

УДК 536.21

А.М. БУБЕНЧИКОВ, М.А. БУБЕНЧИКОВ*, А.И. ПОТЕКАЕВ**, С.В. ТЫЩЕНКО*, М.А. ШЕРЕМЕТ****КОНВЕКЦИЯ В ОГРАНИЧЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ МЕЖДУ ДВУМЯ
ВРАЩАЮЩИМИСЯ ЦИЛИНДРАМИ¹**

Методами физического и математического моделирования исследована структура течения и теплообмен во вращающейся цилиндрической камере для случая, когда реализуется радиальный температурный напор. Математическая модель сформулирована в размерных переменных «функция тока – завихренность скорости – температура» в цилиндрических координатах. Получены распределения изолиний функции тока и температуры, отражающие влияние температурного напора и скорости вращения камеры на характер течения и теплоперенос. Установлено, что увеличение частоты вращения приводит к росту количества вихревых структур в полости и к существенной интенсификации течения в них, в то время как повышение температурного напора приводит к незначительному росту циркуляции среды в камере.

Ключевые слова: конвекция, коаксиальные цилиндры, радиальный температурный напор, моделирование.

Введение

Технология получения углерода, который является сажистой смесью фуллеренов, нанотрубок, графенов и аморфного углерода, описана в [1]. Для выделения из смеси наноразмерных незаряженных частиц более всего подходят аэродинамические технологии центрифугирование и термофорез. Для анализа тех или иных схем аэродинамического разделения необходимо знать для частиц различной формы величины коэффициентов сопротивления, которые теоретически получены в [2, 3]. Были получены решения статистических задач, определяющих долю столкнувшихся с частицей молекул, а также формулы для величин объемов λ -слоев, окружающих частицы. Оказалось, что доля столкнувшихся с частицей молекул и объем окружающего частицу λ -слоя существенным образом зависят от формы наночастиц (были рассмотрены фуллерены, нанотрубки и графен).

Таким образом, если известна аэродинамика и определен закон сопротивления частиц, могут быть рассчитаны траектории отдельных частиц, а также характеристики разделения смеси. Аэродинамика зависит от режима течения, который, в свою очередь, определяется устойчивостью потока. Применительно к рассматриваемым условиям при использовании метода малых колебаний, наложенных на основной поток, исследован (теория Тейлора) [4] характер развития возмущений со временем (затухающих в устойчивых режимах и возрастающих в неустойчивых) для случая, когда

$$r_2 - r_1 \ll r_2 + r_1. \quad (1)$$

При этом было установлено, что если цилиндры вращаются в одну и ту же сторону, то при условии

$$\omega_1 r_1^2 < \omega_2 r_2^2 \quad (2)$$

всегда будет наблюдаться устойчивость [4]. Как качественно, так и количественно теория Тейлора дает хорошее совпадение с опытом. Позднее уравнения теории Тейлора были приведены к значительно более простому виду и было показано, что критерий устойчивости (2) (при ω_1 и ω_2 одного знака) справедлив не только при выполнении условия (1), но и при любых соотношениях радиусов цилиндров [4]. Было получено, что генерируемое центробежной силой в цельносконструированной вращающейся камере ($\omega_1 = \omega_2$) течение в силу выполнения условия (2) всегда будет устойчивым (при любой угловой скорости вращения барабана), то есть будет ламинарным. Однако это течение имеет развитые вихревые структуры, которые из-за устойчивости не будут подвергаться распаду, а будут существовать как стационарные образования. Эти образования способствуют быстрому переносу наноразмерных частиц к внешней стенке камеры и в этом отношении представляют интерес для изучения.

¹ Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности ТГУ среди ведущих мировых научно-образовательных центров и при поддержке РФФИ, грант № 14-01-31365.

Целью настоящей работы является анализ полей скорости и температуры в рабочей камере газовой центрифуги для дальнейшего изучения динамики наночастиц на рассчитанном теплогидродинамическом фоне.

Методика моделирования и постановка задачи

Рассмотрим краевую задачу нестационарного конвективного теплопереноса в зазоре между двумя вертикальными коаксиальными цилиндрами, осевое сечение камеры представлено на рис. 1. На поверхности внутреннего цилиндра ($r = r_1$) пусть поддерживается постоянная температура T_1 , а на поверхности внешнего цилиндра ($r = r_2$) – температура $T_2 < T_1$. Горизонтальные стенки считаются теплоизолированными. Предположим, что в начальный момент времени несжимаемая жидкость, находящаяся между цилиндрами, имеет постоянную и одинаковую во всех точках температуру, причем жидкость неподвижна. В следующий момент времени внутренний и внешний цилиндры приобретают отмеченные выше постоянные значения температуры и начинают вращаться с некоторыми угловыми скоростями ω_1 и ω_2 соответственно. Предлагаемая геометрия задачи и граничные условия позволяют исключить влияние угла φ и проанализировать процесс переноса массы, импульса и энергии в сечении $\varphi = \text{const}$ (рис. 1) с учетом эволюции азимутальной компоненты скорости рабочей среды. При проведении вычислительных экспериментов будем предполагать, что теплофизические свойства внутренней среды не зависят от температуры. Жидкость будем считать теплопроводной ньютоновской, удовлетворяющей приближению Буссинеска.

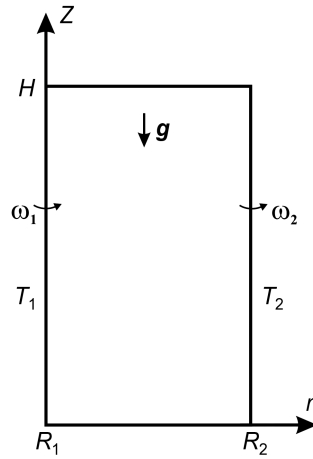


Рис. 1. Область решения задачи

В такой постановке процесс конвективного теплопереноса в анализируемой области решения (рис. 1) описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска в цилиндрических координатах. Если пренебрегать вязкой диссипацией энергии, то уравнения неразрывности, движения и энергии в полости будут иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{\partial}{\partial z}(rV_z) = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\nabla^2 V_r - \frac{V_r}{r^2} \right); \quad (4)$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 V_z + g\beta(T - T_0); \quad (5)$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = \nu \left(\nabla^2 V_\varphi - \frac{V_\varphi}{r^2} \right); \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \nabla^2 T. \quad (7)$$

Область изменения независимых переменных для системы уравнений (3) – (7) в осевом сечении камеры (рис. 1) примет вид $r_1 < r < r_2$, $0 < z < H$. Здесь r , φ , z – координаты цилиндрической сис-

темы координат; t – время; V_r, V_φ, V_z – составляющие скорости в проекции на оси r, φ и z соответственно; p – давление; ρ – плотность рабочей среды; ν – кинематический коэффициент вязкости; T – температура; T_0 – начальная температура в области решения; g – ускорение свободного падения; β – термический коэффициент объемного расширения; a – коэффициент температуропроводности среды; $\omega_1 = 2\pi n_1$ – угловая скорость вращения внутреннего цилиндра; $\omega_2 = 2\pi n_2$ – угловая скорость вращения внешнего цилиндра; n_1 – частота вращения внутреннего цилиндра; n_2 – частота вращения внешнего цилиндра; $\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

С целью сокращения вычислительных затрат наиболее целесообразным представляется преобразование сформулированной системы дифференциальных уравнений (3) – (7) к виду, исключающему непосредственный поиск поля давления. Для этого введем в рассмотрение функцию тока ψ и завихренность скорости ξ , которые задаются следующим образом [5]:

$$V_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad V_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \xi = \frac{\partial V_z}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial z}. \quad (8)$$

Тогда с учетом (8) уравнения (3) – (7) примут вид [6]

$$\nabla^2 \psi - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -r\xi; \quad (9)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial(\xi V_r)}{\partial r} + \frac{\partial(\xi V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(V_\varphi^2)}{\partial z} = \nu \left(\nabla^2 \xi - \frac{\xi}{r^2} \right) + g\beta \frac{\partial T}{\partial r}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = \nu \left(\nabla^2 V_\varphi - \frac{V_\varphi}{r^2} \right); \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \nabla^2 T. \quad (12)$$

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (9) – (12) имеют следующий вид:

начальные условия

$$\psi(r, z, 0) = \xi(r, z, 0) = V_\varphi(r, z, 0) = T(r, z, 0) - T_0 = 0;$$

граничные условия

- на границе $r = r_1$: $\psi = 0, \xi = -\frac{1}{r_1} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}, T = T_1, V_\varphi = \omega_1 r_1$;
- на границе $r = r_2$: $\psi = 0, \xi = -\frac{1}{r_2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2}, T = T_2, V_\varphi = \omega_2 r_2$;
- на границе $z = 0$: $\psi = 0, \xi = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}, \frac{\partial T}{\partial z} = 0, V_\varphi = 0$;
- на границе $z = H$: $\psi = 0, \xi = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}, \frac{\partial T}{\partial z} = 0, V_\varphi = 0$.

Метод решения

Сформулированные дифференциальные уравнения (9) – (12) с соответствующими начальными и граничными условиями решены методом конечных разностей на равномерной сетке.

Компоненты скорости V_r и V_z находятся, исходя из определения функции тока (8), как центральные разностные производные. Азимутальная компонента скорости V_φ находится как результат решения уравнения (11). При этом дискретизация конвективных слагаемых этого уравнения проводится с помощью монотонной аппроксимации А.А. Самарского [6]. Поле завихренности ξ находится на основе решения уравнения (10), в котором конвективные слагаемые аппроксимируются на основе схемы с донорными ячейками [5]. Поле температуры T определяется на основе решения уравнения (12), где дискретизация конвективных слагаемых проводится с помощью монотонной аппроксимации А.А. Самарского.

Данная схема, называемая также второй схемой с разностями против потока [5], обладает свойствами консервативности и транспортности, а также на некоторых задачах дает второй порядок точности.

Полученные при дискретизации дифференциальных уравнений (10) – (12) разностные уравнения с трехдиагональной матрицей разрешались на основе метода прогонки.

Описанная численная методика решения нестационарной краевой задачи конвективного теплопереноса была протестирована на модельной задаче естественной конвекции в вертикальном цилиндре [7]. В результате было получено достаточно хорошее согласование с известными результатами других авторов.

Результаты численного моделирования

Численные исследования краевой задачи (9) – (12) проведены при следующих значениях ключевых параметров: $r_1 = 0.1$ м; $r_2 = 0.2$ м; $H = 0.4$ м; $T_1 = 30$ °С; $T_2 = 60$ и 80 °С; $n_1 = n_2 = 50, 100$ об/с; $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ м²/с; $g = 9.8$ м/с²; $\beta = 0.0036$ К⁻¹; $a = 2.14 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Расчетами установлено, что при рассматриваемых частотах вращения барабанов влиянием гравитационных сил можно пренебречь.

На рис. 2 представлены изолинии функции тока и температуры при изменении частоты вращения цилиндров и температуры внешнего цилиндра.

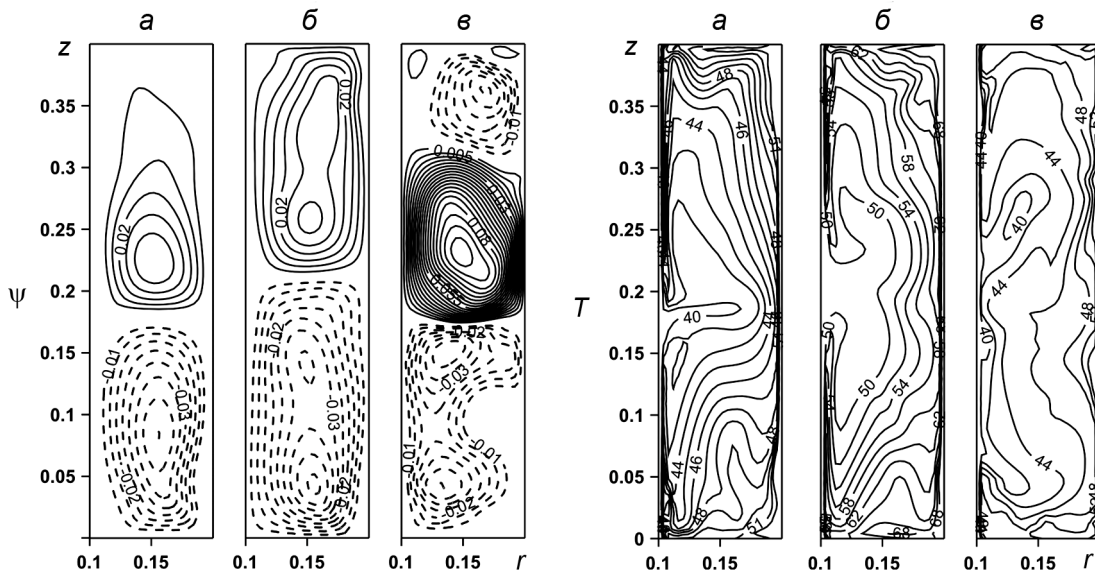


Рис. 2. Изолинии функции тока ψ и температуры T при $\tau = 200$: $T_2 = 60$ °С, $n_1 = n_2 = 50$ об/с (а); $T_2 = 80$ °С, $n_1 = n_2 = 50$ об/с (б); $T_2 = 60$ °С, $n_1 = n_2 = 100$ об/с (в)

Анализируя представленные распределения, можно отметить, что увеличение частоты вращения барабанов (рис. 2, а и в) приводит как к модификации вихревых структур внутри полости (наблюдается увеличение количества вихрей и изменение их конфигурации), так и к интенсификации конвективных ячеек – $|\psi_{i,j}|_{\max}^{n_1=n_2=50} = 0.045$, $|\psi_{i,j}|_{\max}^{n_1=n_2=100} = 0.1$. Распределение температуры также отражает влияние роста угловой скорости вращения камеры – происходит «раздвоение» термического факела (T на рис. 2, в), формирующегося со стороны поверхности внутреннего цилиндра (T на рис. 2, а), что обусловлено появлением нескольких рециркуляционных зон в полости.

В свою очередь, увеличение температурного напора, вызванное ростом температуры внешнего цилиндра, проявляется в смещении и раздвоении ядер двух конвективных ячеек, разделяющих полость камеры на две части (рис. 2, а и б). Увеличение T_2 приводит к незначительному росту скорости циркуляции сплошной среды $|\psi_{i,j}|_{\max}^{n_1=n_2=100} = 0.047$. При этом в структуре поля температуры заметны изменения, отражающие взаимодействие конвективного теплопереноса со стороны внутреннего цилиндра и кондуктивной теплопередачи со стороны внешнего цилиндра.

Заключение

Проведен анализ влияния скорости вращения камеры и радиального температурного напора на структуру течения и теплоперенос в полости камеры. Исследования проведены на основе разработанного и всесторонне протестированного численного аппарата для анализа задач конвективного теплопереноса. В результате получены распределения линий тока и изотерм при изменении температуры внешнего цилиндра и частоты вращения двух цилиндров. Установлено, что увеличение частоты вращения приводит к росту количества вихревых структур в полости и к существенной интенсификации течения в них, в то время как повышение температурного напора приводит к незначительному росту циркуляции среды в камере.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антипов В.Б., Бубенчиков М.А., Медведев Ю.В. и др. // Энергетическая безопасность России. Новые подходы к развитию угольной промышленности: сб. трудов XII Междунар. науч.-практич. конф. – Кемерово, 2010. – С. 103–105; Шваб В.А. Аэромеханические методы в технологии производства порошковой продукции. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1984. – 161 с.
2. Потекаев А.И., Бубенчиков М.А., Бубенчиков А.М. // Изв. вузов. Физика. – 2012. – Т. 55. – № 12. – С. 42–50.
3. Бубенчиков М.А., Потекаев А.И., Бубенчиков А.М. // Изв. вузов. Физика. – 2013. – Т. 56. – № 3. – С. 92–96.
4. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика: в 2 ч. – М.: Физматлит, 1963. – Ч. 2. – 728 с.
5. Роч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
6. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.
7. Кузнецов Г.В., Аль-Ани М.А., Шеремет М.А. // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2011. – № 1(13). – С. 93–104.

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
г. Томск, Россия

**Сибирский физико-технический институт им. В.Д. Кузнецова
Томского государственного университета, г. Томск, Россия
E-mail: alexy121@mail.ru; potekaev@spti.tsu.ru

Поступила в редакцию 29.07.13,
после доработки – 14.03.14.

Бубенчиков Алексей Михайлович, д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой;
Бубенчиков Михаил Алексеевич, к.ф.-м.н., доцент;
Потекаев Александр Иванович, д.ф.-м.н., профессор, директор;
Тыщенко Светлана Витальевна, аспирантка;
Шеремет Михаил Александрович, д.ф.-м.н., доцент, профессор.