

УДК 532.529.5

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФИЛЬТРОВАНИЯ ЖИДКОСТИ НА СЛОЕ НАСЫПНОГО ФИЛЬТРА

© 2013 г. Е. Н. Дьяченко, Н. Н. Дьяченко

Томский государственный университет

*Evg.Dya@gmail.com*

Поступила в редакцию 30.11.2011 г.

Методом компьютерного моделирования решается задача очистки жидкости от мелкодисперсной фракции твердых частиц. Показан процесс формирования осадочного слоя примеси и влияние характеристик частиц примеси на очистку жидкости. Предложенный метод моделирования позволяет учитывать явления, которые происходят на уровне отдельных частиц и пор, визуализировать процесс очистки, а также предоставляет данные, которые сложно получить из экспериментов.

DOI: 10.7868/S0040357113030044

### ВВЕДЕНИЕ

Очистка жидкости от взвешенных частиц твердой фазы осуществляется методами, зависящими от дисперсности частиц. Для грубодисперсных примесей (размер частиц 50–500 мкм) используется гравитационное осаждение и флотация. От мелкодисперсных примесей (размер частиц 5–50 мкм) очистка осуществляется, как правило, методом фильтрования жидкости через слой пористого материала. Наиболее широкое применение гравитационное осаждение и фильтрование, как способы очистки жидкости, нашли в горнорудной и угледобывающей отраслях промышленности, а также в задачах экологии.

Задача фильтрования жидкости распадается на две части. Первая часть – это фильтрация жидкости в среде переменной пористости, которая решается в приближении механики сплошных сред [1–9]. В этой части достигнуты значительные успехи экспериментальных и теоретических исследований, при этом экспериментальные исследования в основном связаны с разработкой различных технологических процессов.

Взаимодействие частиц фильтрационного слоя и примеси является определяющим в задачах очистки жидкости на насыпных фильтрах. Процесс проходит на уровне отдельных частиц и пор. Это является второй частью задачи фильтрования жидкости. Методами механики сплошных сред решить эту проблему невозможно, используется метод дискретных элементов, который позволяет имитировать движение отдельных частиц. В работе [10] моделируется случайная упаковка шаров, которая применяется для описания формирования пористого слоя и движения твердой ча-

стицы в канале насыпного фильтра. Результаты численного моделирования формирования седиментационных и фильтрационных слоев, течения сыпучего материала, выполненные с использованием метода дискретных элементов, представлены в работах [11–16].

Данная работа посвящена численному расчету фильтрования жидкости на слое насыпного фильтра. В качестве математической модели используется динамическая модель образования седиментационного и фильтрационного слоев [16].

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА

Математическая постановка задачи формулируется в терминах метода дискретных элементов. Куб с ребром единичной длины наполовину заполнен сферическими частицами фильтрационного материала, радиус которых  $R$ , пористость упаковки  $\epsilon_0$ . Затем через куб пропускается очищаемая жидкость (сверху вниз), в которой находятся частицы примеси со случайно выбранными координатами центра масс. Частицы примеси движутся по фильтрационному каналу. На частицу действует сила тяжести  $F_g$ , сила сопротивления движению в среде  $F_{st}$  и при касании с другими частицами сила адгезии  $F_{ад}$ . Силы упругого взаимодействия, трения в данной задаче не учитываются. Жидкость считается электрически нейтральной.

Имеется множество частиц примеси  $N_r$  и множество частиц фильтрационного материала  $N_R$ . Частица примеси  $r_i$  может взаимодействовать как с частицами примеси, так и с частицами фильтра-

ционного материала. Результирующая сила для частицы  $r_i$  выражается в виде

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{g}m_i + \mathbf{F}_{st,i} + \sum_{j=1}^{N_r} [\mathbf{F}_{ad}(r_i, r_j)] + \sum_{j=1}^{N_r} [\mathbf{F}_{ad}(r_i, R_j)]. \quad (1)$$

Для каждой из множества частиц  $N_i$  (для каждой частицы примеси) система уравнений движения центра массы имеет вид

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{\mathbf{F}_i}{m_i}; \\ \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \mathbf{v}_i, \end{cases} \quad (2)$$

где  $m_i$  – масса частицы,  $t$  – время,  $\mathbf{F}_i$  – результирующая сила, действующая на частицу,  $\mathbf{x}_i$  – положение центра частицы в пространстве,  $\mathbf{v}_i$  – вектор скорости частицы.

Сила сопротивления движению частиц в среде вычисляется по закону Стокса [1]:

$$\mathbf{F}_{st,i} = -6\pi\mu r_i(\mathbf{v}_i - \mathbf{u}), \quad (3)$$

где  $\mu = \mu(C)$  – динамическая вязкость жидкости;  $\mathbf{u}$  – скорость жидкости;  $C = \varepsilon - 1$  – средняя объемная концентрация частиц.

С учетом наличия в жидкости множества частиц, динамическая вязкость имеет вид [17]

$$\mu = \mu_0 / \left(1 - \frac{C}{0.6}\right)^{3/2}, \quad (4)$$

где  $\mu_0$  – динамическая вязкость жидкости без частиц.

Сила тяжести определяется выражением

$$\mathbf{F}_{g,i} = m_i\mathbf{g}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{g}$  – ускорение свободного падения.

Сила адгезии состоит из притягивающей и отталкивающей компоненты [18]. Пренебрегая ионизацией жидкости прослойки, силу адгезии можно записать в виде

$$F_{ad} = \frac{A}{6H_0^2} r^*, \quad (6)$$

где  $A$  – константа Гамакера,  $H_0$  – расстояние между поверхностями взаимодействующих частиц (обычно межмолекулярное расстояние),  $r^* = \frac{2r_1r_2}{r_1 + r_2}$  – приведенный радиус сталкивающихся частиц.

### ГРАНИЧНЫЕ И НАЧАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ

Расчетная область представляется прямоугольным параллелепипедом, с основанием 1 на 1 единиц длины (для различных систем исчисления это может быть любая физическая длина, например, 1 мм) и необходимой высотой.

Поскольку задача решается в терминах дискретных элементов, границы контейнера пред-

ставляются частью поверхностей псевдочастиц с радиусами  $r = r_b \gg 1$  (где  $r_b$  – константа, величина которой определяется так, что в рамках рассматриваемого параллелепипеда отклонение поверхности сферы от плоскости незначительно, например,  $r_b = 1000$ ) и координатами  $\mathbf{x}_{bi}$  ( $i = 1, \dots, 5$ ):

1.  $(0.5, 0.5, -r_b)$  – частица снизу;
2.  $(-r_b, 0.5, 0.5)$  – частица слева;
3.  $(r_b + 1; 0.5, 0.5)$  – частица справа;
4.  $(0.5, -r_b, 0.5)$  – частица сзади;
5.  $(0.5, r_b + 1, 0.5)$  – частица спереди.

Условия на этих границах формулируются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{bi} &= \text{const}, \quad i = 1, \dots, 5; \\ |\mathbf{v}_{bi}| &= 0, \quad i = 1, \dots, 5; \end{aligned} \quad (7)$$

$$|\mathbf{F}_{fr}|_{x=0, x=1, y=0, y=1} = 0, \quad i = 2, \dots, 5.$$

Последнее условие в (7) означает, что сила трения на границах 2–5 равна нулю (это условие следует использовать, если необходимо исключить влияние боковых границ).

Условие на верхней грани расчетного параллелепипеда определяется особенностью той или иной задачи.

Начальные условия для совокупности частиц:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{i,\text{initial}} &= \text{random}; \\ \mathbf{v}_{i,\text{initial}} &= \text{const}, \end{aligned} \quad (8)$$

где random – случайное вещественное число от 0 до 1 с равномерным законом распределения. При этом начальные координаты частиц хотя и определяются случайным образом, но проверяется условие непересечения частиц для любых  $i$  и  $j$ :

$$|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j| > r_i + r_j.$$

### ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Для решения поставленной задачи численно интегрируется система уравнений (2) с учетом соотношений (1, 3–6), начальных (8) и граничных (7) условий. При рассмотрении задачи очистки промышленных сбросовых вод от частиц твердой фракции на насыпных фильтрах используется следующий фактор. Частица примеси при столкновении с ранее осевшей частицей примеси или с частицей фильтрующего материала либо “прилипнет”, либо изменит вектор своей скорости и продолжит движение по фильтрационному каналу вдоль поверхности контакта. Условие остановки (“прилипания”) определяется равновесием сил, удерживающих частицу на поверхности неподвижной частицы, и сил, пытающихся сдвинуть ее с места. Если соотношение этих сил обозначается коэффициентом  $K_{ad}$  (коэффициент адгезии), то вышеназванное условие можно записать в виде

$$\cos(\alpha) < K_{ad}, \quad (9)$$

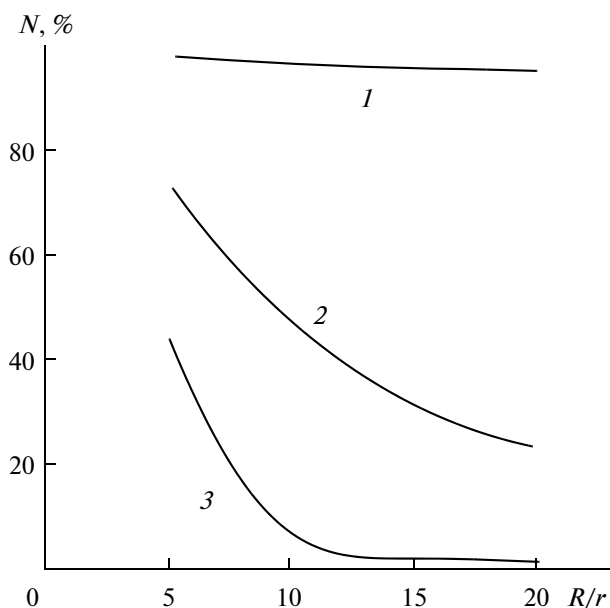


Рис. 1. Зависимость степени фильтрации от соотношения размеров частиц при  $K_{ad} = 0.6$  (1), 0.4 (2), 0.2 (3).

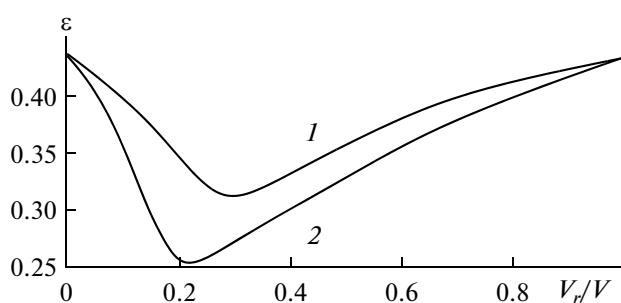


Рис. 2. Зависимость пористости упаковки от объемной доли частиц мелкой фракции при  $R/r = 4$  (1) и 10 (2).

где  $\alpha$  — угол между векторами адгезионного взаимодействия и касательной плоскостью частиц.

Коэффициент адгезии  $K_{ad}$  изменяется в пределах от 0 до 1. На практике коэффициент адгезии определяется экспериментально, так как его зависимость от физико-химических характеристик системы (частицы—окружающая среда) достаточно сложная.

Численная реализация задачи осуществлена с использованием многопроцессорного кластера СКИФ-Суберга, для распараллеливания работы программы используется библиотека MPICH [19].

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 представлена зависимость степени фильтрации  $N$  от соотношения размеров ча-

стиц. Здесь  $N = n_1/n_2 \times 100\%$  ( $n_1$  — число задержанных частиц примеси в фильтре,  $n_2$  — число частиц примеси на входе в фильтр). Расчеты проведены для соотношения радиусов  $R/r$  в диапазоне от 5 до 20 с шагом 1, результаты осреднены по 50 расчетам для каждого шага. Коэффициент адгезии задавался равным  $K_{ad} = 0.6$  (кривая 1), 0.4 (кривая 2), 0.2 (кривая 3).

Наибольший интерес представляют результаты отфильтровывания мелких частиц. Так, для соотношения  $R/r = 20$  при  $K_{ad} = 0.6$  фильтр задерживает 87% частиц примеси, при  $K_{ad} = 0.4$  и 0.2 — соответственно 25 и 2%.

Если размер частиц примеси много меньше сечения фильтрационного канала, то степень осаждения зависит, в основном, от коэффициента адгезии. При слабых адгезионных свойствах частицы оседают по большому объему фильтра. Это приводит к увеличению грязеемкости, но степень фильтрации уменьшается, так как часть частиц проходит через фильтрационный слой. Для устранения этого недостатка можно увеличить слой фильтрационного материала, но это увеличивает энергозатраты на прокачку жидкости через фильтр.

Очевидно, что объем, заполненный смесью крупных и мелких шариков, будет иметь меньшую пористость, чем этот же объем, заполненный только крупными или мелкими шариками. Пористость монодисперсной упаковки равна 0.42. В смеси мелкие шарики заполняют пространство между крупными. Пористость смеси будет зависеть от соотношения размеров и концентрации частиц смеси. На рис. 2 представлен график зависимости пористости бидисперсной упаковки от объемной доли частиц мелкой фракции  $V_r/V$  для различных соотношений размеров частиц  $R/r$ . Коэффициент адгезии принимался равным  $K_{ad} = 0$ .

Кривая 1 получена для соотношения  $R/r = 4$ , кривая 2 —  $R/r = 10$ . Минимум пористости имеет значение  $\varepsilon = 0.25$ , что значительно меньше, чем для монодисперсной упаковки. Минимум наблюдается при объемной доле частиц мелкой фракции  $V_r/V = 0.24$ . С уменьшением соотношения  $R/r$  минимум пористости исчезает.

На рис. 3 показано распределение объемной концентрации частиц примеси  $V_r/V$  по высоте фильтрационного слоя для различных соотношений размеров  $R/r$ . Коэффициент адгезии задавался  $K_{ad} = 0.3$ , шаг по  $Z$  равен 0.05, осреднение по 50 расчетам. Видно, что чем больше соотношение размеров частиц, тем на большую глубину фильтрационного слоя проникают частицы примеси.

Рисунок 4 иллюстрирует распределение пористости по высоте фильтра в случае фильтрации смеси частиц трех фракций:  $r_1 = R/10$ ,  $r_2 = R/15$ ,  $r_3 = R/20$ . Массовое содержание фракций одина-

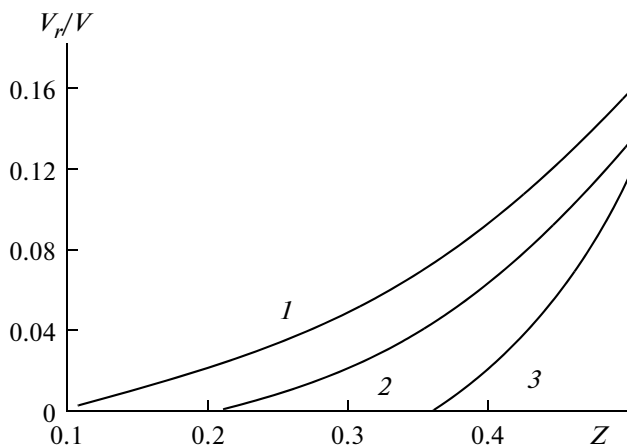


Рис. 3. Распределение объемной концентрации частиц примеси по высоте фильтрационного слоя при  $R/r = 20$  (1), 10 (2), 5 (3).

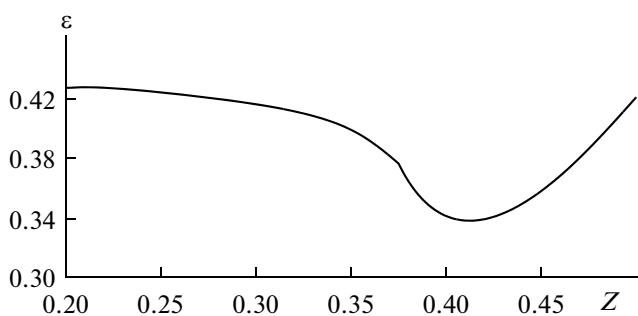


Рис. 4. Распределение пористости по высоте фильтра.

ковое, коэффициент адгезии задавался  $K_{ад} = 0.3$ . Как и в ранее рассмотренных случаях, расчетный объем предварительно заполнялся частицами радиусом  $R$ , а затем “рассеивались” частицы размером  $r_1, r_2, r_3$ .

По высоте расчетного объема от  $Z = 0.25$  до  $Z = 0.5$  наблюдается резкое уменьшение пористости. Это объясняется тем, что на данном участке формируется насыпной (фильтрационный) слой, состоящий из частиц четырех размеров  $R, r_1, r_2, r_3$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из анализа результатов выполненной работы следует, что определяющим фактором очистки жидкости на насыпных фильтрах является адгезионное взаимодействие частиц примеси между собой и частицами фильтрационного материала. Соотношение размера частиц фильтрационного материала и частиц примеси, распределение по размерам частиц и процентное соотношение фракций примеси в значительной степени определяют пористость фильтрационного слоя и, сле-

довательно, степень очистки жидкости. Используемая модель фильтрования указывает пути оптимизации процесса очистки жидкости от частиц твердой фазы в зависимости от физико-химических характеристик фильтрационного материала и частиц примеси.

Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы (соглашение № 14.В37.21.0872).

### ОБОЗНАЧЕНИЯ

- $A$  – константа Гамакера, Дж;
- $D$  – диаметр частиц фильтрационного материала, м;
- $H$  – расстояние между поверхностями взаимодействующих частиц (обычно межмолекулярное расстояние), м;
- $K_{ад}$  – коэффициент адгезии;
- $N$  – степень фильтрования, %;
- $n_1$  – число задержанных частиц примеси в фильтре;
- $n_2$  – число частиц примеси на входе в фильтр;
- $R, r$  – радиус крупных и мелких частиц (отнесенный к размеру расчетной области);
- $r^*$  – эффективный радиус двух частиц (отнесенный к размеру расчетной области);
- $V_r/V$  – объемная доля мелкой фракции;
- $u$  – скорость фильтрации, м/с;
- $Z$  – вертикальная координата, отнесенная к размеру расчетной области;
- $\varepsilon$  – пористость фильтра;
- $\mu$  – вязкость жидкости, Па с;
- $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
2. Дик И.Г., Матвиенко О.В., Неессе Т. Моделирование гидродинамики и сепарации в гидроциклоне // Теорет. основы хим. технологии. 2000. Т. 34. № 5. С. 478.
3. Дьяченко Н.Н., Дьяченко А.Н., Пермяков О.Е. и др. Экспериментальное моделирование работы очистных сооружений угольных шахт // Изв. вузов. Горн. журн. 2004. № 4. С. 45.
4. Васенин И.М., Дьяченко Н.Н., Дьяченко Л.И. Осветление шахтных вод на слое песка // Изв. вузов. Горн. журн. 2004. № 6. С. 50.
5. Васенин И.М., Дьяченко Н.Н., Ёлкин К.Е., Нариманов Р.К. Математическое моделирование двухфазных конвективных течений с малыми частицами // Прикл. механика и техн. физика. 2004. Т. 45. № 6. С. 19.

6. Димов С.В., Кузнецов В.В., Рудяк В.Я., Тропин Н.М. Экспериментальное изучение фильтрации микро-суспензии в высокопроницаемой пористой среде // Изв. АН. Механика жидкости и газа. 2012. № 2. С. 47.
7. Крохина А.В., Дик И.Г., Неессе Т., Миньков Л.Л., Павлихин Г.П. Исследование гидродинамики гидроциклона с дополнительным двухструйным инжектором // Теорет. основы хим. технологии. 2011. Т. 45. № 2. С. 227.
8. Дик И.Г., Крохина А.В., Миньков Л.Л. Управление характеристиками гидроциклона дополнительным инжектированием воды // Теорет. основы хим. технологии. 2012. Т. 46. № 3. С. 342.
9. Мосина Е.В. Численное исследование течения на границе жидкость–пористая среда // Теорет. основы хим. технологии. 2010. Т. 44. № 5. С. 536.
10. Дик И.Г., Дьяченко Е.Н., Миньков Л.Л. Моделирование случайной упаковки шаров // Физ. мезомеханика. 2006. Т. 9. № 4. С. 63.
11. Дьяченко Н.Н., Дьяченко Е.Н. Моделирование процесса осветления жидкости на слое насыпного фильтра // Изв. вузов. Горн. журн. 2007. № 4. С. 112.
12. Дорофеев С.О. Численное моделирование движения сыпучего материала в реакторе шахтного типа // Теорет. основы хим. технологии. 2007. Т. 41. № 2. С. 205.
13. Дорофеев С.О. Численное моделирование течения бидисперсного сыпучего материала в реакторе шахтного типа // Теорет. основы хим. технологии. 2007. Т. 41. № 6. С. 625.
14. Дорофеев С.О., Полианчик Е.В., Манелис Г.Б. Численное моделирование течения бидисперсного сыпучего материала во вращающемся реакторе // Докл. АН. 2008. Т. 422. № 5. С. 615.
15. Neesse Th., Dueck J., Djatchenko E. Simulation of filter cake porosity in solid/liquid separation // Powder Technol. 2009. № 193. P. 332.
16. Dyachenko E., Dueck J. Modeling of sedimentation and filtration layer formation by discrete element method // Компьют. исследования и моделирование. 2012. Т. 4. № 1. С. 105.
17. Krieger I.M. Rheology of monodisperse lattices // Adv. Colloid Interface Sci. 1972. № 3. P. 111.
18. Israelachvili J. Intermolecular and surface forces. San Diego: Academic Press, 1995.
19. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. СПб.: БХВ-Петербург, 2002.