ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Т. 56, № 10/2 ФИЗИКА 2013

УДК 521.1:523.44-325

А.П. БАТУРИН

УЛУЧШЕНИЕ ОРБИТ АСТЕРОИДОВ ПО ДАННЫМ РАДАРНЫХ И УГЛОВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ[1]

Рассмотрена задача улучшения орбит астероидов по данным их угловых и радарных наблюдений стандартным способом, т.е. с помощью минимизации взвешенной суммы квадратов невязок. При улучшении использовались радарные наблюдения обоих видов: временных задержек сигналов и доплеровских сдвигов их частоты. Для ряда астероидов, имеющих различное число наблюдений и интервалы наблюдаемости, выполнено несколько вариантов улучшения орбиты: по угловым наблюдениям, по радарным и по обоим видам наблюдений вместе. Проведено сравнение размеров получаемых при этом доверительных областей. Показано, что при совместном использовании угловых и радарных наблюдений, несмотря на небольшое число последних, доверительные области, как правило, имеют меньший размер, чем при использовании только угловых.

Ключевые слова: *радарные наблюдения астероидов, улучшение орбит.*

Задача улучшения орбиты по данным угловых и радарных наблюдений в астрономической практике является распространенной и подробно разработанной. Среди работ, связанных с улучшением орбит по данным радарных наблюдений, можно упомянуть, например, работы [1, 2]. В [1] приведены основные формулы для вычисления временных задержек сигнала и доплеровских сдвигов частоты, в [2] выполнено улучшение орбиты астероида Апофис и показано, что использование радарных наблюдений позволяет существенно уточнить его орбиту.

В общем виде рассматриваемую задачу можно сформулировать в виде

$$S = w^2 \sum_{i=1}^{N} (\Delta\alpha_i^2 \cos^2 \delta_i^{(O)} + \Delta\delta_i^2) + \sum_{i=1}^{N_\tau} p_i^2 \Delta\tau_i^2 + \sum_{i=1}^{N_f} u_i^2 \Delta f_i^2 \to \min, \qquad (1)$$

где $\Delta\alpha_i = \alpha_i(\boldsymbol{q}) - \alpha_i^{(O)}$, $\Delta\delta_i = \delta_i(\boldsymbol{q}) - \delta_i^{(O)}$ – разности вычисленных и измеренных прямых восхождений и склонений астероида соответственно; N – число угловых наблюдений; $\Delta\tau_i = \tau_i(\boldsymbol{q}) - \tau_i^{(O)}$ – разности вычисленных и измеренных временных задержек сигнала; N_τ – число измеренных временных задержек; $\Delta f_i = \Delta\nu_i(\boldsymbol{q}) - \Delta\nu_i^{(O)}$ – разности вычисленных и измеренных доплеровских сдвигов частоты; N_f – число измеренных сдвигов; $\boldsymbol{q} = (x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) = (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)$ – вектор улучшаемых начальных параметров орбиты; w – вес угловых наблюдений; p_i – веса временных задержек; u_i – веса доплеровских сдвигов частоты.

Формулы для вычисления временно́й задержки $\tau(\boldsymbol{q})$, доплеровского сдвига частоты $\Delta\nu(\boldsymbol{q})$, а также их производных по начальным параметрам приведены (с рядом опечаток) в [1]. Кроме того, они были выведены автором самостоятельно и приведены в [3]. Однако в этой работе была допущена ошибка, связанная с определением моментов времени, приводимых для радарных наблюдений в циркулярах MPEC [5]. В [3, 4] эти моменты рассматривались как моменты излучения сигнала, так как они всегда содержат целое число секунд. Однако, несмотря на это, на самом деле [6] они являются моментами приема сигнала, отраженного от астероида. В результате такой неправильной трактовки моментов радарных наблюдений в [3, 4] при улучшении орбиты были получены большие невязки. В настоящей работе указанная ошибка была исправлена, что привело к некоторому изменению формул вычисления временно́й задержки, приводимых далее.

Выражение для временно́й задержки сигнала имеет вид

$$\tau(\boldsymbol{q}) = \tau_{\text{отр}}(\boldsymbol{q}) + \tau_{\text{пр}}(\boldsymbol{q}), \qquad (2)$$

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 12-02-00220-а.

где $\tau_{\text{отр}}$ – время распространения сигнала от излучателя до астероида (до отражения); $\tau_{\text{пр}}$ – время распространения отраженного сигнала до приемника. Вычисляются $\tau_{\text{отр}}$ и $\tau_{\text{пр}}$ итерационным образом по формулам

$$\begin{cases} \tau_{\text{пр}}^{(0)} = \dfrac{1}{c}\left|\boldsymbol{r}_{\text{пр}}(t) - \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q},t)\right|, \\ \boldsymbol{d}_{\text{пр}} = \boldsymbol{r}_{\text{пр}}(t) - \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q}, t - \tau_{\text{пр}}^{(s)}), \quad \rho_{\text{пр}} = \left|\boldsymbol{d}_{\text{пр}}\right|, \\ \tau_{\text{пр}}^{(s+1)} = \dfrac{\rho_{\text{пр}} - R}{c}, \end{cases} \quad \begin{cases} \tau_{\text{отр}}^{(0)} = \dfrac{1}{c}\left|\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q}, t-\tau_{\text{пр}}) - \boldsymbol{r}_{\text{изл}}(t-\tau_{\text{пр}})\right|, \\ \boldsymbol{d}_{\text{отр}} = \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q}, t-\tau_{\text{пр}}) - \boldsymbol{r}_{\text{изл}}(t - \tau_{\text{пр}} - \tau_{\text{отр}}^{(s)}), \quad \rho_{\text{отр}} = \left|\boldsymbol{d}_{\text{отр}}\right|, \\ \tau_{\text{отр}}^{(s+1)} = \dfrac{\rho_{\text{отр}} - R}{c}, \end{cases} \tag{3}$$

где $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q},t) = (x(t), y(t), z(t))$ – вектор положения астероида в момент t приема сигнала; $\boldsymbol{r}_{\text{изл}} = (x_{\text{изл}}, y_{\text{изл}}, z_{\text{изл}})$ и $\boldsymbol{r}_{\text{пр}} = (x_{\text{пр}}, y_{\text{пр}}, z_{\text{пр}})$ – векторы положения излучателя и приемника соответственно; c – скорость света; R – радиус астероида; s – номер итерации.

Другие формулы (для доплеровского сдвига, а также для частных производных по прямоугольным координатам от него и временно́й задержки) приведены в работе [3] и остаются без изменений.

В качестве модели движения астероидов использовалась возмущенная задача двух тел с учетом возмущений от девяти планет и Луны, координаты которых при численном интегрировании уравнений движения извлекались из эфемерид DE422 [7]. Для численного интегрирования применялся метод Эверхарта 27 порядка с переменным шагом, все расчеты выполнялись с 34-значной десятичной разрядностью.

Для определения весового коэффициента w предварительно выполнялось улучшение орбиты по всем угловым наблюдениям, и этот коэффициент задавался как величина, обратная полученной среднеквадратической ошибке σ_0 представления наблюдений. Весовые коэффициенты p_i и u_i задавались как величины, обратные ошибкам соответствующих радарных наблюдений, приводимым вместе с этими наблюдениями в электронных циркулярах [5].

Описанный алгоритм был применен при улучшении орбиты ряда астероидов, наблюдения которых были взяты из электронных циркуляров [5]. При выборе астероидов главным требованием было наличие у них достаточного числа радарных наблюдений (больше шести).

Информация о них приводится в табл. 1, а именно: D – диаметр астероида (если он известен); N – число угловых наблюдений; T – интервал времени, охватываемый угловыми наблюдениями; σ_0 – среднеквадратическая ошибка, полученная при улучшении орбиты по угловым наблюдениям; N_τ – число измеренных временных задержек; N_f – число измеренных доплеровских сдвигов частоты; $T_{\text{рад}}$ – интервал времени охватываемый радарными наблюдениями; $\overline{\delta\tau}$, $\overline{\delta f}$ – средние модули приводимых в циркулярах [5] ошибок радарных наблюдений.

Таблица 1

Информация о наблюдениях рассматриваемых астероидов

Астероид	D, км	N	T, сут	σ_0,″	N_τ	N_f	$T_{\text{рад}}$, сут	$\overline{\delta\tau}$, мкс	$\overline{\delta f}$, Гц
1950 DA	1,400	172	18841	0,750	8	5	4,1	2,58	1,06
1999 RQ36	0,495	235	2198	0,864	6	3	16,2	1,00	1,00
2002 NY40	0,280	1371	1099	0,587	4	5	1,9	5,25	1,64
2004 DC	–	190	2871	0,561	7	1	5,3	1,93	0,50
2005 EU2	–	67	100	0,554	6	1	14,0	0,62	0,50

В табл. 2 приводится информация о результатах улучшения орбиты только по радарным наблюдениям. Для редукции вычисляемых значений радарных наблюдений применялся уточненный алгоритм, описанный в работе [4]. В качестве начального приближения использовалась орбита, улучшенная по угловым наблюдениям. Значения σ_τ и σ_f, приводимые в табл. 2, – это среднеквадратические ошибки представления временных задержек и доплеровских сдвигов соответственно; σ_0 – среднеквадратическая ошибка представления полученными орбитами угловых наблюдений.

Таблица 2

Результаты улучшения орбиты по радарным наблюдениям

Астероид	На 1-й итерации		После улучшения		
	σ_τ, мкс	σ_f, Гц	σ_0, $''$	σ_τ, мкс	σ_f, Гц
1950 DA	513,48	4,00	12544	2,03	0,45
1999 RQ36	136,92	0,70	4214	0,11	0,30
2002 NY40	66,02	9,49	8001	1,85	0,07
2004 DC	462,20	9,35	1455	16,73	1,00
2005 EU2	3296,94	10,50	6,14	0,13	0,84

Как видно из табл. 2, орбиты, улучшенные по угловым наблюдениям, довольно плохо представляют радарные наблюдения. Об этом говорят большие значения σ_τ и σ_f, полученные на 1-й итерации. То же самое можно сказать и о представлении угловых наблюдений орбитами, полученными только по радарным наблюдениям, о чем говорят большие значения σ_0 после улучшения. Что касается остаточных ошибок σ_τ и σ_f после улучшения, то они имеют величину, сравнимую с величиной $\overline{\delta\tau}$ и $\overline{\delta f}$ (табл. 1), и лишь одно значение σ_τ (для объекта 2004 DC) слишком велико. Объясняется это, по-видимому, тем, что в ряду его радарных наблюдений одно, а именно первое наблюдение имеет слишком большую ошибку. Величина этой ошибки, приведенная в циркулярах [5], составляет 10 мкс, тогда как для остальных наблюдений ошибки не превышают 1 мкс. После исключения данного наблюдения из обработки среднеквадратические ошибки для объекта 2004 DC становятся равными: $\sigma_\tau = 2{,}17$ мкс, $\sigma_f = 0{,}96$ Гц и $\sigma_0 = 1462''$. Далее данное наблюдение не используется.

Большие значения σ_0 в табл. 2 объясняются малой величиной интервала $T_{\text{рад}}$, охватываемого радарными наблюдениями, что должно значительно снижать точность представления угловых наблюдений, расположенных далеко от этого интервала. Поэтому наиболее информативными представляются результаты совместного использования при улучшении орбиты угловых и радарных наблюдений, приводимые в табл. 3.

Таблица 3

Результаты улучшения орбиты по угловым и радарным наблюдениям

Астероид	σ_0, $''$	σ_τ, мкс	σ_f, Гц	k
1950 DA	0,780	4,41	0,93	7,45
1999 RQ36	0,950	0,45	0,38	13,95
2002 NY40	0,605	7,18	8,94	18,20
2004 DC	0,569	0,52	10,32	0,03
2005 EU2	0,557	0,22	0,87	1,72

Анализ этих результатов показывает, что остаточные среднеквадратические ошибки σ_0 остаются близки ошибкам, полученным при улучшении только по угловым наблюдениям (табл.1). Ошибки σ_τ и σ_f для трех объектов (1950 DA, 1999 RQ36 и 2005 EU2) остаются того же порядка, что и ошибки, полученные при улучшении только по радарным наблюдениям (табл. 2), а для остальных двух объектов превышают их не более чем на порядок.

В последней колонке табл. 3 приведены значения так называемого «доверительного коэффициента» k, используемого как показатель положения начального вектора орбиты внутри доверительного эллипсоида, определяемого при улучшении орбиты только по угловым наблюдениям. Данный коэффициент определяется формулой

$$k^2 = \frac{\xi_1^2}{\lambda_1^2} + \ldots + \frac{\xi_6^2}{\lambda_6^2},$$

где $\boldsymbol{s} = (\xi_1, \ldots, \xi_6)$ – начальный вектор $\boldsymbol{q}$ улучшенной орбиты, переведенный в систему координат, оси которой совпадают с осями доверительного эллипсоида, а начало – с его центром. Формула перевода имеет вид $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{U}(\boldsymbol{q} - \widehat{\boldsymbol{q}})$, где $\boldsymbol{U}$ – матрица, составленная из единичных собственных векторов ковариационной матрицы вектора $\widehat{\boldsymbol{q}}$, полученной вместе с ним при улучшении орбиты только по угловым наблюдениям. Квадратами полуосей эллипсоида $\lambda_1^2, \ldots, \lambda_6^2$ являются собственные значения ковариационной матрицы.

Из табл. 3 видно, что только для последних двух астероидов орбиты, улучшенные по угловым и радарным наблюдениям, расположены внутри доверительного эллипсоида. Заметим, что орбиты считаются расположенными внутри эллипсоида при $k \le 4{,}5$, поскольку, как показано в работе [8], в шестимерном пространстве такое значение соответствует доверительной вероятности 0,997, определяемой «правилом трех сигм» в одномерном случае. Орбита объекта 1950 DA находится хотя и за пределами эллипсоида, но довольно близко к нему (k = 7,45), орбиты же двух остальных объектов расположены довольно далеко за его пределами. Это означает, что для данных объектов (1999 RQ36 и 2002 NY40) использование радарных наблюдений описанным способом значительно изменяет улучшенную орбиту.

В табл. 4 приводятся результаты сравнения размеров доверительных эллипсоидов, получаемых при улучшении орбит. В качестве показателя размеров эллипсоида можно использовать его объем, который определяется как произведение полуосей, умноженное на некоторый коэффициент, зависящий только от мерности эллипсоида. Поскольку все рассматриваемые эллипсоиды шестимерны, то данным коэффициентом можно пренебречь и принять за показатель объема эллипсоида среднее геометрическое его полуосей или, упрощая терминологию, «среднюю полуось», характеризующую его «средний размер». Таким образом, средняя полуось $\bar{\lambda}$ доверительного эллипсоида вычисляется по формуле $\bar{\lambda} = \sqrt[6]{\lambda_1, \ldots, \lambda_6}$, где $\lambda_1^2, \ldots, \lambda_6^2$ – собственные значения ковариационной матрицы, получаемой при улучшении орбиты.

В табл. 4 приводятся средние полуоси (в единицах а.е./сут$^{1/2}$) эллипсоидов, соответствующих доверительному коэффициенту k = 1.

Таблица 4

Средние полуоси доверительных эллипсоидов

Астероид	Улучшение орбиты с использованием наблюдений		
	угловых	радарных	угловых и радарных
1950 DA	$2{,}77 \cdot 10^{-9}$	$2{,}64 \cdot 10^{-9}$	$5{,}18 \cdot 10^{-10}$
1999 RQ36	$1{,}20 \cdot 10^{-9}$	$1{,}84 \cdot 10^{-10}$	$2{,}46 \cdot 10^{-10}$
2002 NY40	$7{,}81 \cdot 10^{-10}$	$3{,}08 \cdot 10^{-9}$	$7{,}81 \cdot 10^{-10}$
2004 DC	$3{,}37 \cdot 10^{-9}$	$2{,}81 \cdot 10^{-9}$	$7{,}27 \cdot 10^{-10}$
2005 EU2	$1{,}38 \cdot 10^{-8}$	$5{,}87 \cdot 10^{-10}$	$5{,}22 \cdot 10^{-10}$

Как видно из табл. 4, использование при улучшении орбиты радарных наблюдений в целом приводит к уменьшению размеров доверительной области, и лишь в одном случае (для объекта 2002 NY40) размеры области сохраняются. Причиной этого, скорее всего, является большое число угловых наблюдений этого астероида. Кроме того, этот объект имеет всего 4 наблюдения временных задержек, для которых приводимые в [5] ошибки имеют довольно большую величину (см. табл. 1).

Проведенное исследование позволяет сделать вывод, что использование радарных наблюдений астероидов при улучшении их орбит позволяет в большинстве случаев заметно уменьшить размеры доверительных областей начальных параметров. Наиболее заметное уменьшение происходит, когда угловые наблюдения охватывают небольшую дугу орбиты. Такой случай имеет место для астероида 2005 EU2, угловые наблюдения которого занимают интервал всего в 100 сут (табл. 1), и, как видно из табл. 4, происходит уменьшение размеров области примерно на 2 порядка. Однако уменьшение области, хотя и не такое значительное, имеет место и для объекта 1950 DA, угловые наблюдения которого охватывают интервал около 50 лет. Объясняется это, по-видимому, довольно большим числом имеющихся для него радарных наблюдений – 8 временных задержек и 5 доплеровских, для которых, к тому же, приводимые в [5] ошибки имеют не слишком большую величину. Поэтому можно сделать вывод, что, во-первых, точность радарных наблюдений оказывает заметное влияние на размеры доверительной области и, во-вторых, приводимые вместе с радарными наблюдениями в электронных циркулярах [5] ошибки отражают реальную точность этих наблюдений и могут быть использованы для назначения весов при улучшении орбиты. Однако вопрос о назначении весов для различных видов наблюдений является еще недостаточно изученным и требует дополнительных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yeomans D.K. et al. // Astron. J. – 1992. – V.103. – No. 1. – P. 303–317.
2. Виноградова Т.А., Кочетова О.М., Чернетенко Ю.А. и др. // Астрон. вестник. – 2008.– Т. 42. – № 4. – С. 291–300.
3. Батурин А.П. // Изв. вузов. Физика. – 2012. – Т. 55. – №10/2. – С. 78–82.
4. Батурин А.П. // Изв. вузов. Физика. – 2013. – Т. 56. – № 6/3. – С. 185–187.
5. http://minorplanetcenter.net/iau/ECS/MPCAT-OBS/MPCAT-OBS.html (последнее обращение: октябрь 2013 г.)
6. http://minorplanetcenter.net/iau/info/RadarObs.html (последнее обращение: октябрь 2013 г.)
7. ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets (последнее обращение: октябрь 2013 г.)
8. Черницов А.М., Тамаров В.А., Авдюшев В.А. и др. // Изв. вузов. Физика. – 2007. – Т. 50. – № 12/2. – С. 33–43.

Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия
E-mail: alexbaturin@sibmail.com

Поступила в редакцию 17.10.13.

A.P. BATURIN

ASTEROID ORBIT FITTING WITH RADAR AND ANGULAR OBSERVATIONS

Tomsk State University, Tomsk, Russia

The asteroid orbit fitting problem using their radar and angular observations has been considered. The problem was solved in a standanrd way by means of minimization of weighted sum of squares of residuals. In the orbit fitting both kinds of radar observations have been used: the observations of time delays and of Doppler frequency shifts. The weight for angular observations has been set single for all of them and it has been determined as inverse mean-square residual obtained in the orbit fitting using just angular observations. The weights of radar observations have been set as inverse squared errors of these observations published together with them in the Minor Planet Center electronical circulars (MPECs). For the orbit fitting some five asteroids have been taken from these circulars. The asteroids have been chosen fulfilling the requirement of more than six radar observations of them to be available. The asteroids are 1950 DA, 1999 RQ36, 2002 NY40, 2004 DC and 2005 EU2. Several orbit fittings for these asteroids have been done: with just angular observations; with just radar observations; with both angular and radar observations. The obtained results are quite acceptable because in the last case the mean-square angular residuals are approximately equal to the same ones obtained in the fitting with just angular observations. As to radar observations mean-square residuals, the time delay residuals for three asteroids do not exceed 1 μs, for two others – 10 μs and the Doppler shift residuals for three asteroids do not exceed 1 Hz, for two others – 10 Hz. The motion equations included perturbations from 9 planets and the Moon using their ephemerides DE422. The numerical integration has been performed with Everhart 27-order method with variable step. All calculations have been executed to a 34-digit decimal precision (i.e. using 128-bit floating-point numbers). Further, the sizes of confidence ellipsoids of improved orbit parameters have been compared. It has been accepted that an indicator of ellipsoid size is a geometric mean of its six semi-axes. A comparison of sizes has shown that confidence ellipsoids obtained in orbit fitting with both angular and radar observations are several times less than ellipsoids obtained with just angular observations.

Батурин Алексей Павлович, к.ф.-м.н., ст. науч. сотр. НИИ ПММ ТГУ.