На правах рукописи

Рогозинский Михаил Иванович

k–вполне транзитивные абелевы группы без кручения

01.01.06 — Математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Томск 2013

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», на кафедре алгебры.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор **Гриншпон Самуил Яковлевич**

Официальные оппоненты:
Пестов Герман Гаврилович, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», кафедра математического анализа, профессор

Ельцова Тамара Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники», кафедра высшей математики, доцент

Ведущая организация:
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт математики имени С.Л. Соболева СО РАН, г.Новосибирск

Защита состоится 28 ноября 2013 г. в 18 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.267.21, созданного на базе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», по адресу: 634050, Томск, ул. Ленина, 36 (корпус 2, ауд. 304).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан 25 октября 2013 г.

Ученый секретарь диссертационного совета — Малютина Александра Николаевна

Общая характеристика работы

Актуальность темы. В классе абелевых групп значительный интерес представляют группы, насыщенные эндоморфизмами. К таким группам относятся вполне транзитивные абелевы группы. Первоначально, понятие вполне транзитивности возникло в контексте изучения вполне характеристических подгрупп p–групп, но вскоре приобрело самостоятельную ценность как объект исследования.

Для редуцированных абелевых p–групп понятие «вполне транзитивность» ввел И. Капланский: редуцированная абелева p–группа называется *вполне транзитивной*, если для любых ее элементов a и b, для которых $H(a) \leq H(b)$, где $H(a),\ H(b)$ — индикаторы элементов a и b соответственно, существует эндоморфизм этой группы, переводящий a в b ([14]). И. Капланский показал, что всякая сепарабельная редуцированная p–группа является вполне транзитивной. Далее, он ставит вопрос, будет ли всякая p–группа вполне транзитивной.

В [29] П. Хилл показал, что всякая тотально проективная p–группа является вполне транзитивной. А. Корнер ([21]) изучал вполне транзитивные p–группы в связи с действием кольца эндоморфизмов $E(A)$ на $p^{\omega}A$. Он построил пример редуцированной p–группы, не являющейся вполне транзитивной. С. Файлс и Б. Голдсмит рассматривают вполне транзитивность прямых сумм p–групп ([25]). Свойства вполне транзитивных p–групп рассматривались в ряде работ (см., например, [12], [13], [21], [25], [26], [29]).

В [2] показано, что всякая p–группа, первая ульмовская подгруппа которой циклическая, является вполне транзитивной. С.Я. Гриншпоном доказана теорема ([2]), выделяющая широкий класс p–групп, не являющихся вполне транзитивными.

П.А. Крылов в [7] по аналогии с понятием вполне транзитивности для p–групп вводит понятие вполне транзитивной абелевой группы без кручения. Редуцированная абелева группа без кручения называется *вполне транзитивной*, если для любых двух элементов a и b, таких, что $\chi(a) \leq \chi(b)$, где $\chi(a),\ \chi(b)$ — характеристики элементов a и b соответственно, существует эндоморфизм этой группы, переводящий a в b.

Изучению вполне транзитивных групп без кручения и различных важных подклассов таких групп посвящено большое количество работ (см., например,

[2], [3], [5], [6], [8], [9], [10], [16], [17], [18], [19], [22], [27], [28]).

В [4] С. Я. Гриншпон и В. М. Мисяков рассматривают понятие «вполне транзитивность» для произвольной абелевой группы (в том числе и нередуцированной), которое формулируется в терминах высотных матриц и согласуется с соответствующими понятиями для p–групп и групп без кручения. Это понятие уточнялось в [2]. Вполне транзитивные смешанные p–локальные абелевы группы изучаются С. Файлсом в [24]. Там же показано, что редуцированная ранга 1 без кручения p–локальная группа вполне транзитивна, если ее периодическая часть сепарабельна. Вполне транзитивность редуцированной p–адической алгебраически компактной группы установлена А. Мадером в [31]. Исследование вполне транзитивности прямых произведений абелевых групп проведено В. М. Мисяковым в [11].

Ряд содержательных результатов о вполне транзитивных группах и их K–прямых суммах получены С. Я. Гриншпоном ([1], [2], [3]).

Естественным обобщением вполне транзитивности является понятие k–вполне транзитивности. Истоки этого понятия лежат в известной теореме линейной алгебры, говорящей о том, что всякую линейно независимую систему, состоящую из n векторов можно перевести линейным оператором в произвольную систему, состоящую из того же количества векторов.

Понятие k–вполне транзитивности для абелевых p–групп ввел в [20] Д. Кэрролл в следующем виде.

Пусть G — абелева p–группа и $k \in \mathbb{N}$. Группа G называется *k–вполне транзитивной*, если для любых кортежей $X = (x_1, ..., x_k)$,
$Y = (y_1, ..., y_k)$ элементов группы G из выполнения условий:

(1) $H(x_i) \leq H(y_i)$ для всех $i = \overline{1, k}$;

(2) кортеж X *высотно независим*, в том смысле, что при $i \neq j$ $h(rx_i) \neq h(sx_j)$ для всех целых $r,\ s$, кроме случая $rx_i = sx_j = 0$;

следует существование эндоморфизма $\theta \in E(G)$ со свойством
$\theta(x_i) = y_i$ $(i = \overline{1, k})$.

Там же Д. Кэрролл показал, что тотально проективные и сепарабельные p–группы являются k–вполне транзитивными для всех $k \in \mathbb{N}$.

В настоящей диссертационной работе вводится понятие k–вполне транзитивности для абелевых групп без кручения.

Пусть G — абелева группа без кручения и $k \in \mathbb{N}$. Кортеж $X = (x_1, ..., x_k)$

ненулевых элементов группы G назовем $\mathbf{t}$–*независимым*, если при $i \neq j$ $\mathbf{t}(x_i)$ несравним с $\mathbf{t}(x_j)$ для всех $i, j = \overline{1, k}$.

Пусть G— абелева группа без кручения и $k \in \mathbb{N}$. Группа G называется k–*вполне транзитивной*, если для любых кортежей длины k
$X = (x_1, ..., x_k); Y = (y_1, ..., y_k)$ элементов группы G из выполнения условий:

(1) $\chi(x_i) \leq \chi(y_i)$ для всех $i = \overline{1, k}$;

(2) кортеж X — $\mathbf{t}$–независим;

следует существование эндоморфизма θ группы G, такого что $\theta(x_i) = y_i$ для всех $i = \overline{1, k}$.

Показано, что замена условия $\mathbf{t}$–независимости кортежа X на его линейную независимость значительно сужает класс рассматриваемых групп.

Цель работы. Целью диссертационной работы является исследование свойств k–вполне транзитивных абелевых групп без кручения и описание k–вполне транзитивных групп в различных классах абелевых групп без кручения.

Общая методика исследования. В диссертации используются методы теории абелевых групп и модулей, а также некоторые идеи и факты, связанные с комбинаторикой.

Научная новизна. Все основные результаты диссертационной работы являются новыми. Основными результатами работы можно считать следующие.

- Найдено значение $\mathbf{t}$–длины для однородно разложимых групп, удовлетворяющих условию контрастности для типов.
- Исследована связь между $\mathbf{t}$–независимостью и линейной независимостью в k–вполне транзитивных группах.
- Доказано, что абелева группа без кручения k–вполне транзитивна для некоторого $k > 1$ тогда и только тогда, когда k–вполне транзитивна ее редуцированная часть.
- Показано, что вполне разложимые группы без кручения ранга 2 являются k–вполне транзитивными для всех $k > 1$.
- Найдены необходимые и достаточные условия k–вполне транзитивности вполне разложимых групп из некоторых классов.
- Для вполне разложимых групп с жесткой системой прямых слагаемых ранга 1 доказано, что из k–вполне транзитивности для некоторого $k > 1$

следует $(k+1)$–вполне транзитивность. При этом приведены примеры, когда обратное неверно.

- Полностью описаны однородно сепарабельные (в том числе однородно разложимые, сепарабельные и вполне разложимые) группы без кручения, являющиеся k–вполне транзитивными при всех $k \in \mathbb{N}$.

Теоретическая и практическая ценность. Результаты диссертационной работы имеют теоретическое значение и могут быть использованы в исследованиях по теории абелевых групп и модулей, а также при чтении спецкурсов для бакалавров, магистрантов и аспирантов.

Апробация результатов. Результаты диссертационной работы докладывались на XIII Всероссийской конференции студентов, апирантов и молодых ученых «Наука и образование» (Томск, 2009), Международных молодежных научных форумах «Ломоносов-2011», «Ломоносов-2013» (Москва, 2011. 2013), на II Всероссийской молодежной научной конференции «Современные проблемы математики и механики» (Томск, 2011), на всероссийском симпозиуме «Абелевы группы и модули» (Бийск, 2012), на Всероссийской конференции по математике и механике, посвященной 135–летию Томского государственного университета и 65–летию Механико–математического факультета (Томск, 2013).
Основные результаты неоднократно докладывались на семинарах кафедры алгебры Томского государственного университета и дважды — на семинаре кафедры алгебры Московского государственного педагогического университета (2011, 2013). По теме диссертации опубликовано 8 работ.

Структура и объем работы. Данная диссертационная работа состоит из введения, списка обозначений, трех глав и списка литературы. работа изложена на 80 страницах. Библиография содержит 39 наименований.

Содержание работы. Все рассматриваемые в работе группы являются абелевыми.

В первой главе диссертации вводятся ключевые понятия $\mathbf{t}$–длины и k–вполне транзитивности для групп без кручения и рассматриваются некоторые общие свойства данных понятий.

Первый параграф содержит основные определения и известные результаты, используемые в работе.

Во втором параграфе вводятся понятия $\mathbf{t}$–независимости, $\mathbf{t}$–длины и k–вполне транзитивности для групп без кручения. В этом параграфе исследована связь между $\mathbf{t}$–независимостью и линейной независимостью и найдены значения $\mathbf{t}$–длины для однородно разложимых групп, удовлетворяющих условию контрастности для типов.

Условие контрастности для типов было введено в [1] и означает следующее.

Говорят, что однородно разложимая группа $G = \bigoplus\limits_{t \in T} G_t$ (T — некоторое множество типов) *удовлетворяет условию контрастности для типов*, если для всяких двух типов $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2 \in T$ и любого простого числа p, такого что $pG_{t_1} \neq G_{t_1}$, имеет место $pG_{t_2} = G_{t_2}$.

$\mathbf{t}$–длина группы G (обозначается $k_t(G)$) — это наибольшая длина $\mathbf{t}$–независимого кортежа в группе G. Если в группе G для всякого $k \in \mathbb{N}$ существует $\mathbf{t}$–независимый кортеж длины k, то полагаем $k_t(G) = \infty$.

Основными результатами второго параграфа являются следующие теоремы.

Теорема 2.4. *Пусть $G = \bigoplus\limits_{t \in T} G_t$ — однородно разложимая редуцированная группа. Если G удовлетворяет условию контрастности для типов, то $k_t(G) = C_n^{\left[\frac{n}{2}\right]}$, если $|T| = n$ и $k_t(G) = \infty$, если $|T| \geq \aleph_0$.*

Теорема 2.6. *Пусть $k \geq 2$ и G является k–вполне транзитивной группой. Тогда всякий $\mathbf{t}$–независимый кортеж длины k является линейно независимым.*

Третий параграф первой главы посвящен изучению семейства прямых слагаемых k–вполне транзитивных групп без кручения. В этом параграфе также установлено, что при исследовании k–вполне транзитивных групп без кручения можно ограничиться редуцированными группами.

В начале параграфа вводится следующее понятие.

Пусть $k \in \mathbb{N}$ и $M = \{G_i\}_{i \in I}$ семейство групп без кручения. Семейство M назовем k–вполне транзитивным семейством групп, если для каждой пары групп $(G_i,\ G_j)$, $i,\ j \in I$ и любых двух кортежей $X = (x_1, ..., x_k)$; $Y = (y_1, ..., y_k)$ элементов групп $G_i,\ G_j$ соответственно из выполнения условий

(1) $\chi(x_i) \leq \chi(y_i)$ для всех $i = \overline{1, k}$;

(2) кортеж X — $\mathbf{t}$–независим;

следует существование $\theta \in \mathrm{Hom}(G_i, G_j)$, такого что $\theta(x_i) = y_i$ $(i = \overline{1, k})$.

Основными результатами третьего параграфа являются следующие теоремы.

Теорема 3.2. *Пусть $k \in \mathbb{N}$. Если группа без кручения $G = \bigoplus_{i \in I} G_i$ является k–вполне транзитивной группой, то семейство $M = \{G_i\}_{i \in I}$ является k–вполне транзитивным семейством групп.*

Теорема 3.5. *Группа без кручения G k–вполне транзитивна для некоторого $k > 1$ тогда и только тогда, когда k–вполне транзитивна ее редуцированная часть.*

Вторая глава состоит из двух параграфов и посвящена исследованиям k–вполне транзитивности вполне разложимых групп.

Для вполне разложимых групп ранга 2 получен следующий результат.

Теорема 4.1. *Вполне разложимые группы без кручения ранга 2 являются k–вполне транзитивными для всех $k > 1$.*

Далее в параграфе 4 рассматриваются вполне разложимые группы $G = \bigoplus_{i \in I} A_i$, семейство прямых слагаемых ранга 1 которых $\{A_i\}_{i \in I}$ образует жесткую систему групп. Для таких групп получены необходимые и достаточные условия k–вполне транзитивности для произвольного натурального k.

Для удобства введем следующее обозначение. Для всякого $J \subset I$ обозначим $\mathbf{t}_J = \inf_{i \in J} \mathbf{t}_i$. В частности, если $J = \{i\}$, то $\mathbf{t}_J = \mathbf{t}_i = \mathbf{t}(A_i)$.

Теорема 4.5. *Пусть $G = \bigoplus_{i \in I} A_i$ — вполне разложимая группа, семейство прямых слагаемых ранга 1 которой $\{A_i\}_{i \in I}$ образует жесткую систему групп, и пусть $k \in \mathbb{N}$. Группа G является k–вполне транзитивной тогда и только тогда, когда для любых конечных множеств $J_1, J_2, ..., J_k \subset I$, таких что типы $\mathbf{t}_{J_m}$ и $\mathbf{t}_{J_n}$ несравнимы при $m \neq n$, выполнены условия*

I. $J_m \bigcap J_n = \varnothing$ при $m \neq n$;

II. группы $G_m = \bigoplus_{i \in J_m} A_i$ удовлетворяют условию контрастности для типов ($m = \overline{1, k}$);

III. если для некоторого конечного множества $J \subset I$ и числа $m = \overline{1, k}$ справедливо $\mathbf{t}_J \geq \mathbf{t}_{J_m}$, то $J \subset J_m$.

В пятом параграфе рассмотрена зависимость между k–вполне транзитивностью и $(k+1)$–вполне транзитивностью для групп указанного строения. Доказан следующий результат.

Теорема 5.1. *Пусть* $G = \bigoplus_{i \in I} A_i$ *— вполне разложимая группа, семейство прямых слагаемых ранга 1 которой* $\{A_i\}_{i \in I}$ *образует жесткую систему групп. Если группа* G *является* k*–вполне транзитивной для некоторого* $k > 1$*, то* G *также* $(k+1)$*–вполне транзитивна.*

В этом параграфе приведен пример вполне разложимой 3–вполне транзитивной группы, не являющейся 2–вполне транзитивной, а также пример вполне разложимой группы, не являющейся k–вполне транзитивной ни для какого $k \in \mathbb{N}$.

Третья глава состоит из двух параграфов и посвящена исследованию k–вполне транзитивности однородно разложимых и сепарабельных групп.

Шестой параграф начинается с описания условия контрастности для типов в более удобной для дальнейшего исследования форме.

Предложение 6.1. *Однородно разложимая группа* $G = \bigoplus_{t \in T} G_t$ *удовлетворяет условию контрастности для типов тогда и только тогда, когда для любых различных* $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2 \in T$ *тип* $\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2$ *— делимый.*

Следующий результат описывает связь между вполне транзитивностью и k–вполне транзитивностью для однородно разложимых групп.

Теорема 6.3. *Пусть* $G = \bigoplus_{\mathbf{t} \in T} G_{\mathbf{t}}$ *— однородно разложимая группа, причем* $|T| > 2$*. Если* G *вполне транзитивна, то* G *не является* k*–вполне транзитивной для всех* k*, таких что* $1 < k \leq k_t(G)$*.*

Напомним определение однородно сепарабельной группы. Группа без кручения G называется *однородно сепарабельной*, если существует такое семейство $\mathfrak{C}$ однородных прямых слагаемых этой группы, что каждое конечное множество элементов группы G можно вложить в прямое слагаемое этой группы, являющееся прямой суммой некоторых групп из семейства $\mathfrak{C}$, ([3]).

В параграфе 7 исследуется k–вполне транзитивность однородно сепарабельных групп (в том числе вполне разложимых, сепарабельных и однородно разложимых групп без кручения) при всех значениях k. Доказаны следующие результаты.

Теорема 7.1. *Однородно разложимая группа* $G = \bigoplus_{t \in T} G_t$ *является* k*–вполне транзитивной для всех* $k \in \mathbb{N}$ *тогда и только тогда, когда* G *удовлетворяет одному из следующих условий:*
(I) G *— однородная вполне транзитивная группа;*

(II) $G = G_{t_1} \bigoplus G_{t_2}$, *где* $G_{t_1},\ G_{t_2}$ *— вполне транзитивные группы различных типов, причем* $\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2$ *—делимый тип.*

Теорема 7.2. *Однородно сепарабельная группа без кручения* G *является* k*–вполне транзитивной для всех* $k \in \mathbb{N}$ *тогда и только тогда, когда либо* G *— однородная вполне транзитивная группа, либо* G *представима в виде* $G = G_{t_1} \bigoplus G_{t_2}$, *где* $G_{t_1},\ G_{t_2}$ *— однородные вполне транзитивные группы различных типов* $\mathbf{t}_1,\ \mathbf{t}_2$, *причем тип* $\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2$ *— делимый.*

Следствие 7.3. *Сепарабельная группа является* k*–вполне транзитивной для всех* $k \in \mathbb{N}$ *тогда и только тогда, когда* G *— однородная группа или* G *представима в виде прямой суммы двух однородных групп различных типов и удовлетворяет условию контрастности для типов.*

Для формулировки следующего результата, нам понадобится следующее обозначение: $I_T(a)$ — для элемента a однородно разложимой группы $G = \bigoplus\limits_{t \in T} G_t$ — это множество типов $\mathbf{t} \in T$, таких что $\pi_t(a) \neq 0$ (π_t — проекция группы G на прямое слагаемое G_t).

Теорема 7.4. *Пусть* G *— вполне разложимая группа и* $G = \bigoplus\limits_{t \in T} G_t$ *— ее каноническое разложение. Эквивалентны следующие утверждения:*

1. *Группа* G k*–вполне транзитивна для всех* $k \in \mathbb{N}$*;*

2. G *— однородная группа или* $G = G_{t_1} \bigoplus G_{t_2}$, *причем* $\mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2$ *— делимый тип;*

3. G *удовлетворяет условию контрастности для типов и* $k_t(G) \leq 2$*;*

4. G *удовлетворяет условию контрастности для типов и* $|T| \leq 2$*;*

5. G *удовлетворяет условию контрастности для типов и для любых элементов* $a,\ b \in G$ *с несравнимыми типами справедливо* $I_T(a) \bigcap I_T(b) = \varnothing$.

Автор искренне благодарит научного руководителя профессора Самуила Яковлевича Гриншпона за постановку задач, внимание к моей научной работе, помощь в оформлении статей и данной диссертации.

Список литературы

[1] Гриншпон С. Я. О строении вполне характеристических подгрупп абелевых групп без кручения // Абелевы группы и модули. — 1982. — С. 56–92.

[2] Гриншпон С. Я. Вполне характеристические подгруппы абелевых групп и вполне транзитивность // Фундамент. и прикл. матем. — 2002. — Т. 8. — № 2. — С. 407–473.

[3] Гриншпон С. Я. Вполне транзитивные однородно сепарабельные группы // Матем. заметки. — 1997. — № 62. — С. 471–474.

[4] Гриншпон С. Я. О вполне транзитивных абелевых группах / С. Я. Гриншпон, В. М. Мисяков // Абелевы группы и модули. — 1986. — С. 12–27.

[5] Добрусин Ю. Б. Квазисервантно инъективные и транзитивные абелевы группы без кручения // Рукопись деп. в ВИНИТИ. — 1977. № 2942–77 ДЕП.

[6] Добрусин Ю. Б. Квазисервантно инъективные группы // Абелевы группы и модули. — 1979. — С. 45–63.

[7] Крылов П. А. О вполне характеристических подгруппах абелевых групп без кручения // Сборник асп. работ по матем. — 1973. — С. 15–20.

[8] Крылов П. А. Сильно однородные абелевы группы без кручения // Сиб. матем. ж. — 1983. — № 2. — С. 77–84.

[9] Крылов П. А. Некоторые примеры квазисервантно инъективных и транзитивных абелевых групп без кручения // Абелевы группы и модули. — 1988. — Вып. 7. — С. 81–99.

[10] Крылов П. А. Вполне транизтивные абелевы группы без кручения // Алгебра и логика. — 1990. — Т. 29. — № 5. — С. 549–560.

[11] Мисяков. В. М. Вполне транзитивность редуцированных абелевых групп // Абелевы группы и модули. — 1994. — С. 134–156.

[12] Мишина А. П. Абелевы группы // Алгебра. Топология. Геометрия. Т. 10. (Итоги науки и техн. ВИНИТИ АН СССР). — 1972. — С. 5–45.

[13] Мишина А. П. Абелевы группы // Алгебра. Топология. Геометрия. Т. 17. (Итоги науки и техн. ВИНИТИ АН СССР). — 1979. — С. 3–63.

[14] Фукс Л. Бесконечные абелевы группы / Л. Фукс — М.: Мир, 1974. — Т. 1. — 335 с.

[15] Фукс Л. Бесконечные абелевы группы / Л. Фукс — М.: Мир, 1977. — Т. 2. — 416 с.

[16] Чехлов А. Р. О разложимых вполне транзитивных группах без кручения // Сиб. матем. журнал. — 2001. — Т. 42. — № 3. — С. 714–719.

[17] Чехлов А. Р. Об одном классе эндотранзитивных групп // Матем. заметки. — 2001. — Т. 69/ — № 6/ — С. 944–949.

[18] Чехлов А. Р. Вполне транзитивные группы без кручения конечного p–ранга // Алгебра и логика. — 2001. — Т. 40. — № 6. — С. 698–715.

[19] Arnold D. M. Strongly homogeneous torsion free abelian groups of finite rank // Proc. Amer. Math. Soc. — 1976. — V. 56. — P. 67–72.

[20] Carroll D. Multiple transitivity in abelian groups // Arch. Math. — 1994. — Vol. 63. — P. 9–16.

[21] Corner A. L. The independence of Kaplansky's notions of transitivity and full transitivity // Quartery J. Math. — 1976. — V. 27. — P. 15–20.

[22] Dugas M. E–transitive groups in L / M. Dugas, S. Shelah // Contemp. Math. — 1989. — V. 87. — P. 191–199.

[23] Engel K. Sperner theory // Camb. Univ. Press. — 1997. — 120 p.

[24] Files S. On transitive mixed abelian groups // Lect. Notes. in Pure and Appl. Math. — 1996. — V. 182. — P. 2–251.

[25] Files S. Transitive and fully transitive groups / S. Files, B. Goldsmith // Proc. Amer. Math. Soc. — 1998. — V. 126. — № 6. — P. 1605–1610.

[26] Griffith P. Transitive and fully transitive primary Abelian groups // Pacific J. Math. — 1968. — V. 25. — № 2. — P. 249–254.

[27] Grinshpon S. Ya. Fully invariant subgroups, full transitivity and homomorphism groups of Abelian groups / S. Ya. Grinshpon, P. A. Krylov // Journal Math. Sciences. — 2005. — V. 128. — № 3. — P. 2894–2997.

[28] Hausen J. E–transitive torsion–free abelian groups // J. Algebra. — 1987. № 1. — P. 17–27.

[29] Hill P. On transitive and fully transitive primary groups // Proc. Amer. Math. Soc. — 1969. — V. 22. — № 2. — P. 414–417.

[30] Kaplansky I. Infinite Abelian groups // Michigan. — Ann Arbor. — Univ. Michigan Press. — 1968. — 94 p.

[31] Mader A. The fully invariant subgroups of reduced algebraically compact groups // Publs. Math. — 1970. — V. 17. — № 1–4. — P. 299-306.

Статьи, опубликованные в журналах, которые включены в перечень российских рецензируемых научных журналов и изданий для опубликования основных научных результатов диссертаций:

[1*] Рогозинский М. И. О k–вполне транзитивности вполне разложимых абелевых групп без кручения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2012. № 4 (20). С. 25–35.

[2*] Гриншпон С. Я. k–вполне транзитивность однородно разложимых групп / С. Я. Гриншпон, М. И. Рогозинский // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 4 (24). С. 5–14.

Статьи в других научных изданиях:

[3*] Рогозинский М. И. k–вполне транзитивность абелевых групп без кручения // XIII Всероссийская конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Наука и образование», 20–24 апреля 2009 г.: в 6 т. — Т. 1. Естественные и точные науки. Ч. 1. Физика и математика. — Томск: Издательство Томского государственного педагогического университета, 2009. — С. 14–17.

[4*] Рогозинский М. И. k–вполне транзитивные абелевы группы без кручения // Современные проблемы математики и механики: материалы II Всероссийской молодежной научной конференции. — Томск, 2011. — С. 41–44.

[5*] Рогозинский М. И. k–вполне транзитивные абелевы группы без кручения // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2011» / Отв. ред. А. И. Андреев, А. В. Андриянов, Е. А. Антипов, М. В. Чистякова. [Электронный ресурс] — М.: МАКС Пресс, 2011. — URL: http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2011/1257/30956_5820.pdf (дата обращения 07.10.2013 г.) — ISBN 978-5-317-03634-8

[6*] Рогозинский М. И. k–вполне транзитивные абелевы группы без кручения // Абелевы группы и модули: материалы всероссийского симпозиума. — Бийск, 2012. — С. 39–43.

[7*] Рогозинский М. И. k–вполне транзитивность сепарабельных и однородно разложимых групп без кручения // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ–2013» [Электронный ресурс]. — М.: МАКС Пресс, 2013. — URL: http://lomonosov-msu.ru/archive/Lomonosov_2013/2191/30956_8901.pdf (дата обращения 07.10.2013 г.) — ISBN 978-5-317-04429-9.

[8*] Рогозинский М. И. $\mathbf{t}$–длина и k–вполне транзитивность однородно разложимых групп без кручения // Всероссийская конференция по математике и механике, посвященная 135–летию Томского государственного университета и 65–летию механико–математического факультета: сборник материалов. — Томск, 2013. — С. 34.