НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Учебно-методическое пособие
по курсу «Теория вероятностей и основы математической статистики»
для студентов физико-технического факультета
направлений подготовки 161700 – Баллистика и гидраэродинамика,
223200 –Техническая физика, 151600 – Прикладная механика, 221000 –
Мехатроника и робототехника

Томск
2014

РАССМОТРЕНО И УТВЕРЖДЕНО методической комиссией физико-технического факультета

Протокол № 3 от «27» ноября 2014 г.

Председатель МК ФТФ В.А. Скрипняк

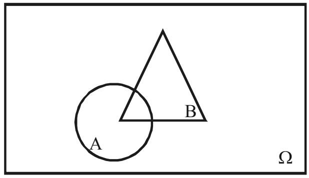
Пособие составлено в соответствии с программой курса «Теория вероятностей и основы математической статистики» для студентов физико-технического факультета направлений подготовки 161700 – Баллистика и гидраэродинамика, 223200 –Техническая физика, 151600 – Прикладная механика, 221000 – Мехатроника и робототехника. Рассмотрены вопросы, связанные с базовыми понятиями дисциплин теория вероятностей и математическая статистика. Пособие содержит теоретический материал, методические указания, примеры решение основных типов задач, задачи для аудиторной и самостоятельной работы студентов.

СОСТАВИТЕЛИ: Е.И. Борзенко, И.В. Еремин.

Содержание

1. Случайные события

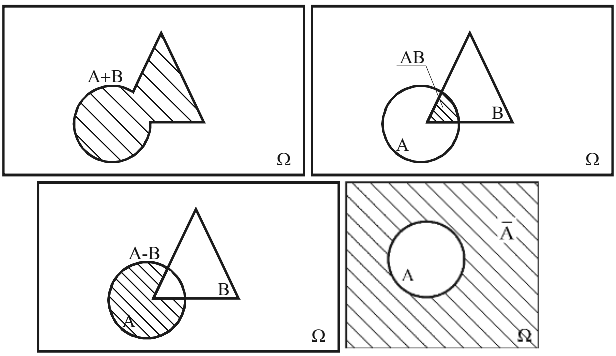
§ 1. Первоначальные понятия теории вероятностей



Под *элементарным событием* будем понимать появление или непоявление того или иного исхода испытания (выпадение «решки» при подбрасывании монеты, получение оценки «отлично» на экзамене).

Множество **Ω**, каждому элементу которого соответствует один исход испытания, называют *пространством элементарных событий (ПЭС)*. Подмножество пространства элементарных событий называют *случайным событием* (выпадение четного числа на верхней грани игрального кубика, попадание в мишень).

Случайное событие называется *достоверным* V, если оно заведомо произойдет в результате данного испытания и *невозможным* U, если оно заведомо не может произойти. Два случайных события называются *несовместными*, если они не могут произойти одновременно при одном и том же исходе испытания.



Суммой событий A и B есть событие $C=A+B$, состоящее в наступлении хотя бы одного из событий A или B. *Произведение* событий A и B есть событие $C=AB$, состоящее в наступлении обоих событий A и B одновременно. *Разность* событий A и B есть событие $C=A-B$, состоящее в том, что A происходит и B не происходит. *Противоположенным* событию A называют событие $\bar{A}$, которое происходит тогда и только тогда, когда не происходит событие A.

Говорят, что события $H_1, H_2, ..., H_n$ образуют *полную группу*, если они попарно несовместны $\left(H_i H_j = \varnothing, i \neq j\right)$ и их объединение эквивалентно достоверному событию $\left(H_1 + H_2 + ... + H_n = \Omega\right)$.

Пример 1. Упростить выражения $A = (B + C)(B + \overline{C})(\overline{B} + C)$.

Решение. Вначале перемножим вторую и третью скобку и воспользуемся некоторыми элементарными свойствами.

$$A = (B + C)(B\overline{B} + \overline{C}\,\overline{B} + BC + \overline{C}C) = (B + C)(\varnothing + \overline{C}\,\overline{B} + BC + \varnothing) =$$
$$= (B + C)(\overline{C}\,\overline{B} + BC)$$

Теперь проведем аналогичные действия с оставшимися скобками.

$$A == B\overline{C}\,\overline{B} + C\overline{C}\,\overline{B} + BBC + CBC = \varnothing + \varnothing + BC + BC = BC$$

Пример 2. Доказать, что $\overline{A + B} = \overline{A}\,\overline{B}$ (соотношение де-Моргана).

Решение. События $\overline{A}$ и $\overline{B}$ означают непоявление событий *A* и *B* соответственно, а их произведение – непоявление их одновременно. Сумма событий *A*+*B* есть событие, состоящие в наступление хотя бы одного из них. Противоположенное событие $\overline{A + B}$ означает непоявление обоих одновременно.

1.1. На десяти жетонах выбиты числа 1, 2, 3, …, 10. Наудачу извлекается один жетон. В каких вариантах указаны все возможные исходы испытания:

а) {четное, нечетное};

б) {простое, 4, 6, 8, 9, 10};

в) {четное, 1, 3, 5};

г) {не более трех, не менее четырех}?

1.2. Какие из следующих пар событий являются несовместными:

а) наудачу выбранное натуральное число от 1 до 100 включительно: делится на 10, делится на 11;

б) нарушение в работе первого двигателя, нарушение в работе второго двигателя летящего самолета;

в) попадание, промах при одном выстреле;

г) выигрыш, проигрыш в шахматной партии;

д) наудачу выбранное натуральное число от 1 до 25 включительно является: четным, кратным трем?

1.3. В каких из следующих примеров события образуют ПЭС:

а) выигрыш, проигрыш в шахматной партии;

б) выпадение (в указанном порядке) герба-герба, герба-решки, решки-решки при двукратном подбрасывании монеты;

в) попадание, промах при одном выстреле;

г) появления 1, 2, 3, 4, 5, 6 очков при однократном бросании кости?

1.4. Укажите ПЭС для следующих испытаний:

а) производится выстрел по мишени, представляющей собой 10 концентрических кругов;

б) проводиться турнирный футбольный матч между двумя командами;

в) наудачу извлекается одна кость из полного набора домино.

1.5. Сколько элементарных исходов содержит каждое из следующих случайных событий:

а) сумма двух наудачу выбранных однозначных чисел равна 12;

б) наудачу выбрана кость из полного набора домино – «дубль»;

в) число очков, выпавшее на верхней грани игрального кубика, нечетное;

г) наудачу вырванный листок из нового календаря соответствует тридцатому числу;

д) наудачу выбранное слово из множества A={тор, куб, квадрат, гипотенуза, событие, перпендикуляр, ромб} содержит не менее двух гласных.

1.6. Укажите какие из следующих событий являются случайными, достоверными, невозможными:

а) выигрыш по одному из билетов лотереи;

б) извлечение из урны цветного шара, если в ней находиться 3 синих и 5 красных шаров;

в) получение абитуриентом 25 баллов на вступительных экзаменах в университет при сдаче четырех экзаменов, если применяется пятибальная шкала оценок;

г) извлечение «дубля» из полного набора домино;

д) выпадение не более 6 очков на верхней грани игрального кубика.

1.7. Что означает событие $A+A$ и AA?

1.8. Когда возможно $AB=A$, $AB=B$?

1.9. Мишень состоит из десяти кругов, ограниченных концентрическими окружностями радиуса r_k (k=1, 2, … , 10), причем $r_1<r_2<\ldots<r_{10}$. Событие A_k – попадание в круг радиуса r_k. Что означают события

$$B=\sum\nolimits_{k=1}^{6} A_k,\ C=\prod\nolimits_{k=5}^{10} A_k\ ?$$

1.10. События *A,B* и *C* означают, что взято хотя бы по одной книге из трех различных собраний сочинений, каждое из которых содержит, по крайней мере, три тома. События A_s и B_k означают соответственно, что из первого собрания сочинений взято *s*, а из второго *k* томов. Что означают события а) $A+B+C$; б) ABC; в) A_1+B_2; г) $A_3 B_1+A_1B_3$.

1.11. Из таблицы случайных чисел наудачу взято одно число. Событие *A* – выбранное число делится на 5, событие *B* – данное число оканчивается нулем. Что означают события A-B и AB.

1.12. Событие *A* – хотя бы одно из имеющихся четырех изделий бракованное, событие *B* – бракованных изделий среди них не менее двух. Что означают противоположенные события $\bar{A}$ и $\bar{B}$.

1.13. Найти случайное событие *X* из равенства $\overline{X+A}+\overline{X+\bar{A}}=B$.

1.14. Доказать, что $A\bar{B}+\bar{A}B+\bar{A}\bar{B}=\overline{AB}$. Доказательство провести графически и аналитически.

1.15. Совместны ли события *A* и $\overline{A+B}$.

1.16. Доказать, что события *A*, $\bar{A}B$, $\overline{A+B}$ образуют полную группу. Доказательство провести графически и аналитически.

1.17. Прибор состоит из двух блоков первого типа и трех блоков второго типа. События: A_k (k=1, 2) – исправен *k*-й блок первого типа, B_j (j=1, 2, 3) – исправен *j*-й блок второго типа. Прибор исправен, если исправен хотя бы один блок первого типа и не менее двух блоков второго типа. Выразить событие *C*, означающего исправность прибора, через A_k и B_j.

1.18. Из 25 студентов группы 20 человек увлекается спортом (событие *A*), 9 музыкой (событие *B*), 6 – музыкой и спортом. Построить диаграмму Эйлера-Венна, показать и объяснить, что означают события $A\bar{B}$, $\bar{A}B$ и $\overline{A+B}$.

1.19. Среди студентов, сдавших экзамен по теории вероятностей выбирают одного наудачу. Пусть следующие события означают, что выбранный студент: *A* – старше 20 лет, событие *B* – получил «отлично» на экзамене, *C* – живет в общежитии.

а) Опишите событие $\bar{A}BC$.

б) При каких условиях имеет место равенство $ABC=A$.

в) Будет ли иметь место событие $\bar{A}B$, если девятнадцатилетний Саша Петров получил на экзамене оценку «отлично».

§ 2. Элементы комбинаторики

Согласно классическому определению подсчет вероятности события A сводиться к подсчету числа благоприятных ему исходов. Делают это обычно комбинаторными методами, которые основаны на двух правилах.

Правило умножения: если из некоторого конечного множество первый объект x можно выбрать n_1 способами и после каждого такого выбора второй объект y можно выбрать n_2 способами, то оба объекта x и y в указанном порядке можно выбрать $n_1 \cdot n_2$ способами. Этот принцип, очевидно, распространяется на случай трех и более объектов.

Пример 1. Турист планирует поездку из Чикаго в Саутгемптон через Нью-Йорк и обратно тем же маршрутом. При этом он решает воспользоваться услугами одной из шести авиалиний между Нью-Йорком и Чикаго и одной из четырех морских линий между Нью-Йорком и Саутгемптоном. Сколькими способами он может совершить эту поездку при условии, что не воспользуется никакой линией дважды?

Решение. Поездку из Чикаго в Нью-Йорк можно совершить шестью разными способами, после чего поездку в Саутгемптон можно совершить четырьмя способами. Затем обратную поездку из Саутгемптона в Нью-Йорк можно совершить тремя способами и из Нью-Йорка в Чикаго – пятью. Используя принцип умножения, получаем, что общее количество способов совершить всю поездку равно n=6×4×3×5=360.

Правило суммы: если некоторый объект x можно выбрать n_1 способами, а объект y можно выбрать n_2 способами, причем первые и вторые способы не пересекаются, то любой из указанных объектов x или y можно выбрать n_1+n_2 способами.

Пример 2. В лаборатории работают три аналитика, десять программистов и 20 инженеров. Для сверхурочной работы в праздничный день заведующий должен выделить одного сотрудника. Сколько способов существует у начальника управления?

Решение. Заведующий лабораторией может отобрать одного аналитика $n_1 = 3$ способами, одного программиста – $n_2 = 10$ способами, а одного инженера – $n_3 = 20$ способами. Поскольку по условию задачи можно выделить любого сотрудника, согласно правилу суммы существует $n_1 + n_2 + n_3 = 3 + 10 + 20 = 33$ различных способа выбрать сотрудника для сверхурочной работы.

Схема выбора без возвращений.

Размещением из n элементов по m элементов (A_n^m) называется любое упорядоченное подмножество данного множеств, содержащие m элементов. То есть размещения – это выборки, отличающиеся друг от друга либо составом элементов, либо порядком их расположения.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Перестановкой из n элементов (P_n) называются размещения из n элементов по n элементов. Перестановки – это выборки, отличающиеся только порядком следования элементов.

$$P_n = n!$$

Последовательность длины n, составленная из k разных элементов, первый из которых повторяется n_1 раз, второй - n_2 раз, …, k-й - n_k раз (где $n_1+n_2+\ldots+n_k=n$) называется *перестановкой с повторениями* из n элементов.

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_k) = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \ldots n_k!}$$

Сочетанием из n элементов по m элементов (C_n^m) называется любое подмножество, которое содержит m элементов данного множества. То есть сочетания – это выборки, отличающиеся друг от друга только составом элементов.

$$C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

Ниже приведены формулы вычисления числа *размещений* и *сочетаний* для схемы выбора с возвращением:

$$\bar{A}_n^m = n^m,\ \bar{C}_n^m = C_{n+m-1}^m.$$

Указания. Решение задач на вычисления числа комбинаций рекомендуется проводить по следующей схеме:

1. Выяснить, упорядочены ли выборки (если да, то используем размещения или перестановки, иначе – сочетания).

2. Определить выборка с возвращением элементов или нет.

3. Подсчитать число элементов n основного множества.

4. Подсчитать число элементов m, входящих в выборку.

Пример 1. Составить различные размещения по 2 из элементов множества $D = \{a, b, c\}$; подсчитать их число.

Решение. Из трех элементов можно образовать следующие размещения по два элемента: $(a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, c), (c, b)$. С другой стороны согласно формуле $A_3^2 = 3 \cdot 2 = 6$.

Пример 2. Составить различные сочетания по 2 из элементов множества $D = \{a, b, c\}$; подсчитать их число.

Решение. Из трех элементов можно образовать следующие сочетания по два элемента: $(a, b), (a, c), (b, c)$. С другой стороны согласно формуле $C_3^2 = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 2} = 3$.

Пример 3. Четверо студентов сдают экзамен. Сколькими способами могут быть поставлены им оценки, если известно, что никому из них не будет поставлена неудовлетворительная оценка.

Решение. Общее число проставляемых оценок равно четырем (n=4). Каждый из студентов может получить любую из оценок: «отлично», «хорошо», удовлетворительно». Значит, рассматриваемое подмножество состоит из трех различных элементов (m=3). При этом порядок расстановки отметок существенен и оценки могут повторятся. Следовательно, необходимо составить размещения с повторениями из трех элементов по четырем $\overline{A}_3^4 = 3^4$.

2.1. Сколько различных «слов», состоящих из трех букв, можно образовать из букв слова БУРАН? А если «слова» содержат не менее трех букв.

2.2. Группа студентов изучает 10 различных дисциплин. Сколькими способами можно составить расписания занятий в понедельник, если в этот день должно быть 4 разных занятия.

2.3. Из 10 мальчиков и 10 девочек спортивного класса для участия в эстафете надо составить три команды, каждая из которых состоит из мальчика и девочки. Сколькими способами это можно сделать.

2.4. Сколько можно составить четырехзначных чисел так, чтобы любые две соседние цифры были различны?

2.5. Сколькими способами можно разложить в два кармана 9 монет различного достоинства?

2.6. У одного школьника 7 различных книг для обмена, а у другого – 16. Сколькими способами они могут осуществить обмен: книгу на книгу? Две книги на две книги?

2.7. В урне 12 белых и 8 черных шаров. Сколькими способами можно выбрать 5 шаров, чтобы среди них было: а) 5 черных; б) 3 белых и два черных?

2.8. Сколькими способами можно распределить 15 выпускников по трем районам, если в одном из них имеется 8, в другом - 5 и в третьем - 2 вакантных места.

2.9. Сколькими способами можно составить набор из 6 пирожных, если имеется 4 различных сорта.

2.10. Сколькими способами можно выбрать из слова ЛОГАРИФМ две согласных и одну гласную буквы?

2.11. Сколько «слов» можно получить, переставляя буквы в слове: а) ГОРА, б) ИНСТИТУТ.

2.12. Правильная игральная кость при бросании с равными шансами падает на любую из граней 1, 2, 3, 4, 5 или 6. В случае бросания двух костей сумма выпавших чисел заключается между 2 и 12. Как 9, так и 10 из чисел 1, 2, …, 6 можно получить двумя разными способами: 9=3+6=4+5 и 10=4+6=5+5. В задаче с тремя костями и 9, и 10 получаются шестью способами. Почему тогда 9 появляется чаще, когда бросают две кости, а 10, когда бросают три.

2.13. Сколько можно составить двузначных или трехзначных чисел из нечетных чисел при условии, что ни одна цифра не повторяется.

2.14. В проектном отделе завода работают восемь человек. Сколько существует способов распределить между ними три премии: а) одинакового размера; б) разных размеров, известных заранее?

2.15. В Петиной библиотеке есть 5 романов, 8 детективов и 4 сборников стихов, у Маши — 8, 2 и 9 соответственно. Сколькими способами Петя и Маша могут обменяться тремя романами, двумя детективами и одном сборником стихов?

2.16. Группу из 20 рабочих нужно разделить на 3 бригады, причем в первую бригаду должны входить 3 человека, во вторую — 5 и в третью — 12. Сколькими способами это можно сделать.

2.17. В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?

2.18. Каких чисел от 1 до 1 000 000 больше: тех, в записи которых встречается единица, или тех, в которых она не встречается?

§ 3. Непосредственный подсчет вероятности. Геометрические вероятности

Пусть проводиться опыт с n исходами, которые можно представить в виде полной группы несовместных равновозможных событий. Такие исходы называются случаями, шансами, элементарными событиями, опыт – классическим. Случай ω, который приводит к наступлению события A, называется благоприятным ему.

Вероятностью события A называется отношения m случаев, благоприятствующих этому событию, к общему числу n случаев, т.е.

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Наряду с обозначением $P(A)$ для вероятности события A используется обозначение p, т.е. $p = P(A)$. Из такого определения вероятности вытекают следующие свойства:

1. Вероятность любого события заключается между нулем и единицей ($0 \leq P(A) \leq 1$).
2. Вероятность невозможного события равна нулю ($P(V) = 0$).
3. Вероятность достоверного события равна единицы ($P(U) = 1$).
4. Вероятность суммы несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий ($P(A + B) = P(A) + P(B)$, если $AB = V$).

Геометрическое определение вероятности может быть использовано в том случае, когда вероятность попадания случайной точки в любую часть области пропорциональна мере этой части области (длине, площади, объему и т.д.) и не зависит от ее расположения и формы.

Если геометрическая мера всей области равна S, а мера части области, попадание в которую благоприятствует данному событию, есть S_1, то вероятность события равна $p=S/S_1$.

Используемое при формулировке ряда задач требование равновозможности попадание точки в любую часть области (линейной, двумерной и т.д.) понимается в смысле применимости понятия геометрической вероятности.

Указания. Анализ и решение задач, в которых вероятность рассматриваемого события вычисляется по классической формуле, могут быть выполнены по следующей схеме:

1. Уясните, в чем состоит испытание, рассматриваемое в задаче.

2. Уясните, являются ли исходы испытаний несовместными и равновероятными.

3. Подсчитайте число всех возможных исходов испытания (n).
4. Подсчитайте, число всех исходов испытания, благоприятствующих рассматриваемому событию (m).

Пример 1. В урне находиться 12 белых и 8 черных шаров. Какова вероятность того, что наудачу вынутый шар будет белым?

Решение. Пусть A – событие, состоящее в извлечении белого шара. Ясно, что $n = 12 + 8 = 20$ – число всех равновозможных случаев (исходов опыта). Число случаев, благоприятствующих событию A, равно 12. Следовательно, по формуле имеем

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{12}{20} = 0.6.$$

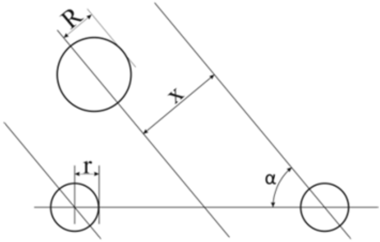
Пример 2. Группа туристов из 15 юношей и пяти девушек выбирают по жребию хозяйственную команду. Какова вероятность того, что в составе этой команды окажутся два юноши и две девушки.

Решение. Испытание состоит в том, что из 20 человек выбирают четверых. Так как выбор осуществляется по жребию, то все исходы испытания равновероятны и, кроме того, они не совместны. Число исходов испытания $n = C_{20}^4$, так как выборка состоит из 4 человек и порядок их расположения не учитывается. Событие A состоит в том, что в составе выбранных окажутся два юноши и две девушки. Двух юношей из 15 можно выбрать C_{15}^2 способами и после каждого такого выбора двух девушек из 5 можно выбрать C_5^2 способами. По правилу произведения событию A благоприятствует $m = C_{15}^2 C_5^2$ исходов испытания. Искомая вероятность вычисляется по формуле:

$$P(A) = \frac{C_{15}^2 C_5^2}{C_{20}^4} = \frac{70}{323}.$$

Пример 3. На горизонтальной плоскости вдоль прямой AB через интервал l расположены оси одинаковых вертикальных цилиндров с радиусом основания r. Под углом α к прямой бросается шар радиуса R, при чем $R + r \le 0,5 l \sin\alpha$. Определить вероятность столкновения шара с цилиндром, если пересечение линии движения центра шара с прямой AB равновозможно в любой точке.

Решение. Пусть x – расстояние от центра шара до ближайшей линии, проходящей через центр цилиндра параллельно направлению перемещения центра шара.



Возможные значения x определяются условием $0 \le x \le 0,5l\sin\alpha$. Столкновение возможно в том случае если $0 \le x \le R + r$. Таким образом, искомая вероятность равна отношению длин отрезков на которых находятся благоприятствующие и всевозможные значения x. Поэтому

$$p = \frac{R + r}{0.5l\sin\alpha}.$$

3.1. Случайно выбранная кость домино оказалась не дублем. Найти вероятность того, что вторую, также взятую наудачу кость, можно приставить к первой.

3.2. Даны числа от 1 до 30 включительно. Какова вероятность того, что наудачу выбранное цело число является делителем числа 30?

3.3. Цифровой замок содержит на общей оси пять дисков, каждый из которых разделен на шесть секторов с различными нанесенными на них цифрами. Замок открывается только в том случае, если каждый диск занимает одно определенное положение относительно корпуса замка. Определить вероятность открывания замка, если установлена произвольная комбинация цифр.

3.4. В лифт 9-этажного дома вошли 4 человека. Каждый из них независимо друг от друга может выйти на любом (начиная со второго) этаже. Какова вероятность того, что все вышли: а) на разных этажах; б) на одном этаже; в) на 5 этаже?

3.5. В барабане револьвера 7 гнезд, из них в 5 заложены патроны. Барабан приводится во вращение, потом нажимается спусковой крючок. Какова вероятность того, что, повторив такой опыт два раза подряд, револьвер: а) оба раза не выстрелит; б) оба раза выстрелит; в) выстрелит хотя бы один раз?

3.6. Семь человек рассаживают на удачу на скамейке. Какова вероятность того, что два определенных человека будут сидеть рядом?

3.7. На восьми одинаковых карточках написаны соответственно числа 2, 4, 6, 7 ,8, 11, 12 и 13. Наугад берутся две карточки. Определить вероятность того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима.

3.8. На десяти одинаковых карточках написаны различные числа от нуля до девяти. Определить вероятность того, что наудачу образованная с помощью данных карточек а) двухзначное число делиться на 18; б) трехзначное число делится на 36?

3.9. Из 10 билетов лотереи выигрышными являются два. Определить вероятность того, что среди взятых наудачу 5 билетов: а) один выигрышный; б) оба выигрышных; в) хотя бы один выигрышный?

3.10. Имеются пять билетов стоимостью по одному рублю, три билета по три рубля и два билета по пять рублей. Наугад берется три билета. Определить вероятность того, что: а) хотя бы два из этих билета имеют одинаковую стоимость; б) все три билета стоят семь рублей.

3.11. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 22 из Великобритании, 19 из Франции, остальные — из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии.

3.12. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Чехии, 4 спортсмена из Словакии, 4 спортсмена из Австрии и 9 — из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Австрии.

3.13. На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?

3.14. В партии из 10 деталей 7 первого сорта, 2 второго и одна бракованная. Определить вероятность того, что среди выбранных наудачу для проверки 3 деталей: а) все первосортные; б) хотя бы одна второго сорта.

3.15. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 13 очков.

3.16. Во время грозы на участке между 40-м и 70-м километрами телефонной линии произошёл обрыв провода. Считая, что обрыв одинаково