

УДК 538.94

Определение времени предразрушения для образцов из габбро в модели накопления повреждений

П.В. Макаров^{1,2}, М.О. Еремин^{1,2}, Ю.А. Костандов³¹Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, 634050, Россия²Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, 634021, Россия³Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, 95007, Украина

В работе проведено экспериментальное определение характерного времени предразрушения в образцах из габбро при испытаниях на трехточечный изгиб. Полученные значения были использованы для определения параметров в модели хрупкой/квази-хрупкой среды. С использованием верифицированной модели проведено численное моделирование эволюции напряженно-деформированного состояния в образцах из габбро при трехточечном изгибе. Показано, что прогиб балок как в эксперименте, так и в численных расчетах развивается в режиме с обострением на заключительной стадии деформирования.

Ключевые слова: время предразрушения, кинетика накопления повреждений, очаг разрушения

Prefracture time of gabbro specimens in a damage accumulation model

P.V. Makarov^{1,2}, M.O. Eremin^{1,2}, and Yu.A. Kostandov³¹National Research Tomsk State University, Tomsk, 634050, Russia²Institute of Strength Physics and Materials Science, SB RAS, Tomsk, 634021, Russia³Taurida National Vernadsky University, Simferopol, 95007, Ukraine

In the work, we experimentally determined the characteristic prefracture times of gabbro specimens in three-point bending. The obtained prefracture times were used to estimate the parameters in a model of brittle and quasibrittle material. Based on the verified model, numerical modeling was performed to describe the stress-strain evolution in gabbro specimens under three-point bending. The experiment and numerical calculations show that beam deflection develops in the blowup mode at the final deformation stage.

Keywords: prefracture time, kinetics of damage accumulation, fracture nucleus

1. Введение

Макроскопическое разрушение — многомасштабный иерархический процесс. В любых материалах, как пластичных, так и хрупких, первичные очаги разрушения зарождаются на масштабах, соизмеримых с межатомными расстояниями в зонах локализации деформационных процессов. Формирование очага макроскопического разрушения (макроскопической трещины в малых образцах или протяженных разломов в геосредах) представляет собой коллективный процесс образования иерархий повреждений разных масштабов от нанодефектов до трещин микро- и мезомасштабов, объединенных во взаимно сопряженные системы полос локализованных повреждений. Эти повреждения формируют в разрушающейся среде наблюдаемые фрактальные структуры трещин разных масштабов.

Увеличение масштаба разрушения всегда происходит в сверхбыстром режиме с обострением как катастрофа соответствующего масштаба [1, 2]. Таким образом, любое наблюдаемое разрушение есть последовательность катастроф вплоть до макроскопического разрушения образца или формирования разлома в геосреде.

Иерархичность и многомасштабность процессов разрушения приводят к степенным законам, связывающим количество элементарных актов разрушения и их энергии, — законам Гутенберга–Рихтера и Омори.

Формирование любой макроскопической трещины исследуемого масштаба, например разрушение образца заданного размера, происходит в две стадии — стадия сравнительно медленного квазистатического накопления повреждений микро- и мезомасштабов и катастро-

фический сверхбыстрый режим. Длительность стадии накопления повреждений или стадии макроскопического предразрушения определяется уровнем приложенных напряжений: чем ниже уровень действующих напряжений, тем продолжительнее будет эта стадия.

Таким образом, прогноз разрушения любого масштаба будет связан с установлением продолжительности этой квазистационарной фазы макроскопического предразрушения изучаемого масштаба при известном уровне напряжений.

Цели настоящей работы состоят в следующем:

- экспериментально определить время макроскопического предразрушения до момента перехода разрушения в сверхбыструю закритическую стадию в опытах на трехточечный изгиб хрупких образцов из габбро;
- численно описать процесс разрушения хрупких образцов в экспериментах на трехточечный изгиб и определить параметр модели t^* , обуславливающий продолжительность докритической стадии.

2. Данные экспериментов по разрушению образцов из габбро и модель хрупкого разрушения

Трехточечному изгибу как одному из стандартных видов испытанию механического поведения нагружаемых материалов посвящено достаточно много исследований, которые охватывают широкий круг вопросов современной механики деформируемого твердого тела. Ряд работ посвящен моделированию эволюции напряженно-деформированного состояния, в том числе развитию хрупкого разрушения в модельных средах [3] при трехточечном изгибе.

На рис. 1 представлена схема нагружения лабораторных и модельных образцов в виде балок. Балка имела следующие размеры: $70.0 \times 19.0 \times 7.1$ мм. База изгиба как в экспериментах, так и в расчетах составляла 60 мм. На рис. 2 представлена полученная экспериментальная зависимость прогиба δh от времени при значении приложенной нагрузки 25 кг.

Видно, что при достижении времени 10 с разрушение развивается в сверхбыстром режиме как катастрофа. Это время было выбрано для определения параметров модели в численных расчетах.

Ранее в работах [2, 4] нами были представлены два варианта модели, описывающих процесс накопления

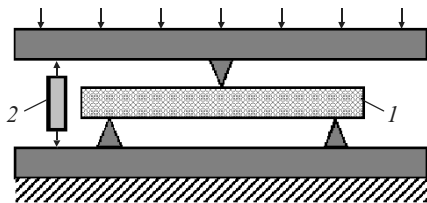


Рис. 1. Схема трехточечного изгиба образцов в виде балок: 1 — образец; 2 — датчик прогиба

повреждений в хрупких и квазихрупких средах:

$$D = \int_{t_0}^t \frac{(\sigma_{\text{тек}} - \sigma_0)^2 dt}{\sigma_*^2 t_*^2}, \quad \sigma_* = \sigma_{0*} (1 + \mu_\sigma)^n, \quad (1)$$

$$D = \int_{t_0}^t \frac{[H(\mu_\sigma)(\epsilon_{\text{тек}} - \epsilon_0^c)^2 + (1 - H(\mu_\sigma))(\epsilon_{\text{тек}} - \epsilon_0^t)^2] dt}{\epsilon_*^2 [H(\mu_\sigma)t_*^c + (1 - H(\mu_\sigma))t_*^t]}, \quad (2)$$

$$\epsilon_* = \epsilon_{0*} (1 + \mu_\sigma)^2, \quad \mu_\sigma = 2 \frac{S_2 - S_3}{S_1 - S_3} - 1.$$

Согласно модели (1) процесс накопления повреждений описан через инвариант напряженного состояния $\sigma = -\alpha P + I_2^{1/2}$, где $I_2^{1/2}$ — квадратный корень из второго инварианта тензора напряжений; P — среднее давление; α — коэффициент внутреннего трения. Повреждения в среде начинают накапливаться при достижении σ малой величины σ_0 , которая существенно ниже предела прочности. Эта модель хорошо описывает хрупкое разрушение. Модель (2) связывает процесс накопления повреждений в среде с накопленной неупругой деформацией ϵ_p . Обе модели учитывают вид напряженного состояния через параметр Лоде–Надаи μ_σ . Согласно обеим моделям в областях, где преобладают растяжения-сдвиги ($\mu_\sigma < 0$), скорость накопления повреждений существенно выше, чем в областях, где преобладают сжатия-сдвиги ($\mu_\sigma > 0$), что и приводит в модели к более быстрой деградации прочности и выходу разрушения на закритическую стадию. Неупругая деформация описана на основе обобщенной гипотезы Кулона–Мора, в которой предельное напряженное состояние среды описывается функцией:

$$f = \frac{\alpha}{3} J_1(\sigma_{ij}) + J_2^{1/2}(\sigma_{ij}) - Y. \quad (3)$$

За основу взята модель Друкера–Прагера–Николаевского с неассоциированным законом течения, позволяющая описывать процесс дилатансии как независимый от внутреннего трения. В случае неассоциированного закона неупругого течения пластический потенциал не совпадает с функцией текучести и для предельной поверхности (3) записывается в виде [5–7]:

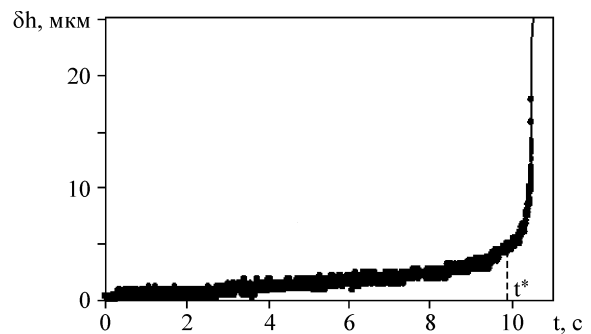


Рис. 2. Экспериментальная зависимость прогиба δh образца в виде балки от времени t при постоянном значении нагрузки

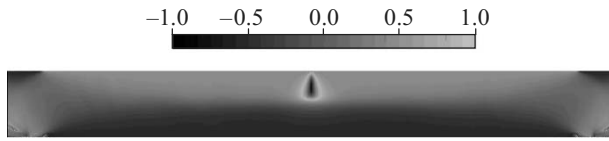


Рис. 3. Вид напряженного состояния балки при трехточечном изгибе. Значения оттенков серой шкалы соответствуют чистому растяжению (–1), чистому сжатию (1), чистому сдвигу (0)

$$g(\sigma_{ij}) = J_2 + \frac{\Lambda}{3} J_1 \left(2Y - \frac{\alpha}{3} J_1 \right) + \text{const}, \quad (4)$$

компоненты тензора скоростей неупругой деформации определяются следующим образом [5, 6]:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \left(s_{ij} + \frac{2}{3} \Lambda \left(Y - \frac{\alpha}{3} I_1 \right) \delta_{ij} \right) \dot{\lambda}, \quad (5)$$

$$\dot{I}_1^p = 2\Lambda (\dot{J}_2^p)^{1/2},$$

что позволяет установить связь между объемной и сдвиговой составляющими пластической деформации (второе уравнение в (5)), где Λ имеет смысл коэффициента дилатансии.

Полная система уравнений также включает фундаментальные законы сохранения массы, количества движения, энергии:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \quad \rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x^j} + \rho F_i, \\ \frac{dE}{dt} &= \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \frac{d\epsilon_{ij}}{dt}, \end{aligned} \quad (6)$$

эволюционные уравнения первой группы:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ij} &= \lambda (\dot{\theta}^t - \dot{\theta}^p) \delta_{ij} + 2\mu (\dot{\epsilon}_{ij}^t - \dot{\epsilon}_{ij}^p), \\ \sigma_{ij} &= -P \delta_{ij} + S_{ij}, \quad \dot{P} = -K \frac{\dot{V}}{V}, \\ \frac{DS_{ij}}{Dt} &= 2\mu \left(\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{\theta} \delta_{ij} \right), \\ \frac{DS_{ij}}{Dt} &= \dot{S}_{ij} - S_{ik} \dot{\omega}_{jk} - S_{jk} \dot{\omega}_{ik}, \\ \dot{\epsilon}_{ij}^t &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} + \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right), \quad \dot{\omega}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь D/Dt — коротационная производная Яуманна, учитывающая поворот элементов среды при деформировании. Кроме того, в систему входят эволюционные уравнения второй группы, задающие скорости накопления повреждений и неупругих деформаций (1), (2), (5).

При $\dot{\epsilon}_{ij}^p > \dot{\epsilon}_{ij}^t$ в (7) $\Delta \sigma_{ij} < 0$, идет релаксация, реализуется отрицательная обратная связь, стабилизирующая деформационный процесс в состоянии динамического равновесия [1], определяемого текущими значениями прочностных параметров. При $\dot{\epsilon}_{ij}^p < \dot{\epsilon}_{ij}^t$, $\Delta \sigma_{ij} > 0$, напря-

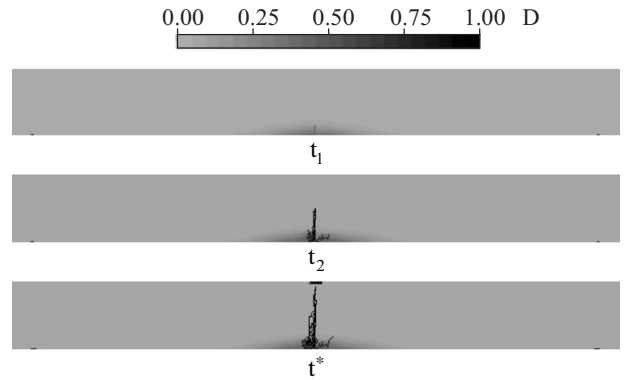


Рис. 4. Динамика накопления повреждений при хрупком разрушении балки из габбро (плоская деформация, 2D-постановка): $t_1 < t_2 < t^*$

жения растут, увеличивая скорость генерации неупругих деформаций и/или повреждений. В этом случае непосредственно реализуется положительная обратная связь, при определенных условиях приводящая к катастрофе — макроскопическому разрушению. Определяющую роль перехода эволюции прочности среды в сверхбыстрый катастрофический режим будут играть особенности накопления средой локализованных неупругих деформаций и соответствующая деградация физико-механических параметров, заданная уравнениями (1) или (2).

Уравнения (3)–(7) совместно с мерой деградации D ((1) или (2)) описывают эволюцию напряженно-деформированного состояния среды, включая и сверхбыструю катастрофическую стадию деградации прочности [2].

Расчетная модель балки, как и в эксперименте, имела поперечные размеры $70.0 \times 19.0 \times 7.1$ мм при количестве расчетных ячеек $700 \times 190 \times 71$. База изгиба, как и в экспериментах, составляла 60 мм. При трехточечном изгибе, как известно, нижняя часть балки между опорами подвержена растягивающим напряжениям, а верхняя часть — сжимающим (рис. 3). На рис. 4 показана динамика роста поврежденности и магистральной трещины в образце при приложенной нагрузке 25 кг, рассчитан-

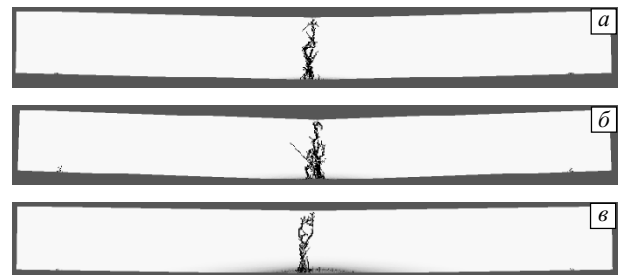


Рис. 5. Картины разрушения балок при разных нагрузках: 25 (а), 30 (б) и 50 кг (в)

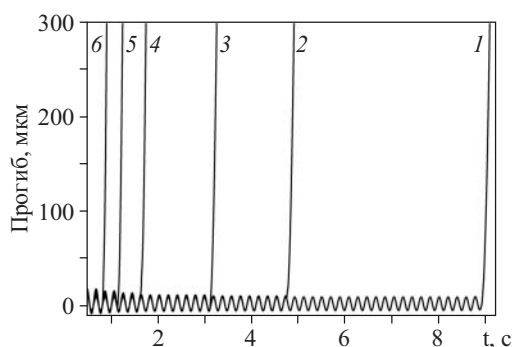


Рис. 6. Зарегистрированный в численном эксперименте прогиб балок при различном уровне нагрузки: 25.0 (1), 27.5 (2), 30.0 (3), 35.0 (4), 40.0 (5), 45.0 кг (6)

ная с использованием кинетики (2). Из рис. 4 видно, что трещина прорастает из нижней части балки, где находится область наибольшего растяжения, вверх к месту приложения нагрузки.

На рис. 5 представлены картины разрушения балок при нагрузке 25, 30 и 50 кг. Во всех случаях, как и в эксперименте, трещина прошла по центру балки. В численном эксперименте был также замерен прогиб

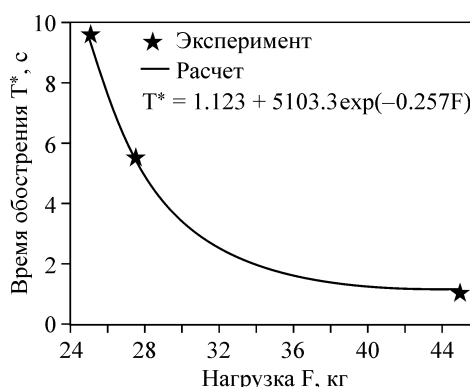


Рис. 7. Сопоставление результатов расчета с экспериментом

балок в месте приложения нагрузки. Диаграмма для прогибов приведена на рис. 6.

На рис. 7 приведена диаграмма времени обострения в зависимости от приложенной нагрузки, полученная в численном эксперименте в сравнении с данными экспериментов по определению характерного времени разрушения в балках (отмечены звездочками). Как видно из рис. 7, расчетные данные очень хорошо согласуются с

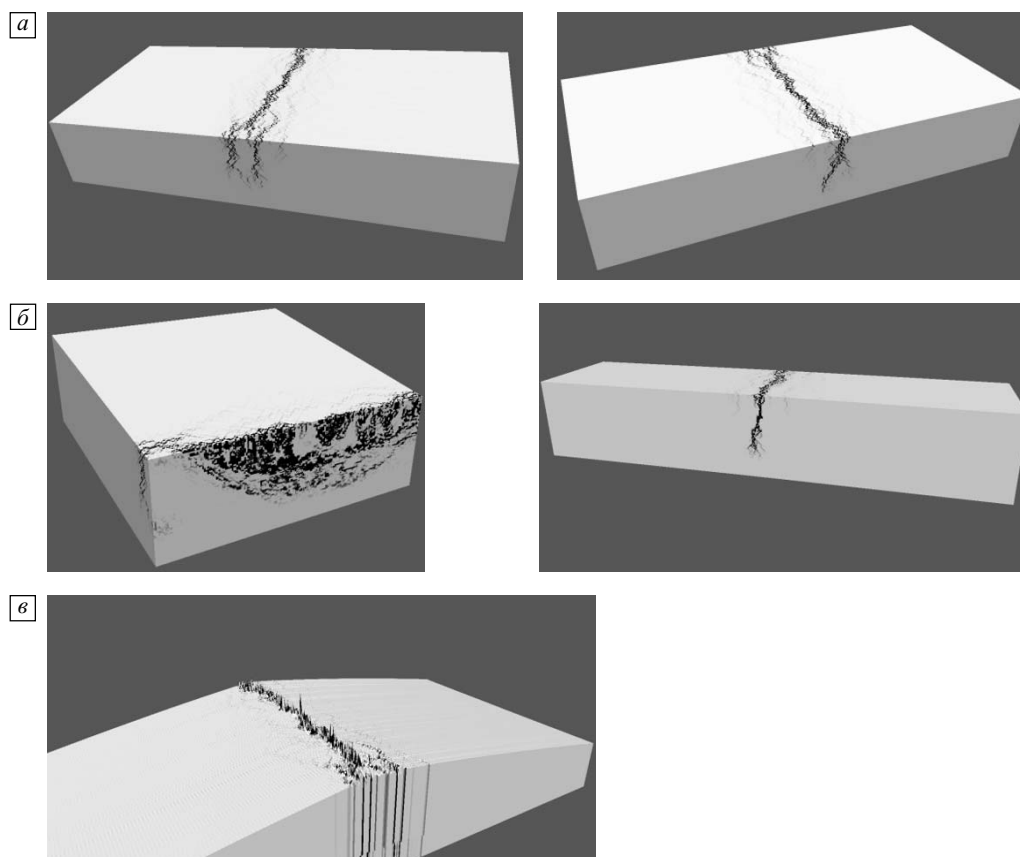


Рис. 8. Накопление повреждений в балке из габбро при 3D-моделировании. Балка перевернута, показаны грань, от которой начинается рост трещин (а), и два центральных сечения, вдоль и поперек балки (б), рельеф свободной поверхности при 50-кратном увеличении (в). Расчет по кинетике (1)

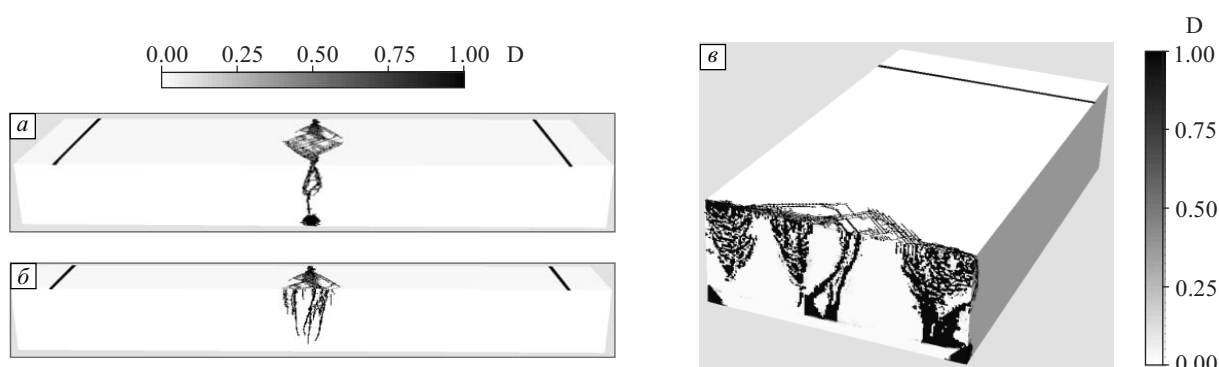


Рис. 9. Накопление повреждений в балке из габбро при 3D-моделировании. Балка перевернута, показаны грань, от которой начинается рост трещин (а), и два центральных сечения, вдоль (б) и поперек (в) балки. Расчет по кинетике (2)

экспериментальными данными. В расчетах подбирался только параметр кинетики t^* в соответствии с данными экспериментов, начальная прочность габбро бралась как табличная — 140 МПа, определенная в опытах на сжатие.

Более полную пространственную картину формирования очага макроразрушения дают 3D-расчеты, результаты которых приведены на рис. 8 и 9, проведенные по модели (3)–(7) с кинетиками (1) и (2) соответственно. Показаны распределения поврежденности в балке (поверхность всей балки и несколько сечений — вдоль и поперек образца, а также рельеф нижней свободной от напряжений грани при 50-кратном увеличении на рис. 8). Представленные картины свидетельствуют о достаточно сложной трещинной структуре в объеме нагруженного образца.

На рис. 10 показана эволюция прогиба, соответствующая расчету, представленному на рис. 8.

Расчеты по модели с кинетикой (2) привели практически к таким же результатам, как по модели с кинетикой (1). Однако область локализации оказалась значи-

тельно шире. Результаты, представленные на рис. 9, больше соответствуют квазихрупкому разрушению.

3. Заключительные замечания

Определение характерных времен макроскопического предразрушения, отражающих стадию сравнительно медленного накопления в среде повреждений и трещин, является одной из самых актуальных задач механики разрушения и, в частности, геомеханики. Эта стадия предваряет процесс катастрофического макроскопического разрушения, и ее продолжительность полностью определяется (для данного образца или среды) двумя ключевыми параметрами — уровнем напряжений и исследуемым масштабом макроскопического разрушения. В данной работе в экспериментах получены времена предразрушения для образцов габбро в диапазоне масштабов 1–10 см.

Оказалось, что простая модель, учитывающая вид напряженного состояния, а также внутреннее трение и дилатансию, качественно и количественно хорошо описывает время перехода разрушения в катастрофический режим.

В расчетах оказалось достаточным согласовать с экспериментом только одну точку. В данных расчетах согласование было выполнено для уровня нагрузки 45 кг, что дало время предразрушения ≈ 1 с. Остальные экспериментальные точки хорошо легли на теоретическую кривую, полученную моделированием разрушения при различных уровнях нагрузки.

Эти результаты свидетельствуют о том, что реальный процесс разрушения является полностью коррелированным детерминированным процессом. При заданных условиях нагружения (в данном случае это трехточечный изгиб) и в заданном диапазоне масштабов характерное время предразрушения (его можно также назвать временем обострения) полностью определяет долговечность образцов при заданном уровне напряжений. Этот процесс формирования очага разрушения однозначно описывается уравнениями механики деформи-

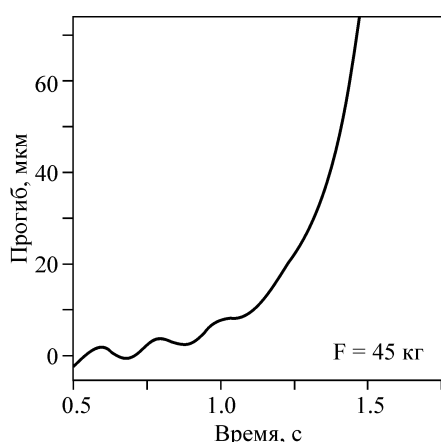


Рис. 10. Эволюция прогиба балки, соответствующего расчету, представленному на рис. 8

руемого твердого тела при соответствующем задании параметров кинетики накопления повреждений.

Нетривиальной и актуальной проблемой является задача установления характерного времени обострения процесса разрушения и перехода его в катастрофический режим на масштабах в десятки и сотни метров в горных массивах с выработками и на масштабах многих километров в геосредах — элементах земной коры.

Работа выполнена при поддержке базового проекта П.23.1.4, интеграционного проекта СО РАН № 90, проекта РФФИ № 12-05-00503 и проекта Минобрнауки России по государственному контракту № 14.515.11.0084.

Литература

1. Макаров П.В. Математическая теория эволюции нагружаемых твердых тел и сред // Физ. мезомех. – 2008. – Т. 11. – № 3. – С. 19–35.
2. Макаров П.В., Еремин М.О. Модель разрушения хрупких и квази-хрупких материалов и геосред // Физ. мезомех. – 2013. – Т. 16. – № 1. – С. 5–26.
3. Астафуров С.В., Шилько Е.В., Псахье С.Г. Влияние параметра прочности функции отклика подвижного клеточного автомата на прочностные характеристики и особенности разрушения хрупких материалов // Физ. мезомех. – 2002. – Т. 5. – № 4. – С. 23–27.
4. Костандов Ю.А., Макаров П.В., Еремин М.О., Смолин И.Ю., Шиповский И.Е. О разрушении хрупких тел с трещиной при сжатии // Прикладная механика. – 2013. – Т. 49. – № 1. – С. 124–132.
5. Гарагаи И.А., Николаевский В.Н. Неассоциированные законы течения и локализации пластической деформации // Успехи механики. – 1989. – Т. 12. – № 1. – С. 131–183.
6. Макаров П.В., Смолин И.Ю., Стефанов Ю.П. и др. Нелинейная механика геоматериалов и геосред. – Новосибирск: Академич. изд-во «Гео», 2007. – 235 с.
7. Стефанов Ю.П. Некоторые особенности численного моделирования поведения упруго-хрупкопластичных материалов // Физ. мезомех. – 2005. – Т. 8. – № 3. – С. 129–142.

Поступила в редакцию
25.09.2013 г.

Сведения об авторах

Макаров Павел Васильевич, д.ф.-м.н., проф. ТГУ, зав. лаб. ИФПМ СО РАН, pvm@ispms.tsc.ru
Еремин Михаил Олегович, асп. ТГУ, инж. ИФПМ СО РАН, bacardi@sibmail.com
Костандов Юрий Аршавинович, к.ф.-м.н., зав. лаб. НИИ ПГД ТНУ, yuakos@mail.ru