

А.М. ГОРЦЕВ, М.Н. ГОЛОФАСТОВА

МОДУЛИРОВАННЫЙ СИНХРОННЫЙ ДВАЖДЫ СТОХАСТИЧЕСКИЙ ПОТОК СОБЫТИЙ В УСЛОВИЯХ НЕПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ¹

Рассматривается модулированный синхронный дважды стохастический поток событий в условиях непродлевающегося мертвого времени. После каждого зарегистрированного события наступает время фиксированной длительности, в течение которого другие события исходного модулированного синхронного потока недоступны наблюдению. По окончании длительности мертвого времени первое наступившее событие снова создает период мертвого времени и т.д. Приводятся формулы апостериорных вероятностей состояний потока для интервалов мертвого времени и для интервалов наблюдаемости модулированного синхронного потока событий. Приводится алгоритм оценки состояния потока событий.

Ключевые слова: модулированный синхронный поток событий, мертвое время, апостериорная вероятность состояния.

Математические модели теории массового обслуживания широко применяются при описании реальных физических, технических и других процессов и систем. В связи с бурным развитием компьютерной техники и информационных технологий появилась важная сфера приложений теории массового обслуживания – проектирование и создание информационно-вычислительных сетей, компьютерных сетей связи, спутниковых и телекоммуникационных сетей.

На практике параметры, определяющие входной поток событий, изменяются со временем, при этом изменения часто носят случайный характер, последнее приводит к рассмотрению дважды стохастических потоков событий [1].

Исследуется модулированный синхронный поток событий (далее поток), интенсивность которого есть кусочно-постоянный стационарный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями: λ_1, λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$). Длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ (потока) в i -м состоянии распределена по экспоненциальному закону с параметром $\alpha_i, i=1,2$. Если процесс $\lambda(t)$ в момент времени t находится в i -м состоянии, то на полуинтервале $[t, t + \Delta t)$, где Δt – достаточно малая величина, с вероятностью $\alpha_i \Delta t + o(\Delta t)$ пребывание процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии закончится, и процесс $\lambda(t)$ с вероятностью равной единице перейдет из i -го состояния в j -е ($i, j = 1, 2, i \neq j$). В течение временного интервала случайной длительности, когда $\lambda(t) = \lambda_i$, имеет место пуассоновский поток событий с интенсивностью $\lambda_i, i=1,2$. Кроме того, переход из первого состояния процесса $\lambda(t)$ во второе возможен в момент наступления события пуассоновского потока интенсивности λ_1 ; переход осуществляется с вероятностью p ($0 < p \leq 1$); с вероятностью $1-p$ процесс $\lambda(t)$ остается в первом состоянии. Переход из второго состояния процесса $\lambda(t)$ в первое возможен также в момент наступления события пуассоновского потока интенсивности λ_2 ; переход осуществляется с вероятностью q ($0 < q \leq 1$); с вероятностью $1-q$ процесс $\lambda(t)$ остается во втором состоянии. В сделанных предположениях $\lambda(t)$ – марковский процесс. Вариант возникающей ситуации приведен на рис. 1, где λ_1, λ_2 – состояния процесса $\lambda(t)$, $t_1, t_2, \dots$ – моменты наступления событий потока.

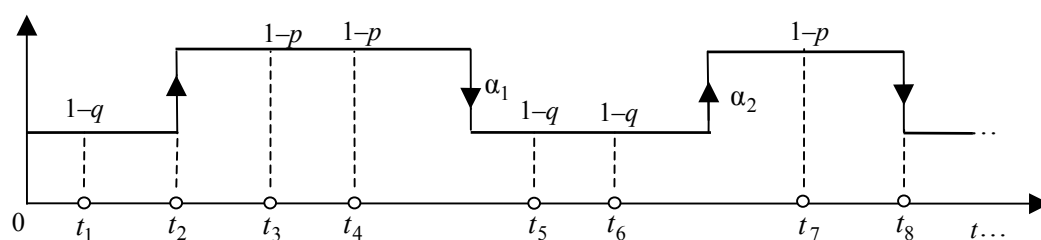


Рис. 1. Модулированный синхронный дважды стохастический поток событий

¹ Работа выполнена при частичной поддержке гранта Министерства образования и науки РФ ТЕМПЛАН № 8.4055.2011.

Использование такой модели поведения потока в реальных условиях некорректно, так как любое устройство затрачивает на измерение и регистрацию события конечное время, в течение которого последующие события, поступающие на обработку, недоступны наблюдению. Это так называемое мертвое время. Различают два типа мертвого времени: непродлевающееся мертвое время (оно может быть постоянным или переменным, но оно не зависит от наступления событий в его пределах) и продлевающееся мертвое время (оно возникает после любого наступившего события, независимо от того, регистрируется оно или нет) [2].

Модулированный синхронный поток рассматривается при непродлевающемся мертвом времени постоянной величины. Таким образом, в данном случае мертвое время – это временной промежуток постоянной длины T , в течение которого события исходного потока недоступны наблюдению. По окончании длительности мертвого времени первое наступившее событие потока снова создает период мертвого времени длительности T и т.д. То есть все события модулированного синхронного потока делятся на наблюдаемые и ненаблюдаемые, последние попадают в интервалы мертвого времени.

Наглядно схема поведения модулированного синхронного потока событий в условиях мертвого времени проиллюстрирована на рис. 2, где λ_1, λ_2 – состояния процесса $\lambda(t)$, $t_1, t_2, \dots$ – моменты наступления событий потока, черными кружками обозначены ненаблюдаемые события, белыми кружками – наблюдаемые; штриховкой – периоды мертвого времени длительности T .

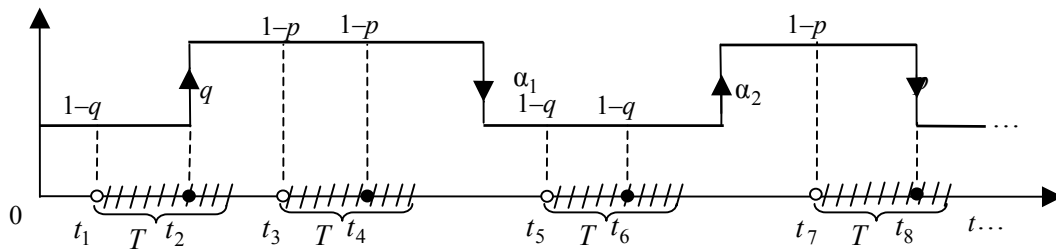


Рис. 2. Схема создания мертвого времени

Блочная матрица инфинитезимальных коэффициентов процесса $\lambda(t)$ примет вид [3]

$$D = \begin{vmatrix} -(\lambda_1 + \alpha_1) & \alpha_1 \\ \alpha_2 & -(\lambda_2 + \alpha_2) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} (1-p)\lambda_1 & p\lambda_1 \\ q\lambda_2 & (1-q)\lambda_2 \end{vmatrix} = \|D_0\| D_1.$$

Отметим, что если $\alpha_i = 0, i = 1, 2$, то имеет место обычный синхронный поток событий [4].

Рассматривается стационарный режим функционирования потока событий, поэтому переходными процессами на интервале наблюдения (t_0, t) , где t_0 – начало наблюдений, t – окончание наблюдений (момент вынесения решения), пренебрегаем. Тогда без потери общности можно положить $t_0 = 0$. Для вынесения решения о состоянии процесса $\lambda(t)$ в момент времени t необходимо определить апостериорные вероятности $w(\lambda_i | t) = w(\lambda_i | t_1, \dots, t_m, t), i = 1, 2$, того, что в момент времени t значение процесса $\lambda(t) = \lambda_i$ (m – количество наблюденных событий за время t), при этом $w(\lambda_1 | t) + w(\lambda_2 | t) = 1$, тогда, если $w(\lambda_j | t) \geq w(\lambda_i | t), i, j = 1, 2, i \neq j$, то оценка состояния процесса есть $\hat{\lambda}(t) = \lambda_j$.

Получены формулы априорных вероятностей состояний процесса $\lambda(t)$, апостериорных вероятностей состояний процесса на интервалах мертвого времени, а также на интервалах наблюдаемости. На основе этих формул сформулирован алгоритм расчета вероятности $w(\lambda_1 | t)$ и алгоритм принятия решения о состоянии процесса $\lambda(t)$ в любой момент времени t (алгоритм оптимальной оценки состояния модулированного синхронного потока в условиях мертвого времени):

1) в момент времени $t_0 = 0$ вычисляется априорная вероятность первого состояния процесса $\lambda(t)$

$$w(\lambda_1 | t_0 + 0) = w(\lambda_1 | t_0 = 0) = \pi_1 = (\alpha_1 + p\lambda_1) / (\alpha_1 + \alpha_2 + p\lambda_1 + q\lambda_2);$$

2) для $k = 0$ в любой момент времени t ($0 < t < t_1$), где t_1 – момент наступления первого события потока, вычисляется вероятность $w(\lambda_1 | t)$ по формуле

$$w(\lambda_1 | t) = \frac{w_1(w(\lambda_1 | t_0 + 0) - w_2) - w_2(w(\lambda_1 | t_0 + 0) - w_1)e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t - t_0)}}{w(\lambda_1 | t_0 + 0) - w_2 - (w(\lambda_1 | t_0 + 0) - w_1)e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t - t_0)}},$$

$$w_{1,2} = \left[\alpha_1 + \alpha_2 + \lambda_1 - \lambda_2 \mp \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2 + \alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\alpha_1\alpha_2} \right] / 2(\lambda_1 - \lambda_2);$$

3) для $k=0$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t_1) = w(\lambda_1 | t_1 - 0)$:

$$w(\lambda_1 | t_1 - 0) = \frac{w_1(w(\lambda_1 | t_0 + 0) - w_2) - w_2(w(\lambda_1 | t_0 + 0) - w_1)e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t_1 - t_0)}}{w(\lambda_1 | t_0 + 0) - w_2 - (w(\lambda_1 | t_0 + 0) - w_1)e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t_1 - t_0)}};$$

4) k увеличивается на единицу, и для $k=1$ вычисляется значение $w(\lambda_1 | t_1 + 0)$ по формуле

$$w(\lambda_1 | t_1 + 0) = \frac{q\lambda_2 + ((1-p)\lambda_1 - q\lambda_2)w(\lambda_1 | t_1 - 0)}{\lambda_2 + (\lambda_1 - \lambda_2)w(\lambda_1 | t_1 - 0)};$$

5) для $k=1$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t ($t_1 < t < t_1 + T$):

$$w(\lambda_1 | t) = \pi_1 + (w(\lambda_1 | t_1 + 0) - \pi_1)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2 + p\lambda_1 + q\lambda_2)(t - t_1)};$$

6) для $k=1$ в момент времени $t_1 + T$ вычисляется вероятность $w(\lambda_1 | t_1 + T)$ по формуле

$$w(\lambda_1 | t_1 + T) = \pi_1 + (w(\lambda_1 | t_1 + 0) - \pi_1)e^{-(\alpha_1 + \alpha_2 + p\lambda_1 + q\lambda_2)T};$$

7) для $k=1$ в любой момент времени t ($t_1 + T < t < t_2$) вычисляется вероятность $w(\lambda_1 | t)$:

$$w(\lambda_1 | t) = \frac{w_1(w(\lambda_1 | t_1 + T) - w_2) - w_2(w(\lambda_1 | t_1 + T) - w_1)e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t - t_1 - T)}}{w(\lambda_1 | t_1 + T) - w_2 - (w(\lambda_1 | t_1 + T) - w_1)e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t - t_1 - T)}};$$

8) для $k=1$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t_2) = w(\lambda_1 | t_2 - 0)$ в виде

$$w(\lambda_1 | t_2 - 0) = \frac{w_1(w(\lambda_1 | t_1 + 0) - w_2) - w_2(w(\lambda_1 | t_1 + 0) - w_1)e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t_2 - t_1)}}{w(\lambda_1 | t_1 + 0) - w_2 - (w(\lambda_1 | t_1 + 0) - w_1)e^{(w_1 - w_2)(\lambda_1 - \lambda_2)(t_2 - t_1)}};$$

8) алгоритм переходит на шаг 4, после чего шаги 4 – 8 повторяются для $k = 2$ и т.д.

По ходу вычисления $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t выносятся решение о состоянии процесса $\lambda(t)$: если $w(\lambda_1 | t) \geq 0,5$, то оценка $\hat{\lambda}(t) = \lambda_1$, в противном случае $\hat{\lambda}(t) = \lambda_2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горцев А.М., Нежелская Л.А. // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2011. – № 1(14). – С. 13–21.
2. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. – Минск: Изд-во «Университетское», 1988. – 254 с.
3. Голофастова М.Н., Нежелская Л.А. // Материалы Девятой Российской конференции с международным участием «Новые информационные технологии в исследовании сложных структур». – Томск: Изд-во НТЛ, 2012. – С. 83.
4. Bushlanov I.V., Gortsev A.M., and Nezel'skaya L.A. // Automation and Remote Control. – 2008. – V. 69. – No. 9. – P. 1517–1533.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
г. Томск, Россия
E-mail: mashuliagol@mail.ru

Поступила в редакцию 15.07.13.

Горцев Александр Михайлович, д.т.н., профессор;
Голофастова Мария Николаевна, аспирантка.

A.M. GORCEV, M.N. GOLOFASTOVA

MODULATED SYNCHRONOUS TWICE STOCHASTIC FLOW IN CONDITIONS OF FIXED DEAD TIME

One considers modulated synchronous twice stochastic flow in conditions of fixed dead time. After each registered event the time of fixed duration (dead time) comes. During this period events of initial modulated synchronous twice stochastic flow are unobservable. The first event after dead time period creates the dead time interval of fixed duration again. One concludes formulas of posterior probabilities for dead time intervals and for observable intervals of modulated synchronous flow. Algorithm of flow state estimation is considered.

Keywords: modulated synchronous flow, dead time, posterior state probability.