунка видно, что мы имеем 3 группы различий по годам, средние значения которых отличаются.

Анализ средних значений переменных для каждого кластера позволяет сделать вывод о том, что самые низкие санитарные потери наблюдаются в кластере 2, эти годы характеризует высокая солнечная активность, здесь же наблюдаются низкие значения таких заболеваний, как ОРЗ, энтеробиоз и гепатит А. Значения санитарных потерь в 3-м кластере выше, чем в 1-м. 3-й кластер характеризуется низкой солнечной активностью. Остальные инфекционные заболевания имеют примерно одинаковую тенденцию развития, и изменения носят колебательный характер.

В результате описанной процедуры мы получаем набор упорядоченных кластеров, объединенных на основе общих тенденций в динамике изменения заболеваний. При этом достигаются сразу две важные цели: во-первых, значительно сокращается количество переменных, что в заметной степени упрощает вычисления, а во-вторых, уменьшается доля воздействия случайных факторов. В рамках кластера за счет произведенной диверсификации вероятность случайных совпадений уменьшается во много раз, что дает возможность гораздо более ясно определить факторы, реально воздействующие на заболевания.

ДОПРЕДЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ RQ-СИСТЕМЫ С КОНФЛИКТАМИ ЗАЯВОК

Е. А. Судыко, А. А. Назаров
Томский государственный университет

В данной работе исследуется математическая модель сети случайного доступа [1] с конфликтами заявок. Предложено допредельное исследование рассматриваемой модели.

Рассмотрим однолинейную марковскую RQ-систему массового обслуживания [2, 4] с источником повторных вызовов, на вход которой поступает простейший поток заявок с интенсивностью λ. Требование, заставшее прибор свободным, занимает его для обслуживания в течение случайного времени, распределенного по экспоненциальному закону с параметром μ. Если прибор занят, то поступившая и обслуживаемая заявки вступают в конфликт и переходят в источник повторных вызовов (ИПВ), где осуществляют случайную задержку, продолжительность которой имеет экспоненциальное распределение с параметром σ. Из ИПВ после случайной задержки заявка вновь обращается к прибору с повторной попыткой его захвата. Если прибор свободен, то заявка из ИПВ занимает его на случайное время обслуживания.

Пусть $i(t)$ – число заявок в ИПВ, а $k(t)$ определяет состояние прибора следующим образом:

$$k(t) = \begin{cases} 0, \text{ если прибор свободен,} \\ 1, \text{ если прибор занят.} \end{cases}$$

Обозначим

$$P\{k(t)=k,\, i(t)=i\}=P(k,i,t)$$

вероятность того, что прибор в момент времени t находится в состоянии k и в источнике повторных вызовов находится i заявок.

Процесс $\{k(t),i(t)\}$ изменения во времени состояний описанной системы является марковским.

Для распределения вероятностей $P(k,i)$ состояний $\{k,i\}$ рассматриваемой RQ-системы составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова в стационарном режиме

$$\begin{cases} -(\lambda+i\sigma)P(0,i)+\mu P(1,i)+\lambda P(1,i-2)+\sigma(i-1)P(1,i-1)=0, \\ -(\lambda+\mu+i\sigma)P(1,i)+\lambda P(0,i)+\sigma(i+1)P(0,i+1)=0\,. \end{cases} \tag{1}$$

Анализ допредельной модели

Применяя (1), составим систему уравнений, определяющих производящие функции:

$$G(k,x)=\sum_{i=0}^{\infty}x^i P(k,i).$$

Из (1) получим

$$\begin{cases} -\lambda G(0,x)+\mu G(1,x)+\lambda x^2 G(1,x)-\sigma x\dfrac{\partial G(0,x)}{\partial x}+\sigma x^2\dfrac{\partial G(1,x)}{\partial x}=0\,, \\ \lambda G(0,x)-(\lambda+\mu)G(1,x)+\sigma\dfrac{\partial G(0,x)}{\partial x}-\sigma x\dfrac{\partial G(1,x)}{\partial x}=0\,. \end{cases} \tag{2}$$

Далее, решая эту систему относительно $G(0,x)$, получим

$$G(0,x)=\frac{\mu-\lambda x}{\lambda}G(1,x). \tag{3}$$

Для определения вида функции $G(1,x)$ подставим в первое уравнение системы (2) равенство (3), получим

$$\{\lambda(1+x)+\sigma\}G(1,x)=\sigma\left\{\frac{\mu-2\lambda x}{\lambda}\right\}\frac{\partial G(1,x)}{\partial x}\ ,$$

отсюда, решая это обыкновенное однородное дифференциальное уравнение первого порядка [3], запишем

$$G(1,x)=c\cdot(\mu-2\lambda\, x)^{-\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{-\frac{\lambda x}{2\sigma}\right\},$$

где константа c получена из условия нормировки $G(0,1)+G(1,1)=1$ и имеет вид

$$c=\frac{\lambda}{\mu}\cdot(\mu-2\lambda)^{\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{\frac{\lambda}{2\sigma}\right\}.$$

Затем, учитывая равенство (3), получим

$$\begin{cases} H(0,u)=\sum_i e^{jui}P(0,i)=\left(\dfrac{\mu-\lambda\, e^{ju}}{\mu}\right)\cdot\left(\dfrac{\mu-2\lambda\ \ e^{ju}}{\mu-2\lambda}\right)^{-\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{-\dfrac{\lambda(\,e^{ju}-1)}{2\sigma}\right\}, \\ H(1,u)=\sum_i e^{jui}P(1,i)=\dfrac{\lambda}{\mu}\cdot\left(\dfrac{\mu-2\lambda\, e^{ju}}{\mu-2\lambda}\right)^{-\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{-\dfrac{\lambda(e^{ju}-1)}{2\sigma}\right\}. \end{cases}$$

Применяя выражения для $H(0,u)$ и $H(1,u)$, запишем характеристическую функцию как

$$H(u)=H(0,u)+H(1,u)=\sum_i e^{jui}\{P(0,i)+P(1,i)\}=\sum_i e^{jui}P(i)=Me^{jui(t)}=$$

$$=\frac{\mu-\lambda(e^{ju}-1)}{\mu}\cdot\left(\frac{2\lambda e^{ju}-\mu}{2\lambda-\mu}\right)^{\frac{2(\lambda+\sigma)+\mu}{4\sigma}}\exp\left\{-\frac{\lambda(e^{ju}-1)}{2\sigma}\right\},$$

для которой кумулянтная функция имеет вид

$$g(u)=\ln(H(u))=\ln(1-\rho(e^{ju}-1))-\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4\sigma}\ln(1-2\rho e^{ju})+$$

$$+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4\sigma}\ln(1-2\rho)-\frac{\lambda(e^{ju}-1)}{2\sigma},$$

где $\rho=\lambda/\mu$.

Используя эту функцию, определим коэффициенты первых шести – семи инвариантов как

$$\kappa_n(\sigma)=\frac{\sigma}{j^n}g^{(n)}(0).$$

Найдем значения следующих коэффициентов:

$$\kappa_1(\sigma)=-\rho\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{2\rho}{1-2\rho}-\frac{\lambda}{2},$$

$$\kappa_2(\sigma)=\kappa_1(\sigma)\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{(2\rho)^2}{(1-2\rho)^2}-\rho^2\sigma,$$

$$\kappa_3(\sigma)=3\kappa_2(\sigma)\sigma-2\kappa_1(\sigma)\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{2(2\rho)^3}{(1-2\rho)^3}-2\rho^3\sigma,$$

$$\kappa_4(\sigma)=6\kappa_3(\sigma)\sigma-11\kappa_2(\sigma)\sigma+6\kappa_1(\sigma)\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{6(2\rho)^4}{(1-2\rho)^4}-6\rho^4\sigma,$$

$$\kappa_5(\sigma)=10\kappa_4(\sigma)\sigma-35\kappa_3(\sigma)\sigma+50\kappa_2(\sigma)\sigma-24\kappa_1(\sigma)\sigma+$$

$$+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{24(2\rho)^5}{(1-2\rho)^5}-24\rho^5\sigma,$$

$$\kappa_6(\sigma)=15\kappa_5(\sigma)\sigma-85\kappa_4(\sigma)\sigma+225\kappa_3(\sigma)\sigma-274\kappa_2(\sigma)\sigma+$$

$$+120\kappa_1(\sigma)\sigma+\frac{2\lambda+2\sigma+\mu}{4}\frac{120(2\rho)^6}{(1-2\rho)^6}-120\rho^6\sigma.$$

Таким образом, в работе получено допредельное исследование RQ-системы с конфликтами заявок. Найдены коэффициенты первых шести – семи инвариантов.

Литература

1. Бертсекас Д., Галагер Р. Сети передачи данных. – М.: Мир, 1989. – 544 с.

2. Назаров А. А., Терпугов А. Ф. Теория массового обслуживания. – Томск: Изд-во НТЛ, 2004. – 228 с.

3. Змеев О. А., Терпугов А. Ф., Якупов Р. Т. Математический анализ. Часть I: Учебное пособие. – 2-е изд., испр. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 176 с.

4. Хомичков И. И. Исследование моделей локальной сети с протоколом случайного множественного доступа // АиТ. – 1993. – №12. – С. 89–90.

МЕТОДЫ КОСВЕННОГО ОЦЕНИВАНИЯ МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫХ СВЯЗЕЙ

Д. Н. Шульц

Пермский государственный университет

Одним из важнейших элементов для любого анализа, моделирования и прогнозирования региональной экономики является статистика внешней торговли и торговли с другими регионам. Статистика межрегиональной статистики необходима для построения межрегиональных балансов. При этом на сегодняшний день официальные органы статистики РФ не ведут соответствующего учета, за исключением сбора информации по торговле некоторыми ключевыми товарами. Тем не менее межрегиональный баланс может быть оценен косвенно. В данной работе будут рассмотрены некоторые подходы к оценке межрегиональных связей.

В качестве теоретической базы для расчета межрегиональных потоков мы будем использовать подход межуровневого (иерархического) анализа. В рамках этого подхода предполагается, что между вышестоящими и нижестоящими уровнями экономической иерархии находятся межуровневые (вертикальные связи), а на каждом уровне иерархии – горизонтальные связи. Первые со вторыми находятся в определенной зависимости [1].

В нашем случае горизонтальные связи нижестоящего (мезоэкономического) уровня – искомые межрегиональные потоки. В качестве источника для оценки межрегиональных связей может быть использована информация вышестоящего (макроэкономического) уровня, а именно статистика межотраслевого баланса. Наша задача – определить межрегиональные потоки на основе объёмов производства в каждом регионе с учетом межотраслевого баланса. При этом, чтобы связать закономерности межотраслевого и межрегионального взаимодействия, необходимо сделать ряд ограничивающих предположений.

Итак, поставим задачу более формально. Обозначим через вектор $x = (x_1 \ldots x_n)$ валовые производства продукции отраслями экономики (*n* отраслей); вектор $y = (y_1 \ldots y_n)$ – конечное потребление по отраслям; x_{ij} – потребление продукции *i*-й отрасли *j*-й отраслью. Согласно стандартной