УДК 532.5:534.1

В. А. Архипов, И. М. Васенин, А. С . Усанина

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ВСПЛЫТИЯ ОДИНОЧНОГО ПУЗЫРЬКА

Представлены результаты экспериментального исследования динамики всплытия одиночного сферического пузырька в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса (Re < 1). Получена уточненная эмпирическая зависимость для коэффициента сопротивления при стационарном режиме движения пузырька. Проведена оценка влияния нестационарных и "наследственных" эффектов на динамику всплытия пузырька. Показано существенное влияние силы Бассе на характеристики нестационарного режима движения пузырька, в частности, на характерное время динамической релаксации, в области малых чисел Рейнольдса.

Ключевые слова: *пузырек, вязкая жидкость, число Рейнольдса, нестационарный режим, сила Бассе, экспериментальное исследование.*

Введение. Закономерности движения частиц дисперсной фазы в поле силы тяжести (всплытие газовых пузырьков в жидкости или гравитационное осаждение твердых частиц или капель в дисперсионной среде) представляют интерес при моделировании технологических процессов (седиментация, флотация, барботаж и др.), а также при решении ряда практических задач экологии и метеорологии (образование атмосферных осадков, осаждение жидко-капельного аэрозоля при аварийном сбросе авиационного топлива [1], эволюция облака токсичных компонентов ракетных топлив при разгерметизации топливных баков ракет-носителей [2] и других).

В большинстве работ по механике двухфазных потоков движение частиц дисперсной фазы моделируется в квазистационарной постановке с учетом малости характерных времен динамической релаксации частиц. Однако при решении ряда задач необходимо учитывать влияние нестационарных и "наследственных" эффектов на динамику движения частицы. В качестве примеров можно привести взаимодействие частиц с мощным акустическим полем [3, 4] и торможение частиц при взаимодействии гетерогенной струи с преградой в процессах нанесения упрочняющих покрытий на конструкционные материалы [5], а также ускорение частиц в ударных волнах [6] и т. д.

Анализ литературных данных. Учет "наследственной" силы Бассе превращает дифференциальное уравнение движения частицы в интегро-дифференциальное, что существенно осложняет решение задачи о нестационарном движении частицы. Теоретически эта задача исследовалась в работах [7–13]. Экспериментальному исследованию нестационарных режимов движения частицы дисперсной фазы в дисперсионной среде посвящено значительно меньше работ. Среди недавних публикаций можно отметить работы [9, 14–17].

Например, в [17] на основе экспериментального исследования движения стеклянных шариков в глицерине и пузырьков воздуха в воде при Re = 13–212 и числах Вебера We = 0.03–0.69 показано, что существенное влияние на динамику частицы оказывает присутствие поверхностно-активных веществ (ПАВ) в жидкости. Влияние силы Бассе на закон движения частицы обнаружено для дисперсионной среды без ПАВ. Для загрязненных жидкостей поведение частицы имеет сложный характер и проанализировать влияние нестационарных эффектов проблематично.

Исследование движения твердых сфер в области больших чисел Рейнольдса (Re = 40–7000) проведено в [14] доплеровским методом. Показано, что на начальном этапе осаждения скорость частицы меняется согласно закону $\sqrt{t}$, а затем по экспоненциальному закону. Определена область чисел Рейнольдса Re ~ 100, в которой "наследственные" силы оказывают наибольшее влияние, обнаружено наличие колебательного характера скорости частицы.

Движение твердой сферической частицы в нестационарном поле скоростей (при наличии колебаний в среде) при Re ≤ 2.5 рассмотрено в работе [15]. Показано, что влияние нестационарных эффектов при равноуско-

Национальный исследовательский Томский государственный университет. Россия, 634050, г. Томск, просп. Ленина, 36; э-почта: usaninaanna@mail.ru. Поступила 15.04.2013.

ренном прямолинейном движении частицы с нулевой начальной скоростью в стационарном потоке мало, и им можно пренебречь в отличие от движения частицы в нестационарном потоке.

Однако результаты экспериментального и теоретического исследования гравитационного осаждения твердых сфер в вязкой жидкости при Re = 0.15–0.5 показали, что сила Бассе существенно влияет на динамику частицы и ее необходимо учитывать в уравнении движения [9]. В работе [16] в области чисел Рейнольдса Re = = 0.01–100 получена эмпирическая зависимость для коэффициента сопротивления пузырька с учетом нестационарных и "наследственных" сил.

Анализ известных теоретических и экспериментальных работ по движению твердых частиц и пузырьков в поле силы тяжести показывает, что исследованные в разных работах закономерности влияния "наследственных" эффектов на динамику частицы в широком диапазоне чисел Рейнольдса в ряде случаев противоречивы. В частности, в монографии [18] отмечено, что нестационарные ("наследственные") эффекты следует учитывать только при малых числах Рейнольдса (Re < 1), поскольку при больших Re их влияние пренебрежимо мало по сравнению с инерционными эффектами. Однако в ряде экспериментальных работ [14, 16, 17] обнаружено существенное влияние силы Бассе на динамику движения дисперсной частицы при Re > 1. Эти противоречия, по-видимому, связаны с "тонкостью" исследуемого эффекта (малые характерные времена и расстояния процесса), а также с недостаточным вниманием при проведении экспериментальных работ к чистоте дисперсионной среды и с отсутствием анализа погрешности измерений.

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования нестационарных режимов всплытия одиночного пузырька воздуха в вязкой жидкости при малых числах Рейнольдса. Оценка влияния "наследственной" силы Бассе на динамику пузырька проведена путем сравнительного анализа экспериментальных результатов с теоретическими данными, полученными при решении полного уравнения движения пузырька с учетом всех действующих на него сил. При проведении экспериментов особое внимание уделялось обеспечению воспроизводимости результатов и тщательному анализу погрешностей определения измеряемых и расчетных параметров.

Постановка задачи. На пузырек воздуха диаметром D, всплывающий в покоящейся жидкости с плотностью ρ_{liq}, действуют со стороны жидкости сила Архимеда F_{A} и сила F_{ad}, связанная с присоединенной массой [19]:

$$F_{\text{A}} = \frac{\pi D^3}{6}\rho_{\text{liq}} g\,,\ F_{\text{ad}} = -\frac{\pi D^3}{12}\rho_{\text{liq}}\frac{du}{dt}\,, \tag{1}$$

ось координат направлена вертикально вверх.

В вязкой жидкости на пузырек дополнительно действуют сила вязкого трения F_{s} и "наследственная" сила Бассе F_{B}, связанная с нестационарностью вязкого пограничного слоя вокруг пузырька [18, 19]:

$$F_{\text{s}} = -C\frac{\pi D^2}{4}\frac{\rho_{\text{liq}}u^2}{2}\,,\ F_{\text{B}} = -\frac{3}{2}D^2\sqrt{\pi\mu_{\text{liq}}\rho_{\text{liq}}}\int\limits_{-\infty}^{t}\frac{du}{d\tau}\frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}\,, \tag{2}$$

где μ_{liq} — коэффициент динамической вязкости жидкости; C — безразмерный коэффициент сопротивления.

При малых числах Рейнольдса (Re < 1) коэффициент сопротивления сферической частицы определяется формулой Рыбчинского–Адамара [19]

$$C = \frac{24}{\text{Re}}\left(\frac{3\mu_* + 2}{3 + 3\mu_*}\right),\ \text{Re} = \frac{\rho_{\text{liq}}uD}{\mu_{\text{liq}}}\,, \tag{3}$$

где $\mu_* = \mu/\mu_{\text{liq}}$ — отношение коэффициентов динамической вязкости дисперсной μ и дисперсионной μ_{liq} фаз. В предельных случаях из (3) определяется коэффициент сопротивления в виде

$$C = \frac{A}{\text{Re}}, \tag{4}$$

где $A = 16$ для пузырька ($\mu_* \to 0$), $A = 24$ для твердой сферы ($\mu_* \to \infty$).

С учетом рассмотренных сил уравнение всплытия пузырька можно представить в виде

$$\frac{du}{dt} = 2g - \frac{24\mu_{\text{liq}}}{\rho_{\text{liq}}D^2}u - \frac{18}{D}\sqrt{\frac{\mu_{\text{liq}}}{\pi\rho_{\text{liq}}}}\int\limits_{-\infty}^{t}\frac{du}{d\tau}\frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}}\,. \tag{5}$$

Необходимо отметить, что входящая в уравнение (5) сила Бассе существенно зависит от динамики движения пузырька (от производной du/dt). В [19] получены аналитические формулы зависимости силы Бассе от времени для сферической частицы, мгновенно приведенной в равномерное движение со скоростью u_0, и для частицы, начинающей в момент $t = 0$ равноускоренно двигаться по закону $u(t) = at$:

$$F_{\text{B}} = 1.5u_0D^2\sqrt{\frac{\pi\mu_{\text{liq}}\rho_{\text{liq}}}{t}}\,, \tag{6}$$

$$F_{\text{B}} = 3aD^2\sqrt{\pi\mu_{\text{liq}}\rho_{\text{liq}}t}\,. \tag{7}$$

Формулы (6) и (7) можно использовать при оценке вклада силы Бассе в суммарную силу сопротивления только для априорно заданного закона движения частицы. В частности, эти формулы показывают, что при мгновенном приведении частицы в равномерное движение сила Бассе убывает по закону $u(t) \sim (1/\sqrt{t})$, а при равноускоренном движении — возрастает по закону $u(t) \sim \sqrt{t}$.

Экспериментальная установка и методика исследования. Исследование проводилось на установке, состоящей из вертикально установленной прозрачной кюветы с плоскопараллельными стенками, наполненной рабочей жидкостью, устройства для генерации пузырьков и системы визуализации процесса всплытия одиночного пузырька. Блок-схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. Кювета размером 150 × 150 × × 600 мм (объемом 13.5 л) изготовлена из оптического стекла толщиной 5 мм. В кювету заливался раствор касторового масла в этиловом спирте в различных процентных соотношениях.

В большинстве работ, посвященных исследованию динамики движения частицы дисперсной фазы (капли, пузырька или твердой частицы), в качестве рабочей жидкости использовался водно-глицериновый раствор [15–17]. Однако вязкость и плотность данного раствора в силу его гигроскопичности зависят от внешних условий (температуры и влажности воздуха) и изменяются на (5–10)% при изменении температуры даже на 1 $^{\circ}$C [20]. Для проведения прецизионных измерений необходимо использовать жидкость со стабильными характеристиками. Касторовое масло и его спиртовые растворы в диапазоне рабочих температур (17–22) $^{\circ}$C сохраняют значения ρ_{liq}, μ_{liq} практически постоянными.

Пузырьки воздуха получали с помощью механизма, позволяющего дозировать объем воздуха, следовательно, и исходный диаметр пузырька, поступающего в кювету с жидкостью. Для получения пузырьков фиксированного объема использовался электродвигатель постоянного тока, который через червячную передачу, преоб-

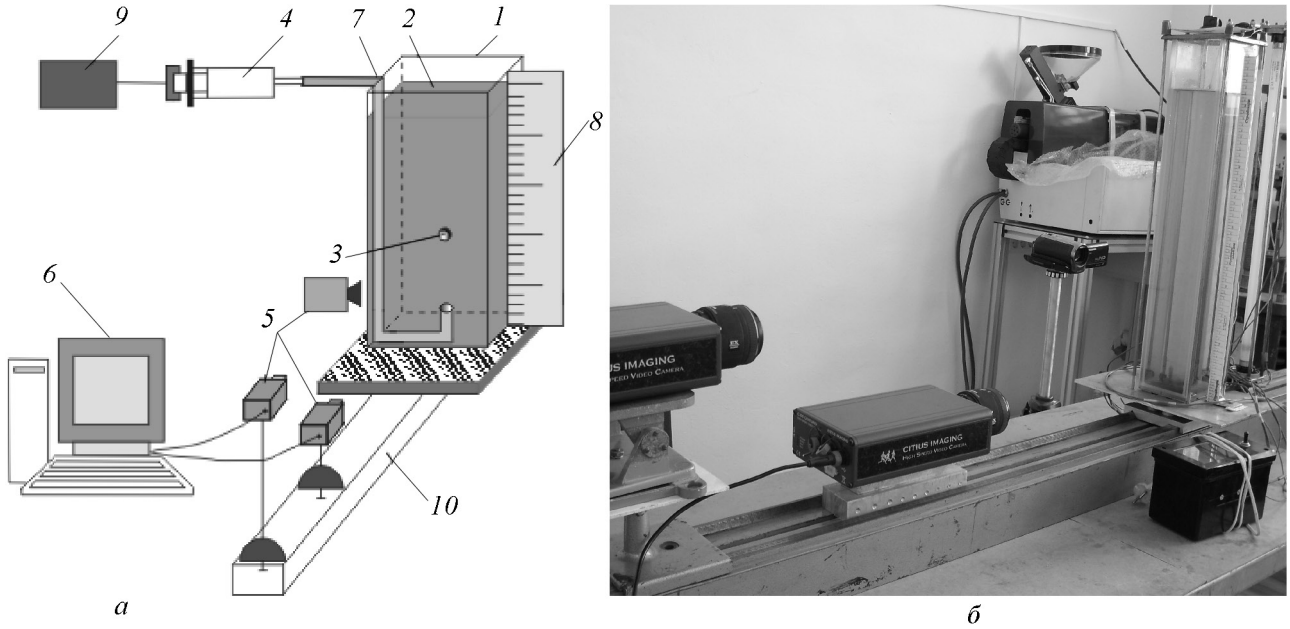

Рис. 1. Схема (*а*) и фотография (*б*) экспериментальной установки: *1* — кювета; *2* — рабочая жидкость; *3* — пузырек; *4* — генератор пузырьков; *5* — видеокамеры; *6* — компьютер; *7* — трубка; *8* — масштабная линейка; 9 — электродвигатель; 10 — оптическая скамья

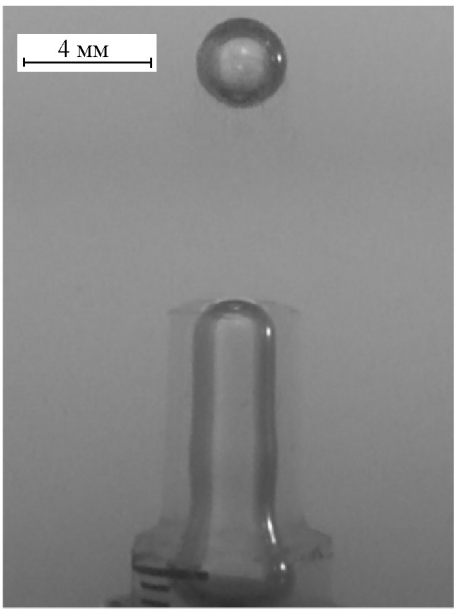

Рис. 2. Начальная стадия всплытия пузырька

разующую вращательное движение в поступательное, приводил в движение поршень шприца. К выходному раструбу шприца крепилась полая алюминиевая трубка диаметром 3 мм, на конце которой монтировалась сменная инъекционная игла диаметром (0.6–3.0) мм, расположенная в нижней части кюветы. Отрыв пузырька от иглы происходил не за счет перепада давления (при воздействии потока воздуха), а "естественным" образом, когда равнодействующая всех сил превышала нуль. При этом образовывались сферические пузырьки одинакового диаметра с нулевой начальной скоростью (рис. 2).

Система визуализации включала источники света (две люминесцентные лампы мощностью 18 Вт), установленные на задней панели по всей высоте кюветы, цифровую видеокамеру "Panasonic HDC-SD60" и две высокоскоростные видеокамеры "Citius C100". Многоракурсная видеосъемка исследуемого процесса позволила повысить точность и обеспечить контроль за изменением параметров всплытия пузырька на различных стадиях его движения. Первая камера использовалась для определения размера пузырька; поле съемки составляло 5 × 5 см с двукратным увеличением. Вторая камера фиксировала динамику пузырька на начальном нестационарном этапе движения, третья — на всей траектории движения пузырька. Видеосъемка проводилась с пространственным разрешением 1280 × 670 пикселей с темпом не менее 700 кадров в секунду и временем экспозиции (0.5–2.0) мс. Для контроля расстояния, пройденного пузырьком, использовалась масштабная линейка с ценой деления 1 мм, отградуированная с учетом оптического искажения стенками кюветы.

Измеряемые параметры. При проведении экспериментов проводились тщательные измерения всех основных параметров — плотности и коэффициента динамической вязкости рабочей жидкости ρ_{liq}, μ_{liq}, диаметра пузырька D, пройденного им расстояния $h(t)$ и скорости всплытия $u(t)$. Физические свойства рабочей жидкости измерялись до и после проведения каждого эксперимента.

Плотность жидкости варьировалась в диапазоне ρ_{liq} = 935–960 кг/м^3 и измерялась ареометром с относительной погрешностью $\delta\rho_{liq}$ = 0.1%.

Коэффициент динамической вязкости жидкости варьировался в диапазоне μ_{liq} = 0.2 ± 1.1 Па·с и определялся по измеренной скорости стационарного осаждения u_p стального шарика диаметром D_p = 2.005 мм в Стоксовском режиме (Re < 1):

$$\mu_{liq} = \frac{gD_p^2\left(\rho_p - \rho_{liq}\right)}{18u_p}, \tag{8}$$

где ρ_p — плотность материала шарика.

Диаметр шарика измерялся микрометром с погрешностью ±1 мкм (относительная погрешность δD_p = = 0.05%), плотность материала шарика определялась по формуле

$$\rho_p = \frac{6M_p}{100\pi D_p^3},$$

где M_p — масса 100 идентичных шариков, определяемая взвешиванием на аналитических весах с погрешностью ±0.01 г.

Измеренное значение плотности ρ_p = 7711 кг/м^3 близко совпадает с табличным значением плотности стали (ρ_p = 7750 кг/м^3). Скорость осаждения шарика варьировалась в диапазоне (13–65) см/с и определялась обработкой видеоряда процесса осаждения с относительной погрешностью δu_p = 0.1%. Относительная погрешность определения μ_{liq} рассчитывалась по стандартной формуле для погрешности косвенных измерений [21] и не превышала $\delta\mu_{liq}$ = 0.2%.

Для контроля корректности определения μ_{liq} по формуле (8) оценивалась длина участка стабилизации (отклонение скорости шарика на 1% от стационарного значения) по формуле

$$h_* = 3.6g\left(\frac{(\rho_p - \rho_{liq})D_p^2}{18\mu_{liq}}\right)^2.$$

Для всех проведенных экспериментов величина $h_* \le 1.5$ мм, следовательно, стационарный режим устанавливается практически сразу же после помещения шарика в жидкость. С целью контроля режима осаждения стальной частицы рассчитывалось число Рейнольдса $\mathrm{Re}_p = \rho_{liq}u_pD_p/\mu_{liq}$. Во всех экспериментах значение числа Рейнольдса не превышало $\mathrm{Re}_p < 1$, что обеспечивало Стоксовский режим.

Геометрические размеры пузырьков определялись с относительной погрешностью не более 3% (с учетом заданной разрешающей способности видеокамеры).

Погрешность определения скорости всплытия пузырька на стационарном участке, обусловленная разбросом результатов 3–5 дублирующих опытов, не превышала $\delta u = 0.1\%$ при значении доверительной вероятности $\alpha = 0.95$.

На нестационарном участке пройденное пузырьком расстояние и скорость определялись покадровой обработкой результатов скоростной видеосъемки. Скорость всплытия пузырька на некоторой высоте h_i (где i — номер кадра) вычислялась по формуле

$$u(h_i) = \frac{h_{i+1} - h_{i-1}}{\Delta t_i},\ i = 1, 2, ..., n,$$

где h_{i-1}, h_{i+1} — пройденное пузырьком расстояние на $i - 1$ и $i + 1$ кадрах соответственно, Δt_i — интервал времени между $i - 1$ и $i + 1$ кадрами, n — количество кадров. Расстояние h_i измерялось с использованием компьютерной программы CorelDRAW. Погрешность измерения h_i, связанная с искажением изображения и разрешающей способности видеокамеры, составляла ±0.2 мм. Погрешность измерения скорости всплытия пузырька на начальном (нестационарном) участке ($h \le 5$ мм) не превышала $\delta u = 10\%$.

Результаты экспериментов. *Коэффициент сопротивления в стационарном режиме.* В общее уравнение движения пузырька входит закон сопротивления вязкого обтекания. При малых числах Рейнольдса ($\mathrm{Re} < 1$) коэффициент сопротивления определяется по формуле Рыбчинского–Адамара (3). Для уточнения коэффициента сопротивления в стационарном режиме ($du/dt = 0$) была проведена серия экспериментов, результаты которой приведены в табл. 1. В ней приведены условия проведения экспериментов, экспериментальные значения стационарной скорости всплытия пузырька u_e, числа Рейнольдса Re и коэффициента сопротивления C_e. При расчете числа Рейнольдса использовались экспериментальные данные. Величина экспериментального коэффициента сопротивления C_e определялась из уравнения движения пузырька в стационарном режиме (при $du/dt = 0$) по формуле

$$C_e = \frac{4}{3}\,g(\rho_{liq} - \rho)\,\frac{D}{\rho_{liq}u_e^2}.$$

Относительная погрешность определения C_e рассчитывалась по формуле

Таблица 1. **Результаты экспериментов по стационарному всплытию пузырька**

D, мм	ρ_{liq}, кг/м^3	μ_{liq}, Па·с	u_e, см/с	Re	$A = 16$	$A = 15.5$	C_e
3.7	960	1.13	0.88	0.028	571.4	553.6	624
3.6	960	0.92	1.2	0.045	355.5	344.4	326
3.9	960	0.92	1.4	0.057	280.7	271.9	260
4.1	960	0.92	1.5	0.064	250.0	242.2	238
4.4	960	0.92	1.75	0.08	200.0	193.7	188
5.5	960	1.13	1.96	0.091	175.8	170.3	187
4.8	960	0.92	2.0	0.1	160.0	155	157
4.9	960	0.92	2.09	0.106	150.9	146.2	146
5.5	960	0.92	2.55	0.146	109.6	106.2	110
3.2	935	0.23	3.6	0.47	34.0	32.9	28.9
3.4	935	0.23	4.0	0.56	28.6	27.7	27.7

$$\delta C_e = \sqrt{(\delta D)^2 + 4(\delta u_e)^2}\ ,$$

где δD = 3%, δu_e = 0.1%. При расчете δC_e не учитывались погрешности измерения плотности ρ и ρ_{liq} в силу их малости. Для условий проведенных экспериментов погрешность экспериментального определения коэффициента сопротивления не превышала $\delta C_e \sim 3\%$. По аналогии с (4) зависимость $C_e(\mathrm{Re})$ аппроксимировалась формулой

$$C_e = \frac{15.5}{\mathrm{Re}}\,. \tag{9}$$

Значения коэффициентов сопротивления, рассчитанные по формуле (4) для A = 16 и 15.5, приведены в табл. 1. На рис. 3 приведены расчетные и экспериментальные значения коэффициента сопротивления в диапазоне чисел Рейнольдса Re = 0.03–0.55. Наименьшее отклонение теоретического от экспериментального коэффициента сопротивления C_e наблюдается для зависимости (9), для которой среднеквадратичное отклонение составляет δ = 1.9%. Для зависимости Рыбчинского–Адамара (A = 16) отклонение δ = 2.2%. Зависимость для Стоксовского коэффициента сопротивления (A = 24) дает результаты, существенно отличающиеся от экспериментальных данных (рис. 3).

Скорость всплытия пузырька в нестационарном режиме. Исследование динамики всплытия пузырьков проводилось при варьировании параметров в диапазонах: D = 3.2–5.5 мм, μ_{liq} = 0.23–1.13 Па·с, ρ_{liq} = 935–960 кг/м^3, Re = 0.03–0.56. При условиях проведенных экспериментов величина времени установления стационарного участка всплытия пузырька составляла t_* = 0.07–0.2 с, а расстояние установления — h_* = 1.5–4.0 мм. Типичные зависимости скорости всплытия пузырька от времени и пройденного расстояния приведены на рис. 4 для одной из серий экспериментов (D = 3.4 мм, μ_{liq} = 0.23 Па·с, ρ_{liq} = 935 кг/м^3).

Отметим, что при покадровой обработке видеоряда на стационарном участке движения пузырька наблюдался колебательный характер изменения скорости всплытия (наблюдаемый также в работе [16]), что, по-видимому, связано с погрешностью измерения малых значений h_i.

Для оценки влияния силы, связанной с присоединенной массой F_{ad}, рассмотрим уравнения всплытия пузырька в виде:

$$\frac{du}{dt} = g\left(\frac{\rho_{liq}}{\rho} - 1\right) - \frac{3}{4}\,\frac{A\mu_{liq}}{\rho D^2}\,u\,, \tag{10}$$

$$\frac{du}{dt} = 2g - \frac{3}{2}\,\frac{A\mu_{liq}}{\rho_{liq} D^2}\,u\,. \tag{11}$$

Уравнение (10) описывает процесс всплытия пузырька без учета F_{ad}, уравнение (11) — с учетом F_{ad}. Решение этих уравнений имеет одинаковый вид

$$u(t) = u_0\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right)\right], \tag{12}$$

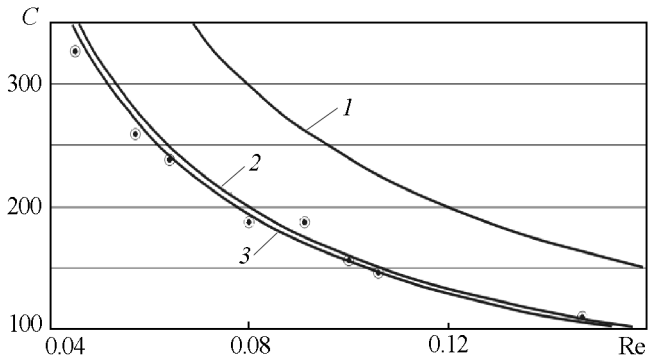

Рис. 3. Зависимость коэффициента сопротивления от числа Рейнольдса: *1* — A = 24; *2* — 16; *3* – 15.5; точки — экспериментальные значения C_e

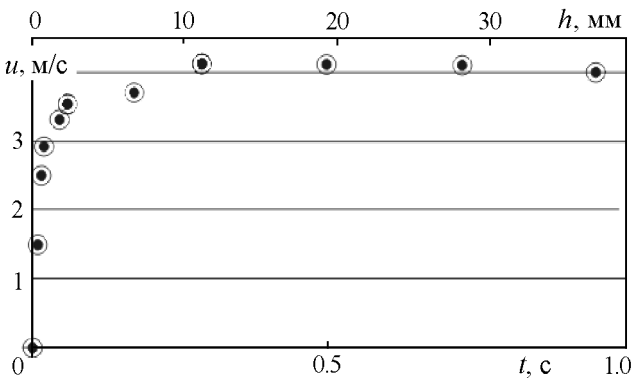

Рис. 4. Экспериментальные данные по скорости всплытия пузырька

Формула для определения пройденного пузырьком расстояния имеет вид

$$h(t) = h_0 \left[\frac{u(t)}{u_0} + \ln\left(1 - \frac{u(t)}{u_0}\right) \right], \tag{13}$$

где $h_0 = u_0 t_0$ — характерное расстояние, пройденное пузырьком.

Время и длина участка установления стационарного режима $u(t_*) = 0.99u_0$ составляют $t_* = 5t_0$, $h_* = 3.6h_0$. Скорость стационарного всплытия одинакова для уравнений (10), (11) и определяется формулой

$$u_0 = \frac{4}{3} \frac{\rho_{\text{liq}} D^2 g}{A\mu_{\text{liq}}}.$$

Время динамической релаксации для уравнения (10) записывается в виде

$$t_0 = \frac{\rho}{\rho_{\text{liq}} g} u_0 = \frac{4}{3} \frac{\rho D^2}{A\mu_{\text{liq}}},$$

а для уравнения (11) в виде

$$t_0 = \frac{u_0}{2g} = \frac{2}{3} \frac{\rho_{\text{liq}} D^2}{A\mu_{\text{liq}}}.$$

Значения t_* и h_* увеличиваются с ростом числа Рейнольдса, поэтому для анализа нестационарных эффектов рассмотрим результаты серии экспериментов для следующих параметров: $D = 3.2$ мм, $\rho_{\text{liq}} = 935$ кг/м^3, $\mu_{\text{liq}} = 0.23$ Па·с, Re = 0.47.

На рис. 5 приведены результаты расчетов скорости пузырька по формулам (12), (13) при $A = 15.5$ (экспериментальное значение) для нестационарного режима всплытия. Точками на рис. 5 показаны экспериментальные значения скорости, пунктирными линиями — время t_* и длина h_* участка установления стационарного режима (их значения приведены в табл. 2).

Существенное расхождение расчетных и экспериментальных зависимостей $u(t)$, $u(h)$, а также значений t_*, h_* для нестационарного режима всплытия пузырька связано с тем, что в уравнениях (10), (11) не учтена дополнительная составляющая силы сопротивления — "наследственная" сила Бассе.

Влияние силы Бассе на динамику всплытия пузырька. Предварительная оценка влияния силы Бассе на динамику всплытия пузырька проведена на модельном примере его равноускоренного движения (рис. 6). Силу Бассе для данного режима можно рассчитать по аналитической формуле Л. Д. Ландау (7). Расчеты действующих

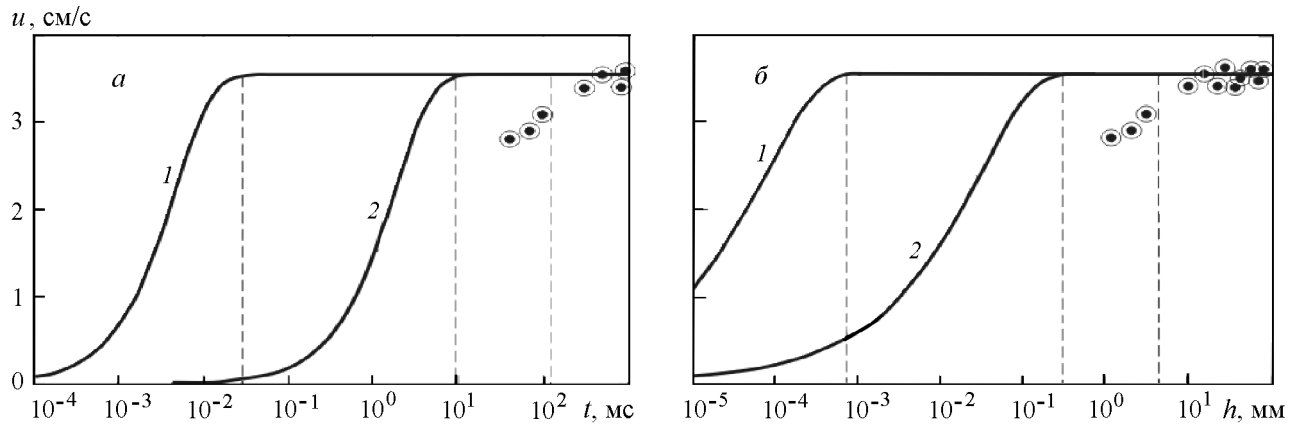

Рис. 5. Зависимость скорости всплытия пузырька от времени (*а*) и расстояния (*б*) без учета (*1*) и с учетом (*2*) силы, связанной с присоединенной массой

Таблица 2. **Время и длина участка стабилизации**

Параметр	Без учета F_{ad}	С учетом F_{ad}	Эксперимент
t_*, мс	$2.3 \cdot 10^{-2}$	9.0	~150
h_*, мм	$0.6 \cdot 10^{-3}$	0.2	~4.0

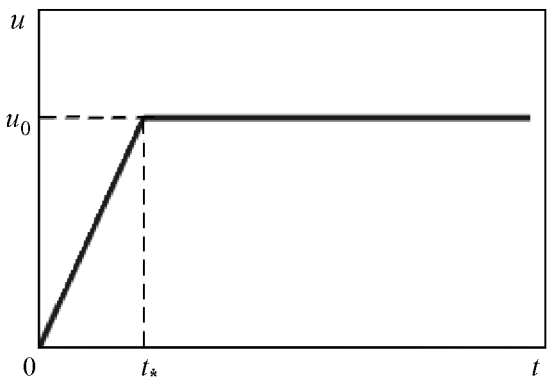

Рис. 6. Модель равноускоренного движения частицы

на пузырек сил проведены для следующих условий эксперимента: D = 3.2 мм, ρ_{liq} = 935 кг/м^3, μ_{liq} = = 0.23 Па·с, Re = 0.47. Для указанных условий экспериментальные значения времени установления стационарного режима и скорости стационарного всплытия составляют t_* = 0.15 с, u_0 = 3.6 см/с. При этом ускорение пузырька $a = du/dt = u_0/t_*$ = = 0.24 м/с^2. Графики зависимости сил, действующих на пузырек, от времени приведены на рис. 7. Действующие на пузырек силы рассчитывались по формулам:

$$F_A = \frac{\pi D^3}{6}\rho_{liq} g\,,\ F_{ad} = \frac{\pi}{12}\rho_{liq} D^3 a\,,$$

$$F_s = -C\,\frac{\pi D^2}{4}\,\frac{\rho_{liq}(at)^2}{2}\,,$$

$$F_B = 3aD^2\sqrt{\pi\mu_{liq}\rho_{liq}t}\,,\ F_\Sigma = F_B + F_s + F_{ad}\,,$$

где C =15.5/Re, a = 0.24 м/с^2, F_Σ — суммарная сила сопротивления.

Анализ приведенных на рис. 7 зависимостей показывает, что основной вклад в силу сопротивления вносят сила вязкого сопротивления F_s и сила Бассе F_B. Сила, связанная с присоединенной массой, постоянна на всем нестационарном участке и составляет F_{ad} = = 1.9·10^{-3} мН. Для рассмотренной модели на начальном участке траектории пузырька при $0 < t < t_1$ сила вязкого сопротивления и сила Бассе отличаются незначительно ($F_B \approx F_s$) и при $t = t_1$ = 0.032 с эти силы равны $F_B = F_s$ = 3.4·10^{-2} мН. Для условий проведенных экспериментов момент времени t_1 составляет $t_1 \sim 0.2t_*$ (20% от времени установления стационарного режима всплытия).

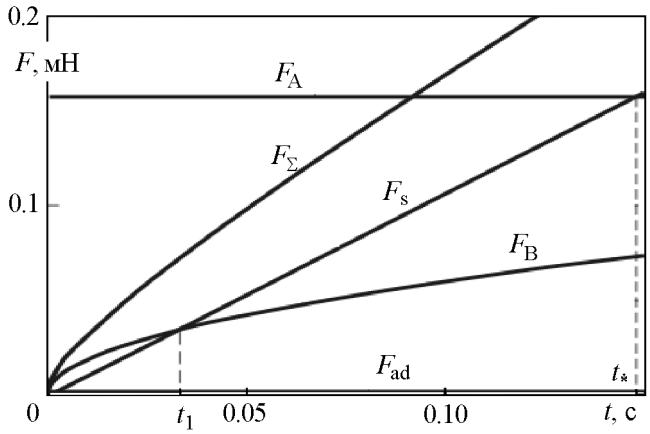

Рис. 7. Оценочные значения сил, действующих на пузырек при равноускоренном движении

При $t_1 < t < t_*$ сила вязкого сопротивления $F_s \sim$ $\sim t$, а сила Бассе $F_B \cong \sqrt{t}$, на этом участке траектории действует соотношение $F_B < F_s$ и когда устанавливается стационарный режим ($t = t_*$ = 0.15 с), то эти силы составляют соответственно — F_B = = 7.4·10^{-2} мН и F_s = 0.16 мН. При $t = t_*$ соотношение этих сил составляет F_B/F_s = 0.46.

При установлении стационарного режима всплытия пузырька ($t \geq t_*$) нестационарные силы $F_B = F_{ad}$ = 0, а сила вязкого сопротивления равна силе Архимеда $F_s = F_A$ = 0.16 мН.

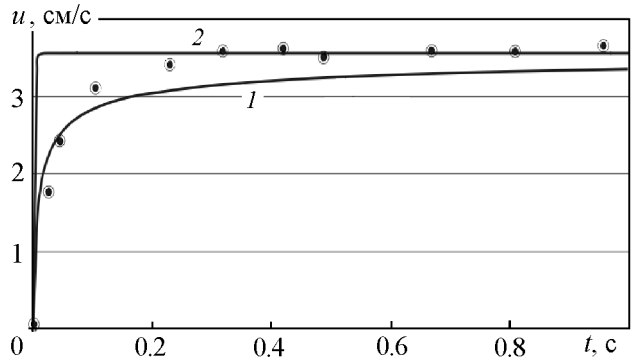

Рис. 8. Зависимость скорости всплытия пузырька от времени с учетом (1) и без учета (2) силы Бассе

На рис. 8 приведена зависимость скорости всплытия пузырька от времени, полученная из решения полного уравнения движения (5) с учетом всех действующих сил (кривая *1*). Для решения интегро-дифференциального уравнения (5) применялся операционный метод [22], с помощью которого получены аналитические уравнения для ускорения и скорости всплытия пузырька в зависимости от времени. Расчеты проведены для указанных выше параметров экспериментов. Для

константы в силе вязкого сопротивления принято экспериментальное значение $A = 15.5$. Здесь же приведена зависимость $u(t)$, рассчитанная по уравнению (11), в котором учтена сила, связанная присоединенной массой, но не учтена сила Бассе (кривая *2*). Точками на рис. 8 обозначены экспериментальные значения скорости всплытия пузырька.

Анализ приведенных на рис. 8 данных показывает, что зависимость $u(t)$, полученная расчетом без учета силы Бассе (кривая *2*), не отражает реальную динамику всплытия пузырька на нестационарном участке его траектории, однако адекватно описывает стационарный режим.

Зависимость $u(t)$, рассчитанная с учетом силы Бассе, удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными на начальном участке траектории (расхождение не превышает 5%). При этом расчетные зависимости $u(t)$ характеризуются медленным выходом на стационарный режим; расхождение расчетных и экспериментальных данных по скорости пузырька для $t > t_* = 0.15$ с составляет не более 9%. Отметим, что аналогичный "затянутый" выход скорости частиц на стационарный режим получен в теоретических работах по нестационарному движению дисперсной частицы [11, 16]. Расхождение расчетных и экспериментальных данных по динамике всплытия пузырька связано, по-видимому, с неточностью соблюдения условия $u = 0$ при $t = 0$ в экспериментах.

Выводы

1. В условиях проведенных экспериментов $D = 3.2$–5.5 мм, $\mu_{liq} = 0.23$–1.13 Па·с, $\rho_{liq} = 935$–960 кг/м^3, Re = = 0.03–0.56, характерное время t_* и расстояние h_* установления стационарного режима всплытия пузырька составляют $t_* = 0.07$–0.2 с, $h_* = 1.5$–4.0 мм. Для малых значений t_*, h_* проведение достоверных измерений требует использования следующих параметров видеосъемки: скорость видеосъемки не менее 700 кадров в секунду, время экспозиции 0.5–2.0 мс.

2. В диапазоне чисел Рейнольдса Re = 0.03–0.56 получена уточненная зависимость для коэффициента сопротивления $C_e = 15.5/\mathrm{Re}$ со среднеквадратичным отклонением от экспериментальных данных не более 1.9%. Полученная зависимость близка к закону сопротивления Рыбчинского–Адамара ($C = 16/\mathrm{Re}$), для которого среднеквадратичное отклонение от результатов экспериментов составляет 2.2%.

3. На примере модельной задачи о равноускоренном движении пузырька проведена оценка вклада силы вязкого сопротивления, силы, связанной с присоединенной массой, и силы Бассе в общую силу сопротивления. Показано, что основной вклад в силу сопротивления на нестационарном участке траектории вносят сила вязкого сопротивления и "наследственная" сила Бассе. Для исследованного диапазона параметров показано, что при $t < t_1 = 0.2t_*$ величина силы Бассе незначительно отличается от силы сопротивления ($F_B \approx F_s$), а при $t_1 < t < t_*$ сила Бассе становится меньше силы вязкого сопротивления и при $t = t_*$ сила Бассе $F_B \approx 0.5F_s$. Сила, связанная с присоединенной массой, составляет ~0.5% от суммы всех сил, действующих на пузырек, она постоянна на траектории движения пузырька до установления стационарного режима всплытия при $t = t_*$.

4. Сравнительный анализ экспериментальных и рассчитанных с использованием полного уравнения движения зависимостей для скорости всплытия одиночного пузырька при малых числах Рейнольдса (Re < 1) показал, что для нестационарных режимов движения необходимо учитывать силу, связанную с присоединенной массой, и силу Бассе. Показано, что без учета этих сил время t_* и длина h_* участка стабилизации на 3–4 порядка меньше экспериментальных значений. Теоретические зависимости для скорости всплытия пузырька с учетом нестационарных сил согласуются с экспериментальными данными, для них расхождение не превышает (5–9)%.

Работа выполнена по заданию № 1.4082.2011 и соглашение № 14.B37.21.0419 Министерства образования и науки Российской Федерации, а также при поддержке гранта Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых — кандидатов наук (№ МК-1259.2013.1).

Обозначения

a — ускорение пузырька, м/с^2; A — константа в законе сопротивления; C — безразмерный коэффициент сопротивления; D — диаметр пузырька, м; D_p — диаметр твердой сферы, м; i — номер кадра; F_A — сила Архимеда, Н; F_{ad} — сила, связанная с присоединенной массой, Н; F_B — сила Бассе, Н; F_s — сила сопротивления, Н; g — ускорение свободного падения, м/с^2; h — расстояние, пройденное пузырьком, м; h_i — расстояние, пройденное пузырьком, на i-м кадре, м; h_0 — характерное расстояние, пройденное пузырьком, м; h_* — длина участка установления стационарного режима всплытия пузырька, м; M_p — масса 100 шариков, кг; Re — число Рейнольдса для пузырька; Re_p — число Рейнольдса для твердой сферы; t и τ — время, с; t_0 — характерное время динамической релаксации пузырька, с; t_* — время установления стационарного режима всплытия пузырька, с; u — скорость всплытия пузырька, м/с; u_0 — стационарная скорость всплытия пузырька, м/с; u_p — скорость гравитационного осаждения твердой сферы, м/с; δ — среднеквадратичное отклонение, %; Δt_i — интервал времени

между $i - 1$ и $i + 1$ кадрами, с; μ — коэффициент динамической вязкости газа, кг/(м·с); μ_{liq} — коэффициент динамической вязкости жидкости, кг/(м·с); μ_* — отношение коэффициентов динамической вязкости дисперсной и дисперсионной фаз; ρ — плотность газа, кг/м^3; ρ_{liq} — плотность жидкости, кг/м^3; ρ_p — плотность твердой сферы, кг/м^3; Индексы. A — Архимед; B — Бассе; s — вязкое сопротивление; ad — присоединенная масса; e — экспериментальный; liq — жидкость; 0 — стационарный; p — твердая сфера; * — выход на стационарный режим.

Литература

1. **Архипов В. А., Березиков А. П., Ткаченко А. С., Усанина А. С., Якимович О. Н.** Численное моделирование эволюции аэрозольного облака при аварийном сбросе авиационного топлива. *Авиакосмическое приборостроение*. 2011. № 5. С. 33–38.

2. **Адам А. М., Архипов В. А., Бурков В. А., Плеханов И. Г., Ткаченко А. С.** Влияние метеорологических условий на распространение аэрозольного облака жидких ракетных топлив. *Оптика атмосферы и океана*. 2008. Т. 21, № 6. С. 504–509.

3. **Висицкий Е. В., Петров А. Г., Шундерюк М. М.** Движение частицы в вязкой жидкости под действием силы тяжести и вибрации при наличии силы Бассе. *Прикл. математика и механика*. 2009. Т. 73, вып. 5. С. 763–775.

4. **Висицкий Е. В., Петров А. Г.** О структурировании твердых частиц в жидкости в поле ультразвуковой стоячей волны. *Докл. РАН*. 2006. Т. 408, № 6. С. 762–766.

5. **Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л.** *Теплообмен и разрушение тел в сверхзвуковом гетерогенном потоке*. Москва: Янус-К, 2007.

6. **Федоров А. В., Тропин Д. А.** Моделирование прохождения детонационной волны через облако частиц в двухскоростной двухтемпературной постановке. *Физика горения и взрыва*. 2013. Т. 49, № 2. С. 61–70.

7. **Maxey M. X. and Riley J. J.** Equation of motion for small rigid sphere in a nonuniform flow. *Phys. Fluids*. 1983. No. 26. Pp. 883–889.

8. **Michaelides E. E.** A novel way of computing the Basset term in unsteady multiphase flow computations. *Phys. Fluids A1*. 1992. Vol. 4, No. 7. Pp. 1579–1582.

9. **Водопьянов И. С., Петров А. Г., Шундерюк М. М.** О нестационарном осаждении сферической твердой частицы в вязкой жидкости. *Механика жидкости и газа*. 2010. № 2. С. 98–107.

10. **Невский Ю. А., Осипцов А. Н.** О роли нестационарных и "наследственных" сил в задачах гравитационной конвекции суспензий. *Вестн. Московского ун-та. Сер. 1. Математика. Механика*. 2008. № 4. С. 37–40.

11. **Dorgan A. J. and Loth E.** Efficient calculation of the history force at finite Reynolds numbers. *Int. J. Multiphase Flow*. 2007. Vol. 33. Pp.833–848.

12. **Ramarao B. V. and Tien Chi.** Role of Basset force on particle deposition in stagnation flow. *J. Aerosol Sci*. Vol. 21, No. 5. Pp. 597–611.

13. **Thomas P. J.** On the influence of the Basset history on the motion of a particle through a fluid. *Phys. Fluids A4*. 1992. Pp. 2090–2093.

14. **Mordant N. and Pinton J.-F.** Velocity measurement of a settling sphere. *Europ. Phys. J. B*. 2000. No. 18. Pp. 343–352.

15. **Abbad M. and Souhar M.** Effects of the history force on an oscillating rigid sphere at low Reynolds number. *Experiments Fluids*. 2004. No. 36. Pp. 775–782.

16. **Li Zhang, Chao Yang, and Zai-Sha Mao.** Unsteady motion of a single bubble in highly viscous liquid and empirical correlation of drag coefficient. *Chem. Eng. Sci*. 2008. No. 63. Pp. 2099–2106.

17. **Park W. C., Klausner J. F., and Mei R.** Unsteady forces on spherical bubbles. *Experiments Fluids*. 1995. Vol. 19. Pp. 167–172.

18. **Нигматулин Р. И.** *Динамика многофазных сред*. Т. 1. Москва: Наука, 1987.

19. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** *Теоретическая физика*. Т. 6. *Гидродинамика*. Москва: Наука, 1986.

20. **Гороновский И. Т., Назаренко Ю. П., Некряч Е. Ф.** *Краткий справочник по химии*. Киев: Наукова думка, 1974.

21. **Архипов В. А., Березиков А. П.** *Основы теории инженерно-физического эксперимента*. Томск: Изд-во Томского политех. ун-та, 2007.

22. **Arkhipov V. A., Vasenin I. M., Tkachenko A. S., and Usanina A. S.** The influence of nonstationary effects on the movement of dispersed particles in the gravity field. *Proc. Int. Conf. Methods Aerophysical Research*. August 19–25, 2012. Kazan, Russia. Abstracts. Part I. Pp. 32–33.