

УДК 669.017

В. Д. Сарычев<sup>1</sup>, К. В. Алсараева<sup>1</sup>, С. В. Райков<sup>1</sup>, Ю. Ф. Иванов<sup>2,3</sup>, С. А. Невский<sup>1</sup>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ  
НА МЕТАЛЛИЧЕСКУЮ ПОВЕРХНОСТЬ\*<sup>1</sup>ФГБОУ ВПО «Сибирский государственный индустриальный университет»<sup>2</sup>Институт сильноточной электроники Сибирского отделения РАН<sup>3</sup>ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский Томский государственный университет»

e-mail: sarychev\_vd@physics.sibsiu.ru

Построена математическая модель воздействия низкоэнергетических сильноточных электронных пучков на поверхность технически титана с учетом испарения. Выявлены зависимости температуры от расстояния от поверхности облучения и от времени. Определены значения глубины проплавления. Показано, что она линейно возрастает при увеличении плотности энергии.

*Ключевые слова:* электронный пучок, глубина проплавления, температура, титан.

Mathematical model of the effect of low-energy electron beams on the surface of titanium technically subjected to evaporation was created. Temperature dependence on the distance from the irradiation surface, and a period of time was detected. The values of the penetration depth were found out. It was shown that it increases linearly with energy density increase.

*Keywords:* electron beam, penetration depth, temperature, titanium.

Использование концентрированных потоков энергии (КПЭ), для упрочнения поверхности металлов и сплавов с целью повышения их износостойкости является одним из перспективных методов [1, 2]. Одним из таких видов обработки КПЭ являются низкоэнергетические сильноточные электронные пучки, которые уменьшают шероховатость поверхности и сохраняют высокий уровень механических свойств [3 – 5]. Однако широкому внедрению в практику электронно-пучковой обработки препятствует отсутствие оптимальных режимов для различных металлов и сплавов. Для их установления необходима информация о распределении температуры в материале. Существующие математические модели [6, 7] не учитывают присутствующий процесс испарения материала, что приводит при оценке anomalно высоким значениям температур, чего в действительности реализовано быть не может. Однако учет испарения требует решения сложной газодинамической задачи. Для преодоления этих трудностей в работе [8] поставлена смешанная краевая задача: на определенном промежутке времени (от нуля до  $t_1$ ) задается тепловой поток, а в интервале времени  $t_1 < t < t_2$  – температура, равная температуре кипения. Время  $t_1$  рассчитывается по ходу решения тепловой за-

дачи с учетом плавления и определяется из условия начала испарения с поверхности. Для определения времени  $t_2$  (времени разлета пара) надежного алгоритма не было, оно считается подгоночным параметром.

Целью настоящей работы является создание тепловой модели воздействия электронного пучка с учетом испарения металла с поверхности без привлечения каких-либо подгоночных параметров.

Запишем уравнение теплопроводности в виде:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda(T)\text{grad}(T)), \quad (1)$$

где  $c$  – удельная теплоемкость;  $\rho$  – плотность;  $T$  – температура;  $t$  – время;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности. Рассмотрим случай нагрева и охлаждения пластины толщиной  $l$  (рис. 1).

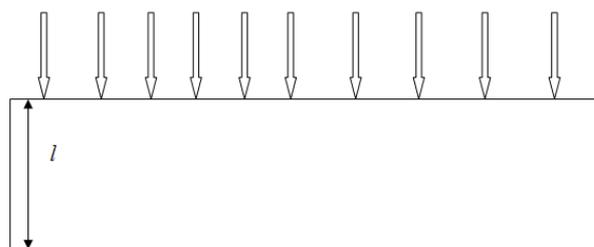


Рис. 1. Геометрия задачи. Стрелками указана поверхность облучения

\* Работа выполнена в рамках госзадания Минобрнауки № 1496.

Систему координат выберем так, что ось  $x$  направлена вглубь образца. Считаем, что длина и ширина достаточно велики, по сравнению с  $l$ . В этом случае (1) примет вид:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right). \quad (1)$$

Так как при увеличении температуры имеет место изменение теплофизических параметров, то вместо решения задачи Стефана [8] будем применять, предложенную в работе А. А. Самарского [9], методику сглаживания, которая заключается в том, что вместо температуры плавления и испарения используются интервалы температур, в которых материал находится в двухфазных состояниях. Тогда зависимость произведения плотности и удельной теплоемкости, а также коэффициента теплопроводности от температуры можно записать в виде:

$$c\rho = \begin{cases} \frac{L_s \rho_s}{\Delta T_s}, T_s \leq T < T_s + \Delta T_s \\ \frac{L_L \rho_L}{\Delta T_L}, T_L \leq T < T_L + \Delta T_L \end{cases}, \quad (2)$$

$$\lambda(T) = \begin{cases} \frac{\lambda_s + (\lambda_L - \lambda_s)(T - T_s)}{\Delta T_s}, T_s \leq T < T_s + \Delta T_s \\ \frac{\lambda_L + (\lambda_V - \lambda_L)(T - T_L)}{\Delta T_L}, T_L \leq T < T_L + \Delta T_L \end{cases},$$

где  $T_s, T_L$  – температуры плавления и кипения,  $\Delta T_s, \Delta T_L$  – температурные интервалы, в котором вещество находится в двухфазном состоянии,  $\lambda_s, \lambda_L$  и  $\lambda_V$  – коэффициент теплопроводности твердой, жидкой и газообразной фазы.

В однофазных областях будем считать, что теплофизические параметры являются постоянными, равными соответствующим табличным значениям. Положение границ раздела определяется по положению температурных интервалов двухфазных областей. Границы раздела фаз при таком приближенном подходе несколько размываются. Однако для расчета этот метод очень удобен, так как решается единственное уравнение с переменным коэффициентом. Тогда граничные условия будут иметь вид:

$$\text{при } x=0: \begin{cases} -\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} = q_0, & t < t_1 \\ T = T_L + \Delta T_L, & t_1 \leq t < t_2 \\ T = T_L, & t_0 \leq t < t_2 \\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0, & t \geq t_2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{при } x=l: \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0,$$

где  $q_0 = E_s/t_0$  – плотность мощности за время действия импульса  $t_0$ ,  $E_s$  – плотность энергии пучка электронов. Начальная температура определяется зависимостью

$$T(0, x) = T_0, \quad 0 < x < l. \quad (4)$$

Момент времени  $t_1$ , при котором на левой границе начинается испарение, определяется из условия  $T(t_1, 0) = T_L + \Delta T_L$ . В дальнейшем температура границы не меняется, а энергия, подводимая к образцу, идет на испарение до момента времени  $t_0$ . Когда импульс заканчивается в момент времени  $t_0$ , температура левой границы стенки продолжает оставаться постоянной (равной  $T_L$ ) некоторое время за счет энергии, отданной ранее испаренным газом. Это продолжается до того момента времени  $t_2$ , когда энергия, введенная в образец, не станет равной энергии импульса  $E_s$ . Это время определяется из уравнения, которое следует из закона сохранения энергии.

Таким образом, начально-краевая задача (1) – (4) является математически замкнутой.

Определим момент времени  $t_2$ . Для этого проинтегрируем уравнение теплопроводности по координате от 0 до  $l$ . Тогда

$$\frac{dW}{dt} = \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=l} - \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0}, \quad (5)$$

где  $W(t) = \int_0^l c\rho T(x, t) dx$ . С учетом граничных условий (3) интегрируем (5) по времени

$$W(t_2) - W(0) = \frac{E_s t_1}{t_0} + \lambda_V \Delta T_V \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{x_V(t)} + \lambda_L (T_V - T_L) \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{x_L} \quad (6)$$

где  $x_V(t)$  и  $x_L(t)$  – зависимости координат фронта плавления и испарения, от времени. Полагая, что в систему подводится энергия на единицу площади равная  $E_s = W(t_2) - W(0)$ , получим уравнения для определения момента времени  $t_2$ .

$$\int_{t_0}^{t_2} \frac{dt}{x_L(t)} = \left( 1 - \frac{t_1}{t_0} \right) \frac{E_s}{\lambda_L (T_V - T_L)} + \frac{\lambda_V \Delta T_V}{\lambda_L (T_V - T_L)} \int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{x_V(t)}. \quad (7)$$

Следовательно, поставленная задача состоит в определении поля температур, которое является решением начально-краевой задачи (1) – (5) и (7). Эта задача решалась численным методом сеток с использованием неявной разностной схемы [9]. Полученная система алгебраических уравнений решалась методом прогонки. Толщина пластины принималась равной 600 мкм. Она достаточно велика для обеспечения идентичности наших результатов с резуль-

татами для пластины бесконечной толщины за время до 2000 мкс.

Для сравнения с экспериментальными результатами электронно-пучковой обработки материалов решение задачи (1) – (5) проводили для технически чистого титана, имеющего следующие теплофизические параметры [10]:  $T_s = 1998 \text{ К}$ ,  $L_s = 304 \text{ кДж/кг}$ ,  $T_L = 3560 \text{ К}$ ,  $L_L = 8900 \text{ кДж/кг}$ ,  $\rho_s = 4500 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_L = 4100 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_s = 318 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $c_L = 400 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $\lambda_s = 25 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ,  $\lambda_L = 30 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ . Результаты расчетов для плотности энергии пучка электронов  $45 \text{ Дж/см}^2$  и времени действия импульса  $200 \text{ мкс}$  представлены на рис. 2, а, б. Из представленных зависимостей видно, что температура не превышает температуру испарения и поэтому можно вычислить границу области проплавления. Расчеты при других значениях плотности энергии и времени действия импульса показали, что последний параметр практически не влияет на глубину проплавления, которая линейно растет с возрастанием плотности энергии (таблица).

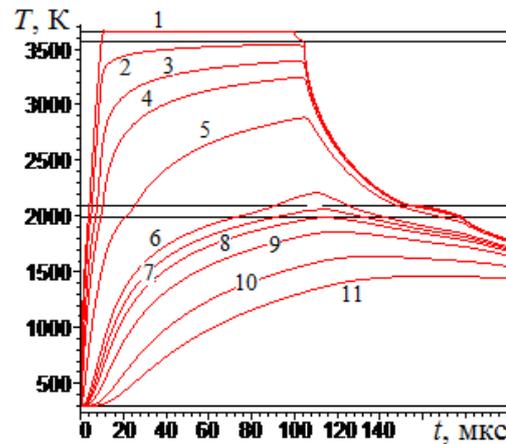
Зависимость глубины проплавления от плотности энергии

$E_s$ , Дж/см <sup>2</sup>	$t_0$ , мкс	$t_1$ , мкс	$t_2$ , мкс	$x_{\text{плав}}$ , мкм
45	200	109	329	25
	100	26	337	26
55	200	73	492	32
	100	18	508	33
65	200	52	700	38
	100	13	716	39

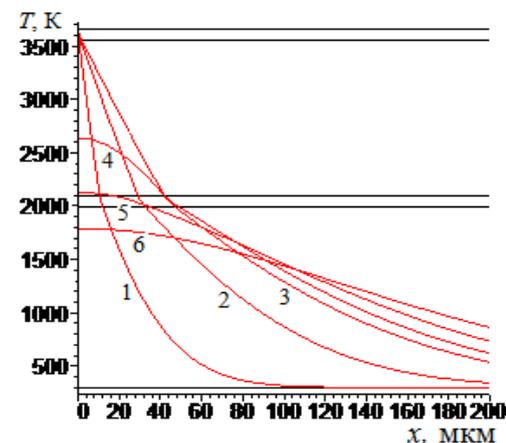
Таким образом, разработанная математическая модель существенно отличается от тепловых моделей воздействия концентрированных потоков энергии, не учитывающих испарения, где главную роль играет плотность теплового потока, а глубина проплавления пропорциональна квадратному корню из  $t_0$ .

Полученные результаты математического моделирования распределения температур при воздействии электронных пучков в условиях учета испарения позволяют качественно объяснить данные эксперимента [3 – 5]. Для количественного описания экспериментальной зависимости глубины проплавления от плотности энергии пучка электронов в рамках данной модели существует настраивающий параметр – коэффициент теплопроводности жидкого тита-

на. Для покоящейся жидкости он в два раза меньше чем для твердого тела. Как известно, при воздействии концентрированных потоков энергии происходит конвективное течение материалов, что позволяет считать таковым этот коэффициент. Другая возможность параметризации экспериментальных данных лежит в учете теплоты химических реакций при образовании карбидных фаз [11].



1 – 0 мкм; 2 – 2 мкм; 3 – 6 мкм; 4 – 10 мкм; 5 – 20 мкм;  
6 – 40 мкм; 7 – 45 мкм; 8 – 50 мкм; 9 – 60 мкм;  
10 – 80 мкм; 11 – 100 мкм



1 – 100 мкс; 2 – 500 мкс; 3 – 1000 мкс; 4 – 1200 мкс;  
5 – 1500 мкс; 6 – 2000 мкс

Рис. 2. Распределение температуры титана по времени на различных расстояниях от поверхности облучения (а) и по координате в различные моменты времени (б)

### Выводы

1. Разработана модель воздействия электронных пучков с учетом испарения металла с поверхности.

2. Для технически чистого титана установлена линейная зависимость глубины проплавления от плотности энергии пучка элект-

тронов. Показано, что время действия импульса не влияет на глубину проплавления.

*Авторы выражают благодарность Н. А. Сосковой за участие в обсуждении результатов работы.*

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Структура, фазовый состав и свойства поверхностных слоев титана после электровзрывного легирования и электронно-пучковой обработки / под ред. В. Е. Громова, Ю. Ф. Иванова, Е. А. Будовских. – Новокузнецк: Изд-во «Интер-Кузбасс», 2012. – 436 с.
2. Romanov, D. A. Surface Relief and Structure of Electroexplosive Composite Surface Layers of the Molybdenum-Copper System / D. A. Romanov, E. A. Budovskikh, V. E. Gromov // Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques 2011. Vol. 5. No. 6. P. 1112–1117.
3. Иванов, Ю. Ф. Морфология поверхности титана ВТ1-0 после электровзрывного легирования алюминием и электронно-пучковой обработки / Ю. Ф. Иванов, С. В. Карпий, Н. Н. Коваль и др. // Деформация и разрушение материалов. 2009. – № 9. – С. 39–41.
4. Карпий, С. В. Структурно-фазовые состояния титана после электровзрывного легирования и последующей электронно-пучковой обработки / С. В. Карпий, М. М. Морозов, Е. А. Будовских и др. // Успехи физики металлов. – 2010. – Т.11. – № 3. – С. 273–293.
5. Карпий, С. В. Структурно-фазовые состояния поверхности титана ВТ1-0 после электровзрывного бороалитирования и алитирования, и последующей электронно-пучковой обработки / С. В. Карпий, М. М. Морозов, Ю. Ф. Иванов и др. // Материаловедение. – 2010. – № 10. – С. 61–64.
6. Громов, В.Е. Анализ растворения углерода в титане при электронно-пучковой обработке / В. Е. Громов, С. В. Райков, Д. А. Шерстобитов и др. // Вестник Южно-Уральского гос. университета. – 2013. – Т.5. – В.1. – С. 82–87.
7. Сарычев, В. Д. Математическая модель тепловых процессов в титане с учетом фазовых переходов / В. Д. Сарычев, Е. С. Васьук, В. Е. Громов // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2011. – № 1. – С. 61–65.
8. Сарычев, В. Д. Математическая модель формирования зоны теплового влияния при воздействии импульсных потоков энергии / В. Д. Сарычев, С. В. Коновалов, Б. Б. Хаимзон // Известия вузов. Черная металлургия. – № 8. – 2011. – С. 52–56.
9. Самарский, А. А. Вычислительная теплопередача / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М. : Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
10. Смитлз, К. Дж. Металлы. Справочник / К. Дж. Смитлз Металлы; под ред. С. Г. Глазунова. –М. : Металлургия, 1980. – 488 с.
11. Хаимзон, Б. Б. Механизм растворения частиц углерода в титане при воздействии концентрированных потоков энергии / Б. Б. Хаимзон, Н. А. Соскова, В. Д. Сарычев и др. // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – № 4. – 2011. – С. 61–65.