

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ НАУК

Сборник научных трудов
X Международной конференция студентов и молодых ученых

РОССИЯ, ТОМСК, 23–26 апреля 2013 г.

PROSPECTS OF FUNDAMENTAL SCIENCES DEVELOPMENT

X INTERNATIONAL CONFERENCE OF STUDENTS AND YOUNG SCIENTISTS

RUSSIA, TOMSK, April 23–26, 2013

Томск 2013

**ДВУМЕРНАЯ РЕАКЦИОННО ДИФФУЗИОННАЯ МОДЕЛЬ ФИШЕРА-КОЛМОГОРОВА-
ПЕТРОВСКОГО-ПИСКУНОВА**

В.В. Николаев

Научный руководитель: профессор, д. физ.-мат. н. А.В. Шаповалов

Томский государственный университет, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050

E-mail: vik-nikol@bk.ru

2D REACTION DIFFUSION FISHER-KOLMOGOROV-PETROVSKII-PISKUNOV MODEL

V.V. Nikolaev

Scientific Supervisor: Prof., Dr. A.V. Shapovalov

Tomsk State University, Russia, Tomsk, Lenin str., 36, 634050

E-mail: vik-nikol@bk.ru

We study numerically influence of boundary conditions on the pattern formation in the 2D Fisher-Kolmogorov-Petrovskii-Piskunov model with nonlocal interaction. Dependence of the structure mass on the model parameters is obtained.

Рассматривается однокомпонентное двумерное уравнение Фишера–Колмогорова–Петровского–Пискунова (ФКПП) с нелокальным взаимодействием. Данное уравнение при определенном выборе параметров описывает формирование пространственно неоднородных 2-мерных структур из начального распределения популяционной плотности. Запишем это уравнение в виде:

$$\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial y^2} \right) + a u(x, y, t) - k u(x, y, t) \int_{R^2} b(x, y, x_1, y_1) u(x_1, y_1, t) dx_1 dy_1, \quad (1)$$

где x, y – координаты точки в $\mathbb{R}^2$, t – время, $u(x, y, t)$ – кинетическая переменная (массовая плотность или концентрация, отнесенная на единицу площади), a – параметр темпа роста, k – параметр нелинейности. Уравнение (1) рассматривалось в [1] и является обобщением уравнения ФКПП [2] путем учета нелокального взаимодействия, которое описывается функцией влияния $b(x, y, x_1, y_1)$. Численные решения уравнения (1) построены для функции $b(x, y, x_1, y_1, t)$ гауссова вида:

$$b(x, y, x_1, y_1) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp(-((x - x_1)^2 + (y - y_1)^2) / 2\sigma^2) \quad (2)$$

и однородной функции в круге радиуса $\sqrt{3}\sigma$:

$$b(x, y, x_1, y_1) = \begin{cases} \frac{1}{12\sigma^2}, & \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \leq \sqrt{3}\sigma, \\ 0, & \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} > \sqrt{3}\sigma. \end{cases} \quad (3)$$

Параметр σ^2 характеризует эффективный размер области нелокального взаимодействия, точка

(x_1, y_1) отвечает максимуму функции b в случае (2) и положению центра функции b в случае (3).

Начальное распределение плотности u локализовано в окрестности точек (x_{i0}, y_{i0}) , $i=1, \dots, n$, и задается в виде

$$u(x, y, 0) = u_0(x, y) = \frac{f_0}{2\pi\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{(x_i - x_{i0})^2 + (y_i - y_{i0})^2}{2\sigma_0^2}\right). \quad (4)$$

здесь n – количество центров локализации (локальных максимумов) функции $u(x, y, 0)$.

Результаты численного моделирования приводят к выводу о том, что в рассматриваемой модели наблюдается формирование крестообразных структур, ранее получавшихся в других моделях [3]. В работах [4-5] найдены значения параметров уравнения (1), при которых численные решения указывают на формирование пространственных структур и описано их взаимодействие. С помощью численных решений уравнения (1) в круге радиуса R исследовано влияние граничных условий на динамику формирования структур. Граничное условие выбиралось в виде нулевого потока на границе круга. Построены зависимости массы сформировавшейся структуры от радиуса R , параметра σ и параметров начальной функции $u(x, y, 0)$.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке государственного задания «Наука» № 1.604.2011., в рамках темы 2.3684.2011. Томского государственного университета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Da Cunha J.A.R., Penna A.L.A., Oliveira F.A. Pattern formation and coexistence domains for a nonlocal population dynamics // Phys. Rev. E. – 2011. – V. 83. – P. 015201–1–4.
2. Колмогоров А.Н., Петровский Н.Г., Пискунов Н.С. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием вещества, и его применение к одной биологической проблеме // Бюл. МГУ. Сер. А. Математика и Механика. – 1937. – Т. 1. – № 6. – С. 1–16.
3. Цыганов М.А., Бикташев В.Н., Бриндли Дж., Холден А.В., Иваницкий Г.Р. Волны в кросс-диффузионных системах – особый класс нелинейных волн // Усп. физ. наук. – 2007. – Т. 177. – № 3. – С. 275–300.
4. Борисов А.В., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Формирование диссипативной структуры в двумерной популяционной динамике с нелокальным взаимодействием // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 316. – № 2. – С. 50–53.
5. Борисов А.В., Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. Численное моделирование популяционной 2D-динамики с нелокальным взаимодействием // Компьютерные исследования и моделирование. – 2010. – Т. 2. – № 1. – С. 33–40.