

## МЕМУАРЫ, ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ, ПЕРСОНАЛИИ

И.А. Александров, Л.С. Копанева, Г.Г. Пестов

### ИСТОРИЯ КАФЕДРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТОМСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Эта статья посвящена деятельности кафедры математического анализа с момента её создания по 2008 год.

Кафедра математического анализа была создана в 1938 году на физико-математическом факультете Томского государственного университета (ТГУ). Согласно архивным документам, на должность заведующего кафедрой была назначена доцент Евстолия Николаевна **Аравийская**. В 1940 году заведующим кафедрой избирается **П.П. Куфарев**.

В состав механико-математического факультета (ММФ) кафедра вошла с уже почти десятилетним опытом работы. При распределении учебных поручений курсы алгебры, геометрии, теоретической механики, астрономии, предусмотренные программой подготовки математиков, механиков, астрономов на ММФ, были закреплены за профильными кафедрами. За кафедрой математического анализа закрепились, в дополнение к курсу математического анализа, основному по значимости и объёму в подготовке специалистов на ММФ, другие курсы: теория функций комплексного переменного, теория функций действительного переменного, обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, топология, теория вероятностей и соответствующие спецкурсы, отражающие научные интересы сотрудников кафедры.

Учебные поручения сотрудников кафедры были трудоёмкими. Осваивались новые курсы, новые учебники, изучалась переводная иностранная литература. Курсы лекций наполнялись новыми научными результатами и отражали творческую напряжённость каждодневной работы преподавателей. По нашим студенческим впечатлениям (два старших автора этой статьи поступили на ММФ в 1949, 1950 годах), получившим впоследствии силу достоверности, ведущими сотрудниками кафедры были Павел Парфеньевич Куфарев и Захар Иванович Клементьев.

Павел Парфеньевич родился в г. Томске 18 (31) марта 1909 года. Его отец, Парфений Фёдорович (1860–1914), родом из крестьян Вологодской губернии, служил кондуктором на железной дороге, а затем делопроизводителем квартирного отдела Томской городской управы. В тяжёлые годы Первой мировой, а затем и гражданской войны Павел остался без родителей. Обязанности по воспитанию Павла взяли на себя старший брат Леонид, инженер-химик, выпускник Томского технологического института, и сестра Ольга, выпускница медицинского факультета ТГУ.

Окончив в 1926 году девятилетнюю школу №5 г. Томска, Павел Парфеньевич в 1927 году поступил на химическое отделение физико-математического факуль-

тета ТГУ, но затем перевёлся на математическое отделение. В 1930 году специальность «чистая математика» была закрыта на факультете и продолжить математическое образование П.П. Куфарев решает в МГУ или ЛГУ. Из обоих университетов пришло положительное решение о переводе, но по просьбе профессора Л.А. Вишневого, заведовавшего в то время математическим отделением, ректор ТГУ профессор Д.В. Горфин отказывает талантливому студенту в переводе. После окончания в 1931 году университета по специальности «прикладная математика» Павла Парфеньевича по распределению направляют в специальное конструкторское бюро ленинградского завода «Красный путиловец». Он возвращается в ТГУ и занимает с 10 января 1932 года должность ассистента. До конца жизни не прерывалась его связь с ТГУ.

В середине 30-х годов прошлого столетия большая группа математиков ТГУ организовала научный семинар по теории аналитических функций под руководством работавшего в Томске с 1935 по 1937 год крупного математика и механика С.Б. Бергмана, эмигрировавшего из фашистской Германии. Совместная работа Е.Н. Аравийской, С.Б. Бергмана, Г.А. Бюлера, П.П. Куфарева, А.К. Минятова, И.М. Митрохина, Н.П. Романова, А.А. Темлякова, Б.А. Фукса и других оказалась весьма плодотворной. В 1935–1936 гг. она положила в Советском Союзе начало исследованиям по теории функций двух и многих комплексных переменных. Участники семинара стали позднее руководителями научных школ по теории функций одного и многих комплексных переменных в ряде университетов. Творческая обстановка, сложившаяся в коллективе, образовавшем семинар, способствовала быстрому росту качества научных исследований и расширению тематики.

В 1936 году Павел Парфеньевич защитил кандидатскую диссертацию «К вопросу о кручении и изгибе стержней полигонального сечения», а 16 июня 1943 года на заседании учёного совета ТГУ – докторскую диссертацию «Об однопараметрических семействах однолистных функций» (официальные оппоненты профессора Н.П. Романов, П.К. Рашевский, С.А. Чунихин). В 1944 году получил звание профессора. С 1938 по 1940 год он заведовал кафедрой теоретической механики, затем с 1940 по 1964 год – кафедрой математического анализа, а с 1965 по 1968 год – кафедрой теории функций на механико-математическом факультете, открытом в 1948 году. Павел Парфеньевич был одним из инициаторов открытия в ТГУ этого факультета и с 1952 по 1955 год был его деканом. С большой энергией и вниманием к интересам студентов вёл как преподавательскую, так и научную работу, вовлекая в неё молодёжь и закладывая основы Томской математической школы. Так, в годы Великой Отечественной войны и позже ему приходилось в учебном году читать лекции по 6–7 различным математическим дисциплинам не только на ММФ ТГУ, но и по совместительству в Томском государственном педагогическом институте (ныне ТГПУ) и Томском политехническом институте (ныне ТПУ).

До создания Сибирского отделения Академии наук СССР в Новосибирске П.П. Куфарев был единственным в Сибири математиком с учёной степенью доктора наук.

Павел Парфеньевич был педагогом по призванию, любимым студентами лектором и экзаменатором. Значительным был его вклад в математическое образование в Сибири. Все, кому довелось слушать лекции Павла Парфеньевича по теории функций комплексного переменного, обыкновенных дифференциальных уравнений, теории упругости и другим общим и специальным курсам по актуальным вопросам математики и механики, отмечают исключительную познавательную цен-

ность, доступность и композиционное совершенство, помнят его маленькую записную книжечку, которую он доставал из кармана в начале лекций и потом, забыв о ней, выводил доказательство той или иной теоремы, увлекая за собой всю аудиторию. Одна из его первых учениц отмечала, что «именно в этих лекциях многие из нас впервые обнаруживали, что доказательство может быть красивым, а иногда даже распутывание лабиринта чужой мысли, изложенной в начале, может быть источником настоящей радости. Нам казалось, что мы впервые оказались поблизости от чего-то величественного и прекрасного». Авторизованных записей лекционного материала, к сожалению, не существует. Но о стиле изложения лекционного материала, аналитическом совершенстве выкладок, сопровождающих доказательства теорем и выводы формул, можно составить представление по текстам его статей и докладов, обращая, в частности, внимание на строгость рассуждений, лаконичность формулировок, способы разъяснения трудных мест.

Плодотворным был его стиль работы с аспирантами: требовательность к точности математических выкладок, своевременная направляющая исследования помощь и предоставление значительной самостоятельности. Консультации с аспирантами могли происходить на кафедре, на его квартире, на скамье в университетской роще, когда Павел Парфеньевич на каком-либо листочке набрасывал заметки к размышлениям и некоторые формулы, разбор которых мог дать аспиранту месяц напряжённой работы. Для начинающих исследователей очень поучительным было чтение его черновых тетрадей большого размера, в которых он подробнейшим образом описывал ход рассуждений при получении того или иного результата. Большинство его аспирантов посвятили себя научной работе, превратились в крупных исследователей, стали высококвалифицированными специалистами в учреждениях высшего профессионального образования. Фундаментальные результаты его работ являлись основой научных исследований его учеников, из которых 23 защитили кандидатские диссертации, а трое из его школы защитили докторские диссертации и стали известными учёными.

В ТГУ организовался научный семинар по геометрической теории функций комплексного переменного и началось издание сборников научных трудов «Вопросы геометрической теории функций».

П.П. Куфарев внёс большой вклад в развитие Томского государственного университета в годы Великой Отечественной войны и последующие годы, сосредотачиваясь не только на получении математических результатов, но в большой мере также на вопросах качества математического образования, взаимодействия математиков с ведущими учёными широко известной своими достижениями томской физической школы. В 1943–1944 годах по совместительству он является научным сотрудником СФТИ, где вместе с П.К. Рашевским, доцентами Е.Н. Аравийской и Е.Д. Томиловым занимается вопросами теории винтовых пружин. Он умел ставить задачи, стимулирующие творческие усилия молодых учёных, их интерес к научным событиям в мировом математическом сообществе. Этому способствовала его активная авторская деятельность в информационно-реферативных журналах «Математика», «Механика», «Mathematical Reviews», работа в составе редколлегии журнала «Прикладная математика и механика» и, конечно же, высокая образованность, бывшая одним из его достоинств.

Он был инициатором проведения в Томском государственном университете Сибирских конференций по математике и механике, выступал с докладами на международных и всесоюзных съездах и конференциях. При жизни Павла Парфень-

евича развитие математики в томских вузах в значительной мере определялось его научной деятельностью, его общественной работой как математика.

Говорил Павел Парфеньевич без артистических приёмов, ровным приятным голосом. Свои соображения излагал в лаконичной форме, не позволяя себе, собеседникам и слушателям упускать из внимания предмет обсуждения. Одевался просто. На лекциях всегда был в неброском классическом костюме и запомнился многим повернувшимся лицом к доске с мелом в одной руке и тряпкой в другой. Его чуть сутуловатая фигура узнавалась издали по неспешной походке и спокойным движениям рук. Он любил Томск, его ближние и дальние пригороды. Летние отпуска обычно проводил на берегу Оби. На прекрасных полянах около села Киреевское Кожевниковского района Томской области останавливался для отдыха с обязательным купанием и плаванием через Обь. В этих местах располагается теперь база отдыха студентов и преподавателей ТГУ. Участвовал в студенческих вечерах и торжествах в Доме учёных и иногда соглашался спеть или станцевать лезгинку, неизменно в таких случаях представляясь как Куфаридзе. Но больших и шумных компаний не любил.

За заслуги в развитии математической науки и многолетнюю плодотворную педагогическую деятельность П.П. Куфарев был награждён двумя орденами Трудового Красного Знамени (1953, 1961) и медалью «За доблестный труд в Великой Отечественной войне» (1945). Заслуженный деятель науки РСФСР (1968).

Интенсивная научная работа П.П. Куфарева продолжалась более 25 лет и прервалась из-за тяжёлой болезни, приведшей к кончине Павла Парфеньевича 17 июля 1968 года.

Широта научных интересов П.П. Куфарева велика. Она выделяет его среди математиков, работавших одновременно с ним в области теории функций комплексного переменного, в применениях методов этой теории к задачам гидромеханики, теории упругости, теории анизотропных тел, и делает его дарование явлением ярким и запоминающимся. Все научные результаты, полученные П.П. Куфаревым, были в своё время, а некоторые остаются и сейчас, новыми и, обычно для него, полученными оригинальными способами. Он умел с большой изобретательностью преодолевать технические трудности в сложных аналитических построениях, преобразованиях и выкладках и неоднократно вызывал восхищение специалистов своими находками.

К систематическим исследованиям в направлении теории аналитических функций П.П. Куфарев приступил уже после защиты кандидатской диссертации, в которой он использовал аппарат комплексного анализа применительно к теории упругости. Вероятно, усиление интереса П.П. Куфарева к задачам теории аналитических функций произошло под влиянием творческой обстановки семинара под руководством С.Б. Бергмана. Используя свойства ядровой функции области, П.П. Куфарев в своих ранних работах, близких к тематике семинара, решает задачу о нахождении отображения кругового кольца на область минимальной площади, а также выделяет особенность ядровой функции при стремлении её аргумента к граничной точке области по прямолинейному пути.

Важным результатом дальнейших исследований П.П. Куфарева стала статья «Об однопараметрических семействах аналитических функций», опубликованная в 1943 году. В этой статье, ставшей основой докторской диссертации П.П. Куфарева, рассматривается вопрос об условиях существования производной функции  $F(z, t)$  по переменной  $t$ , отображающей область  $G$  плоскости комплексного переменного  $z$  на

семейство областей  $B(t)$ , сходящейся по Каратеодори как к ядру к области  $B(t_0)$ . В более простых условиях такие вопросы исследовались К. Лёвнером в 1923 году. Им были получены два уравнения, составившие основу метода параметрических представлений. П.П. Куфаревым получено и подробно изучено уравнение Лёвнера – Куфарева, являющееся обобщением уравнения Лёвнера:

$$\frac{\partial F(z,t)}{\partial t} + zP(z,t)\frac{\partial F(z,t)}{\partial z} = 0,$$

где  $P(z,t)$  – голоморфная относительно  $z$  функция с положительной вещественной частью в единичном круге. Выяснены геометрические свойства отображения  $F(z,t)$  в зависимости от свойств функции  $P(z,t)$ . Проведено дальнейшее детальное изучение полученных обобщений. В статье «К теории однолистных функций» указывается способ нахождения управляющей функции  $\mu(t)$  для отображений единичного круга на плоскость, разрезанную по лучу, а затем по простой дуге. На основе уравнения предложен новый метод численного определения параметров в интеграле Шварца – Кристоффеля, приобретший большое практическое применение при компьютерной реализации отображений единичного круга на многоугольник.

П.П. Куфарев первым увидел возможность использования метода параметрических представлений для полного решения задач о дополнительных областях, поставленных М.А. Лаврентьевым. По-видимому, одновременно возрос интерес П.П. Куфарева к исследованию и других экстремальных задач теории конформных отображений.

Несомненно, П.П. Куфарева глубоко интересовала задача о точной оценке коэффициентов на классе голоморфных однолистных в круге функций, известная как проблема Бибербаха о коэффициентах. В 1954 году он указывает эффективный новый подход к исследованию знаменитой задачи. Предварительно выводя из основной своей формулы вариационную формулу Г.М. Голузина, он предлагает метод, объединяющий метод внутренних вариаций Г.М. Голузина и параметрический метод, и демонстрирует его возможность в статье «Об одном свойстве экстремальных областей задачи коэффициентов». Почти одновременно П.П. Куфарев публикует доказательство теоремы о том, что если функция класса  $S$  экстремальна в задаче коэффициентов и отображает единичный круг на область, ограниченную отрезками прямых, то справедлива гипотеза Бибербаха.

В статье «Об одном методе исследования экстремальных задач теории однолистных функций» П.П. Куфарев развивает свой вариационно-параметрический метод на примерах решения трёх экстремальных задач. Многие другие экстремальные задачи на различных классах функций решены этим методом учениками П.П. Куфарева.

В 1956 году П.П. Куфарев возвращается к статье, опубликованной в «Математическом сборнике» и дополняет её новыми результатами, относящимися к однопараметрическим семействам отображений кругового кольца, и примерами исследования экстремальных задач для кольца. Распространяет уравнение Лёвнера на многосвязные области и на функции, однолистные в полуплоскости.

Несколько особняком стоят работы «К одной задаче Н.Н. Лузина», «О двух метрических способах определения простого конца последовательности плоских областей» и «Вложение пространства простых концов последовательности областей в метрическое пространство».

Первые научные исследования П.П. Куфарева в области механики были посвящены математической теории упругости.

В работе «Расчёт точечного электросварочного шва в изогнутой балке» получены расчётные формулы для распределения срезающих сил, действующих на шов при изгибе. В основу был положен новый подход, состоящий в составлении дифференциальных уравнений для нагрузки на срез, а не для срезающих напряжений в шве. К этому же разделу теории упругости относится и работа «Определение давления между частями многопластинчатой балки», в которой общий интеграл дифференциальных уравнений для изгибающих моментов каждой балки выражается через некоторую функцию, для определения которой выводится интегральное уравнение, сводящееся затем к дифференциальному уравнению.

В фундаментальной работе «К вопросу о кручении и изгибе стержней полигонального сечения» рассматривается сначала общая математическая задача: найти в заданной области, ограниченной  $n$ -сторонним полигоном, непрерывную вплоть до границы гармоническую функцию, которая на сторонах полигона принимает заданные значения. С учётом граничного условия, П.П. Куфарев, используя интеграл Кристоффеля – Шварца, находит голоморфную функцию в виде гиперэллиптического интеграла, мнимая часть которой равняется искомой гармонической функции. В работе «Изгиб стержня равностороннего треугольного сечения» этот метод решения применён для частного случая, когда полигон представляет собой равносторонний треугольник. Решение задачи выражено через эллиптические функции и в виде быстро сходящихся тригонометрических рядов.

Работы «Определение напряжений в эллиптической анизотропной пластинке», «Определение напряжений в анизотропном клине» и «Определение напряжений в анизотропной полосе» посвящены задачам теории упругости анизотропных тел. Задачи сводятся к определению функций комплексного переменного в заданных областях и удовлетворяющих на границах областей граничным условиям. После отображения каждой области физической плоскости на каноническую область искомые функции преобразуются к новой переменной и представляются в виде рядов.

Методы теории функций комплексного переменного были применены П.П. Куфаревым в дальнейших исследованиях, относящихся к плоским нестационарным задачам теории фильтрации.

В первой работе этого направления рассмотрена задача о фильтрации нефти в частных случаях, когда область в физической плоскости в начальный момент времени представляет собой полуплоскость и полосу. В работе «Об одной задаче фильтрации» ставится более общая задача теории плоских неустановившихся течений несжимаемой жидкости. В заполненной жидкостью области, меняющейся со временем, в заданных точках имеются источники или стоки. Требуется определить поле скоростей и вид области, если в начальный момент времени она задана. Задача сводится к нахождению в этой области голоморфной функции, удовлетворяющей граничному и начальному условиям. С течением времени область, заполненная жидкостью, изменяется и поэтому граничное условие должно выполняться на неизвестной переменной границе. Для сведения этой задачи к граничной задаче для некоторой неизменной области применяется предложенный П.Я. Полубариновой-Кочиной способ, состоящий в конформном отображении области в физической плоскости на круг единичного радиуса. Для функции, отображающей единичный круг на область в физической плоскости, выводится основное граничное условие, из которого с помощью интеграла

Шварца для определения этой функции получается интегро-дифференциальное уравнение. Затем доказывается, что решение этого уравнения выражается в виде некоторого интеграла через решение системы интегро-дифференциальных уравнений. Показано существование и единственность (названного «правильным») решения этой системы. Проведённые доказательства являются обоснованием возможности использования двух методов решения задачи, а именно метода последовательных приближений и метода, состоящего в представлении решения в виде ряда.

Полученное в рассмотренной статье граничное условие применяется для нахождения точных решений задач о контуре нефтеносности для круга, для полосы с цепочкой скважин, для круга при любом числе скважин.

Подход, состоящий в определении голоморфной функции в единичном круге, на который отображается область с переменной границей физической плоскости, применён в работе «Задача о вихре и источнике под поверхностью жидкости». Здесь рассматривается неустановившееся течение тяжёлой жидкости и приходится учитывать весомость жидкости, что приводит к более сложному граничному условию и усложнению решения задачи.

Ещё один способ решения задачи теории фильтрации дан в работе «Некоторые задачи о перемещении контура нефтеносности». Решение этих задач основывается на существовании и свойствах мероморфных решений задач фильтрации нефти. Для комплексного потенциала течения с использованием закона Дарси выводится граничное условие, которое должно выполняться на переменной границе. И здесь вновь применён способ конформного отображения области физической плоскости на какую-либо простейшую область. В работе приведён вывод граничного условия для случая отображения на полуплоскость. Решение задачи аппроксимируется мероморфными функциями для случая конечного и бесконечного числа скважин.

И наконец, в последней работе по теории фильтрации методом последовательных приближений проводится доказательство существования и единственности решения системы интегральных уравнений, полученной в работе «Об одной задаче фильтрации».

В работе «О струйном обтекании дуги окружности» П.П. Куфарев предложил оригинальный метод решения задач теории струй идеальной жидкости при обтекании криволинейных препятствий. Вместо обычно используемой функции Жуковского вводится новая функция, равная производной по комплексному потенциалу от функции Жуковского. Устанавливается связь этой функции с производной Шварца и показывается, что множителем при мнимой части этой производной является производная от кривизны обтекаемого контура по комплексному потенциалу. Для контура в форме дуги окружности этот множитель равен нулю и поэтому мнимая часть производной Шварца равна нулю на контуре. Исходя из этого, выводится граничное условие для вновь введённой функции. С помощью формул Сохоцкого для предельных значений этой функции получается нелинейное интегродифференциальное сингулярное уравнение. Решение этого уравнения находится методом последовательных приближений, доказываются существование и единственность решения и находится первое приближение к решению задачи.

Несколько особняком стоит статья «Об одном частном случае колебаний винтовой пружины со сталкиванием витков». Задача сводится к определению двух функций, являющихся решениями дифференциальных уравнений в частных про-

изводных в подлежащей определению области и удовлетворяющих заданному соотношению.

По приглашению Оргкомитета III Всесоюзного математического съезда (г.Москва, 1956 г.) П.П. Куфарев подготовил обзорный доклад «Некоторые методы и результаты теории однолистных функций» и прочёл его на пленарном заседании секции «Теория функций». К началу работы съезда были опубликованы тезисы этого доклада «Методы и результаты теории однолистных функций», а также тезисы секционного доклада П.П. Куфарева «О методе параметрических представлений и вариационном методе Г.М. Голузина». На съезде были сделаны доклады и сообщения учениками П.П. Куфарева и, таким образом, были широко представлены специалистам и признаны ими достижения сложившейся в Томском университете школы по теории функций. На протяжении всего периода творческой работы П.П. Куфарев многократно выступал с докладами на научных семинарах, итоговых научных конференциях. Записей текстов докладов не сохранилось, как и самих тезисов, за исключением: «О работах отдела математики и механики СФТИ по некоторым проблемам гидромеханики», «О некоторых вопросах теории однолистных функций», «Некоторые задачи теории однолистных функций», «Работа Томского университета по теории однолистных функций», «Об одном методе исследования экстремальных задач для функций, однолистных в полуплоскости».

Изучению вопросов граничного поведения отображений, существенных в приложениях теории функций комплексного переменного как к плоским задачам механики сплошной среды, так и к экстремальным задачам теории конформных отображений, П.П. Куфарев и его ученики уделяли много сил. В частности, выяснялось насколько широко можно распространить полученные для плоских конформных отображений результаты на более общие классы отображений плоских и пространственных областей.

Исследования в области теории функций комплексного переменного принесли Павлу Парфеньевичу всеобщее признание среди специалистов в нашей стране и за её пределами как выдающегося учёного теоретика и прикладника. Его научная, педагогическая, организационная и редакторская работа оказала значительное влияние на математические исследования и математическое образование в Сибири и, несомненно, заслуживает всестороннего изучения специалистами по истории математики и психологии научного творчества. Им была создана научная школа в ТГУ, которую он возглавлял до конца своих дней.

Соавторами и учениками Павла Парфениевича были: И.А. Александров, П.П. Астафьев, К.А. Бolečкий, Ю.П. Виноградов, Н.В. Генина, М.Р. Куваев, Б.П. Куфарев, В.Г. Пряжинская, В.А. Свекло, В.В. Соболев, Л.В. Спорышева, А.Э. Фалес, В.В. Черников.

Они, а также В.А. Штанько, В.Н. Шепеленко, В.С. Фёдорова, Б.Г. Байбарин, И.И. Козырев, М.И. Редьков, Н.В. Попова были успешными аспирантами П.П.Куфарева.

В НИИ прикладной математики и механики ТГУ установлена ежегодная премия имени П.П. Куфарева за лучшую научную работу в области математики и механики.

Павел Парфеньевич Куфарев оставил о себе память как о крупном математике и любимом педагоге. Он успешно объединял педагогическую деятельность с научной, был исключительно скромным, мягким в общении, деликатным и верным слову человеком, классическим профессором классического университета.



Заметный вклад в формирование ММФ, являвшегося на протяжении многих лет центром математического образования в Сибири, внёс **Захар Иванович Клементьев**. Среди многих замечательных лекторов-преподавателей студенты всегда выделяли Захара Ивановича.

Захар Иванович Клементьев родился в глухой мордовской деревне Крапивенке Нижегородской губернии в бедной крестьянской семье. В 1911 году в деревне была открыта трёхлетняя земская школа. Занятия проводились в крестьянских избах.

Захар Иванович сохранил тёплые воспоминания о своей первой учительнице. По счастью, в деревне было две библиотеки. В одной библиотеке была представлена научно-популярная литература по различным областям знания. В другой – классическая русская литература. Захар за несколько лет прочёл всё, что там было. Продолжить образование Захару удалось после революции. Усиленно занимаясь самообразованием, сочетая учёбу в школе с крестьянским трудом, Захар Иванович окончил среднюю школу в 1923 году. После окончания средней школы Захар Иванович был назначен учителем начальной школы в родную деревню. В 1927 году Захар Иванович был переведён преподавателем школы крестьянской молодёжи в селе Арать. Под школу была отведена бывшая помещичья усадьба. Перед директором школы и Захаром Ивановичем встала задача наладить ведение хозяйства, провести набор учащихся и организовать учебный процесс. Первый год особенно был полон лишений и напряжённого труда.

В 1931 году Захар Иванович был направлен в Ленинградский университет, где поступил на математико-механический факультет. Преподавание математических курсов в университете в те годы вели виднейшие деятели советской математики. Лекции по теории чисел читал академик И.М. Виноградов, по теории вероятностей и конструктивной теории функций – академик С.Н. Бернштейн, по теории Галуа – профессор Б.Н. Делоне, по высшей алгебре – профессор В.А. Тартаковский, по уравнениям математической физики – профессор Н.С. Кошляков, по уравнениям в частных производных – профессор Гюнтер, по интегральным уравнениям – профессор Г.М. Мюнц, по новому тогда курсу теории функций действительного переменного – профессор Л.В. Канторович, по теории функций комплексного переменного – профессор В.И. Смирнов, по функциональному анализу – профессор Г.М. Фихтенгольц.

Захар Иванович с отличием окончил университет в 1936 году и был принят в аспирантуру профессора Л.В. Канторовича (ставшего в 1975 году лауреатом Нобелевской премии). При этом руководитель аспиранта был на восемь лет моложе своего ученика! В июне 1940 года Захар Иванович защитил диссертацию «Исследование некоторых полуупорядоченных пространств» в совете Томского государственного университета (оппоненты профессор Н.П. Романов, доцент А.С. Джанумянц). С ноября 1939 года вся деятельность З.И. Клементьева связана с ТГУ. С 1 декабря 1941 года – Захар Иванович доцент кафедры математического анализа. Прежде всего отметим чтение курсов математического анализа и теории функций действительного переменного. Он читал также курсы теории вероятностей, уравнений математической физики, функционального анализа, специальные курсы по теории функций, теории меры, теории интеграла. Доцент Н.В. Кудряцева пишет в стихотворении о Захаре Ивановиче:

Доска – ворота в новый мир.  
Привратник, чем-то нереальный,  
Высок, как символ интегральный,

Волшебник – лектор, наш кумир.  
Высоких слов не говорил,  
Но он – мы это твёрдо знали,  
Математический анализ  
Нам, как причастие, дарил.

За годы работы в Томском университете Захар Иванович прочёл многие курсы лекций по различным разделам современного анализа. Это, прежде всего, фундаментальные курсы математического анализа и теории функций и теории функций действительного переменного. Читая эти курсы в течение 30 лет, Захар Иванович постоянно совершенствовал их изложение и обогащал содержание. С особым присущим ему умением он формировал у слушателей понимание основ современной математики и воспитывал культуру математического мышления. Речь Захара Ивановича отличалась прекрасной дикцией и необычайным богатством интонаций. В течение ряда лет он читал курсы теории вероятностей, уравнений математической физики, функционального анализа, теории дифференциальных уравнений и специальные курсы по различным разделам функционального анализа, теории функций, теории меры и интеграла.

По теории меры и интеграла Захар Иванович опубликовал около 50 работ. Часть из них посвящена теории полуупорядоченных пространств. В них рассматриваются свойства полуупорядоченных пространств и линейных непрерывных функционалов на них. В частности, указываются условия существования и единственности продолжения линейного непрерывного функционала, заданного на правильной части полуупорядоченного пространства. Находится условие самосопряжённости пространства линейных функционалов на полуупорядоченном пространстве. Даётся критерий компактности подмножества в полуупорядоченном пространстве. В ряде работ З.И. Клементьев применяет абстрактную теорию полуупорядоченных пространств к вопросам общей теории меры. Он показывает, что совокупность  $\mathbf{Z}$  всех аддитивных функций ограниченной вариации, определённых на правильном семействе множеств, кольце или сигма-кольце, является полуупорядоченным пространством. Рассматриваются свойства пространства  $\mathbf{Z}$ . В частности, оно изоморфно пространству  $(\mathbf{o})$  непрерывных функционалов на полуупорядоченном пространстве всех  $(b)$ -измеримых функций, причём каждый такой функционал представим в виде интеграла Радона. Множество, лежащее в пространстве  $\mathbf{Z}$ , компактно тогда и только тогда, когда оно ограничено и равномерно аддитивно. Некоторые аспекты этого подхода к теории полуупорядоченных пространств и теории меры получили развитие в работах, написанных совместно с Н.Ф. Ждановой. Развивая результаты В.И. Соболева и Б.З. Вулиха, З.И. Клементьев построил общую теорию меры со значениями в булевой алгебре, заданной на классах множеств произвольной природы, рассмотрел возможность построения абстрактной теории меры по схеме Ф. Рисса, применил полученные результаты к определению длины кривой в метрическом пространстве и к определению понятия интеграла в полуупорядоченном нормированном пространстве. В работе, написанной совместно с А.А. Бокком, доказана теорема: всякая счётно-аддитивная, почти всюду слабо-дифференцируемая слабо абсолютно непрерывная функция ограниченной сильной вариации, заданная на сигма-кольце борелевских подмножеств евклидова пространства и принимающая значения в банаховом пространстве, представима в виде интеграла Бохнера от своей слабой производной по мере Лебега. Остальные совместные статьи З.И. Клементьева и А.А. Бокка по

священы теории векторнозначных мер и её приложениям. В частности, доказыва-ется вариант теоремы Радона – Никодима для положительной абсолютно непре-рывной векторнозначной функции множества.

В работах, выполненных совместно с И.П. Ефремовой, рассматриваются опе-раторы, заданные на структурах и принимающие значения в полуупорядоченных пространствах. В статьях, написанных совместно с Рудиным, рассматриваются различные аспекты построения меры и интеграла как с вещественными, так и с абстрактными значениями. Основываясь на теореме Л.В. Канторовича о распро-странении оператора с линейной мажорирующей структуры на более широкую структуру, авторы излагают теорию меры и интеграла в локально компактных пространствах. Рассматриваются также вопросы построения меры и интеграла Даниэля. Проводится сравнительный анализ различных подходов к построению теории меры и интеграла. Дается построение пространства суммируемых функ-ций со значениями в регулярном полуупорядоченном пространстве. В работе «О некоторых функциональных пространствах, аналогичных пространствам Кёте – Теплица», З.И. Клементьев переносит некоторые теоремы Кёте и Теплица о совершенных пространствах скалярных последовательностей на совершенные по-луупорядоченные пространства. В статье определяются дуальные и совершенные полуупорядоченные пространства. Дальнейшее развитие и конкретизация этих идей содержатся в работах, выполненных совместно с Шахновичем. Здесь иссле-дуются линейные пространства  $S$  всех локально суммируемых функций, заданных на положительной полуоси. Рассматривается естественная билинейная форма и относительно неё определяются дуальные пространства, совершенные простран-ства и т.д. в духе упомянутой теоремы Кёте – Теплица. В совместной с Р.М. Мала-ховской работе «О сингулярных интегралах» впервые изучены сингулярные инте-гралы от функций многих переменных, когда сингулярность сосредоточена на по-верхности. Доказана теорема, обобщающая результаты А. Лебега, В.И. Романов-ского и Д.К. Фаддеева, полученные для случая одной переменной.

Многие научные результаты З.И. Клементьева докладывались на различных съездах и конференциях. На IV Всесоюзном математическом съезде Захар Ивано-вич выступил с докладом «Об аналитическом представлении линейных оператор-ов в некоторых функциональных пространствах».

По инициативе кафедры математического анализа ТГУ и при поддержке ака-демика Канторовича и членов президиума СО АН СССР своим решением от 31.05.1968 г. ВАК СССР утвердил З.И. Клементьева в учёном звании профессора по кафедре математического анализа без защиты докторской диссертации.

В октябре 1968 года Захар Иванович переходит на кафедру теории функций ТГУ в качестве профессора-заведующего кафедрой, а с февраля 1979 года – про-фессора-консультанта. Итогом научно-педагогической деятельности Захара Ива-новича стало опубликование книги «Курс лекций по теории функций действи-тельного переменного» – два издания, 1968 и 1970, а также «Лекций по математи-ческому анализу», пять выпусков, 1975–1985 годы.

В 1995 году получено официальное свидетельство о присвоении малой плане-те имени **Клементьев**.

**Игорь Александрович Александров** поступил в аспирантуру ТГУ по специ-альности механика (после окончания с отличием ММФ ТГУ и работы инженером на машиностроительном заводе в городе Алма-Ата). П.П. Куфарев предложил ему заняться математикой в области теории функций комплексного переменного. Начало было удачным: первая научная работа И.А. Александрова была опублико-

вана в ДАН СССР по представлению академика М.А. Лаврентьева. Интерес И.А. Александрова к исследованиям по комплексному анализу расширился с годами, о чём свидетельствует отражённый в названиях его статей круг затрагиваемых вопросов, также он дополнялся тематически исследованиями по механике, истории развития математики, в частности в Томске, и вопросами школьного образования.

В издательстве «Наука» выходит монография И.А. Александрова «Метод параметрических продолжений в теории однолистных функций», в издательстве «Высшая школа» – учебное пособие для вузов «Аналитические функции комплексного переменного».

Полученные И.А. Александровым результаты были в своё время новыми, заслуживавшими развития, а некоторые из них остаются лучшими и по сей день. И.А. Александров сотрудничал и сотрудничает с «Сибирским математическим журналом», «Успехами математических наук», «Докладами АН СССР», «Докладами АН УССР», «Украинским математическим журналом», «Вестником Томского университета».

Он является членом Американского математического общества, участвует в работе математических съездов, является автором статей в «Математической энциклопедии», в энциклопедии «Математическая физика». И.А. Александров принимал активное участие в подготовке открытия в ТГУ «Института прикладной математики и механики» и организации в нём научной работы, в частности по соударению твёрдых тел при больших скоростях.

Начиная с 1958 года И. А. Александров ежегодно читает лекции для студентов университетов. Это – высшая математика, математический анализ, теория обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, функциональный анализ, спецкурсы по различным вопросам теории функций. Его лекции слушают студенты-математики в Томском университете, слушали в Донецком, Ставропольском, Тюменском университетах. Но своими учениками И.А. Александров называет только аспирантов. Их более пятидесяти. Не все в установленный срок защитили свои кандидатские диссертации. Но и они, а тем более, защитившие в срок, с благодарностью и большим уважением оценивают труд И.А. Александрова как научного руководителя.

И.А. Александров продолжает исследовательскую работу, читает лекции по комплексному анализу, руководит советом по защитах докторских диссертаций по вещественному, комплексному и функциональному анализу, и по алгебре, математической логике и теории чисел, консультирует научных работников по различным вопросам математики. Весной 2013 года учёный совет ТГУ вновь избрал И.А. Александрова на должность заведующего кафедрой математического анализа.

В год начала Великой отечественной войны закончил учёбу в ТГУ **Георгий Дмитриевич Суворов**. Его выпускная работа выполнялась по теории чисел под руководством Ф.Э. Молина. После демобилизации в октябре 1946 года Георгий Дмитриевич поступает в аспирантуру ТГУ. Целеустремлённость, трудолюбие, военная закалка и дисциплинированность, основательное университетское образование способствовали результативной научной работе. Он выбирает для исследования теорию простых концов (по Каратеодори) и 27 июня 1951 года защищает в Томском университете свою кандидатскую диссертацию и включается в научно-педагогическую работу кафедры математического анализа. Лекции, практические занятия, руководство научным семинаром с участием студентов, редактирование стенной факультетской газеты «Советский математик», широкие литературные

интересы создали Г. Д. Суворову высокий авторитет на факультете. В марте 1961 года доцент кафедры математического анализа Г.Д. Суворов защищает в Институте математики СО АН СССР докторскую диссертацию «Основные свойства некоторых классов топологических отображений плоских областей с переменными границами». В сентябре 1961 года была образована кафедра теории функций путем выделения из кафедры математического анализа. В её составе кроме заведующего, доцента Г.Д. Суворова, было два сотрудника: доцент И.А. Александров и ассистент З.О. Шварцман, а также два аспиранта (Б.П. Куфарев и В.К. Ионин). На протяжении нескольких лет эти две кафедры были фактически единым целым.

С 1966 года Г.Д. Суворов возглавил отдел теории функций Донецкого вычислительного центра АН УССР, одновременно руководил научной работой в Донецке.

**Борис Павлович Куфарев**, сын П.П. Куфарева, выпускник механико-математического факультета ТГУ (1960 г.) В 1963 году окончил аспирантуру, кандидат физико-математических наук (1966), доцент (1968), старший научный сотрудник (1974), доктор физико-математических наук (1991), профессор кафедры математического анализа (1992).

Работал на ММФ ТГУ (1963–1974) и в НИИ прикладной математики и механики при ТГУ (1971–1996). В 1971–1972 годах усилиями Бориса Павловича при поддержке директора НИИ ПММ А.Д. Колмакова и зам. директора И.Б. Богоряда в институте был создан сектор теории функций. Заведовал лабораторией математики НИИ ПММ (1971–1977 и 1980–1987). С 1987 по 1996 год – ведущий научный сотрудник НИИ ПММ. В 1996 году переведён в штат ММФ ТГУ. Читал лекционные курсы на мехмате, химфаке, факультете информатики, лекции по дифференциальным уравнениям, уравнениям математической физики, вёл спецкурсы на мехмате ТГУ, много времени и сил уделял занятиям со студентами и аспирантами. В 1998 году учёный совет НИИ ПММ присудил Б.П. Куфареву премию за лучшую научно-исследовательскую работу в области математики. В 1994 году он был удостоен «Государственной научной стипендии». В 1998 году – награждён медалью «За заслуги перед Томским государственным университетом». В 1999 году избран членом-корреспондентом Петровской академии наук и искусств по разделу естественных наук (Санкт-Петербург), являлся почётным работником высшего образования Российской Федерации.

Б.П. Куфарев на основе теорем об абсолютной непрерывности  $L_2^1$  отображений на эквидистантах замкнутого множества установил достаточные условия сохранения (при  $L_2^1$ -гомеоморфизме) нулевой линейной меры подмножеств границы Каратеодори плоской области; ввёл понятие концентрации этой границы при отображении области; доказал теоремы о существовании  $L_2^1$ -концентрирующего отображения бикомпактов Каратеодори. В декабре 1966 года на объединённом совете по присуждению учёных степеней по физико-математическим наукам в ТГУ он защитил диссертацию «К теории плоских отображений некоторых классов» на соискание учёной степени кандидата физ.-мат. наук. Ряд его работ 60-х годов посвящён вопросам метризации. В 1963 году он нашёл изящную метризацию пространства областей, в котором предел понимается в смысле сходимости к ядру. В 1969 году – решил проблему метризации пространства всех элементов метрических границ всех этих областей и попутно нашёл новую метризацию пространства замкнутых множеств компакта с положительной мерой, отличающуюся

от метризации Ф. Хаусдорфа (1914) или Буземана (1955). Ввёл понятие устойчивой метризации области относительно сходимости к ядру. В 1991 году в Институте математики СО АН СССР Б.П. Куфарев защитил докторскую диссертацию «Аналоги “принципа длины и площади” и некоторые граничные свойства отображений». Объектом исследования здесь были потенциалы безвихревых векторных полей (интегрируемых со степенью  $P$ ), дифференцируемые функции  $N$  переменных, отображения с конечными потенциалами «энергии» или интегралами типа Дирихле. Был предложен единый подход к изучению метрических свойств и асимптотического поведения отображений, связанный с теорией границы области и теорией потенциала, и метод, основанный на новых (плоских и пространственных) осцилляционных неравенствах с потенциалами. Даны широкие обобщения и многомерные аналоги «принципа длины и площади». Введено понятие потенциально окаймлённых отображений, для которых установлены оценки искажения расстояний и доказаны теоремы о граничном соответствии, в частности для жордановых областей. Определено понятие предела функций вдоль шаровых и параболических траектов. Эти результаты стали основой нового научного направления, сформировавшегося в ТГУ в 70–90-е годы (Н.Г. Никулина, Ю.А. Пешкичев, В.М. Зюзьков, Б.В. Соколов, А.П. Кармазин. Борис Павлович подготовил четырёх кандидатов наук.

В близких направлениях ведут работу ученики Б.П. Куфарева: Б.В. Соколов, А.Н. Малютина.

Б.П. Куфарев неожиданно скончался в июне 2004 года.

Тематика научных исследований кафедры математического анализа отличается большим разнообразием. В шестидесятых – восьмидесятых годах прошлого века на кафедре начались **исследования по теории вероятностей**. Начало им было положено пионерскими работами **Вильгельма Генриховича Фаста** по проблеме тунгусского метеорита. Позднее образовалась группа, занятая проблемами динамического резервирования (Г.Г. Пестов, Л.В. Ушакова, В.А. Томиленко, Чу Су Тен). С 1976 года начались исследования по теоретическим проблемам теории вероятностей и математической статистики. Группа сотрудников занимается исследованиями в области теории вероятностей и ее приложений. Э.Н. Кривякова построила статистику омега-квадрат для некоторых параметрических семейств распределений в одномерном и многомерном случаях (кандидатская диссертация 1967 года).

Ю.К. Устинов вёл исследования по теории марковских процессов в пространствах входов Дынкина. Основываясь на понятии  $K$ -регулярности, он получил обобщение теоремы Колмогорова о представлении случайных полей их безусловными распределениями, а позднее изучал понятие условной инвариантности распределений относительно сигма-алгебры событий и его применения в теории случайных процессов и полей. Много лет Ю.К. Устинов читал лекции по теории вероятностей для студентов мехмата.

Упомянем ещё об исследованиях потока вторичных частиц в околосолнечном пространстве, проводившихся группой сотрудников кафедры в 70–80 годах прошлого века.

Ещё одним направлением многолетних исследований на кафедре является **нестандартный анализ и упорядоченные алгебраические системы**. На факультете в течение многих лет работает семинар по упорядоченным алгебраическим системам, руководимый **Германом Гавриловичем Пестовым**. Остановимся на

некоторых результатах участников семинара. А.И. Терра получил классификацию полей характеристики нуль по признаку возможности их линейного или двумерного упорядочивания, описал способы задания на поле и теле двумерного порядка (кандидатская диссертация «Двумерно упорядоченные тела и поля», 1984). А.И. Забарина получила характеристику циклического порядка на группе как двумерного порядка (кандидатская диссертация «О циклически упорядоченных группах», 1985). Н.Ю. Галанова, используя аппарат формальных степенных рядов, получила глубокие результаты о строении нестандартной вещественной прямой (кандидатская диссертация «К теории сечений в упорядоченных полях», 1999). А.А. Тоболкин нашёл конструкцию  $n$ -мерного порядка на линейно упорядоченной группе (кандидатская диссертация «К теории  $n$ -упорядоченных групп», сентябрь 2009). Е.А. Фомина описала строение бесконечно узкого двумерно упорядоченного поля (кандидатская диссертация «О двумерно упорядоченных полях», декабрь 2009).

Г.Г. Пестов защитил докторскую диссертацию «К теории упорядоченных полей и групп» в ноябре 2004 года в совете при Институте математики и механики УрО РАН. В 2005 году утверждён в звании профессора по кафедре математического анализа. Член Американского математического общества. Сентябрь 1969 – февраль 1970 – и.о. зав. кафедрой, февраль 1970 – октябрь 1974, июнь 1976 – август 1981 – зав. кафедрой математического анализа, затем – профессор кафедры.

В силу своей специфики, кафедра математического анализа всегда вела исследовательскую работу широкого профиля, занималась подготовкой высококвалифицированных специалистов в области математики, и в то же время выполняла значительный объём педагогической и воспитательной работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Александров И.А. Профессор Павел Парфеньевич Куфарев. К 100-летию со дня рождения // Образование в Сибири. 2009. Вып. 16. С. 132–139.
2. Александров И.А. Профессор Захар Иванович Клементьев. К 100-летию со дня рождения // Образование в Сибири. 2004. Вып. 12. С. 183–186.
3. Александров И.А., Пестов Г.Г. Сергей Анатольевич Копанев. К 70-летию со дня рождения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. Математика и механика. 2011. № 4 (16). С. 132–136.
4. Александров И.А. О начале высшего математического образования в Сибири // Физики о физике и физиках. Томск: Изд-во НТЛ, 1998. С. 29–34.
5. Круликовский Н.Н. Из истории развития математики в Сибири. 2006.
6. Труды П.П. Куфарева / под ред. И.А. Александрова. Томск: Изд-во НТЛ, 2009.
7. Пестов Г.Г. Дифференцируемые отображения в конечномерных пространствах. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1983.
8. Копанев С.А., Кривякова Э.Н. Интеграл Лебега. Ч. 1. Томск: Изд-во ТГУ, 2011.
9. Сибиряков Г.В. Введение в теорию пространств Банаха. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1982.
10. Сибиряков Г.В., Мартынов Ю.А. Метрические пространства: учеб. пособие. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2012.
11. Пестов Г.Г. Исследования по упорядоченным группам и полям в томском государственном университете // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. Математика и механика. 2011. № 3(15). С. 41–58.
12. Поток вторичных частиц на поверхности луны и в окололунном пространстве, отчёт по НИР, ТГУ, 1979, № г.р. 78025024, гл. 2, с. 16–30 / Н.А. Исаева, Э.Н. Кривякова, Г.Г. Пестов, Г.В. Сибиряков, В.Г. Фаст.

Статья поступила 31.10.2013 г.

*Aleksandrov I.A., Kopaneva L.S., Pestov G.G.* HISTORY OF THE DEPARTMENT OF MATHEMATICAL ANALYSIS IN TOMSK STATE UNIVERSITY. This paper is devoted to the activity of the Department of Mathematical Analysis from the date of its foundation to 2008.

*ALEKSANDROV Igor' Aleksandrovich* (Doctor of Physics and Mathematics, Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: ma@math.tsu.ru

*KOPANEVA Lidiya Sergeevna* (Candidate of Physics and Mathematics, Assoc. Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: ma@math.tsu.ru

*PESTOV German Gavrilovich* (Doctor of Physics and Mathematics, Prof., Tomsk State University, Tomsk, Russian Federation)

E-mail: gpestov@mail.ru