

УДК 519.21

А.М. Горцев, М.А. Леонова

ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА СОСТОЯНИЙ ОБОБЩЕННОГО АСИНХРОННОГО ПОТОКА В УСЛОВИЯХ НЕПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ

Рассматривается задача оптимальной оценки состояний асинхронного дважды стохастического потока с инициированием дополнительных событий (обобщенный асинхронный поток событий) с двумя состояниями, являющегося математической моделью информационных потоков событий, функционирующих в цифровых сетях интегрального обслуживания – ЦСИО (Integrated Service Digital Networks – ISDN). Условия наблюдения за потоком таковы, что каждое событие порождает период мертвого времени, в течение которого другие события потока недоступны наблюдению и не вызывают продления его периода (непродлевающееся мертвое время). Находится явный вид апостериорных вероятностей состояний потока. Решение о состоянии потока выносится по критерию максимума апостериорной вероятности. Приведены численные результаты, полученные с использованием расчетных формул и имитационного моделирования.

Ключевые слова: *обобщенный асинхронный поток событий, состояние потока, апостериорная вероятность состояния, оценка состояния, мертвое время.*

В последние два десятилетия в связи с бурным развитием компьютерной техники и информационных технологий появилась важная сфера приложений теории массового обслуживания – проектирование и создание информационно-вычислительных сетей, компьютерных сетей связи, спутниковых сетей связи, телекоммуникационных сетей и т.п., которые можно объединить единым термином – ЦСИО. Вполне естественно, что это дало толчок к необходимости построения новых математических моделей входящих потоков событий, достаточно адекватно описывающих реальные информационные потоки, функционирующие в ЦСИО. Отметим, что одними из первых работ в этом направлении были статьи [1 – 3]. Подчеркнем, однако, что в литературе по теории массового обслуживания и ее приложениям в целом, как и в литературе, посвященной исследованию ЦСИО, в частности, довольно незначительное количество работ посвящено адаптивным системам обслуживания, т.е. системам, функционирующим в условиях полной или частичной неопределенности. Более того, подавляющее число авторов рассматривают ситуации, когда все параметры, характеризующие входящий поток событий, априорно известны, хотя в реальных ситуациях дело обстоит, как правило, иначе. На практике параметры, определяющие входящий поток событий, известны либо частично, либо вообще неизвестны, либо (что ещё больше ухудшает ситуацию) они изменяются со временем, при этом изменения часто носят случайный характер, что приводит к рассмотрению дважды стохастических потоков событий. С другой стороны, очевидно, что функционирование системы обслуживания непосредственно зависит от параметров входящего потока событий. Потоки событий с интенсивностью, зависящей от времени и являющейся случайным процессом

(дважды стохастические потоки событий), можно разделить на два класса. К первому классу относятся потоки с интенсивностью, являющейся непрерывным случайным процессом. Ко второму классу относятся потоки, у которых интенсивность есть кусочно-постоянный случайный процесс с конечным числом состояний. Последние (потоки с переключениями или МС-потоки событий [1, 2]) являются наиболее характерными для реальных телекоммуникационных сетей. В свою очередь, в зависимости от того, каким образом происходит переход из состояния в состояние, МС-потоки можно разделить на три типа: 1) синхронные дважды стохастические потоки событий – потоки с интенсивностью, для которой переход из состояния в состояние происходит в случайные моменты времени, являющиеся моментами наступления событий [4 – 6]; 2) асинхронные дважды стохастические потоки событий – потоки с интенсивностью, для которой переход из состояния в состояние происходит в случайные моменты времени и не зависит от моментов наступления событий [7, 8]; 3) полусинхронные дважды стохастические потоки событий – потоки, у которых для одного множества состояний справедливо 1, а для остальных состояний справедливо 2 [9 – 11]. Наконец, подчеркнем, что отмеченные синхронные, асинхронные и полусинхронные потоки событий возможно представить в виде моделей МАР (Markovian Arrival Process)-потоков событий [12, 13] с определенными ограничениями на параметры последних [14]. При исследовании дважды стохастических потоков событий могут быть выделены два класса задач: 1) задача фильтрации интенсивности потока (или задача оценивания состояний потока событий) по наблюдениям за потоком (по наблюдениям за моментами наступления событий) [7, 15]; 2) задача оценивания параметров потока по наблюдениями за моментами наступления событий [4 – 6, 8 – 11].

Одними из первых работ по оценке состояний дважды стохастических потоков, по-видимому, являются [7, 16, 18], в которых рассматриваются асинхронные дважды стохастические потоки с двумя и произвольным числом состояний, по оценке параметров – работа [17].

В большинстве публикаций авторы рассматривают математические модели потоков событий, когда все события доступны наблюдению. Однако на практике возникают ситуации, когда наступившее событие может повлечь за собой ненаблюдаемость последующих событий. Одним из искажающих факторов при оценке состояний и параметров потока событий выступает мертвое время регистрирующих приборов [19], которое порождается зарегистрированным событием. Другие же события, наступившие в течение периода мертвого времени, недоступны наблюдению (теряются). Можно считать, что этот период продолжается некоторое фиксированное время T . Все устройства регистрации делятся на две группы. Первую группу составляют устройства с непродлевающимся мертвым временем, вторую – устройства с продлевающимся мертвым временем. Отметим, что одними из первых по оценке параметров случайных потоков событий, функционирующих в условиях мертвого времени, являются работы [20 – 22].

В работах [23, 24] решена задача об оптимальной оценке состояний асинхронного дважды стохастического потока с инициированием дополнительных событий (обобщенный асинхронный поток) в условиях отсутствия мертвого времени. В настоящей статье, являющейся непосредственным развитием работы [24], решается задача об оптимальной оценке состояний обобщенного асинхронного потока событий в условиях его неполной наблюдаемости (при непродлеваемом мертвом времени). Предлагается алгоритм оптимальной оценки состояний, когда ре-

шение о состоянии обобщенного асинхронного потока выносится по критерию максимума апостериорной вероятности, представляющей наиболее полную характеристику состояния потока, которую можно получить, располагая только выборкой наблюдений, и обеспечивающей минимум полной (безусловной) вероятности ошибки вынесения решения [25].

1. Постановка задачи

Рассматривается асинхронный дважды стохастический поток с инициированием дополнительных событий (далее обобщенный асинхронный поток), интенсивность которого есть кусочно-постоянный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями λ_1 и λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$). В течение временного интервала, когда $\lambda(t) = \lambda_i$, имеет место пуассоновский поток событий с интенсивностью λ_i , $i=1,2$. Переход из первого состояния процесса $\lambda(t)$ во второе (из второго в первое) может осуществляться в произвольный момент времени. При этом длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в i -м состоянии распределена по экспоненциальному закону с параметром α_i , $i = 1,2$. При переходе процесса $\lambda(t)$ из первого состояния во второе инициируется с вероятностью p ($0 \leq p \leq 1$) дополнительное событие во втором состоянии (т.е. сначала осуществляется переход, а затем инициируется дополнительное событие). Наоборот, при переходе процесса $\lambda(t)$ из второго состояния в первое инициируется с вероятностью q ($0 \leq q \leq 1$) дополнительное событие в первом состоянии. Очевидно, что в сделанных предположениях $\lambda(t)$ – марковский процесс. После каждого зарегистрированного в момент времени t_i события наступает время фиксированной длительности T (мертвое время), в течение которого другие события исходного потока недоступны наблюдению. События, наступившие в течение мертвого времени, не вызывают продления его периода (непродлевающееся мертвое время). По окончании мертвого времени первое наступившее событие снова создает период мертвого времени длительности T и т.д. Вариант возникающей ситуации показан на рис.1, где 1, 2 – состояния случайного процесса $\lambda(t)$; дополнительные события, которые могут наступать в момент перехода процесса $\lambda(t)$ из состояния в состояние, помечены буквами p либо q ; штриховка – периоды мертвого времени длительности T ; t_1, t_2, \dots – моменты наступления событий в наблюдаемом потоке.



Рис. 1. Формирование наблюдаемого потока событий

Подчеркнем, что если $p = q = 0$, то имеет место обычный асинхронный поток [7, 8]. Так как процесс $\lambda(t)$ и типы событий (события пуассоновских потоков и дополнительные события) являются ненаблюдаемыми, а наблюдаемыми являются только временные моменты наступления событий наблюдаемого потока t_1, t_2, \dots , то необходимо по этим наблюдениям оценить состояние процесса (потока) $\lambda(t)$ в момент окончания наблюдений.

Рассматривается установившийся (стационарный) режим функционирования наблюдаемого потока событий, поэтому переходными процессами на интервале наблюдения (t_0, t) , где t_0 – начало наблюдений, t – окончание наблюдений (момент вынесения решения), пренебрегаем. Тогда без потери общности можно положить $t_0 = 0$. Для вынесения решения о состоянии ненаблюдаемого процесса $\lambda(t)$ в момент времени t необходимо определить апостериорные вероятности $\omega(\lambda_i | t) = \omega(\lambda_i | t_1, \dots, t_m, t)$, $i = 1, 2$, того, что в момент времени t значение процесса $\lambda(t) = \lambda_i$ (m – количество наблюдаемых событий за время t), при этом $\omega(\lambda_1 | t) + \omega(\lambda_2 | t) = 1$. Решение о состоянии процесса $\lambda(t)$ выносится путем сравнения апостериорных вероятностей: если $\omega(\lambda_j | t) \geq \omega(\lambda_i | t)$, $i, j = 1, 2, i \neq j$, то оценка состояния процесса есть $\hat{\lambda}(t) = \lambda_j$.

2. Апостериорная вероятность состояния наблюдаемого потока событий

Рассмотрим интервал времени (t_i, t_{i+1}) между двумя соседними событиями в наблюдаемом потоке, значение длительности которого есть $\tau_i = t_{i+1} - t_i$, $i = 1, 2, \dots$ (длительность интервала – случайная величина). С другой стороны, значение длительности этого интервала есть $\tau_i = T + \eta_i$, где η_i – значение длительности интервала между моментом окончания периода мертвого времени и моментом t_{i+1} , т.е. интервал (t_i, t_{i+1}) разбивается на два смежных интервала: первый – $(t_i, t_i + T)$, второй – $(t_i + T, t_{i+1})$. Подчеркнем одно важное обстоятельство: так как первое наступившее после окончания периода мертвого времени событие обобщенного асинхронного потока снова порождает период мертвого времени фиксированной длительности T , в течение которого последующие события обобщенного асинхронного потока недоступны наблюдению (поток отсутствует), то условия нахождения апостериорной вероятности $\omega(\lambda_i | t)$ на интервале $(t_i, t_i + T)$ длительности T и интервале $(t_i + T, t_{i+1})$, значение длительности которого есть η_i , принципиально разные. Кроме того, для нахождения апостериорной вероятности $\omega(\lambda_i | t)$ необходимо точно знать длительность T мертвого времени либо, по крайней мере, предварительно осуществить ее оценку \hat{T} . В противном случае отсутствие информации о значении длительности T мертвого времени делает попытку строгого нахождения апостериорной вероятности $\omega(\lambda_i | t)$ невозможной. Здесь предполагается, что значение T известно точно.

В [23] сформулирован алгоритм расчета апостериорной вероятности $\omega(\lambda_i | t)$ для случая отсутствия мертвого времени ($T=0$). При этом поведение вероятности $\omega(\lambda_i | t)$ на полуинтервале $[t_i, t_{i+1})$ между соседними наблюдавшимися событиями обобщенного асинхронного потока определяется выражением

$$\omega(\lambda_1 | t) = \frac{\omega_1 [\omega_2 - \omega(\lambda_1 | t_i + 0)] - \omega_2 [\omega_1 - \omega(\lambda_1 | t_i + 0)] e^{-\beta(t-t_i)}}{\omega_2 - \omega(\lambda_1 | t_i + 0) - [\omega_1 - \omega(\lambda_1 | t_i + 0)] e^{-\beta(t-t_i)}}, \quad (1)$$

где $t_i \leq t < t_{i+1}$, $i = 0, 1, \dots$; $\beta = (\omega_2 - \omega_1)(\lambda_1 - \lambda_2 + p\alpha_1 - q\alpha_2) \neq 0$,

$$\omega_1 = \frac{[\lambda_1 - \lambda_2 + \alpha_1 + (1 - 2q)\alpha_2] - \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2 + \alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\alpha_1\alpha_2(1-p)(1-q)}}{2(\lambda_1 - \lambda_2 + p\alpha_1 - q\alpha_2)},$$

$$\omega_2 = \frac{[\lambda_1 - \lambda_2 + \alpha_1 + (1 - 2q)\alpha_2] + \sqrt{(\lambda_1 - \lambda_2 + \alpha_1 - \alpha_2)^2 + 4\alpha_1\alpha_2(1-p)(1-q)}}{2(\lambda_1 - \lambda_2 + p\alpha_1 - q\alpha_2)}.$$

В момент времени t_i (в момент наступления события обобщенного асинхронного потока) апостериорная вероятность (1) претерпевает разрыв 1-го рода ($i = 1, 2, \dots$), поэтому в момент времени t_i имеет место формула пересчета

$$\omega(\lambda_1 | t_i + 0) = \frac{q\alpha_2 + (\lambda_1 - q\alpha_2)\omega(\lambda_1 | t_i - 0)}{\lambda_2 + q\alpha_2 + (\lambda_1 - \lambda_2 + p\alpha_1 - q\alpha_2)\omega(\lambda_1 | t_i - 0)}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где $\omega(\lambda_1 | t_i - 0)$ вычисляется по формуле (1) в момент времени $t = t_i$, когда t изменяется в полуинтервале $[t_{i-1}, t_i)$, соседнем с полуинтервалом $[t_i, t_{i+1})$. В качестве начального значения $\omega(\lambda_1 | t_0 + 0) = \omega(\lambda_1 | t_0 = 0)$ в (1) выбирается априорная финальная вероятность первого состояния процесса $\lambda(t)$: $\pi_1 = \alpha_2 / (\alpha_1 + \alpha_2)$, которая находится из уравнений $\alpha_1\pi_1 - \alpha_2\pi_2 = 0$, $\pi_1 + \pi_2 = 1$.

Таким образом, вычисление апостериорной вероятности $\omega(\lambda_1 | t)$ по формуле (1) в условиях, когда длительность мертвого времени $T \neq 0$, справедливо на полуинтервале $[t_i + T, t_{i+1})$, значение длительности которого есть η_i . При этом начальное условие для $\omega(\lambda_1 | t)$ привязывается к моменту времени $t_i + T$, т.е. в формуле (1), во-первых, нужно $\omega(\lambda_1 | t_i + 0)$ заменить на $\omega(\lambda_1 | t_i + T)$, во-вторых, $t_i + T \leq t < t_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots$. Формула пересчета (2) остается при этом без изменения, так как она предназначена для вычисления апостериорной вероятности в момент t_i наступления наблюдаемого события, которое порождает мертвое время.

Рассмотрим отрезок $[t_i, t_i + T]$, $i = 1, 2, \dots$. Так как на этом отрезке длительности T событие наблюдаемого потока имеет место в граничной точке t_i , а на самом отрезке события отсутствуют, то необходимо определить поведение апостериорной вероятности $\omega(\lambda_1 | t)$ на отрезке $[t_i, t_i + T]$. Определим апостериорную вероятность $\omega(\lambda_1 | t + \Delta t)$ того, что в момент времени $t + \Delta t$ ($t_i < t + \Delta t < t_i + T$), где Δt – достаточно малая величина, процесс $\lambda(t)$ находится в первом состоянии. Пусть в момент времени t процесс $\lambda(t)$ находится в первом состоянии и на интервале $(t, t + \Delta t)$ процесс $\lambda(t)$ не перешел во второе состояние. Вероятность этого события есть $\omega(\lambda_1 | t)(1 - \alpha_1\Delta t) + o(\Delta t)$. Пусть в момент времени t процесс $\lambda(t)$ находится во втором состоянии и на интервале $(t, t + \Delta t)$ процесс $\lambda(t)$ перешел в первое состояние. Вероятность этого события есть $\omega(\lambda_2 | t)\alpha_2\Delta t + o(\Delta t)$. Другие возможности имеют вероятность $o(\Delta t)$. Тогда

$$\omega(\lambda_1 | t + \Delta t) = (1 - \alpha_1\Delta t)\omega(\lambda_1 | t) + \alpha_2\Delta t\omega(\lambda_2 | t) + o(\Delta t). \quad (3)$$

Аналогично находим $\omega(\lambda_2 | t + \Delta t)$:

$$\omega(\lambda_2 | t + \Delta t) = (1 - \alpha_2\Delta t)\omega(\lambda_2 | t) + \alpha_1\Delta t\omega(\lambda_1 | t) + o(\Delta t). \quad (4)$$

Производя в (3), (4) необходимые преобразования, после чего переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получаем систему дифференциальных уравнений для апостериорных вероятностей $\omega(\lambda_1 | t)$ и $\omega(\lambda_2 | t)$:

$$\frac{d\omega(\lambda_1 | t)}{dt} = -\alpha_1\omega(\lambda_1 | t) + \alpha_2\omega(\lambda_2 | t), \quad \frac{d\omega(\lambda_2 | t)}{dt} = \alpha_1\omega(\lambda_1 | t) - \alpha_2\omega(\lambda_2 | t) \quad (5)$$

с граничными условиями: $\omega(\lambda_1 | t = t_i) = \omega(\lambda_1 | t_i + 0)$, $\omega(\lambda_2 | t = t_i) = \omega(\lambda_2 | t_i + 0)$, $i = 1, 2, \dots$.

Последнее вытекает из того, что на полуинтервале $[t_{i-1}+T, t_i)$, $i = 2, 3, \dots$, смежном отрезку $[t_i, t_i+T]$, апостериорная вероятность рассчитывается по формуле (1), где вместо $\omega(\lambda_{1|t_i+0})$ стоит $\omega(\lambda_{1|t_i+T})$; в точке $t=t_i$ происходит пересчет апостериорной вероятности по формуле (2), так что её значение в этой точке есть $\omega(\lambda_{1|t_i+0})$. Для граничного полуинтервала $[t_0, t_1)$ расчет апостериорной вероятности $\omega(\lambda_{1|t})$ производится по формуле (1) с ее последующим пересчетом по формуле (2) в точке $t = t_1$. Решая систему (5), находим

$$\omega(\lambda_{1|t}) = \pi_1 + [\omega(\lambda_{1|t_i+0}) - \pi_1] e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)(t-t_i)}, \quad (6)$$

где $t_i \leq t \leq t_i+T$, $i=1, 2, \dots$; вероятность π_1 определена в (1). Тогда из (6) следует, что

$$\omega(\lambda_{1|t_i+T}) = \pi_1 + [\omega(\lambda_{1|t_i+0}) - \pi_1] e^{-(\alpha_1 + \alpha_2)T}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Полученные формулы позволяют сформулировать алгоритм расчета апостериорной вероятности $\omega(\lambda_{1|t})$ и алгоритм принятия решения о состоянии процесса $\lambda(t)$ в любой момент времени t :

1) в момент времени $t_0=0$ задается $\omega(\lambda_{1|t_0+0}) = \omega(\lambda_{1|t_0=0}) = \pi_1$;

2) по формуле (1) для $i=0$ рассчитывается вероятность $\omega(\lambda_{1|t})$ в любой момент времени t ($0 \leq t < t_1$), где t_1 – момент наблюдения первого события наблюдаемого потока;

3) по формуле (1) для $i=0$ рассчитывается вероятность $\omega(\lambda_{1|t})$ в момент времени t_1 : $\omega(\lambda_{1|t_1}) = \omega(\lambda_{1|t_1-0})$;

4) i увеличивается на единицу и по формуле (2) для $i=1$ производится пересчет апостериорной вероятности $\omega(\lambda_{1|t})$ в момент времени $t = t_1$, при этом $\omega(\lambda_{1|t_1+0})$ является начальным значением для $\omega(\lambda_{1|t})$ в формуле (6);

5) по формуле (6) для $i=1$ рассчитывается вероятность $\omega(\lambda_{1|t})$ в любой момент времени t ($t_1 < t < t_1+T$);

6) по формуле (7) для $i=1$ рассчитывается вероятность $\omega(\lambda_{1|t})$ в момент времени $t = t_1+T$, т.е. $\omega(\lambda_{1|t_1+T})$; при этом $\omega(\lambda_{1|t_1+T})$ является начальным условием для $\omega(\lambda_{1|t})$ на следующем шаге алгоритма;

7) для $i=1$ по формуле

$$\omega(\lambda_{1|t}) = \frac{\omega_1 [\omega_2 - \omega(\lambda_{1|t_i+T})] - \omega_2 [\omega_1 - \omega(\lambda_{1|t_i+T})] e^{-\beta(t-t_i-T)}}{\omega_2 - \omega(\lambda_{1|t_i+T}) - [\omega_1 - \omega(\lambda_{1|t_i+T})] e^{-\beta(t-t_i-T)}} \quad (8)$$

($t_i+T \leq t < t_{i+1}$, $i=1, 2, \dots$; $\omega_1, \omega_2, \beta$ определены в (1)) рассчитывается вероятность $\omega(\lambda_{1|t})$ в любой момент времени t ($t_1+T < t < t_2$), где t_2 – момент наблюдения второго события наблюдаемого потока;

8) по формуле (8) для $i=1$ рассчитывается вероятность $\omega(\lambda_{1|t})$ в момент времени $t = t_2$: $\omega(\lambda_{1|t_2}) = \omega(\lambda_{1|t_2-0})$;

9) алгоритм переходит на шаг 4, после чего шаги 4 – 8 повторяются для $i = 2$ и т.д.

Параллельно по ходу вычисления апостериорной вероятности $\omega(\lambda_{1|t})$ в любой момент времени t выносятся решение о состоянии процесса $\lambda(t)$: если $\omega(\lambda_{1|t}) \geq \omega(\lambda_{2|t})$ ($\omega(\lambda_{1|t}) \geq 1/2$), то оценка $\hat{\lambda}(t) = \lambda_1$, в противном случае $\hat{\lambda}(t) = \lambda_2$.

Для частных и особых случаев, приведенных в [24] и возникающих при определенном соотношении параметров $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2, p, q$, алгоритмы оптимальной оценки состояний обобщенного асинхронного потока идентичны приведенному алгоритму для общего случая (изменяются только формулы (1), (2), (6), (7)). Вследствие этого алгоритмы для частных и особых случаев здесь отдельно не рассматриваются.

3. Результаты численных расчетов

Для получения численных результатов разработан алгоритм вычисления апостериорной вероятности $\omega(\lambda_1|t)$ по формулам (2), (6), (7), (8). Программа расчета реализована на языке программирования C++ в среде Builder 6. Первый этап расчета предполагает имитационное моделирование обобщенного асинхронного потока событий, схемы создания непродлевающегося мертвого времени и наблюдаемого потока событий. Описание алгоритма имитационного моделирования здесь не приводится, так как никаких принципиальных трудностей алгоритм не содержит. Второй этап расчета – непосредственное вычисление вероятностей $\omega(\lambda_1|t)$, $t_0 < t < t_1$; $\omega(\lambda_1|t_i+0)$; $\omega(\lambda_1|t)$, $t_i < t < t_i+T$; $\omega(\lambda_1|t_i+T)$; $\omega(\lambda_1|t)$, $t_i+T < t < t_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots$, по формулам (1), (2), (6) – (8) соответственно и определение оценки $\hat{\lambda}(t)$. Расчеты произведены для следующих значений параметров: $\lambda_1 = 4$, $\lambda_2 = 1$, $\alpha_1 = 0,05$, $\alpha_2 = 0,08$, $p = 0,4$, $q = 0,7$, $T = 2$ ед. времени и времени моделирования $T_m = 20$ ед. времени. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведена траектория (нижняя часть рис. 2) случайного процесса $\lambda(t)$ (истинная траектория), полученная путем имитационного моделирования, где 1, 2 – состояния процесса $\lambda(t)$, и траектория (верхняя часть рис. 2) оценки $\hat{\lambda}(t)$, где 1, 2 – состояния оценки $\hat{\lambda}(t)$. Вынесение решения о том или ином состоянии процесса $\lambda(t)$ производилось с шагом $\Delta t = 0,05$. На рис. 2 штриховкой на оси времени обозначены временные промежутки, на которых оценка состояния не совпадает с истинным значением процесса $\lambda(t)$ (области ошибочных решений). На рис. 3 приведена траектория поведения апостериорной вероятности $\omega(\lambda_1|t)$, соответствующая полученной при имитационном моделировании последовательности моментов наступления событий t_1, t_2, \dots и последовательности моментов времени окончания периодов мертвого времени t_1+T, t_2+T, \dots .

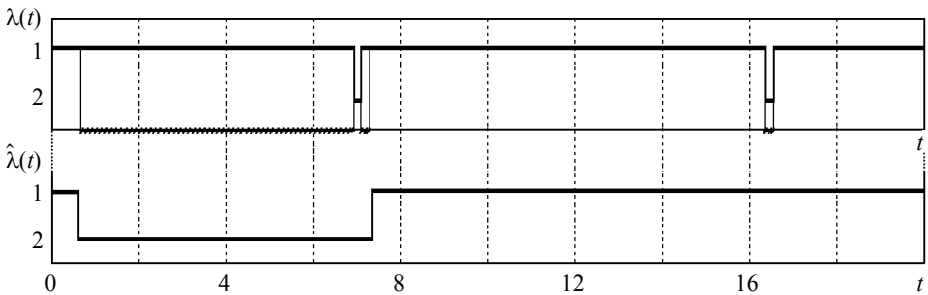


Рис. 2. Траектории процесса $\lambda(t)$ и оценки $\hat{\lambda}(t)$

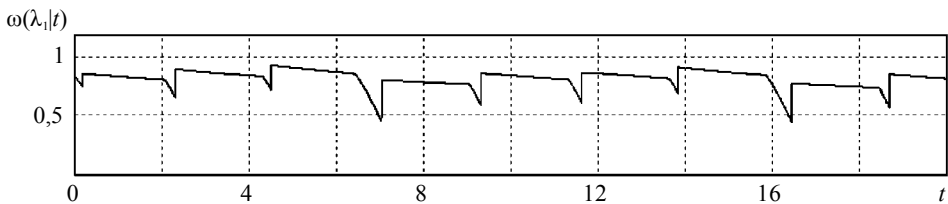


Рис. 3. Траектория апостериорной вероятности $\omega(\lambda_1|t)$

Для установления частоты ошибочных решений о состоянии случайного процесса $\lambda(t)$ по наблюдениям за обобщенным асинхронным потоком, функционирующим в условиях мертвого времени (наблюдаемый поток), проведен статистический эксперимент, состоящий из следующих этапов: 1) для определенного набора параметров $\lambda_1, \lambda_2, \alpha_1, \alpha_2, p, q, T$ ед. времени осуществляется моделирование наблюдаемого потока событий на заданном отрезке времени $[0, T_m]$ (отдельный i -й эксперимент, $i = 1, 2, \dots$); 2) осуществляется расчет апостериорных вероятностей $\omega(\lambda_1|t)$ первого состояния процесса $\lambda(t)$ на заданном отрезке времени $[0, T_m]$ по формулам (1), (2), (6) – (8); 3) осуществляется оценивание траектории процесса $\lambda(t)$ (оценивание на отрезке $[0, T_m]$ интервалов, когда оценка $\hat{\lambda}(t)$ принимает то или иное значение); 4) осуществляется определение (для отдельного i -го эксперимента) d_i – суммарной протяженности интервалов, на которых значение процесса $\lambda(t)$ не совпадает с его оценкой $\hat{\lambda}(t)$; 5) осуществляется вычисление доли ошибочных решений $\hat{p}_i = d_i/T$; 6) осуществляется повторение N раз ($i = \overline{1, N}$) шагов 1 – 5 для расчета оценки безусловной вероятности ошибки оценивания состояний процесса $\lambda(t)$ на отрезке $[0, T_m]$.

Результатом выполнения описанного алгоритма является выборка $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_N$ долей ошибочных решений в N экспериментах. По этому набору вычисляются выборочное среднее безусловной вероятности ошибочного решения

$$\hat{P}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{p}_i \text{ и выборочная дисперсия } \hat{D} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{p}_i - \hat{P}_0)^2 .$$

Результаты статистического эксперимента приведены в табл. 1 – 5. В первой строке таблиц указана длительность мертвого времени T ($T = 1, 2, \dots, 9$ ед. времени). Во второй и третьей строках таблиц для каждой длительности мертвого времени T приведены численные значения для \hat{P}_0 и \hat{D} соответственно.

Результаты получены при следующих значениях параметров, общих для всех таблиц: $\lambda_2 = 1, \alpha_1 = 0,1, \alpha_2 = 0,15, p = 0,4, q = 0,7, T_m = 100, N = 100$. При этом результаты в табл. 1 получены для $\lambda_1 = 4$, в табл. 2 – для $\lambda_1 = 5$, в табл. 3 – для $\lambda_1 = 6$, в табл. 4 – для $\lambda_1 = 7$, в табл. 5 – для $\lambda_1 = 8$.

Т а б л и ц а 1

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 4$)

| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| \hat{P}_0 | 0,2482 | 0,2797 | 0,2945 | 0,2988 | 0,3062 | 0,3315 | 0,3436 | 0,3441 | 0,3451 |
| \hat{D} | 0,0048 | 0,0074 | 0,0079 | 0,0097 | 0,0067 | 0,0118 | 0,0123 | 0,0136 | 0,0150 |

Т а б л и ц а 2

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 5$)

| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| \hat{P}_0 | 0,2228 | 0,2631 | 0,2731 | 0,3009 | 0,3190 | 0,3304 | 0,3316 | 0,3339 | 0,3403 |
| \hat{D} | 0,0039 | 0,0054 | 0,0129 | 0,0097 | 0,0109 | 0,0115 | 0,0166 | 0,0148 | 0,0193 |

Таблица 3

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 6$)

| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| \hat{P}_0 | 0,2134 | 0,2487 | 0,2625 | 0,2807 | 0,2955 | 0,3071 | 0,3063 | 0,3187 | 0,3201 |
| \hat{D} | 0,0044 | 0,0051 | 0,0067 | 0,0120 | 0,0091 | 0,0101 | 0,0124 | 0,0080 | 0,0094 |

Таблица 4

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 7$)

| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| \hat{P}_0 | 0,2003 | 0,2251 | 0,2551 | 0,2572 | 0,2841 | 0,3011 | 0,3050 | 0,3113 | 0,3189 |
| \hat{D} | 0,0024 | 0,0080 | 0,0080 | 0,0063 | 0,0079 | 0,0081 | 0,0101 | 0,0111 | 0,0109 |

Таблица 1

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 8$)

| T | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| \hat{P}_0 | 0,1920 | 0,2220 | 0,2496 | 0,2531 | 0,2749 | 0,2933 | 0,3006 | 0,3117 | 0,3167 |
| \hat{D} | 0,0027 | 0,0043 | 0,0066 | 0,0061 | 0,0090 | 0,0119 | 0,0061 | 0,0063 | 0,0106 |

Во-первых, отметим, что анализ проведенных многочисленных вариантов численных расчетов по оценке безусловной вероятности ошибочного решения \hat{P}_0 показывает, что оценка \hat{P}_0 является достаточно стабильной для $T_m \geq 100$ ед.времени. Вследствие этого время моделирования T_m для всех экспериментов, результаты которых представлены в табл. 1 – 5, было выбрано равным 100 ед.времени. Во-вторых, анализ численных результатов, приведенных в табл. 1 – 5, показывает: 1) значение оценки безусловной вероятности ошибочного решения \hat{P}_0 увеличивается с увеличением длительности мертвого времени T ($T = 1, 2, \dots, 9$ ед. времени); последнее является вполне естественным, так как при увеличении длительности мертвого времени происходит увеличение потерь полезной информации о потоке событий, что в конечном итоге отрицательно сказывается на качестве оценивания; 2) при фиксированной длительности мертвого времени T значения оценки \hat{P}_0 уменьшаются в зависимости от λ_1 ($\lambda_1 = 4, 5, 6, 7, 8$), что является естественным, так как при увеличении разности $\lambda_1 - \lambda_2$ условия различимости состояний потока улучшаются; 3) оценка дисперсии \hat{D} для всех вариантов расчета достаточно мала.

4. Заключение

Полученные результаты показывают возможность оценивания состояний обобщенного асинхронного потока событий в условиях непродлевающего мертвого времени по результатам текущих наблюдений (в течение некоторого временного интервала) за потоком. Это, в свою очередь, позволяет изменять режимы функционирования системы массового обслуживания в зависимости от того или иного состояния обобщенного асинхронного потока событий (адаптироваться к изменяющейся интенсивности входящего потока событий). Выражения

апостериорных вероятностей для оценки состояний потока получены в явном виде, что позволяет производить вычисления без привлечения численных методов. Сам же алгоритм оценки состояний потока обеспечивает минимум полной вероятности ошибки вынесения решения.

Наконец, отметим, что рассмотренный обобщенный асинхронный поток событий охватывает ранее изученные модели потоков, вытекающие из него как частные случаи [7, 8, 16, 17, 26 – 30].

ЛИТЕРАТУРА

1. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч.1 // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1979. № 6. С. 92 – 99.
2. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи. Ч. 2 // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1980. № 1. С. 55 – 61.
3. Neuts M.F. A versatile Markov point process // J. Appl. Probab. 1979. V. 16. P. 764 – 779.
4. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценка параметров синхронного альтернирующего пуассоновского потока событий методом моментов // Радиотехника. 1995. № 7 – 8. С. 6 – 10.
5. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание длительности «мертвого времени» и интенсивностей синхронного дважды стохастического потока событий // Радиотехника. 2004. № 10. С. 8 – 16.
6. Бушланов И.В., Горцев А.М., Нежелская Л.А. // Оценка параметров синхронного дважды стохастического потока событий // АиТ. 2008. № 9. С. 76 – 93.
7. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оптимальная нелинейная фильтрация марковского потока событий с переключениями // Техника средств связи. Сер. Системы связи. 1989. Вып. 7. С. 46 – 54.
8. Васильева Л.А., Горцев А.М. Оценивание длительности мертвого времени асинхронного дважды стохастического потока событий в условиях его неполной наблюдаемости // АиТ. 2003. № 12. С. 69 – 79.
9. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание параметров полусинхронного дважды стохастического потока событий методом моментов // Вестник ТГУ. Приложение. 2002. № 1(1). С. 18 – 23.
10. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание периода мертвого времени и параметров полусинхронного дважды стохастического потока событий // Измерительная техника. 2003. № 6. С. 7 – 13.
11. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Полусинхронный дважды стохастический поток событий при продлеваемом мертвом времени // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13. № 1. С. 31 – 34.
12. Lucantoni D.M., Neuts M.F. Some steady-state distributions for the MAP/SM/1 queue // Communications in Statistics Stochastic Models. 1994. V. 10. P. 575 – 598.
13. Machihara F.A. A MAP/SM/1 queue with service times depending on the arrival process // Symposium on Performance Models for Information Communication Networks: Proc. Conf., Tokyo. 1997. P. 180 – 191.
14. Василевская Т.П., Завгородняя М.Е., Шмырин И.С. О соотношении моделей МАР-потока событий и асинхронного, полусинхронного и синхронного дважды стохастических потоков событий // Вестник ТГУ. Приложение. 2004. № 9(II). С. 138 – 144.
15. Бушланов И.В., Горцев А.М. Оптимальная оценка состояний синхронного дважды стохастического потока событий // АиТ. 2004. № 9. С. 40 – 51.
16. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оптимизация параметров адаптера при наблюдениях за МС-потоком // Стохастические и детерминированные модели сложных систем: сб. статей. Новосибирск: Изд-во ВЦ СО АН СССР, 1988. С. 20 – 32.
17. Горцев А.М., Кортаева Н.И. Оценка параметров МС-потока событий методом моментов // Распределенные микропроцессорные управляющие системы и локальные вычислительные сети: материалы Всесоюзной науч.-технич. конф., Томск, июнь 1991 г. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1991. С. 69 – 72.

18. Горцев А.М., Полетавкин Ю.М. Оценка состояния дважды стохастического потока с произвольным числом состояний // Математические методы исследования сетей связи и сетей ЭВМ: тез. докл. Шестой Белорусской зимней школы-семинара по теории массового обслуживания, Витебск, январь-февраль 1990. Минск: Изд-во Белорусского ун-та, 1990. С. 36 – 37.
19. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. Минск: Изд-во «Университетское», 1988. 254 с.
20. Горцев А.М., Климов И.С. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий в условиях частичной его ненаблюдаемости // Радиотехника. 1991. № 12. С. 3 – 7.
21. Горцев А.М., Климов И.С. Оценивание параметров знакопеременного пуассоновского потока событий // Радиотехника. 1994. № 8. С. 3 – 9.
22. Горцев А.М., Климов И.С. Оценивание периода ненаблюдаемости и интенсивности пуассоновского потока событий // Радиотехника. 1996. № 2. С. 8 – 11.
23. Горцев А.М., Леонова М.А., Нежелская Л.А. Оптимальная оценка состояний асинхронного дважды стохастического потока с иницированием лишних событий // Массовое обслуживание: потоки, системы, сети: материалы Междунар. науч. конф. «Современные математические методы анализа и оптимизации информационно-телекоммуникационных сетей», Минск, 26 – 29 янв. 2009 г. Вып. 20. Минск: РИВШ, 2009. С. 90 – 96.
24. Горцев А.М., Леонова М.А. Оптимальная оценка состояний обобщенного асинхронного дважды стохастического потока // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 1(10). С. 33 – 47.
25. Хазен Э.М. Методы оптимальных статистических решений и задачи оптимального управления. М.: Сов. радио, 1968. 256 с.
26. Васильева Л.А., Горцев А.М. Оценивание параметров дважды стохастического потока событий в условиях его частичной наблюдаемости // АиТ. 2002. № 3. С. 179 – 184.
27. Горцев А.М., Шмырин И.С. Оптимальная оценка состояний дважды стохастического потока событий при наличии ошибок в измерениях моментов времени // АиТ. 1999. № 1. С. 52 – 66.
28. Горцев А.М., Завгородняя М.Е. Оценка параметров альтернирующего потока событий при условии его частичной наблюдаемости // Оптика атмосферы и океана. 1997. Т. 10. № 3. С. 273 – 280.
29. Горцев А.М., Паршина М.Е. Оценивание параметров альтернирующего потока событий в условиях «мертвого времени» // Изв. вузов. Физика. 1999. № 4. С. 8 – 13.
30. Горцев А.М., Ниссенбаум О.В. Оценивание длительности мертвого времени и параметров асинхронного альтернирующего потока событий с иницированием лишнего события // Вестник ТГУ. 2004. № 284. С. 137 – 145.

Горцев Александр Михайлович
Леонова Мария Алексеевна
Томский государственный университет
E-mail: mleonova86@mail.ru

Поступила в редакцию 3 марта 2010 г.