

УДК 539.3, 51.74, 621.9.011

Численное решение квазистатической задачи расчета остаточных напряжений в сварных швах с учетом фазовых превращений

Р.А. Крекутулева, О.И. Черепанов¹, Р.О. Черепанов²

Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, 634050, Россия

¹ Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, 634074, Россия² Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск, 634050, Россия

Разработана математическая модель для расчета остаточных напряжений в сварных соединениях разнородных сталей с учетом влияния фазовых превращений на механические свойства. В определяющих уравнениях типа уравнений Дюамеля–Неймана дополнительно учитывается обусловленное фазовыми превращениями изменение объема, с помощью которого можно учесть также и влияние предыстории термической обработки материалов с фазовыми переходами на макроскопические характеристики среды. Основой модели являются вариационные уравнения инкрементальной теории пластичности и теплопроводности. Вариационно-разностным методом решены двумерная задача расчета нестационарного температурного поля и квазистатическая задача термопластичности. Для оценки параметров и верификации модели использованы известные в литературе экспериментальные данные, полученные на основе теста Сато для различных сплавов, применяемых при сварке.

Ключевые слова: термопластичность, теплопроводность, сварка, фазовые превращения, изменение объема, температурное расширение, тест Сато

Numerical solution of a quasistatic residual stress problem for welds with regard to phase transformations

R.A. Krektuleva, O.I. Cherepanov¹, and R.O. Cherepanov²

National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, 634050, Russia

¹ Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, 634074, Russia² National Research Tomsk State University, Tomsk, 634050, Russia

A mathematical model was developed to calculate the residual stresses in welded joints of different steels with regard to the effect of phase transformations on their mechanical properties. The constitutive equations of the model are Duhamel–Neumann-type equations which additionally take into account the volume change involved in phase transformations. The volume change, in turn, makes it possible to account for the influence of heat treatment history of materials with phase transitions on their macroscopic characteristics. The model is based on variational equations of incremental theories of plasticity and heat conduction. A two-dimensional nonstationary field problem and a quasistatic thermoplasticity problem are solved by variational difference methods. For estimation of the model parameters and verification of the model, the available experimental data obtained in Sato tests for various alloys employed in welding are used.

Keywords: thermoplasticity, heat conduction, welding, phase transformations, volume change, thermal expansion, Sato test

1. Введение

При изготовлении металлоконструкций различного назначения широко используются технологии сварки плавлением. Получаемые таким образом соединения среди несомненных преимуществ имеют и ряд особенностей, значение которых стало проявляться только благодаря активному развитию физической мезомеханики материалов [1, 2]. К таким особенностям отно-

ются, например, мультифрактальная структура материала сварного шва, нелинейное многоуровневое распределение внутренних концентраторов напряжений, неоднородность химического состава в объеме материала сварного шва. Применение методов физической мезомеханики к исследованию процессов деформирования сварных соединений позволило установить основные причины, по которым сварные конструкции в боль-

шинстве случаев разрушаются в зоне сварного шва [3, 4]. Специально разработанные для этих целей средства технического зрения [5, 6] позволяют приборными методами установить влияние мезоструктуры материала на его поведение при нагрузках и на разрушение. Влияние внутренних границ раздела на поведение нагруженного материала теоретически исследовано, например, в работе [7]. В связи с этим становится актуальной задача выявления причин, порождающих формирование той или иной структуры материала сварного шва и околошовной зоны. В работе [8] на основе численного моделирования теплофизических процессов в сварочной ванне было установлено, что импульсная подача энергии с линейно возрастающей скоростью источника нагрева способствует образованию более однородной внутренней структуры, что подтверждают эксперименты. В работах [9, 10] численно исследовали термомеханические процессы при остывании сварочной ванны, зарождение и эволюцию остаточных напряжений в сварном шве. В [10] было высказано предположение об определяющей роли остаточных напряжений в формировании мезоскопической структуры сварного шва.

Данная работа является продолжением начатых теоретических исследований. Она включает в себя учет большой совокупности факторов, присутствующих в технологическом процессе сварки плавлением, а именно: послойное заполнение сварочной ванны расплавом, неоднородность физико-механических свойств материалов электрода и свариваемых изделий, фазовые превращения при охлаждении расплава сварочной ванны. Это позволяет компьютерными методами воспроизвести более реалистичную картину формирования мезоструктуры и остаточных напряжений в сварном соединении.

2. Постановка задачи и уравнения модели

Среди факторов, определяющих прочность сварных соединений, значительную роль играют остаточные напряжения, которые зависят от температурных режимов сварки, влияния температуры на физико-механические характеристики свариваемых материалов и материала шва, фазовых превращений в процессе охлаждения. В частности, в работе [11] экспериментально исследовано влияние температуры фазового перехода в материале шва при сварке высокопрочных сталей на напряженно-деформированное состояние и показано, что соответствующий выбор электродного металла позволяет добиться снижения остаточных напряжений. Экспериментальной основой для оценки влияния температуры фазового превращения на механические свойства электродного металла (термические напряжения при охлаждении) является тест Сато [11–15]. На рис. 1 приведены зависимости напряжения $\sigma_{11} = \sigma_{11}(T)$ при охлаждении от температуры $T = 1123.15$ до 273.15 К, аппрок-

симирующие экспериментальные данные (тест Сато) из работы [11, 12] для трех типов электродных материалов (сплавов): LTTE, SeriesB, OK75.78, которые отличаются температурой начала аустенитно-мартенситного фазового превращения.

Приведенные зависимости показывают, в частности, что при математическом моделировании термомеханических процессов сварки разнородных материалов необходимо учитывать влияние фазовых превращений на механическое поведение шва [11]. С этой целью предлагается в определяющих соотношениях типа уравнений Дюамеля–Неймана, по аналогии с деформацией термического расширения, дополнительно учесть изменение объема, обусловленное соответствующим фазовым переходом. Зависимости на рис. 1 показывают также, что на макроуровне изменения напряжений, обусловленные фазовым превращением, происходят не мгновенно, а в интервале температур порядка 100 К относительно плавно. Это говорит о возможности учета деформаций фазового перехода по аналогии с деформацией термического расширения. Исходя из этих соображений, рассмотрим основные уравнения для численного решения квазистатической задачи термопластичности применительно к процессам многопроходной сварки плавлением с учетом влияния фазовых переходов на механические свойства.

Вариационные уравнения, решение которых описывает изменение температуры материала с течением времени и квазистатических изменений напряженно-деформированного состояния, имеют вид:

$$\iiint_V (\lambda_{ij} d_{,j}) \delta(d_{,j} T) dV^{(n)} + \iiint_V C_\epsilon T \delta T dV^{(n)} + \iint_{S_\alpha} \alpha_m (T - T_m) (T dt) dS^{(n)} = 0, \quad (1)$$

$$\iiint_V (\sigma_{ij}^E + \Delta^* \sigma_{ij}) \delta(\Delta^* e_{ij}) dV^{(n)} - \iint_{S_\sigma} (\bar{R}_i + \Delta \bar{R}_i) \delta(\Delta u^i) dS^{(n)} = 0. \quad (2)$$

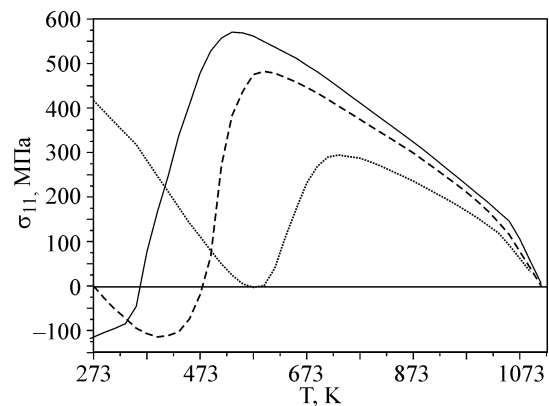


Рис. 1. Изменение термических напряжений в сплавах LTTE (сплошная линия), SeriesB (штриховая линия), OK75.78 (пунктир) при охлаждении

Таблица 1

Физико-механические характеристики материалов при $T = 273.15$ К

Материал	E , ГПа	ν	σ_b , МПа	$\alpha_{\max}^T \cdot 10^6$, K^{-1}	$\alpha_{\max}^F \cdot 10^6$, K^{-1}
Weldox 960	222	0.277	980	15.25	30.15
OK75.78			1000		
LTTE			1135	13.50	39.73
SeriesB			1100	15.25	59.39

Здесь T — абсолютная температура; λ_{ij} — коэффициенты теплопроводности; $\delta(d_{,j} T) = (d_{,j} T) dt$ — вариация градиента температуры; C_ε — теплоемкость единицы объема материала; $\delta T = \dot{T} dt$ — вариация температуры; α_m — коэффициент теплообмена на поверхности S_α , ограничивающей объем V тела; T_m — температура окружающей среды; $\bar{R}_i, \Delta \bar{R}_i$ — заданные поверхностные силы и их приращения на шаге по времени с номером n ; $\Delta u^i, \delta(\Delta u^i)$ — приращения компонент вектора перемещений и их вариации; $\Delta \sigma_{ij}^E + \Delta^* \sigma_{ij}$ — модифицированный тензор напряжений Кирхгофа; $\Delta^* e_{ij}$ — тензор Грина (приращения деформаций).

Уравнение (1) выражает вариационный принцип Био для нестационарных задач теплопроводности, а для анализа квазистатических процессов деформирования используется вариационное уравнение Лагранжа инкрементальной теории пластичности [16–19].

Тензор приращений деформаций на каждом шаге по времени рассчитывается по формулам

$$2\Delta^* e_{ij} = \Delta u^i d_{,j} + \Delta u^j d_{,i} + (\Delta u^k d_{,i})(\Delta u^k d_{,j}),$$

$$d_{,j} = d/dX_j,$$

где X_j — лагранжевы переменные ортогональной системы координат.

Соотношения, связывающие приращения полных деформаций, напряжений и температуры на каждом шаге по времени, запишем в виде

$$\Delta^* e_{kl} = S_{ijkl}^* \Delta^* \sigma_{ij} + \alpha_{kl}^T \Delta T + \Delta \varepsilon_{kl}^F, \quad (4)$$

где S_{ijkl}^* , $\alpha_{kl}^T = \delta_{kl} \alpha^T$, $\Delta \varepsilon_{kl}^F = \delta_{kl} \Delta \varepsilon^F$ — тензоры коэффициентов податливости, термического расширения и приращение деформаций, обусловленное фазовым переходом, если он имел место при заданной температуре.

В свою очередь, если фазовый переход в рассматриваемой материальной точке среды происходит не мгновенно, а относительно плавно в некотором интервале температур, как в рассматриваемой задаче, для деформаций $\Delta \varepsilon_{kl}^F$ можно использовать формулу

$$\Delta \varepsilon_{kl}^F = \delta_{kl} \Delta \varepsilon^F = \delta_{kl} \alpha^F \Delta T = \alpha_{kl}^F \Delta T, \quad (5)$$

где величины α_{kl}^F имеют значение деформационных коэффициентов фазового перехода.

Обращая определяющие соотношения (4), получим соотношения вида

$$\Delta^* \sigma_{ij} = C_{ijkl}^* \Delta^* e_{kl} - \beta_{ij}^* \Delta T, \quad (6)$$

где $\beta_{ij}^* = C_{ijkl}^* (\alpha_{kl}^T + \alpha_{kl}^F)$, причем все коэффициенты рассматриваются как функции температуры, а тензоры касательных модулей C_{ijkl}^* , S_{ijkl}^* рассчитываются в общем случае на основе уравнений упругопластической среды с упрочнением и накоплением повреждений [20, 21].

Физико-механические характеристики сплавов Weldox 960, LTTE, SeriesB, OK75.78, которые использовались в расчетах, приведены в табл. 1.

На рис. 2 показаны температурные зависимости коэффициентов $\alpha^T = \alpha_{\max}^T f^T(T)$, $\alpha^F = \alpha_{\max}^F f^F(T)$ для сплавов LTTE, SeriesB, OK75.78, которые были получены в результате аппроксимации экспериментальных данных (тест Сато, рис. 1), приведенных в [11]. Для сплава Weldox 960 в модельных расчетах использовалась такая же температурная зависимость коэффициентов, как и для сплава OK75.78, на том основании, что они имеют довольно близкие температуры начала мартенситного превращения. При решении задачи теплопроводности с граничными условиями свободного теплообмена для всех сплавов задавались следующие теплофизические характеристики: $\lambda = 76$ Вт/(м·К), $C = 461$ кДж/(кг·К), $\alpha_m = 500$ Вт/(м·К).

Для верификации предложенной модели была рассмотрена двумерная задача (случай плоского напря-

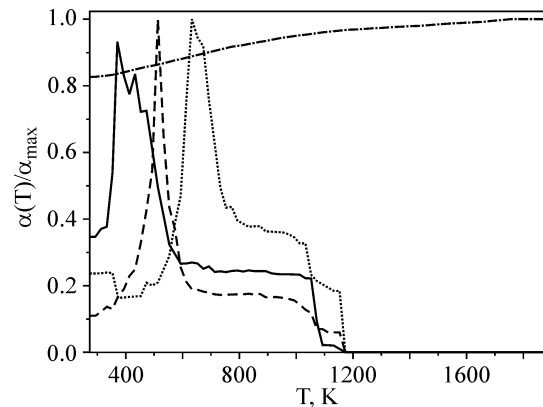


Рис. 2. Температурные зависимости деформационных коэффициентов фазовых превращений сплавов LTTE, SeriesB, OK75.78 и коэффициента термического расширения (сплошная, штриховая, пунктирная и штрих-пунктирная линии соответственно)

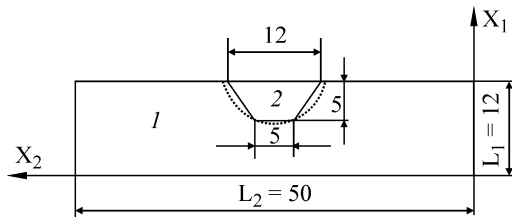


Рис. 3. Размеры модельного образца: основного металла (1), шов (2)

женного состояния и плоской деформации) расчета сварочных напряжений при охлаждении образца, схема которого показана на рис. 3. Здесь показана часть поперечного сечения плиты (модельный расчетный образец) из сплава Weldom 960 (область 1) с канавкой (область 2), которая при сварке плавлением в начальный момент времени заполняется тем или иным электродным сплавом: LTTE, SeriesB или ОК75.78. При сварке граница канавки приобретает плавные очертания, которые показаны на рис. 3 пунктиром. В расчетах эта линия рассматривалась как граница раздела материалов шва и основного металла. Характерная температура аустенитно-мартенситного превращения в шве довольно существенно сказывается на сварочных напряжениях, экспериментальная оценка которых получена методами нейтронной дифракции в работе [11].

В качестве кинематических ограничений при численном решении уравнения (2) применительно к рассматриваемой задаче ставились условия

$$\begin{aligned} u_1 = 0, X_1 = L_1/2, X_2 = 0, X_2 = L_2, \\ u_2 = 0, X_2 = L_2/2, \end{aligned} \quad (7)$$

где L_1, L_2 — размеры модельного образца вдоль осей X_1, X_2 соответственно.

Граничные условия в напряжениях на боковой поверхности образца S_σ (за исключением точек, где заданы кинематические ограничения) задавались в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^E n_j = \bar{R}_i = 0, \\ S_\sigma: \{X_1 = 0; X_1 = L_1; X_2 = 0; X_2 = L_2\}. \end{aligned} \quad (8)$$

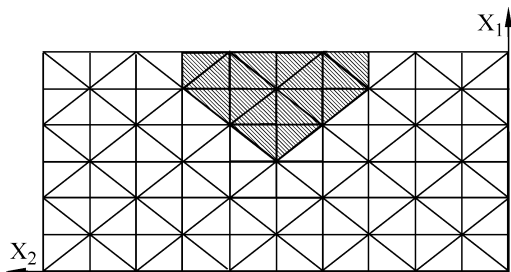


Рис. 4. Схема учета различий физико-механических характеристик структурных элементов на расчетной сетке из треугольников

Для численного решения поставленной двумерной задачи разработана вариационно-разностная схема расчета нестационарных температурных полей и термических напряжений на четырех- и треугольных сетках, которая подробно описана в работах [10, 21–23]. Схематичный пример расчетной сетки с треугольными элементами показан на рис. 4. Каждый элемент сетки наделяется цветовым признаком, которому соответствует свой набор физико-механических характеристик. При моделировании многопроходной сварки в дополнение к этому каждому элементу структуры приписывается свое время начала функционирования, что позволяет проводить расчеты напряженно-деформированного состояния в области с переменной геометрией. Применение треугольных сеток повышает точность описания границ структурных элементов с разными физико-механическими характеристиками. Разработанные алгоритмы позволяют проводить расчеты сварочных напряжений как при одномоментном заполнении шва, так и при многопроходной сварке разнородных материалов.

3. Обсуждение результатов расчета сварочных напряжений с учетом фазовых превращений в электродных сплавах

При проведении расчетов напряженно-деформированного состояния шва было принято, что в начальный момент времени пластина не напряжена и не деформирована, разделка шва (область 1 на рис. 3) одномоментно заполняется расплавом электродного металла. В процессе заполнения разделки расплавом граница между основным металлом и материалом сварочной ванны приобретает скругленные очертания (показано пунктиром на рис. 3) [11], что учитывалось в расчетах. На рис. 5 показано начальное распределение температуры, принятое для расчета сварочных напряжений. Границы области, в которой в начальный момент времени задается повышенная температура (с максимумом

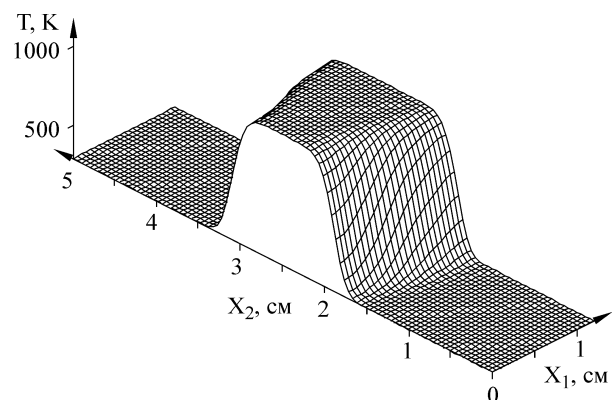


Рис. 5. Начальное поле температуры для расчета сварочных напряжений

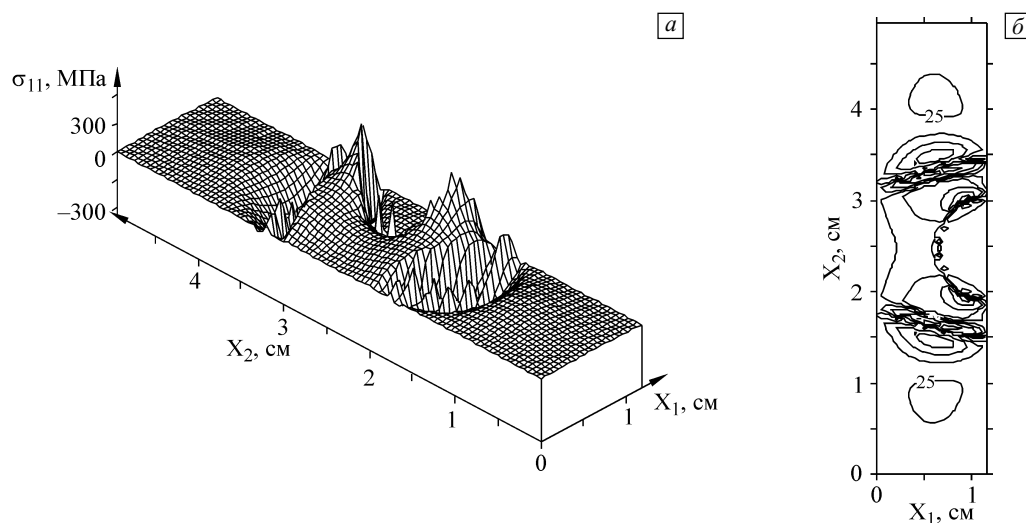


Рис. 6. Распределение (а) и изолинии (б) напряжений σ_{11} после охлаждения шва (сплав LTTE)

1 123.15 К) соответствуют границам зоны термического влияния в экспериментах [11]. Следует отметить, что начальное распределение температуры существенно влияет на сварочные напряжения.

На рис. 6–9 показаны рассчитанные распределения нормальных компонент σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} тензора напряжений (случай плоской деформации) в швах, выполненных с применением сплава LTTE (температура фазового превращения относительно низка) и сплава ОК75.78 с более высокой температурой аустенитно-мартенситного фазового перехода.

Пиковые значения компоненты тензора напряжений σ_{11} , как видно на рис. 6, достигают 300 МПа, но в целом относительно невелики как для швов со сплавами LTTE и SeriesB, так и в случае сплава ОК75.78.

Для сплава LTTE напряжения σ_{22} (рис. 7) распределены по толщине образца на оси шва неравномерно,

изменяясь от напряжений сжатия, достигающих значений -370 МПа на нижней поверхности до растягивающих напряжений с максимумом порядка 580 МПа в центральной части.

Для шва, выполненного с применением сплава ОК75.78 (рис. 8), напряжения σ_{22} в материале шва и зоне термического влияния малы как по сравнению с другими компонентами тензора напряжений, так и по сравнению с напряжениями, которые развиваются в швах со сплавами LTTE и SeriesB.

На рис. 9 показано распределение напряжений σ_{33} в шве на основе сплава LTTE. Максимальные значения растягивающих напряжений превышают 600 МПа и наблюдаются в основном металле в зоне термического влияния. В материале шва развиваются сжимающие (отрицательные) напряжения σ_{33} , что обусловлено различием температур фазового превращения в основном

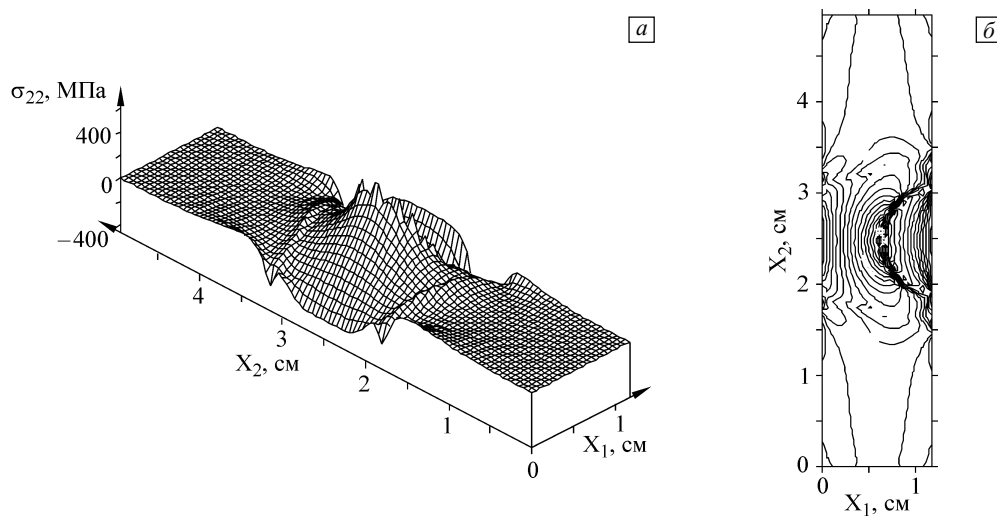


Рис. 7. Распределение (а) и изолинии (б) напряжений σ_{22} после охлаждения шва (сплав LTTE)

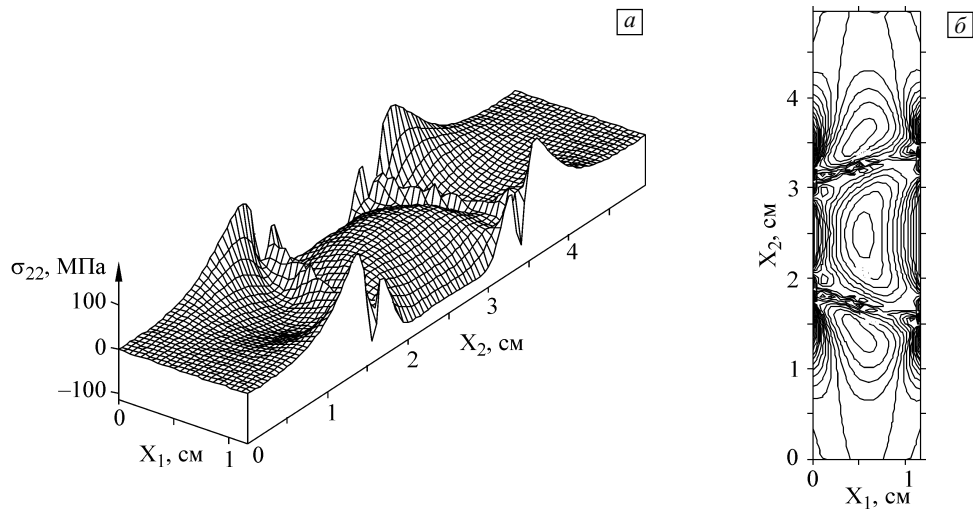


Рис. 8. Распределение (а) и изолинии (б) напряжений σ_{22} после охлаждения шва (сплав ОК75.78)

металле и материале корневого шва. При этом для шва со сплавом ОК75.78 напряжения σ_{33} в материале шва близки к нулю.

Здесь следует отметить, что напряжения σ_{33} рассчитаны для случая плоской деформации, тогда как в процессе сварки реализуется некоторый промежуточный вариант между плоским напряженным и плоским деформированным состоянием. При этом для основного металла более реалистична модель плоской деформации, а для корневого шва — модель плоского напряженного состояния. Тем не менее можно отметить, что имеет место качественное совпадение результатов моделирования с результатами экспериментов, описанными в [11]. Различие в количественных оценках компонент тензора напряжений составляет около 30%. Основные причины расхождений в том, что для более точного сравнения требуется более подробная информация о

физико-механических характеристиках материалов. Кроме того, расчеты выполнены в двумерной постановке задачи, тогда как напряженное состояние сварного шва трехмерное. Тем не менее принципиально важно то, что предложенная модель учета влияния фазовых превращений на напряженно-деформированное состояние сварных швов правильно отражает основные закономерности рассматриваемых процессов.

4. Заключение

Предложена модель и алгоритм численного решения задач теплопроводности и термопластичности применительно к процессам сварки плавлением разнородных материалов с учетом влияния фазовых превращений при охлаждении ванны расплава свариваемых материалов. В модели учтены различия в температурах фазовых переходов элементов структуры шва.

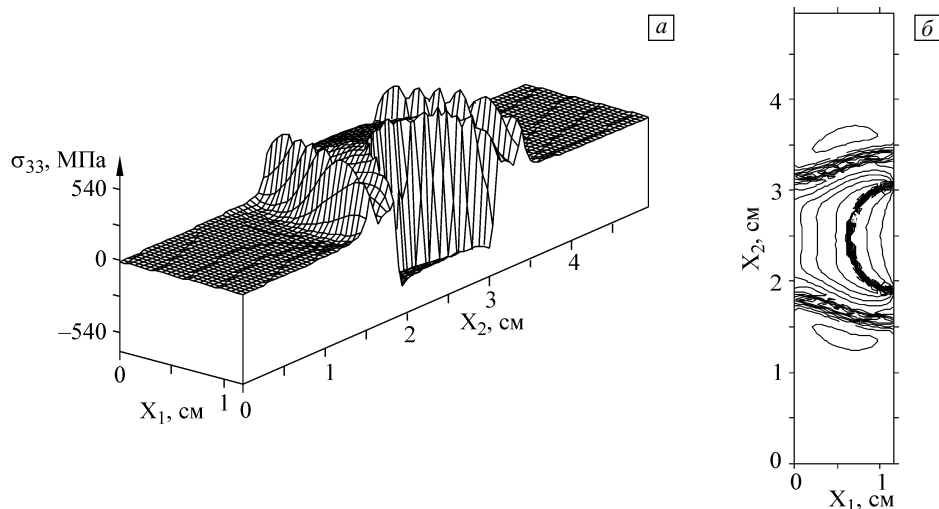


Рис. 9. Распределение (а) и изолинии (б) напряжений σ_{33} после охлаждения шва (сплав LTTE)

Введено понятие деформационных коэффициентов фазовых превращений, которые можно определить на основе теста Саго. Введение этой характеристики позволяет естественным образом отслеживать особенности механического поведения сварных соединений, обусловленные фазовыми превращениями в материале сварного шва.

Установлено, что максимальные значения напряжений в рассмотренных соединениях наблюдаются в основном металле вблизи границ зоны термического влияния и на границах между основным металлом и материалом шва.

Снижение температуры фазового превращения в электродном материале приводит к снижению пиковых значений растягивающих напряжений.

Полученные на основании предложенной модели процессы сварки с учетом фазовых превращений результаты качественно согласуются с экспериментальными данными [11].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 13-08-00092.

Литература

- Панин С.В., Клименов В.А., Нехорошков О.Н., Панин В.Е. Особенности развития пластической деформации на мезо- и макромасштабном уровнях при растяжении образцов нержавеющей стали 12Х18Н9Т, содержащих сварной шов и подвергнутых ультразвуковой ударной обработке // Физ. мезомех. – 2001. – Т. 4. – № 2. – С. 51–64.
- Плешанов В.С., Панин В.Е., Кибиткин В.В., Лебедева Н.А. Эволюция мезоструктуры и кинетика усталостных повреждений в сварных соединениях конструкционной стали в условиях, близких к плоскому напряженному состоянию // Физ. мезомех. – 2001. – Т. 4. – № 6. – С. 105–117.
- Плешанов В.С., Панин В.Е., Буркова С.П., Наркевич Н.А. Поворотная мода деформации как основа для выбора критерия оптимизации термической обработки сварных соединений высокоазотистой стали // Физ. мезомех. – 2002. – Т. 5. – № 4. – С. 97–104.
- Сараев Ю.Н., Полетика И.М., Козлов А.В., Хомченко Е.Г. Формирование структуры и свойств сварных соединений в условиях регулируемого тепловложения при импульсно-дуговой сварке // Физ. мезомех. – 2005. – Т. 8. – Спец. вып. – С. 137–140.
- Pat. 2126523 RU, Способ неразрушающего контроля механического состояния объектов и устройство для его осуществления / Е.Е. Дерюгин, В.Е. Панин, С.В. Панин, В.И. Сырямкин // БИ. – 1999. – № 5.
- Панин С.В., Любутин П.С. Верификация метода оценки деформации на мезоуровне, основанного на построении полей векторов перемещений участков поверхности // Физ. мезомех. – 2005. – Т. 8. – № 2. – С. 69–80.
- Романова В.А., Балохонов Р.Р. О роли внутренних границ раздела в процессах формирования мезоскопического деформационного рельефа на свободной поверхности нагруженных материалов // Физ. мезомех. – 2010. – Т. 13. – № 4. – С. 35–44.
- Сараев Ю.Н., Крекулева Р.А., Косяков В.А. Математическое моделирование технологических процессов импульсной аргонодуговой сварки неплавящимся электродом // Сварочное производство. – 1997. – № 4. – С. 2–4.
- Черепанов О.И., Прибытков Г.А. Численное исследование остаточных напряжений и упругопластических деформаций, развивающихся при охлаждении структурно-неоднородных материалов в процессе высокотемпературной обработки // Физ. мезомех. – 2000. – Т. 3. – № 1. – С. 23–38.
- Крекулева Р.А., Черепанов О.И., Черепанов Р.О. Численное моделирование термомеханических процессов в зоне сварного шва плакированных сталей на стадии остывания // Физ. мезомех. – 2012. – Т. 15. – № 3. – С. 71–78.
- Francis J.A., Kundu S., Bhadeshia H.K.D.H., Stone H.J., Rogge R.B., Withers P.J., Karlsson L. The effects of metal transformations temperature on residual stresses in a high strength steel weld // J. Press. Vess. Tech. – 2009. – V. 131. – P. 1–15.
- Moat R.J., Stone H.J., Shirzadi A.A., Francis J.A., Kundu S., Mark A.F., Bhadeshia H.K.D.H., Karlsson L., Withers P.J. Design of weld fillers for mitigation of residual stresses in ferritic and austenitic steel welds // Sci. Technol. Weld. Joi. – 2011. – V. 16. – No. 3. – P. 279–284.
- Onsøien M.I., M'Hamdi M., Akselsen O.M. Residual stresses in weld thermal cycle simulated specimens of X70 pipeline steel // Weld. J. – 2010. – V. 89. – P. 127-s–132-s.
- Satoh K. Transient thermal stresses of weld heat-affected zone by both-ends-fixed bar analogy // Trans. Japan Weld. Soc. – 1972. – V. 3. – P. 125–134.
- Satoh K. Thermal stresses developed in high-strength steels subjected to thermal cycles simulating weld heat-affected zone // Trans. Japan Weld. Soc. – 1972. – V. 3. – P. 135–142.
- Vasildzu K. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
- Био М. Вариационные принципы в теории теплообмена. – М.: Энергия, 1975. – 209 с.
- Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
- Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. – М.: Мир, 1970. – 256 с.
- Драгон А., Мруз З. Континуальная модель пластически-хрупкого поведения скальных пород и бетона // Механика деформируемых твердых тел. Направления развития. – М.: Мир, 1983. – С. 163–188.
- Черепанов О.И. Численное решение некоторых квазистатических задач мезомеханики. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2003. – 190 с.
- Крекулева Р.А., Черепанов О.И., Черепанов Р.О. Численное решение двумерной квазистатической задачи термопластичности: расчет остаточных термических напряжений при многопроходной сварке разнородных сталей // Компьютерные исследования и моделирование. – 2012. – Т. 4. – № 2. – С. 345–356.
- Крекулева Р.А., Черепанов О.И., Черепанов Р.О. Влияние разделения на формирование остаточных напряжений и деформаций в сварном соединении разнородных сталей // Сварочное производство. – 2012. – Т. 931. – № 6. – С. 3–8.

Поступила в редакцию
30.05.2013 г.

Сведения об авторах

Крекулева Раиса Алексеевна, к.ф.-м.н., доц. ТПУ, rakrekt@mail.ru
Черепанов Олег Иванович, д.ф.-м.н., проф. ТУСУР, oi_cherepanov@mail.ru
Черепанов Роман Олегович, к.ф.-м.н., снс НИИ ПММ ТГУ, cro096@ngs.ru