

\* \*  
\*

УДК 534.6

*В.П. ЯКУБОВ, Д.Я. СУХАНОВ, А.В. КЛОКОВ*

## РАДИОТОМОГРАФИЯ ПО СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫМ МОНОСТАТИЧЕСКИМ ИЗМЕРЕНИЯМ НА НЕПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ<sup>1</sup>

Предлагается быстродействующий алгоритм восстановления трёхмерных изображений рассеивающих неоднородностей по сверхширокополосным моностатическим радиолокационным измерениям на неплоской поверхности. Метод основан на двойной фокусировке в области пространственных спектров. Приводится сравнение предлагаемого метода с методом миграции во временной области.

*Ключевые слова:* радар с синтезированной апертурой, метод миграции, метод Столта.

### Введение

Подповерхностная радиотомография находит применение в системах геолокации, для обнаружения объектов, скрытых под поверхностью земли [1]. Благодаря развитию технологий генерирования и измерения сверхширокополосных сигналов и уменьшению их стоимости, получили широкое распространение системы подповерхностного зондирования, т.е. георадары [1]. Для получения трёхмерных радиоизображений с разрешением по глубине используются сверхширокополосные радиолокационные сигналы. Для получения горизонтального разрешения путём синтеза апертуры радиолокационные измерения производятся в двумерной области на поверхности среды. Наиболее универсальным методом обработки данных сверхширокополосного многопозиционного радиозондирования является метод миграции во временной области или метод дифракционного суммирования [2]. Данный метод позволяет восстанавливать радиоизображения по данным радиозондирования с поверхностями произвольной формы. Однако метод миграции требователен к вычислительным ресурсам, поскольку осуществляет интегрирование по двумерной области для каждой точки восстанавливаемого объёмного изображения. Помимо метода миграции во временной области существуют алгоритмы, оперирующие в спектре пространственных частот и сводящие процесс восстановления трёхмерных радиоизображений к быстрому преобразованию Фурье (БПФ), например метод Столта [3, 4]. Вследствие применения БПФ метод Столта многократно превосходит метод миграции по скорости восстановления изображений, но применим только для эквидистантного сканирования вдоль строго плоских поверхностей.

В данной работе предлагается метод восстановления трёхмерных радиоизображений для неплоских траекторий измерений в спектре пространственных частот, позволяющий применять быстрое преобразование Фурье. На основе численного моделирования приводится сравнение предлагаемого алгоритма и метода миграции во временной области как по качеству восстанавливаемых изображений, так и по объёму вычислений.

### Постановка задачи

Рассмотрим схему измерений, представленную на рис. 1. Будем считать, что излучающая и приёмная антенны совмещены и перемещаются вдоль неровной поверхности, высота которой описывается функцией  $z = H(x, y)$ . Радиолокационные измерения производятся на двумерной неплоской поверхности с шагом меньше четверти длины волны для максимальной частоты используемого радиолокационного сигнала. В качестве радиолокационного сигнала возьмем импульсный сверхширокополосный сигнал с равномерным спектром в полосе частот от  $\omega_1$  до  $\omega_2$ .

Рассмотрим задачу в скалярном приближении однократного рассеяния [5]. Запишем поле в приёмной антенне с точностью до постоянных множителей:

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичной поддержке грантом РФФИ № 13-02-98032 р\_сибирь\_a.

$$U(\mathbf{r}, \omega) = \iiint_{V'} \rho(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d^3 \mathbf{r}', \quad (1)$$

где

$$G(\mathbf{r}) = \frac{\exp(ik|\mathbf{r}|)}{4\pi|\mathbf{r}|}$$

– функция Грина однородного пространства (фоновой среды);  $k = \omega/v$  – волновое число фоновой среды;  $\rho(\mathbf{r}')$  – функция, характеризующая рассеивающую способность неоднородностей в исследуемом объёме;  $\mathbf{r} = (x, y, H(x, y))$  – координата точки измерений на искривлённой поверхности;  $V'$  – объём среды с рассеивающими неоднородностями. Сигналы во временной области вычисляются путём обратного преобразования Фурье по частоте  $\omega$ .

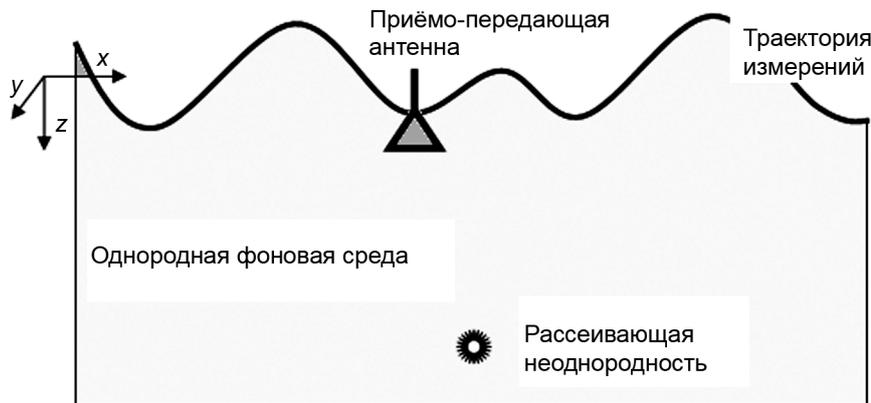


Рис. 1. Рассматриваемая схема измерений

Для криволинейной поверхности в форме, изображённой на рис. 2, на рис. 3 представлен результат решения прямой задачи во временной области. Данная форма кривой вычислена путём суммирования восьми гармонических функций со случайными фазами и пространственными частотами. Наибольшая пространственная частота кривой оставляет  $7,3 \text{ м}^{-1}$ .

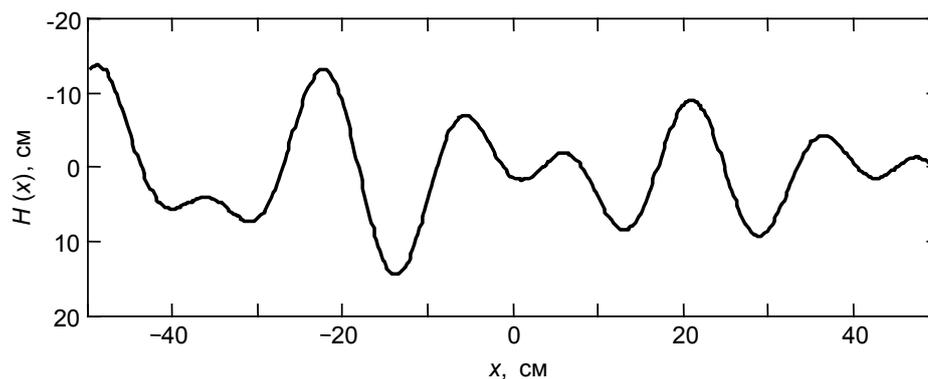


Рис. 2. Пример формы вертикального сечения криволинейной поверхности

В данной численной модели диапазон частот сигнала взят от 5 до 10 ГГц. На рис. 3, а показан результат расчета отраженного пространственно-временного сигнала в случае неоднородности в виде одиночного точечного рассеивателя, расположенного в точке  $\mathbf{r}_0 = (0, 0, 40)$  см. В случае, представленном на рис. 3, б, рассматривались 4 точечных рассеивателя, расположенных в точках  $(0, 0, 40)$  см,  $(-10, 0, 50)$  см,  $(10, 0, 50)$  см и  $(0, 0, 60)$  см. Точечные рассеиватели выбраны в качестве объектов, поскольку по их изображению можно судить о разрешающей способности и о наличии артефактов.

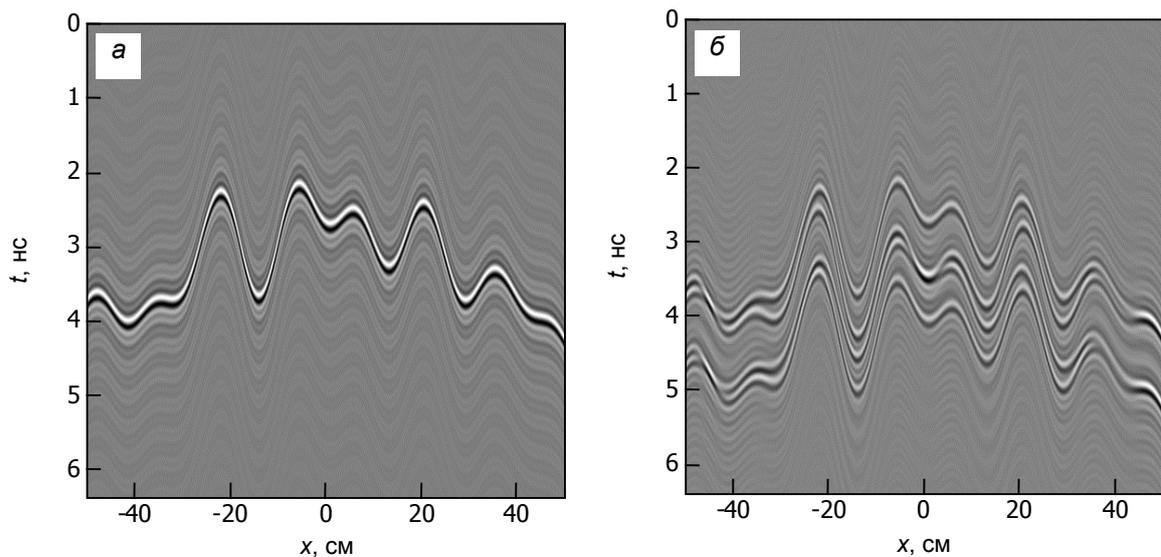


Рис. 3. Решение прямой задачи для одиночного (а) и четырёх рассеивателей (б)

Как известно, для плоской поверхности результат решения прямой задачи представлял бы вид дифракционной гиперболы. Как видно из рис. 3, для криволинейной поверхности измеренный сигнал скорее повторяет её форму, чем ожидаемую дифракционную гиперболу.

#### Радиотомография методом миграции во временной области

В результате дифракции каждый точечный рассеиватель, находящийся в однородной среде, отображается в виде гиперболы. В этом случае истинное положение рассеивателя соответствует вершине гиперболы [2]. Операция фокусировки перемещает отражения в их истинные позиции, убирая эффект дифракции, тем самым увеличивая пространственное разрешение и позволяя получить изображение.

Метод дифракционного суммирования основан на суммировании сигналов вдоль гиперболы и заключается в следующем. Производится последовательное сканирование точек рассеяния в среде и для каждой точки вычисляется, а на практике – измеряется, форма дифракционной гиперболы, зависящая от времени задержки рассеянного импульса и положения точки зондирования  $S(t_j, \mathbf{R}_F)$ . Следующий шаг состоит в суммировании измеренного сигнала по дифракционной гиперболе:

$$P(\mathbf{R}_F) = \sum_j S \left( t_j = \frac{2|\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_F|}{v} \right),$$

где  $\mathbf{R}_j$  – положение зондирующей системы;  $\mathbf{R}_F$  – точка фокусировки;  $P(\mathbf{R}_F)$  – восстановленное распределение неоднородностей в точке фокусировки;  $v$  – скорость распространения электромагнитной волны в среде.

Удвоенная задержка в этом уравнении показывает, что сигнал проходит путь дважды: от антенны до неоднородности и обратно. Если в точке фокусировки присутствует реальная неоднородность, то отклик (сумма) будет тем заметнее, чем больше неоднородность. Если цели в текущей точке нет, то результатом суммирования будет являться усредненный шум.

На рис. 4 представлен результат восстановления изображения одного и четырёх точечных рассеивателей для криволинейной поверхности рис. 2. По восстановленным изображениям можно оценить разрешение. Разрешение по горизонтали составляет 35 мм, а по вертикали 68 мм. Данные значения близки к дифракционному пределу для выбранного диапазона частот и размеров синтезируемой апертуры.

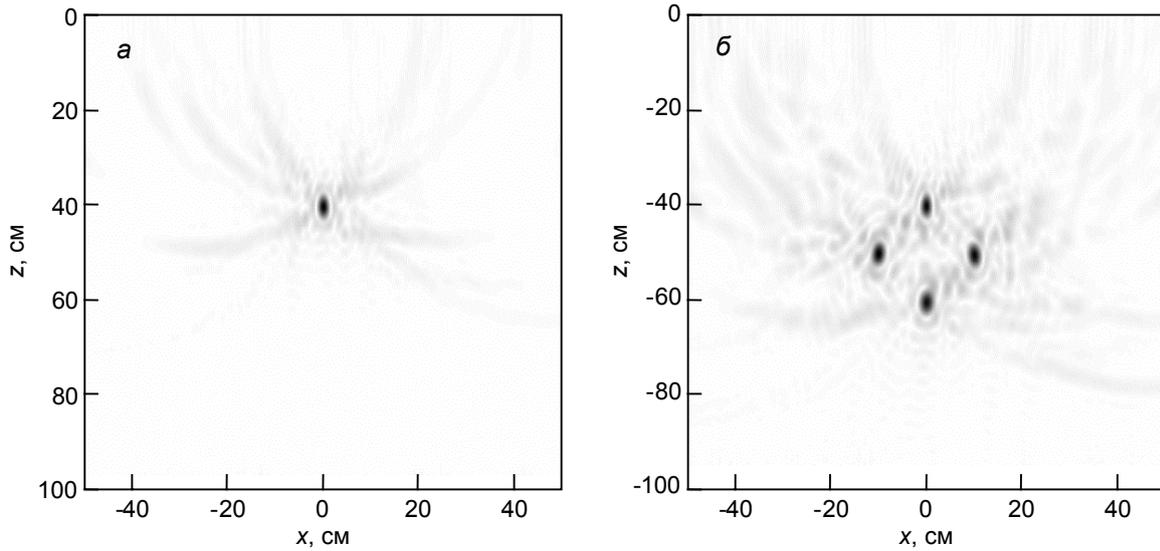


Рис. 4. Восстановленные изображения точечных рассеивателей методом миграции для одного (а) и четырёх рассеивателей (б)

Метод дифракционного суммирования является универсальным и простым в реализации, позволяет легко учитывать не только неровности поверхности, но и разную скорость распространения радиоволн в слоистой среде. Основной его недостаток – большой объем вычислений, что требует заметных затрат на время реконструкции томограммы. Для восстановления одной точки трёхмерного изображения требуется осуществлять суммирование по двумерному сигналу, то есть размерность вычислений имеет 5 степеней.

#### Радиотомография с учётом кривизны поверхности в приближении фазового экрана

Предположим, что кривизна траектории сканирования невелика и проходит около плоской поверхности  $z = 0$ . В данном случае применимо приближение фазового экрана. То есть криволинейная поверхность может быть заменена плоской поверхностью, на которой фаза измеренного поля может быть скорректирована в соответствии с формулой

$$U'(x, y, \omega) = U(x, y, \omega) \exp\{-2ikH(x, y)\}. \quad (2)$$

Здесь  $U(x, y, \omega)$  – поле, измеряемое на криволинейной поверхности в точке  $\mathbf{r} = (x, y, H(x, y))$ ;  $U'(x, y, \omega)$  – эквивалентное поле на плоской поверхности в точках  $\mathbf{r}' = (x, y, 0)$ .

Далее на основе поля  $U'(x, y, \omega)$  можно найти распределение рассеивающих неоднородностей  $\rho(\mathbf{r}')$ , считая область сканирования плоской. Теперь можно воспользоваться методом Столта:

$$P(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{P}(k_x, k_y, k_z) \exp\{ik_x x + ik_y y + ik_z z\} dk_x dk_y dk_z, \quad (3)$$

где

$$\tilde{P}(k_x, k_y, k_z) = \tilde{U}'\left(k_x, k_y, \frac{v}{2} \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}\right); \quad (4)$$

$$\tilde{U}'(k_x, k_y, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U'(x, y, \omega) \exp\{-ik_x x - ik_y y\} dx dy. \quad (5)$$

Величина  $P(x, y, z)$  представляет собой восстановленное распределение неоднородностей, а  $\tilde{P}(k_x, k_y, k_z)$  – пространственный спектр неоднородностей.

Оценим вычислительную сложность данного метода. Пусть дискретизированный объём восстанавливаемого изображения имеет размеры  $N_x \times N_y \times N_z$ , а дискретизированный объём измеренных данных в пространственно-временной области имеет размеры  $M_x \times M_y \times M_t$ . Объём вычислений операции (5) с учётом перехода из временной области в частотную эквивалентен объёму вычислений трёхмерного быстрого преобразования Фурье, что можно оценить как

$$W_1 = M_x \log_2 M_x \times M_y \log_2 M_y \times M_t \log_2 M_t.$$

Объём вычислений операции (2) составляет  $W_2 = M_x \times M_y \times M_t$ . Объём вычислений операции (4) составляет  $W_3 = N_x \times N_y \times N_z$ , а объём вычислений операции (3) также следует из применения БПФ и составляет  $W_4 = N_x \log_2 N_x \times N_y \log_2 N_y \times N_z \log_2 N_z$ . Итого общий объём вычислений при применении данного алгоритма составит

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = \\ &= M_x M_y M_t (1 + \log_2 M_x \log_2 M_y \log_2 M_t) + N_x N_y N_z (1 + \log_2 N_x \log_2 N_y \log_2 N_z). \end{aligned} \quad (6)$$

Итоговый объём вычислений данного алгоритма значительно меньше, чем для метода миграции, который составляет  $N_x N_y N_z M_x M_y$ .

После применения (2) – (6) к данным, представленным на рис. 3, было восстановлено изображение точечного рассеивателя (рис. 5, а), а также обработаны данные с четырьмя рассеивателями (рис. 5, б). Можно видеть изображение рассеивателей на фоне артефактов. Появление артефактов связано с применением приближения фазового экрана, которое не достаточно точно выполняется при заданной кривизне поверхности.

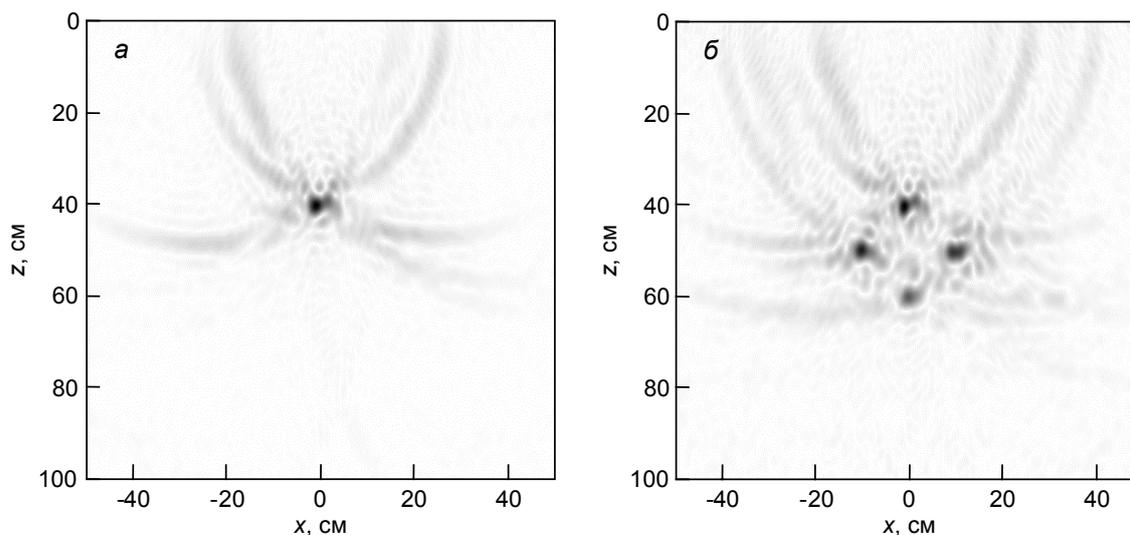


Рис. 5. Восстановленные изображения точечных рассеивателей в приближении фазового экрана для одного (а) и четырёх рассеивателей (б)

Для устранения артефактов необходим более точный метод приведения данных измерений к плоскости  $z = 0$ .

### Радиотомография с учётом кривизны поверхности на основе принципа Гюйгенса – Френеля

При измерениях с совмещёнными излучателем и приемником, согласно выражению (1), можно заменить рассеивающие неоднородности как синфазные источники поля на удвоенной частоте. Такое приближение не учитывает убывания поля с расстоянием после рассеяния, но поскольку это измерение намного медленнее изменения в экспоненциальном множителе, то им можно пренебречь. Дело в том, что когерентное сложение волн определяется в первую очередь фазовой структурой парциальных волн, а не их амплитудой. Таким образом, задача поиска неоднородностей преобразуется в задачу поиска источников поля:

$$U(\mathbf{r}, \omega) = \iiint_{V'} \rho(\mathbf{r}') G_2(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}'.$$

Здесь  $\rho(\mathbf{r}')$  – теперь интерпретируется как распределение источников, однако, по сути, является распределением рассеивателей;  $G_2(\mathbf{r}) = \frac{\exp(ik_2|\mathbf{r}|)}{4\pi|\mathbf{r}|}$  – функция Грина однородного пространства фоновой среды на удвоенной частоте.

Вычислим поле на плоскости  $z=0$  по известному полю на криволинейной поверхности  $U(\mathbf{r}, \omega)$  с помощью метода Кирхгофа [5]:

$$U'(\mathbf{r}', \omega) = 2 \iint_S U(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial G_2(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{\partial n} dS, \quad (7)$$

где  $S$  – криволинейная поверхность, на которой должны проводиться измерения;  $\mathbf{r}' = (x', y', 0)$  – точка на плоскости;  $\mathbf{r} = (x, y, H(x, y))$  – точка на криволинейной поверхности.

Рассмотрим  $G_2(\mathbf{r})$  в спектре разложения Вейля по плоским волнам [6]:

$$G_2(\mathbf{r}) = \frac{i}{2(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ik_x x + ik_y y + ik_z z)}{k_z} dk_x dk_y, \quad (8)$$

где обозначено  $k_z = \sqrt{(2k)^2 - k_x^2 - k_y^2}$ .

В уравнении (7) можно приближённо считать, что нормальная производная  $\frac{\partial G_2(\mathbf{r})}{\partial n} \approx -\frac{\partial G_2(\mathbf{r})}{\partial z}$ , тогда

$$2 \frac{\partial G_2(\mathbf{r})}{\partial n} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ik_x x + ik_y y + ik_z z) dk_x dk_y. \quad (9)$$

Подставив (9) в (7), получим

$$U'(\mathbf{r}', \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_S \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\mathbf{r}, \omega) \exp(i\mathbf{k}(\mathbf{r}' - \mathbf{r})) dk_x dk_y dS, \quad (10)$$

где  $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ .

Вычислив спектр плоских волн функции  $U'(\mathbf{r}', \omega)$ , его можно будет подставить в формулу (4) и далее восстановить распределение неоднородностей по (3). Применим к (10) двумерное преобразование Фурье и получим

$$\begin{aligned} \tilde{U}'(k_x', k_y', \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U'(\mathbf{r}', \omega) \exp(-ik_x' x' - ik_y' y') dx' dy' = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \iint_S \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\mathbf{r}, \omega) e^{ik_x(x'-x) + ik_y(y'-y) + ik_z(-H(x,y))} e^{-ik_x' x' - ik_y' y'} dk_x dk_y dS dx' dy' = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \iint_S \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\mathbf{r}, \omega) e^{-ik_x x - ik_y y - ik_z H(x,y) + ix'(k_x - k_x') + iy'(k_y - k_y')} dk_x dk_y dS dx' dy'. \end{aligned}$$

Здесь интеграл по  $dx' dy'$  может быть вычислен с учетом спектрального представления  $\delta$ -функции:

$$\frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ix'(k_x - k_x') + iy'(k_y - k_y')} dx' dy' = \delta(k_x - k_x') \delta(k_y - k_y').$$

С учетом этого можно записать

$$\begin{aligned}\tilde{U}'(k_x', k_y', \omega) &= \\ &= \iint_S \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U(\mathbf{r}, \omega) e^{-ik_x x - ik_y y - ik_z H(x, y)} \delta(k_x - k_x') \delta(k_y - k_y') dk_x dk_y dS = \\ &= \iint_S U(\mathbf{r}, \omega) \exp[-ik_x' x - ik_y' y - ik_z' H(x, y)] dS,\end{aligned}$$

где  $k_z' = \sqrt{(2k)^2 - k_x'^2 - k_y'^2}$ .

То есть пространственный спектр поля в плоскости  $z=0$  вычисляется из поля на криволинейной поверхности  $U(\mathbf{r}, \omega)$  с помощью выражения

$$\tilde{U}'(k_x, k_y, \omega) = \iint_S U(\mathbf{r}, \omega) \exp(-ik_x x - ik_y y - iH(x, y)k_z) dS. \quad (11)$$

В результате применения формул (3), (4) и (11) было восстановлено изображение одного (рис. 6, а) и четырёх (рис. 6, б) точечных рассеивателей. Можно видеть, что качество восстановления изображений значительно повысилось, а уровень артефактов снизился.

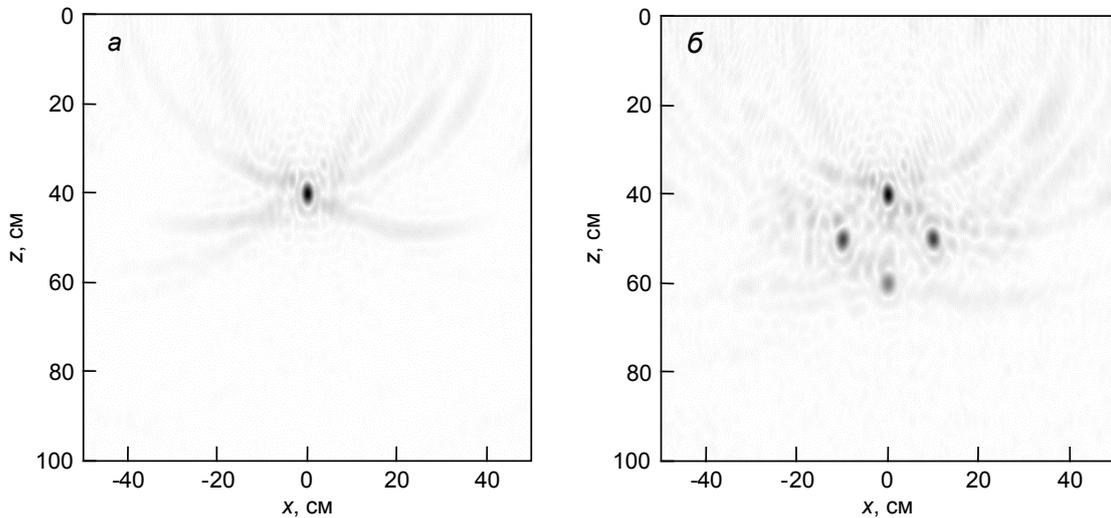


Рис. 6. Восстановленная томограмма для одного (а) и четырёх рассеивателей (б)

Качество восстановленного изображения сравнимо с качеством изображения, получаемого методом суммирования по дифракционным гиперболам (см. рис. 4). То есть предложенный метод практически эквивалентен по качеству восстанавливаемых изображений методу дифракционного суммирования.

Оценим объём вычислений в ходе применения данного метода. Выражение (11) требует  $N_x N_y M_x M_y M_t$  вычислений, что сопоставимо с объёмом вычислений для метода миграции, однако возможно сокращение объёма вычислений за счёт разреживания пространственной сетки и числа точек  $M_x$  и  $M_y$  на низких частотах.

Заметим, что если приближённо принять в интеграле (11), что  $k_z \approx 2k$ , то есть использовать приближение фазового экрана, то интеграл (11), по сути, преобразуется к двумерному преобразованию Фурье и объём вычислений для формулы (11) становится  $N_x \log_2 N_x \times N_y \log_2 N_y \times M_t$ , то есть на несколько порядков меньше, чем без приближения фазового экрана.

### Заключение

Предложен метод восстановления трёхмерных радиоизображений по моностатическим сверхширокополосным радиолокационным измерениям на криволинейной поверхности, сводящий процесс синтезирования апертуры к трёхмерному преобразованию Фурье. Данный метод по качеству восстановления томографических изображений близок к методу суммирования по ди-

фракционным гиперболам, но допускает применение быстрого метода Столта для случая измерений на неровных поверхностях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вопросы подповерхностной радиолокации. Коллективная монография. Сер. «Радиолокация» / под ред. А.Ю. Гринёва. – М.: Радиотехника, 2005. – 416 с.
2. Yilmaz O.Z. Seismic Data Analysis: Processing, Inversion, and Interpretation of Seismic Data. V. I. / ed. Stephen M. Doherty. – Tulsa: Society of Exploration Geophysicists, 2001. – P. 2027.
3. Stolt R. H. // Geophysics. – 1978. – V. 43. – No. 1. – P. 23–48.
4. Якубов В. П. // Изв. вузов. Физика. – 2010. – Т. 53. – № 9/2. – С. 90–91.
5. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухорукоев А. П. Теория волн. – М.: Наука, 1990.
6. Локшин Г. Р. Основы радиооптики: учеб. пособие. – Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2009. – 344 с.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
г. Томск, Россия  
E-mail: sdy@mail.tsu.ru

Поступила в редакцию 10.06.13.