

МИНОБРНАУКИ РФ
Российский фонд фундаментальных исследований
Национальный исследовательский Томский государственный университет
НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета
Физико-технический факультет
Механико-математический факультет
Совет молодых учёных ТГУ

Международная молодежная научная конференция
«Актуальные проблемы современной механики
сплошных сред и небесной механики»
17–19 ноября 2014 г., Томск

International Youth Scientific Conference
«Current issues of
continuum mechanics and celestial mechanics – 2014»,
17–19 November, 2014



Томск-2014

$$P \left[\frac{\sigma^2 \Lambda_n - b_n(p+1)}{a_n(p+1)} \leq x \right] \rightarrow \exp(-2e^{-x/2}),$$

при этом $\Lambda_n = \max_{p \leq k \leq n} \Lambda_n(k)$ – статистика отношения правдоподобия,

$b_n(d) = (2 \ln \ln n + (d/2) \ln \ln \ln n - \ln \Gamma(d/2))^2 / (2 \ln \ln n)$ и

$a_n(d) = \sqrt{b_n(d) / (2 \ln \ln n)}$ – константы нормализации и $\Gamma(\cdot)$ – гамма функция.

В работе проведено численное моделирование в среде программирования R. Приводятся соответствующие результаты.

Литература

1. Fang Yuan. Tests for Change-Point of the AR(1) Model. May, 2013. 40 с.
2. Davis R., Huang D., Yao Y. Testing for a Change in the Parameter Values and R. Davis, D. Huang, and Y. Yao. Testing for a Change in the Parameter Values and Order of an Autoregressive Model. The Annals of Statistics, 1995.

УСЕЧЕННОЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕПРЕРЫВНОЙ АВТОРЕГРЕССИИ TRUNCATED SEQUENTIAL ESTIMATION OF THE PARAMETERS IN A CONTINUOUS AUTOREGRESSION

Т.В. Емельянова, Ю.И. Иванюк

T.V. Emel'yanova, J.V. Ivanyuk

Национальный исследовательский Томский государственный университет

National Research Tomsk State University

yuliya.ivanyuk.90@mail.ru

В работе рассмотрена модель авторегрессии с непрерывным временем, описываемая стохастическим дифференциальным уравнением:

$$dx_t^{p-1} = \left(\theta_1 x_t^{p-1} + \dots + \theta_p x_t \right) dt + \sigma dW_t, \quad (1)$$

где $x_t = (x_t^{p-1}, \dots, x_t)'$, $t \in [0, T]$ – наблюдаемый p -мерный процесс, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_p)$, $i = 1, \dots, p$ – вектор неизвестных параметров, таких, что все корни характеристического полинома $x \in A: \{(x - \varepsilon, x + \varepsilon) : \varepsilon > 0\}$ имеют отрицательные вещественные части, W_t – стандартный процесс броуновского движения.

Зачастую, значения параметров уравнения (1) являются неизвестными, поэтому одной из основных задач является их идентификация. Для решения этой задачи разработаны различные эффективные методы:

максимального правдоподобия, наименьших квадратов, стохастической аппроксимации и тд. Согласно методу наименьших квадратов, оценка $\hat{\theta}_T$ имеет вид

$$\hat{\theta}_T = M_T^{-1} \int_0^T X_s d\langle X_t \rangle_p, \quad (2)$$

где $M_T = \int_0^T X_s X_s' ds$ – выборочная информационная матрица Фишера, $\langle a \rangle_i$ обозначает i -ю координату вектора столбца $a = (a_1, a_2, \dots, a_p)'$;

Оценки $\hat{\theta}_T$, полученные по методу наименьших квадратов, являются сильно состоятельными и асимптотически нормальными, но на практике, из-за ограниченной длительности промежутка наблюдений, эти свойства могут нарушаться. Для решения задач в неасимптотической постановке требуются методы, позволяющие контролировать точность оценок при малых и умеренных объемах данных. Для контроля среднеквадратической точности в [1] вводится следующая процедура.

Пусть $H > 0$. Определим длительность наблюдений процесса и оценку неизвестных параметров по формулам

$$\tau = \tau(H) = \inf \left\{ t > 0 : \|M_t^{-2}\|^{1/2} \leq \frac{1}{H} \right\}, \quad t \in [0, T] \quad (3)$$

$$\theta^*(H) = M_{\tau(H)}^{-1} \cdot \int_0^{\tau(H)} X_s d\langle X_t \rangle_p. \quad (4)$$

Момент остановки наблюдений в последовательном плане (3)-(4) является случайной величиной, зависящей от выбора порога H , которая может принимать достаточно большие значения. В прикладных задачах длительность реализации процесса, используемая для идентификации неизвестных параметров, часто ограничена некоторой величиной T . Цель данной работы предложить усеченный последовательный план, так же позволяющий контролировать среднеквадратическую точность оценивания. Пусть $\tau(H)$ введен формулой (3). Зададим усеченную процедуру следующим образом:

$$N(H) = \min(\tau(H), T) \quad (5)$$

$$\theta^*(H) = M_{N(H)}^{-1} \cdot \int_0^{N(H)} X_s d\langle X_t \rangle_p \chi_{(N(H) \leq T)} \quad (6)$$

Исследованы свойства усеченной последовательной процедуры, касающиеся ее средней длительности и среднеквадратической точности.

Проведено численное моделирование по методу Монте-Карло, демонстрирующее хорошую согласованность теоретических и желаемых результатов.

Литература

1. Емельянова Т.В., Конев В.В. О последовательном оценивании параметров непрерывной авторегрессии // Вестник Томского государственного университета. 2013. №5(25). С. 12–25.
2. Konev V.V., Pergamenschikov S.M. Truncated sequential estimation of the parameters in a random regression // Sequential analysis, 9 (1), 19–41 (1990).

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ DECISION-MAKING ON THE BASIS OF THE ANALYTIC HIERARCHY PROCESS

А.О. Иващенко

A.O. Ivashenko

Национальный исследовательский Томский государственный университет

National Research Tomsk State University

Anuta_i@bk.ru

При выборе решений главную роль играет анализ их последствий. Для большинства решений последствия нельзя точно рассчитать и оценить. В методах выбора из малого числа многокритериальных альтернатив широко используется идея построения решающего правила.

В работе рассматривается метод анализа иерархий (МАИ), разработанный американским математиком Т. Саати в 70-х гг. XX в. Метод базируется на парных сравнениях альтернатив и критериев [1–3]. Сегодня МАИ имеет широкое распространение в специализированных журналах и имеет множество реальных приложений.

В работе рассматривается задача оптимизации выбора банка для наиболее выгодного вложения. Выборка среди депозитов проводилась по возможности вложения 100 000 рублей сроком 1–2 года. Цель нашего исследования – выявление наиболее выгодного депозита. Выборка депозитов проводилась из таких банков как Сбербанк, Газпромбанк, Уралсиб и ВТБ-24. Альтернативами в исследовании являются депозиты – «Управляй Online» (Сбербанк), «Оптимальный» (Газпромбанк), «Бизнес-класс» (Уралсиб) и «Комфортный-Телебанк» (ВТБ-24). Критериями – процентная ставка, надежность, удобство и срок работы банка.

Строится иерархическая структура задачи. Формируются матрицы парных сравнений $[S_{p\ mm}^k]$ для каждого k -го уровня множества объектов. Для матриц вводится специальный числовой показатель «индекс