ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
Т. 56, № 10/2 ФИЗИКА 2013

УДК 629.783, 521.182

Т.В. БОРДОВИЦЫНА, И.В. ТОМИЛОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕННОСТИ ВЕКОВЫХ РЕЗОНАНСОВ В ОКОЛОЗЕМНОМ ОРБИТАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ[1]

Представлены результаты исследования распространенности вековых резонансов в околоземном орбитальном пространстве. Рассмотрено 29 резонансных соотношений низких порядков и выявлены области околоземного орбитального пространства, где эти резонансные соотношения имеют малые значения.

Ключевые слова: *искусственные спутники Земли, вековые резонансы, околоземное орбитальное пространство.*

Введение

Как показано в работах [1–4], вековые резонансы способны оказывать заметное влияние на долговременную орбитальную эволюцию околоземных объектов. Настоящее исследование предпринято для того, чтобы оценить распространенность вековых резонансов в околоземном орбитальном пространстве. Рассмотрено 29 основных резонансных соотношений низкого порядка, выявлены области, где эти резонансы имеют малые значения, и показана зависимость долговременной орбитальной эволюции объектов от степени малости резонансного соотношения

1. Методика исследования

Аналитическая методика выявления вековых резонансов подробно рассматривалась нами в [2] и коротко состоит в следующем.

Запишем аргументы возмущающей функции для однократно и двукратно осредненной ограниченной задачи трех тел в виде

$$\underline{\psi} = (l-2p'+q')M' + (l-2p)\omega - (l-2p')\omega' + j(\Omega-\Omega'); \quad (1)$$

$$\underline{\underline{\psi}} = (l-2p)\omega - (k-2p')\omega' + j(\Omega-\Omega'), \quad (2)$$

где

$$\omega = \omega_0 + \dot{\omega}(t-t_0),\ \ \Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t-t_0),\ \ M' = M'_0 + \overline{n}'(t-t_0),$$
$$\omega' = \omega'_0 + \dot{\omega}'(t-t_0),\ \ \Omega' = \Omega'_0 + \dot{\Omega}'(t-t_0).$$

Тогда условие возникновения резонанса можно представить следующим образом:

$$\dot{\underline{\psi}} = 0, \quad \dot{\underline{\underline{\psi}}} = 0.$$

Вековые частоты в движении спутника, обусловленные влиянием второй зональной гармоники и третьего тела, будем вычислять по известным формулам, представленным, например, в [4]. Полный набор резонансных соотношений низких порядков будет состоять из 29 алгебраических выражений, приведенных в таблице. Сюда вошли резонансные соотношения со средними движениями Луны $\dot{M}'_M$ и Солнца $\dot{M}'_S$, резонансы нодальных и апсидальных вековых частот спутника и возмущающих тел, а также геометрический резонанс типа Лидова – Козаи $\dot{\omega} \approx 0$. Следуя С. Брейтеру [5], будем называть резонанс вековых частот спутника со средним движением третьего тела полувековым резонансом и разобьем все резонансные соотношения на группы. Соотношения с номерами 1 – 9 и 15 – 23 будут относиться к полувековым резонансам со средним движением Солнца и Луны соответственно, причем соотношения 1 – 3 и 15 – 17 описывают полувековой смешанный апсидально-нодальный резонанс, соотношения 4 – 7, 18 – 21 описывают полувековой нодальный резонанс, соотношения 8 – 9, 22 – 23 дают полувековой апсидальный резонанс, соотношения 10 – 13 и 24 – 26 описывают смешанный вековой резонанс, а соотношения 14 и 28 – чисто нодальный резонанс. Соотношение 29 представляет собой геометрический резонанс типа Лидова – Козаи.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 11-02-00918-а.

Резонансные соотношения

№	Резонансное соотношение	№	Резонансное соотношение	№	Резонансное соотношение
1	$\dot{M}'_S - \dot{\omega} + \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right) + \dot{\omega}'_S$	11	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_S$	21	$\dot{M}'_M - \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right)$
2	$\dot{M}'_S - \dot{\omega} - \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right) + \dot{\omega}'_S$	12	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right) + 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_S$	22	$\dot{M}'_M - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_M$
3	$\dot{M}'_S - 2\dot{\omega} + \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right) - 2\dot{\omega}'_S$	13	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right) - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_S$	23	$\dot{M}'_M - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_M$
4	$\dot{M}'_S + 2\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right)$	14	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right)$	24	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right) + \omega - \dot{\omega}'_M$
5	$\dot{M}'_S - 2\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right)$	15	$\dot{M}'_M - \dot{\omega} + \left(\Omega - \Omega'_M\right) + \dot{\omega}'_M$	25	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_M$
6	$\dot{M}'_S + \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right)$	16	$\dot{M}'_M - \dot{\omega} - \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right) + \dot{\omega}'_M$	26	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right) + 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_M$
7	$\dot{M}'_S - \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right)$	17	$\dot{M}'_M - 2\dot{\omega} + \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right) - 2\dot{\omega}'_M$	27	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right) - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_M$
8	$\dot{M}'_S - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_S$	18	$\dot{M}'_M + 2\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right)$	28	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right)$
9	$\dot{M}'_S - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_S$	19	$\dot{M}'_M - 2\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right)$	29	$\dot{\omega}$
10	$\left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_S\right) + \dot{\omega} - \dot{\omega}'_S$	20	$\dot{M}'_M + \left(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_M\right)$		

2. Описание численно-аналитического эксперимента

Используя указанную выше методику, для всех 29, приведенных в табл. 1 соотношений, были определены их численные значения для следующих вариаций параметров:

$$e = \{\ 0{,}01;\ 0{,}1\text{–}0{,}9 \text{ с шагом } 0{,}1\};\quad i = \{\ 0^\circ - 90^\circ \text{ с шагом } 5^\circ\ \};$$

$$a = \{8000\text{–}55000 \text{ км с шагом } 1 \text{ км}\}.$$

Для каждого из 29 резонансных соотношений были получены графики зависимости величины соотношений от эксцентриситета, наклонения и большой полуоси. Дадим общий анализ полученных результатов и приведем наиболее интересные примеры.

Особенностью смешанных полувековых резонансов со средним движением Солнца (1 – 3) является появление малых знаменателей у объектов с небольшими эксцентриситетами и движущихся на сравнительно низких орбитах с большими полуосями 15000 – 20000 км и наклонениями около 70°. При этом знаменатели не достигают значений, близких к нулю. При увеличении эксцентриситета область действия резонанса расширяется, при больших полуосях, равных примерно 45000 км, появляется острый резонанс (рис. 1). Для резонансных соотношений 2 и 3 картина повторяется, с той лишь разницей, что острый резонанс для соотношения 2 имеет место при наклонении равном 45°.

Нодальный полувековой резонанс со средним движением Солнца появляется только при наклонениях, близких к 90°, причем резонансы 5 – 7 проявляются только на низких орбитах, а резонанс 4 ведет себя, как показано на рис. 2. Он при небольших эксцентриситетах проявляется на низких орбитах, а затем с увеличением эксцентриситета охватывает большое орбитальное пространство и имеет большой диапазон величин малых знаменателей.

Восьмой и девятый полувековые апсидальные резонансы по своему поведению совпадают (рис. 3). При малых эксцентриситетах область их действия ограничена низкими орбитами, а с увеличением эксцентриситета эта область расширяется. Наиболее острый резонанс проявляется при наклонениях, близких к 60°.

По-иному ведут себя смешанные вековые резонансы, связанные с Солнцем, с № 10–13. Характерным примером является вековой резонанс с № 10, приведенный на рис. 4. Независимо от величины эксцентриситета этот резонанс проявляет себя в большой области орбитального пространства с широким диапазоном больших полуосей и наклонений. Острые минимумы малых знаменателей приходятся на наклонения от 45 до 75°.

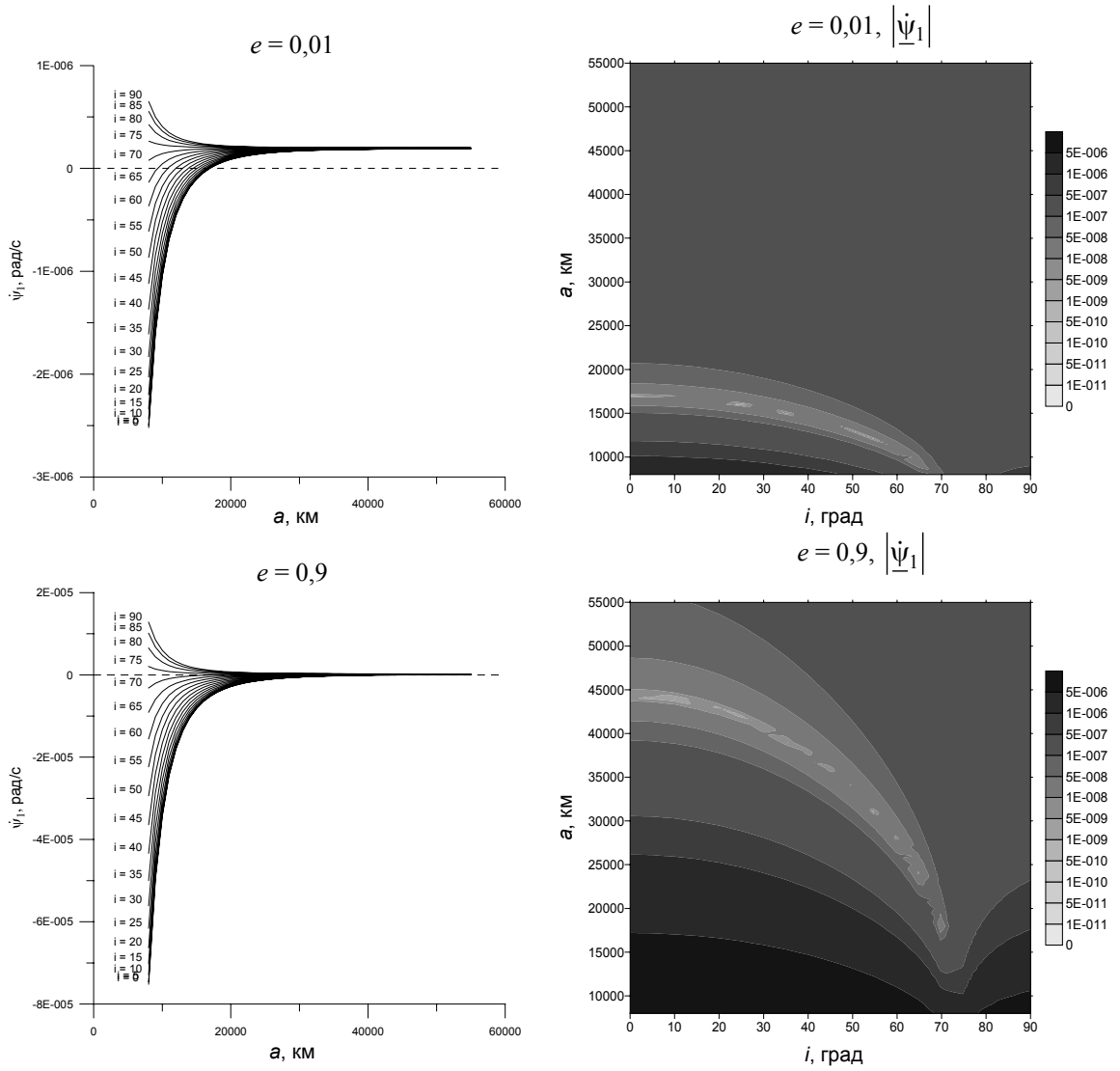
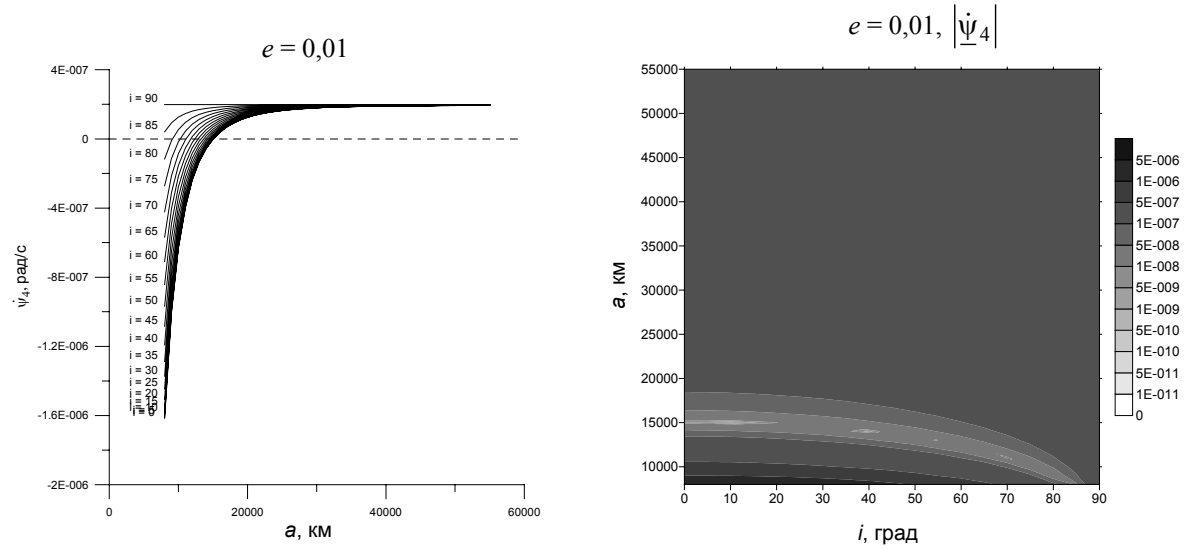


Рис. 1. Зависимость величины резонансного соотношения $\dot{\underline{\psi}}_1$ от параметров орбиты объекта



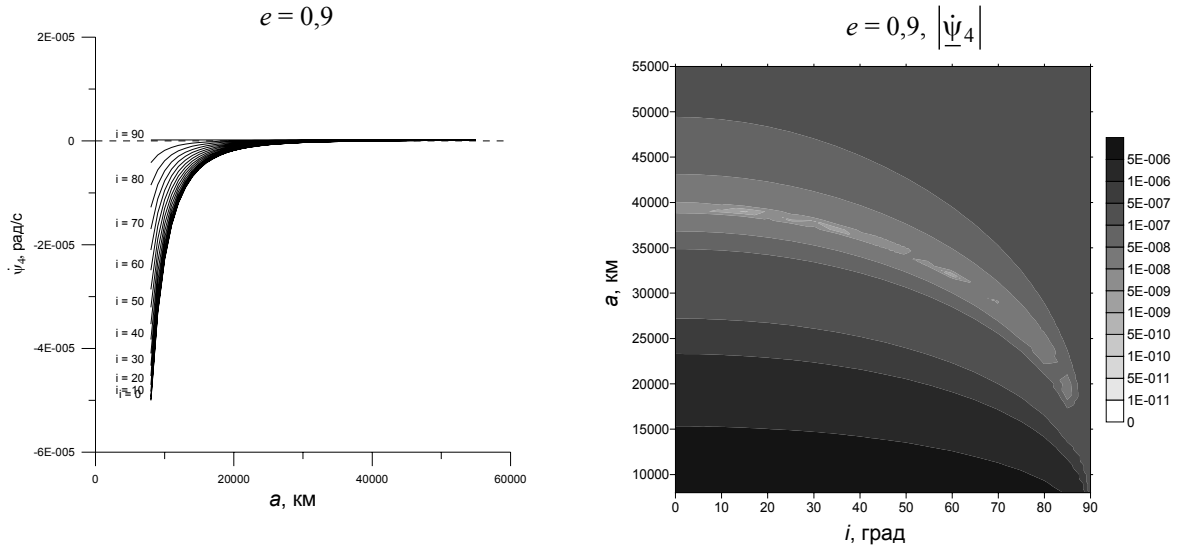


Рис. 2. Зависимость величины резонансного соотношения $\underline{\dot{\psi}}_4$ от параметров орбиты объекта

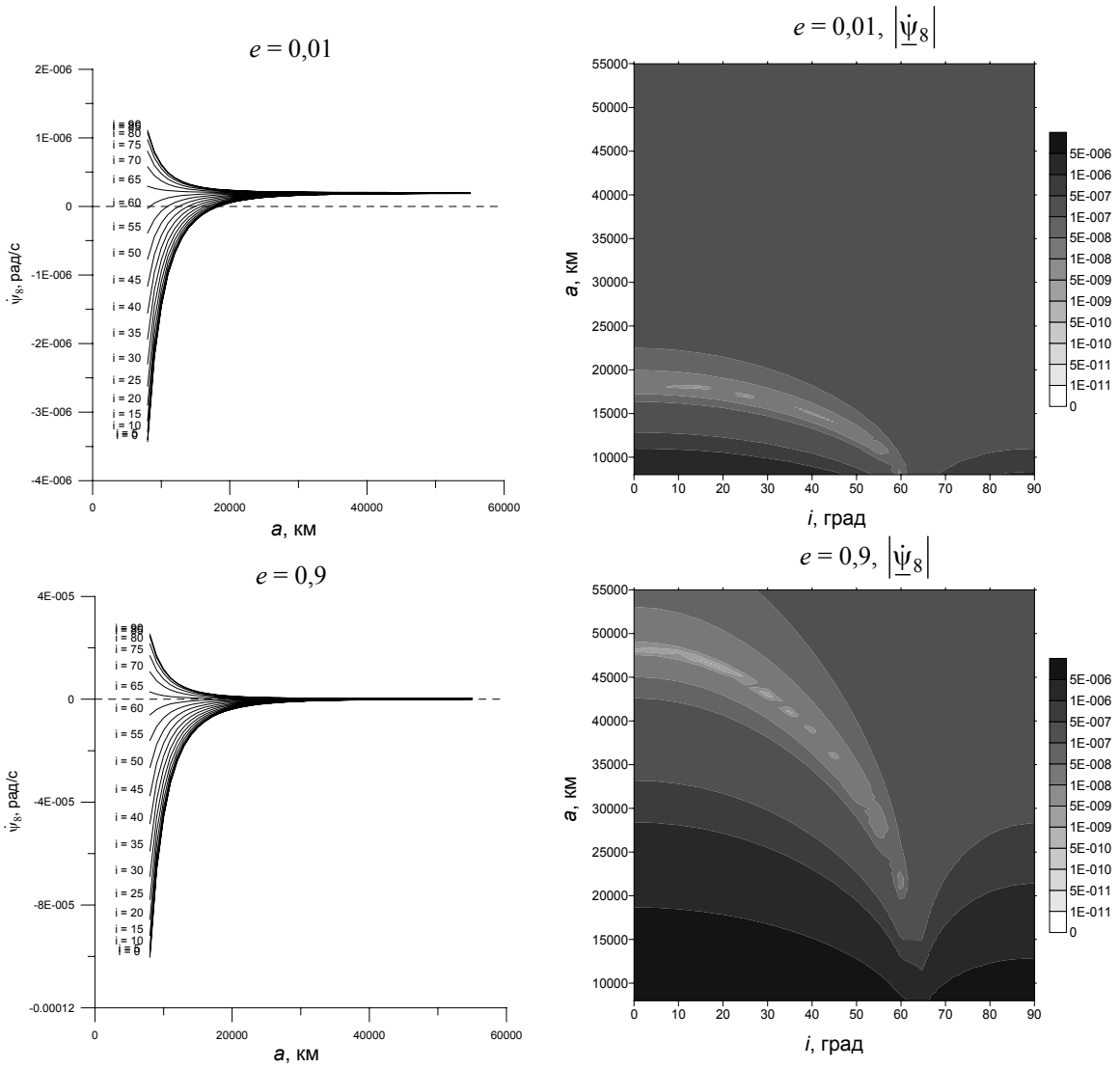


Рис. 3. Зависимость величины резонансного соотношения $\underline{\dot{\psi}}_8$ от параметров орбиты объекта

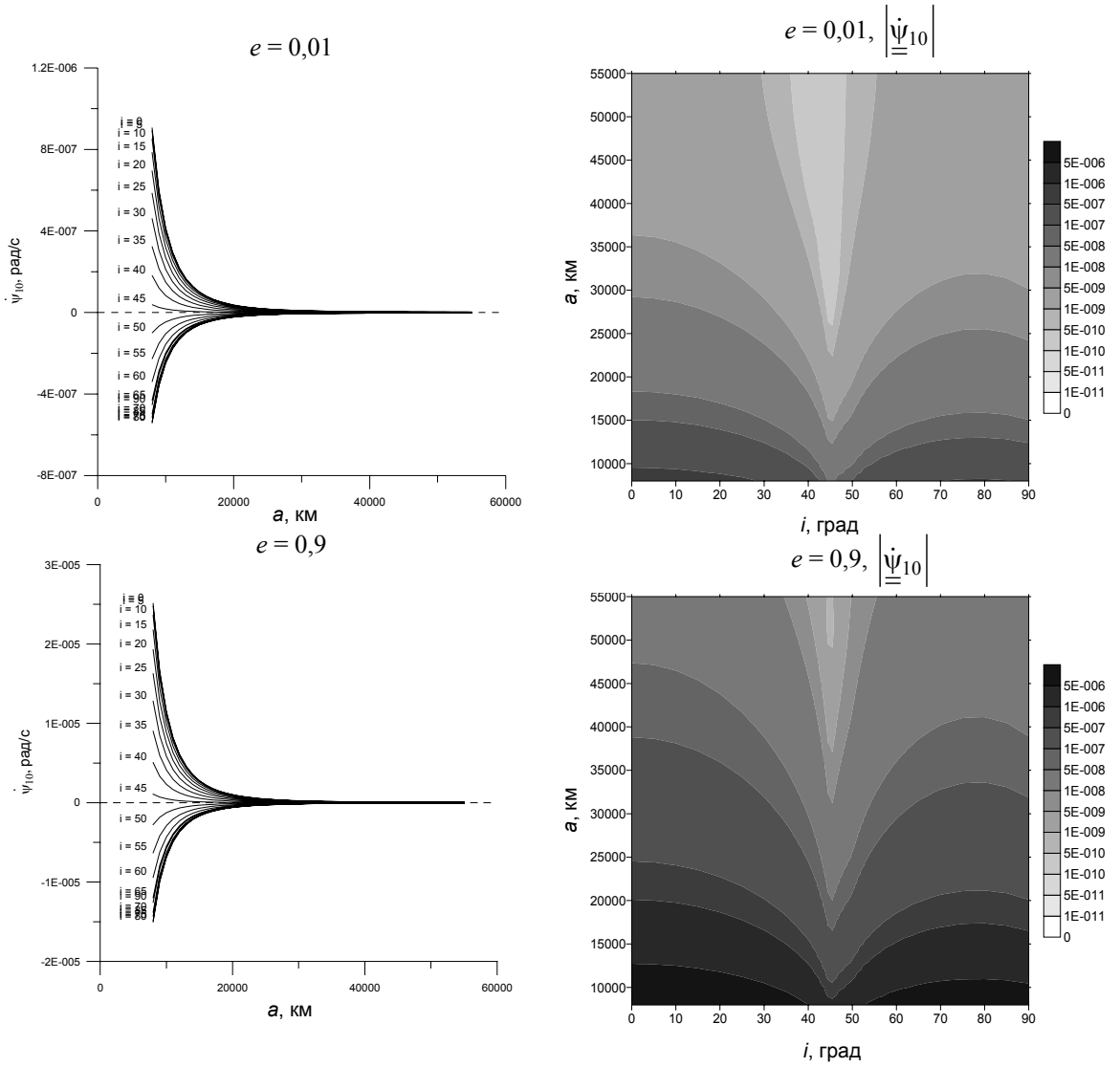


Рис. 4. Зависимость величины резонансного соотношения $\underline{\underline{\dot{\psi}}}_{10}$ от параметров орбиты объекта

Картину поведения нодального векового резонанса с № 14 передают графики, представленные на рис. 5. Независимо от величины эксцентриситета этот резонанс дает малые знаменатели только при наклонении, близком к 90°.

Все полувековые резонансы со средним движением Луны с № 15–23 очень слабо себя проявляют в околоземном орбитальном пространстве. Для примера на рис. 6 приведены данные по резонансному соотношения с № 23.

Смешанные вековые резонансы, связанные с Луной (с № 24–27), так же как аналогичные резонансы, связанные с Солнцем, проявляют себя в большой области орбитального пространства с широким диапазоном больших полуосей и наклонений. Острые минимумы малых знаменателей приходятся также на наклонения от 55 до 75° (рис. 7).

Остановимся теперь на геометрическом резонансе Лидова – Козаи, являющемся резонансным соотношением наинизшего порядка (рис. 8). Как показывают оценки, этот резонанс действует в широком диапазоне орбитальных параметров и достигает почти нулевых значений при наклонениях, близких к 65°, и для полуосей, больших 30000 км. В область действия этого резонанса, как мы показали ранее [2, 4], попадают объекты всех трех функционирующих глобальных навигационных систем: ГЛОНАСС, GPS и BEIDOU IGSO.

Для сопоставления полученных результатов по оценке величины резонансных отношений с реальной динамикой объектов было промоделировано движение объектов со следующими параметрами:

$e = 0{,}01$; $i = 10$, 45, 55, 60 и 65°;
$a = 8000$, 10000, 5000, 20000, 25000, 26000, 30000, 40000, 50000 и 55000 км.

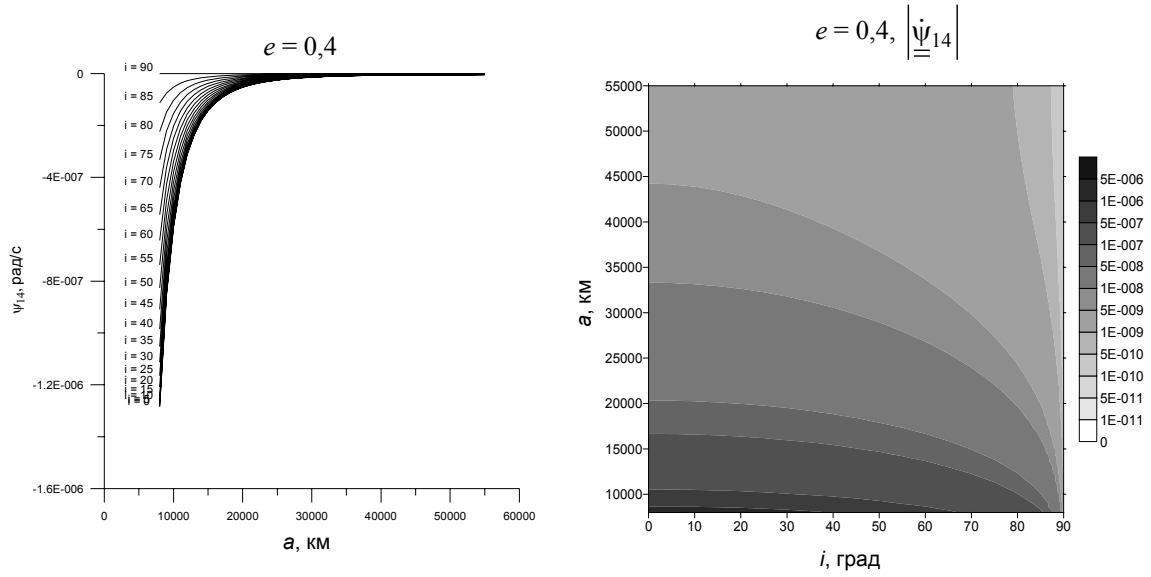


Рис. 5. Особенности изменения величины резонансного соотношения $\dot{\underline{\underline{\psi}}}_{14}$

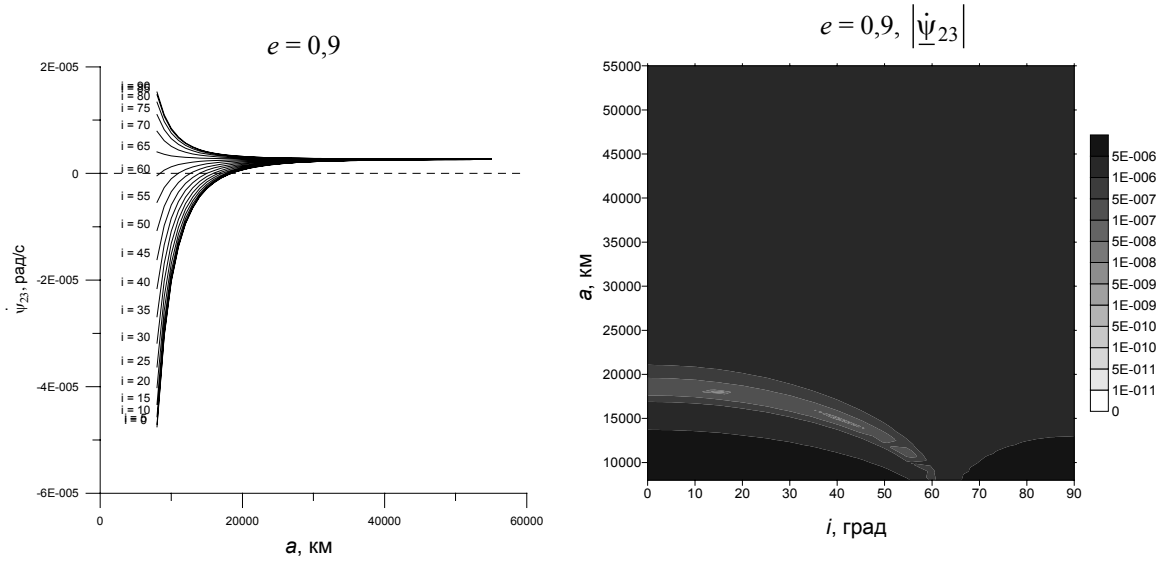


Рис. 6. Особенности изменения величины резонансного соотношения $\dot{\underline{\psi}}_{23}$

Численное моделирование динамики объектов, попадающих в зоны действия вековых резонансов, осуществлялось с помощью программного комплекса «Численная модель движения систем ИСЗ» [6], реализованного на кластере «СКИФ Cyberia». Уравнения движения, записанные в прямоугольной системе координат, интегрируются методом Эверхарта высокого порядка. В процессе интегрирования учитываются возмущения от несферичности гравитационного поля Земли, возмущения от Луны, Солнца и светового давления

Данные по оценке точности прогнозирования движения с помощью описанного программного комплекса приведены в [2].

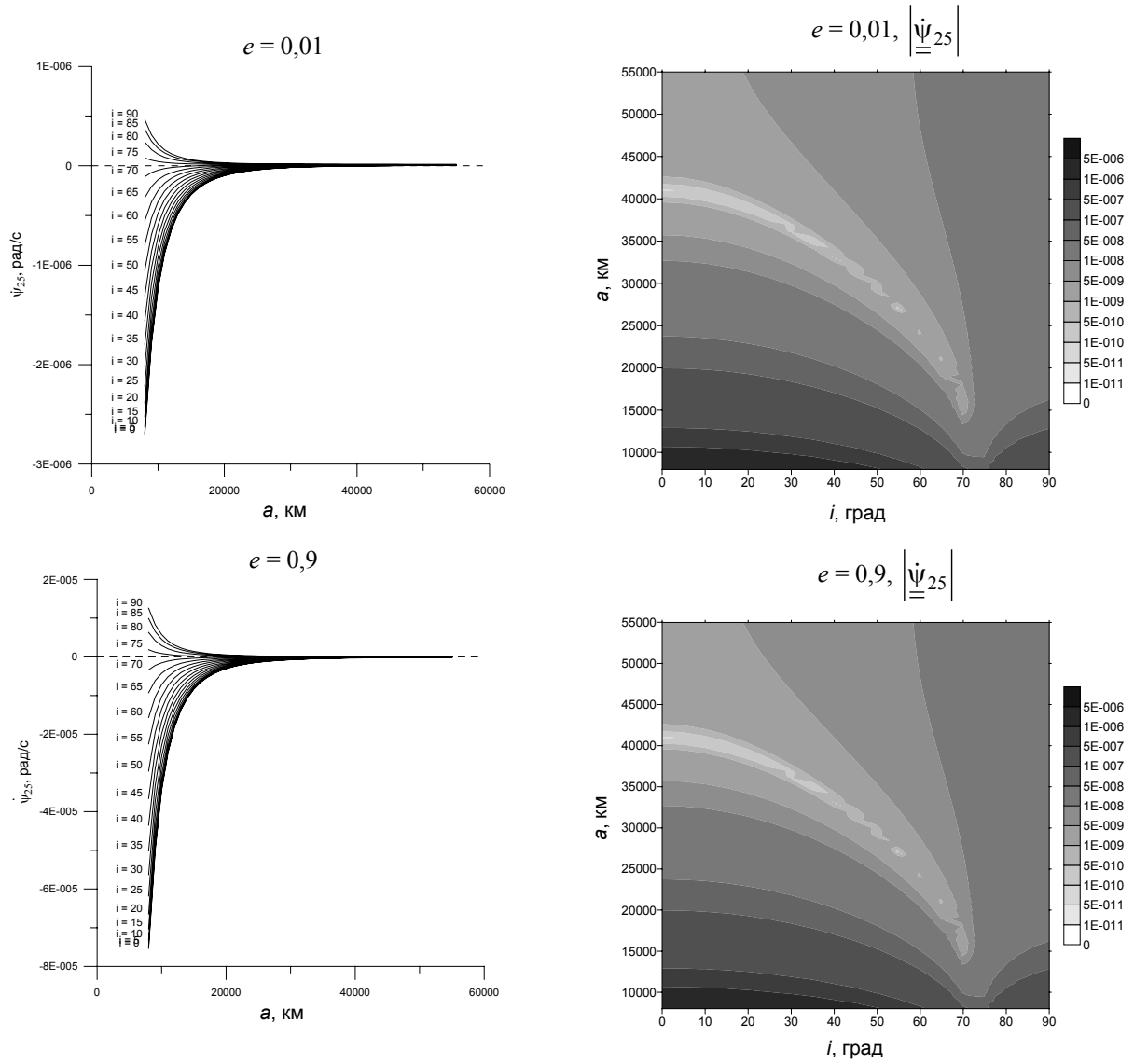
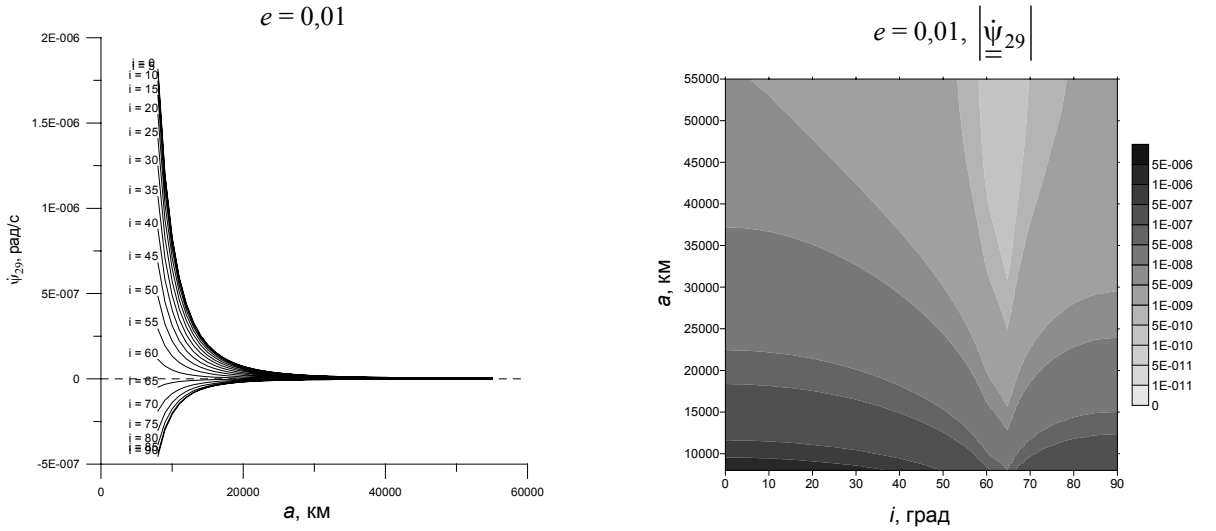


Рис. 7. Зависимость величины резонансного соотношения $\dot{\underline{\underline{\psi}}}_{25}$ от параметров орбиты объекта



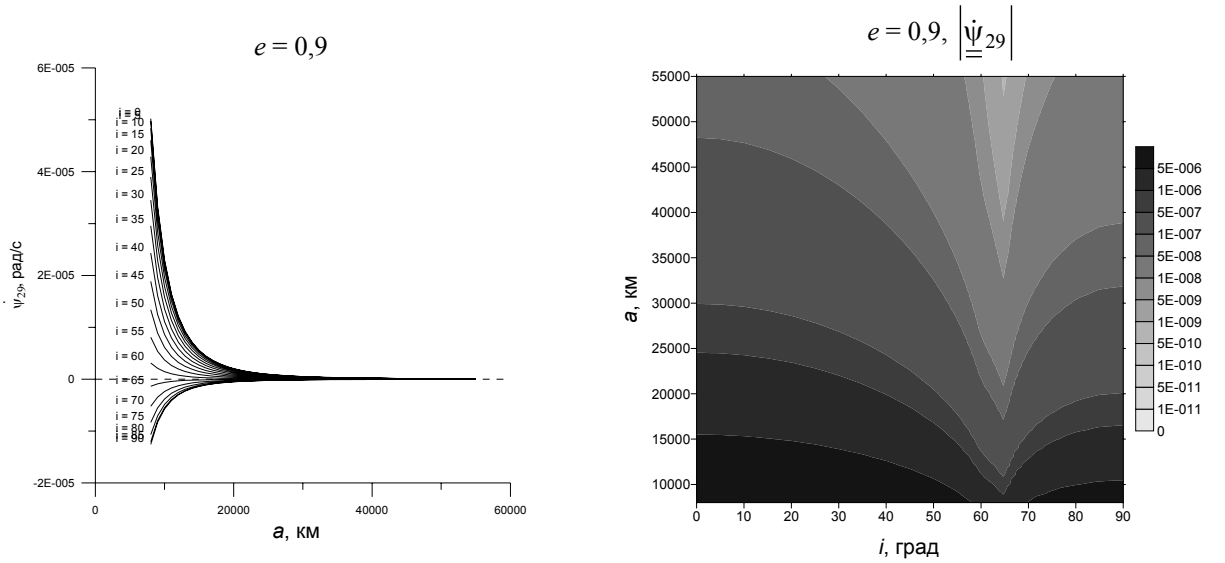


Рис. 8. Зависимость величины резонансного соотношения $\dot{\underline{\underline{\psi}}}_{29}$ от параметров орбиты объекта

Для сравнения на рис. 9 показаны особенности эволюции двух объектов, один из которых с параметрами: $i = 65^\circ$, e = 0,01, a = 10000 км не попадает в область острого резонанса (рис. 9, *а*), а второй с параметрами: $i = 65^\circ$, e = 0,01, a = 40000 км оказывается в области острого резонанса (рис. 9, *б*). Как мы видим, первый объект демонстрирует классическое периодическое изменение основных элементов, колеблющихся около их номинальных значений. Во втором случае мы имеем характерное для острых вековых резонансов изменение эксцентриситета и наклонения орбиты.

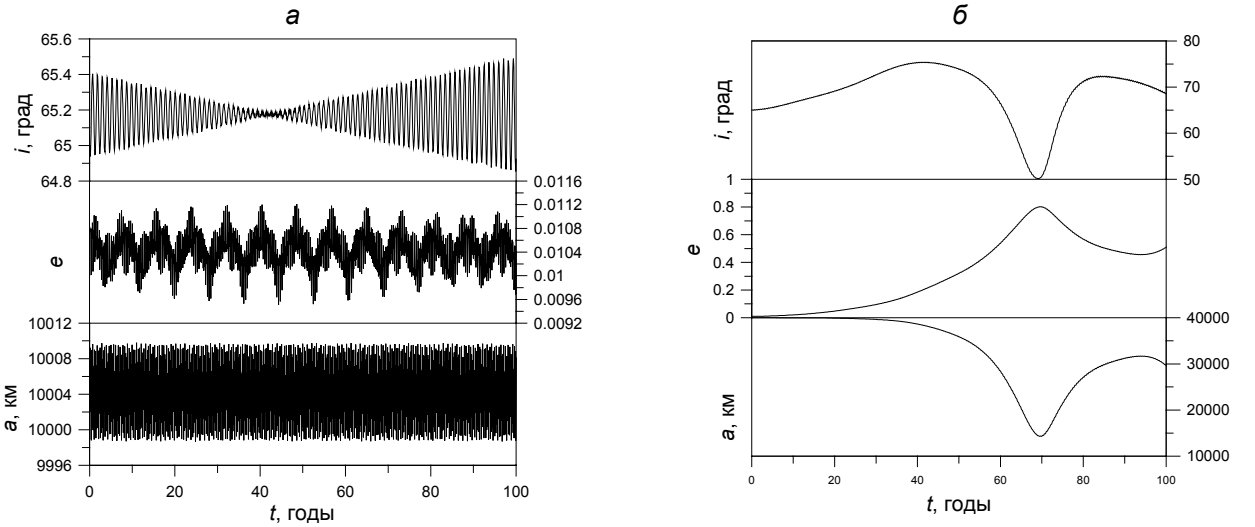


Рис. 9. Орбитальная эволюция объектов на интервале времени 100 лет

Заключение

Таким образом, приведенные в настоящей работе результаты численно-аналитического эксперимента по исследованию распространенности вековых резонансов в околоземном орбитальном пространстве позволяют сделать ряд выводов:

– вековые резонансы – явление весьма распространенное в околоземном орбитальном пространстве;

– в то же время острые резонансы концентрируются в областях пространства с большими полуосями, превышающими 20000 км;

– на орбитальную эволюцию оказывают влияние вековые резонансы с величинами резонансных соотношений, меньших 10^{-8} рад/с;

– среди так называемых полувековых резонансов существенными оказываются резонансы со средним движением Солнца, аналогичные резонансы со средним движением Луны незначительны;

– обращает на себя внимание тот факт, что существуют области околоземного орбитального пространства, в которых на объекты действуют сразу несколько вековых резонансов;

– как было показано в [4] на примере исследования динамики объектов СРНС, это может приводить к возникновению хаотичности в движении объектов;

– поэтому проблема влияния наложения вековых резонансов на динамику объектов требует дальнейшего исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rossi A. // Celest. Mech. Dyn. Astron. – 2008. – V. 100. – P. 267–286.
2. Бордовицына Т.В и др. // Астрон. вестник. – 2012. – Т. 46. – № 5. – С. 356–368.
3. Бордовицына Т.В. // Изв. вузов. Физика. – 2013. – Т. 56. – № 6/3. – С. 197–201.
4. Томилова И.В., Бордовицына Т.В. // Изв. вузов. Физика. – 2013. – Т. 56. – № 6/3. – С. 238–240.
5. Breiter S. // Cel. Mech. Din. Astron. – 2001. – V. 81. – P. 81–91.
6. Бордовицына Т.В. и др. // Изв. вузов. Физика. – 2009. – Т. 52. – № 12/2. – С. 5–11.

Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия
E-mail: astrodep@niipmm.tsu.ru

Поступила в редакцию 17.10.13.

T.V. BORDOVITSYNA, I.V. TOMILOVA

RESEARCH OF SECULAR RESONANCE ABUNDANCE IN THE NEAR–EARTH ORBITAL SPACE

Tomsk State University, Tomsk, Russia

In this paper the study results of secular resonance abundance in the near-Earth orbital space are presented. 29 resonance relations have been considered and regions of near-Earth orbital space where these relations have small quantities have been detected .

Бордовицына Татьяна Валентиновна, д.ф.-м.н., профессор, зав отделом НИИ ПММ ТГУ;
Томилова Ирина Владимировна, аспирантка.