ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
Т. 55, № 10/2 ФИЗИКА 2012

УДК 521.1:523.44-325

А.П. БАТУРИН

УЛУЧШЕНИЕ ОРБИТ АСТЕРОИДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАДАРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ[1]

Приведены результаты улучшения орбит ряда астероидов по данным их угловых и двух видов радарных наблюдений: временных задержек и доплеровских сдвигов частоты принимаемого сигнала. При улучшении орбит был использован метод наименьших квадратов с введением весовых коэффициентов для каждого вида наблюдений. В работе проведено исследование влияния радарных наблюдений, число которых, как правило, невелико по сравнению с числом угловых, на точность улученной орбиты. Кроме того, в работе приведены результаты сравнения двух способов назначения весов для радарных наблюдений.

Ключевые слова: *радарные наблюдения, доплеровские наблюдения, улучшение орбит.*

Введение

В данной работе рассматривается задача улучшения орбит астероидов по данным их угловых и радарных наблюдений. В настоящее время наиболее широко используемым видом наблюдений являются угловые, т.е. наблюдения прямых восхождения и склонений астероидов. Число радарных наблюдений не слишком велико, что связано с трудностью их выполнения для объектов, не находящихся достаточно близко от Земли. Поэтому радарные наблюдения ведутся, как правило, лишь для объектов, сближающихся с Землей, во время их прохождения недалеко от нее. Однако относительная точность радарных наблюдений выше точности угловых, что увеличивает их роль при улучшении орбит астероидов. В работе производится улучшение орбит ряда астероидов по данным угловых, радарных, а также обоих видов наблюдений вместе, и сравнивается точность полученных орбит.

Заметим, что в настоящее время выполняются радарные наблюдения двух видов: во-первых, это измерения временнóй задержки сигнала, распространяющегося от излучателя до астероида и обратно к приемнику, и, во-вторых, измерения доплеровского сдвига частоты принимаемого сигнала. Наблюдения первого вида позволяют измерить расстояние до астероида, второго – его лучевую скорость. Наблюдения обоих видов могут выполняться как одновременно, так и по отдельности. Задача использования радарных наблюдений обоих видов является хорошо исследованной, в частности, в работах [1, 2]. Цель работы – исследование точности улучшенных орбит, полученных с использованием радарных наблюдений.

1. Описание алгоритма улучшения орбит

Задача улучшения орбиты методом наименьших квадратов по данным наблюдений различного состава решается, как правило, с помощью минимизации некоторой взвешенной суммы квадратов невязок [3], причем весовые коэффициенты для отдельных невязок желательно при этом назначать как величины, обратные к точности измерений. Если рассматривать угловые наблюдения, то для них в электронных циркулярах Центра малых планет [4] информация о точности обычно не приводится, поэтому наилучшим представляется задание для них одного веса, обратного к среднеквадратической ошибке представления наблюдений. Что касается радарных наблюдений, то для них в указанных циркулярах приводится информация о точности каждого наблюдения, и это позволяет использовать ее для назначения отдельным наблюдениям соответствующих весов. Поэтому задачу минимизации можно записать в общем виде следующим образом:

$$S = w^2 \sum_{i=1}^{N} (\Delta\alpha_i^2 \cos^2 \delta_i^{(O)} + \Delta\delta_i^2) + \sum_{i=1}^{N_\tau} p_i^2 \Delta\tau_i^2 + \sum_{i=1}^{N_f} u_i^2 \Delta f_i^2 \to \min, \quad (1)$$

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 12-02-00220-а.

где $\Delta\alpha_i = \alpha_i(\boldsymbol{q}) - \alpha_i^{(O)}$, $\Delta\delta_i = \delta_i(\boldsymbol{q}) - \delta_i^{(O)}$ – разности вычисленных и измеренных прямых восхождений и склонений астероида соответственно; N – число угловых наблюдений; $\Delta\tau_i = \tau_i(\boldsymbol{q}) - \tau_i^{(O)}$ – разности вычисленных и измеренных временных задержек сигнала; N_τ – число измеренных временных задержек; $\Delta f_i = \Delta\nu_i(\boldsymbol{q}) - \Delta\nu_i^{(O)}$ – разности вычисленных и измеренных доплеровских сдвигов частоты, N_f – число измеренных сдвигов; $\boldsymbol{q} = (x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) = (q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6)$ – вектор улучшаемых начальных параметров орбиты; w – вес угловых наблюдений; p_i – веса временных задержек; u_i – веса доплеровских сдвигов частоты.

Формулы для вычисления временно́й задержки $\tau(\boldsymbol{q})$, доплеровского сдвига частоты $\Delta\nu(\boldsymbol{q})$, а также их производных по начальным параметрам были выведены автором самостоятельно, кроме того, они приводятся с рядом опечаток в работе [1]. Выражение для временно́й задержки сигнала имеет вид

$$\tau(\boldsymbol{q}) = \tau_{\text{отр}}(\boldsymbol{q}) + \tau_{\text{пр}}(\boldsymbol{q}), \tag{2}$$

где $\tau_{\text{отр}}$ – время распространения сигнала от излучателя до астероида (до отражения); $\tau_{\text{пр}}$ – время распространения отраженного сигнала до приемника. Вычисляются $\tau_{\text{отр}}$ и $\tau_{\text{пр}}$ итерационным образом по формулам

$$\begin{cases} \tau_{\text{отр}}^{(0)} = \dfrac{1}{c}\left|\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q},t) - \boldsymbol{r}_{\text{изл}}(t)\right|, \\ \boldsymbol{d}_{\text{отр}} = \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q}, t + \tau_{\text{отр}}^{(s)}) - \boldsymbol{r}_{\text{изл}}(t), \quad \rho_{\text{отр}} = \left|\boldsymbol{d}_{\text{отр}}\right|, \\ \tau_{\text{отр}}^{(s+1)} = \dfrac{\rho_{\text{отр}}}{c}, \end{cases} \quad \begin{cases} \tau_{\text{пр}}^{(0)} = \dfrac{1}{c}\left|\boldsymbol{r}_{\text{пр}}(t+\tau_{\text{отр}}) - \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q}, t+\tau_{\text{отр}})\right|, \\ \boldsymbol{d}_{\text{пр}} = \boldsymbol{r}_{\text{пр}}(t + \tau_{\text{отр}} + \tau_{\text{пр}}^{(s)}) - \boldsymbol{r}(\boldsymbol{q}, t+\tau_{\text{отр}}), \quad \rho_{\text{пр}} = \left|\boldsymbol{d}_{\text{пр}}\right|, \\ \tau_{\text{пр}}^{(s+1)} = \dfrac{\rho_{\text{пр}}}{c}, \end{cases} \tag{3}$$

где $\boldsymbol{r}(\boldsymbol{q},t) = (x(t), y(t), z(t))$ – вектор положения астероида в момент t излучения сигнала; $\boldsymbol{r}_{\text{изл}} = (x_{\text{изл}}, y_{\text{изл}}, z_{\text{изл}})$ и $\boldsymbol{r}_{\text{пр}} = (x_{\text{пр}}, y_{\text{пр}}, z_{\text{пр}})$ – векторы положения излучателя и приемника соответственно; c – скорость света; s – номер итерации.

Доплеровский сдвиг частоты вычисляется по формуле

$$\Delta f(\boldsymbol{q}) = -\frac{f_{\text{изл}}}{c}\left(\dot{\rho}_{\text{отр}} + \dot{\rho}_{\text{пр}} - \frac{\dot{\rho}_{\text{отр}}\dot{\rho}_{\text{пр}}}{c}\right), \tag{4}$$

где $f_{\text{изл}}$ – частота излучаемого сигнала.

Условием минимума (1) является равенство нулю частных производных от функции S по улучшаемым начальным параметрам:

$$F_j = \frac{1}{2}\frac{\partial S}{\partial q_j} = w^2 \sum_{i=1}^{N}\left(\Delta\alpha_i \cos^2\delta_i^{(O)} \frac{\partial\alpha_i}{\partial q_j} + \Delta\delta_i \frac{\partial\delta_i}{\partial q_j}\right) + \sum_{i=1}^{N_\tau} p_i^2 \Delta\tau_i \frac{\partial\Delta\tau_i}{\partial q_j} + \sum_{i=1}^{N_f} u_i^2 \Delta f_i \frac{\partial\Delta f_i}{\partial q_j} = 0 \quad (j = 1, ..., 6). \tag{5}$$

Входящие в (5) производные $\dfrac{\partial\alpha_i}{\partial q_j}$ и $\dfrac{\partial\delta_i}{\partial q_j}$ вычисляются через изохронные производные по формулам, получаемым с помощью дифференцирования соотношений, связывающих прямоугольные и сферические координаты. Изохронные производные вычисляются методом Мультона путем совместного интегрирования уравнений движения и уравнений в вариациях.

Производные от временной задержки вычисляются по формуле $\dfrac{\partial\Delta\tau_i}{\partial q_k} = \dfrac{1}{c}\left(\dfrac{\partial\rho_{\text{отр}}}{\partial q_k} + \dfrac{\partial\rho_{\text{пр}}}{\partial q_k}\right)$, где

$$\frac{\partial\rho_{\text{отр}}}{\partial q_k} = \frac{1}{\rho_1}\left[(x(t_{\text{отр}}) - x_{\text{изл}}(t))\frac{\partial x(t_{\text{отр}})}{\partial q_k} + (y(t_{\text{отр}}) - y_{\text{изл}}(t))\frac{\partial y(t_{\text{отр}})}{\partial q_k} + (z(t_{\text{отр}}) - z_{\text{изл}}(t))\frac{\partial z(t_{\text{отр}})}{\partial q_k}\right],$$

$$\frac{\partial\rho_{\text{пр}}}{\partial q_k} = \frac{1}{\rho_2}\left[(x(t_{\text{отр}}) - x_{\text{пр}}(t_{\text{пр}}))\frac{\partial x(t_{\text{пр}})}{\partial q_k} + (y(t_{\text{отр}}) - y_{\text{пр}}(t_{\text{пр}}))\frac{\partial y(t_{\text{пр}})}{\partial q_k} + (z(t_{\text{отр}}) - z_{\text{пр}}(t_{\text{пр}}))\frac{\partial z(t_{\text{пр}})}{\partial q_k}\right],$$

причем $t_{\text{отр}} = t + \tau_{\text{отр}}$ – момент отражения сигнала; $t_{\text{пр}} = t + \tau_{\text{отр}} + \tau_{\text{пр}}$ – момент приема сигнала.

Производные от доплеровского сдвига имеют вид $\dfrac{\partial \Delta f}{\partial q_j} = \dfrac{\partial \Delta f}{\partial \boldsymbol{r}} \dfrac{\partial \boldsymbol{r}}{\partial q_j} + \dfrac{\partial \Delta \upsilon}{\partial \boldsymbol{v}} \dfrac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial q_j}$, где

$$\frac{\partial \Delta f}{\partial \boldsymbol{r}} = -\frac{f_{\text{изл}}}{c}\left(\frac{\boldsymbol{d}_{\text{отр}}\dot{\boldsymbol{d}}_{\text{отр}}}{\rho_{\text{отр}}}\boldsymbol{d}_{\text{отр}} + \frac{\boldsymbol{d}_{\text{пр}}\dot{\boldsymbol{d}}_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}}}\boldsymbol{d}_{\text{пр}}\right), \qquad \frac{\partial \Delta f}{\partial \boldsymbol{v}} = -\frac{f_{\text{изл}}}{c}\left(\frac{\dot{\boldsymbol{d}}_{\text{отр}}}{\rho_{\text{отр}}} + \frac{\dot{\boldsymbol{d}}_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}}}\right),$$

причем $\boldsymbol{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ – вектор скорости астероида.

Система нелинейных уравнений (5) решается итерационным методом дифференциальных поправок [5]:

$$\boldsymbol{q}^{(s+1)} = \boldsymbol{q}^{(s)} - \left(\frac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{q}}\right)^{-1} \boldsymbol{F},$$

где $\boldsymbol{F} = (F_1, \ldots, F_6)^T$; s – номер итерации. Элементы матрицы $\dfrac{\partial \boldsymbol{F}}{\partial \boldsymbol{q}}$ имеют вид

$$\frac{\partial F_j}{\partial q_k} = w^2 \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial q_j}\frac{\partial \alpha_i}{\partial q_k}\mathrm{os}^2\,\delta_i^{(O)} + \frac{\partial \delta_i}{\partial q_j}\frac{\partial \alpha_i}{\partial q_k}\right) + \sum_{i=1}^{N_\tau} p_i^2 \frac{\partial \Delta\tau_i}{\partial q_j}\frac{\partial \Delta\tau_i}{\partial q_k} + \sum_{i=1}^{N_f} u_i^2 \frac{\partial \Delta f_i}{\partial q_j}\frac{\partial \Delta f_i}{\partial q_k} \qquad \left(j, k = 1, \ldots, 6\right).$$

Здесь, как это принято в методе дифференциальных поправок, отброшены слагаемые со вторыми частными производными по начальным параметрам.

В качестве модели движения астероидов использовалась возмущенная задача двух тел с учетом возмущений от девяти планет и Луны, координаты которых при численном интегрировании уравнений движения извлекались из эфемерид DE422 [6]. Для численного интегрирования применялся метод Эверхарта 27 порядка с переменным шагом, все расчеты выполнялись с 34-значной десятичной разрядностью.

Для определения весового коэффициента w предварительно выполнялось улучшение орбиты по всем угловым наблюдениям, и этот коэффициент задавался как величина, обратная полученной среднеквадратической ошибке представления наблюдений. Весовые коэффициенты p_i и u_i задавались двумя способами: 1) как величины, обратные ошибкам соответствующих радарных наблюдений, приводимым вместе с этими наблюдениями в электронных циркулярах [4]; 2) как величины, обратные среднеквадратическим ошибкам, полученным в результате улучшения орбиты только по радарным наблюдениям.

2. Результаты улучшения орбит астероидов с использованием радарных наблюдений

Описанный в п. 1 алгоритм был применен для улучшения орбит пяти астероидов, выбранных из электронных циркуляров [4] по двум критериям: во-первых, чтобы число радарных наблюдений было достаточно большим (не менее семи), и, во-вторых, чтобы их угловые наблюдения охватывали значительный интервал времени – порядка нескольких месяцев или лет. Выполнение первого требования необходимо для того, чтобы обеспечить возможность улучшения орбиты только по радарным наблюдениям; второго – чтобы иметь «эталонный» вектор начальных параметров, полученный по достаточно большому мерному интервалу. Информация о наблюдениях выбранных астероидов приведена в табл. 1.

Таблица 1

Число наблюдений и интервалы наблюдаемости используемых астероидов

Астероид	N	T, сут	N_τ	N_f	$T_{\text{рад}}$, сут	$N_{\text{выб}}$	$T_{\text{выб}}$, сут
1950 DA	172	18841	8	5	4,1	162	7299
1999 RQ36	235	2198	6	3	16,2	55	1997
2002 NY40	1371	1099	4	5	1,9	1361	271
2004 DC	190	2871	7	1	5,3	155	916
2005 EU2	67	100	6	1	14,0	65	29

В табл. 1 в первой колонке приведено название астероида; во второй – число N угловых наблюдений; в третьей – интервал времени T, охватываемый угловыми наблюдениями; в четвертой –

число N_τ измеренных временных задержек; в пятой – число N_f измеренных доплеровских сдвигов частоты; в шестой – интервал времени $T_{рад}$, охватываемый радарными наблюдениями.

Из угловых наблюдений каждого астероида была выделена часть, расположенная в окрестности радарных наблюдений. Информация об этой части (числе наблюдений $N_{выб}$ и охватываемом ими интервале $T_{выб}$) также приведена в табл. 1.

Для всех указанных в табл. 1 астероидов было выполнено несколько вариантов улучшения орбиты, а именно:

1) по всем угловым наблюдениям;

2) по всем радарным наблюдениям;

3) по всем угловым и радарным наблюдениям с назначением весов p_i и u_i первым способом;

4) по всем угловым и радарным наблюдениям с назначением весов p_i и u_i вторым способом;

5) по выделенной части угловых наблюдений;

6) по выделенной части угловых наблюдений и всем радарным наблюдениям с назначением весов p_i и u_i первым способом;

7) по выделенной части угловых наблюдений и всем радарным наблюдениям с назначением весов p_i и u_i вторым способом.

Обозначим векторы улучшенных начальных параметров, полученных в каждом из семи вариантов, через $\boldsymbol{q}_i\,(i=1,\,...,\,7)$. Первые три компоненты вектора $\boldsymbol{q}_i$ образуют вектор координат $\boldsymbol{r}_i\,(i=1,\,...,\,7)$, остальные три – вектор скоростей $\boldsymbol{v}_i$ $(i=1,\,...,\,7)$. Вектор $\boldsymbol{q}_1$ можно рассматривать в качестве «точного» или «эталонного», с которым далее будут сравниваться остальные. Такое сравнение удобно выполнять с помощью вычисления модулей разностей рассматриваемых векторов и «эталонного»:

$$\Delta r_i = |\,\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_1\,|, \quad \Delta v_i = |\,\boldsymbol{v}_i - \boldsymbol{v}_1\,| \quad (i=2,\,...,\,7).$$

Кроме того, можно ввести еще один показатель близости векторов $\boldsymbol{q}_i\,(i=2,\,...,\,7)$ и «эталонного» вектора $\boldsymbol{q}_1$ – так называемый «доверительный коэффициент» k_i, показывающий расположение векторов $\boldsymbol{q}_i$ внутри доверительного эллипсоида вектора $\boldsymbol{q}_1$. Данный коэффициент определяется формулой $k_i^2 = \dfrac{\xi_1^2}{\lambda_1^2} + \ldots + \dfrac{\xi_6^2}{\lambda_6^2}$, где $\boldsymbol{s} = (\xi_1,\,\ldots,\,\xi_6)$ – это вектор $\boldsymbol{q}_i$, переведенный в систему координат, оси которой совпадают с осями доверительного эллипсоида, а начало – с его центром. Формула перевода имеет вид $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{U}(\boldsymbol{q}_i - \boldsymbol{q}_1)$, где $\boldsymbol{U}$ – матрица, составленная из единичных собственных векторов ковариационной матрицы вектора $\boldsymbol{q}_1$, полученной вместе с ним при улучшении орбиты. Квадратами полуосей эллипсоида $\lambda_1^2,\,\ldots,\,\lambda_6^2$ являются собственные значения ковариационной матрицы.

Результаты вычисления показателей близости Δr_i, Δv_i и k_i приведены в табл. 2. Анализ этих результатов показывает, что использование радарных наблюдений повышает точность улучшенной орбиты лишь в одном случае – для астероида 2005 EU2. Об этом говорят значения Δr и Δv в вариантах 6 и 7, меньшие, чем в варианте 5. Объясняется это, видимо, не слишком большим мерным интервалом T угловых наблюдений (100 сут). Для остальных объектов значения Δr и Δv в вариантах 6 и 7 больше, чем в варианте 5, однако сделать вывод об ухудшении точности при использовании радарных наблюдений в данном случае нельзя, так как значения Δr и Δv в вариантах 6 и 7 близки к значениям в вариантах 3 и 4. Из этого следует, что влияние радарных наблюдений на точность улучшенной орбиты мало зависит от выборки использованных вместе с ними угловых наблюдений. Кроме того, близость значений Δr и Δv в вариантах 3 и 4, а также в вариантах 6 и 7 означает, что первый и второй способы назначения весов для радарных наблюдений практически равнозначны.

Значения доверительного коэффициента k, как это видно из табл. 2, имеют большой разброс. В некоторых случаях заметна их корреляция со значениями Δr и Δv, однако присутствуют и случаи с обратной зависимостью. Поэтому использование данного коэффициента в качестве показателя близости представляется малоэффективным.

Таблица 2

Результаты сравнения улучшенных векторов начальных параметров с «эталонным»

Астероид	Показатель близости	Номер i варианта					
		2	3	4	5	6	7
1950 DA	Δr_i, а.е.	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$5,1 \cdot 10^{-6}$	$4,7 \cdot 10^{-6}$	$2,3 \cdot 10^{-7}$	$5,1 \cdot 10^{-6}$	$4,7 \cdot 10^{-6}$
	Δv_i, а.е./сут	$5,5 \cdot 10^{-5}$	$8,7 \cdot 10^{-8}$	$1,8 \cdot 10^{-7}$	$2,9 \cdot 10^{-9}$	$8,3 \cdot 10^{-8}$	$1,7 \cdot 10^{-7}$
	k_i	$2,8 \cdot 10^{7}$	123	110	31	160	139
1999 RQ36	Δr_i, а.е.	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$3,4 \cdot 10^{-7}$	$2,2 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-6}$
	Δv_i, а.е./сут	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$6,4 \cdot 10^{-8}$	$7,1 \cdot 10^{-8}$	$9,0 \cdot 10^{-9}$	$2,6 \cdot 10^{-7}$	$8,3 \cdot 10^{-8}$
	k_i	$1,7 \cdot 10^{7}$	150	138	599	9493	4318
2002 NY40	Δr_i, а.е.	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$	$2,6 \cdot 10^{-6}$	$4,5 \cdot 10^{-8}$	$3,9 \cdot 10^{-6}$	$3,9 \cdot 10^{-6}$
	Δv_i, а.е./сут	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$8,1 \cdot 10^{-7}$	$8,5 \cdot 10^{-7}$	$1,9 \cdot 10^{-8}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$1,7 \cdot 10^{-6}$
	k_i	$5,7 \cdot 10^{6}$	663	658	223	$1,9 \cdot 10^{4}$	$2,0 \cdot 10^{4}$
2004 DC	Δr_i, а.е.	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$	$3,9 \cdot 10^{-6}$	$7,2 \cdot 10^{-8}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$	$3,8 \cdot 10^{-6}$
	Δv_i, а.е./сут	$2,0 \cdot 10^{-5}$	$4,8 \cdot 10^{-7}$	$1,6 \cdot 10^{-7}$	$4,3 \cdot 10^{-9}$	$4,8 \cdot 10^{-7}$	$1,6 \cdot 10^{-7}$
	k_i	$2,8 \cdot 10^{5}$	237	129	3,9	240	132
2005 EU2	Δr_i, а.е.	$2,4 \cdot 10^{-4}$	$3,8 \cdot 10^{-6}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$3,8 \cdot 10^{-6}$	$3,7 \cdot 10^{-6}$
	Δv_i, а.е./сут	$1,6 \cdot 10^{-5}$	$4,2 \cdot 10^{-7}$	$4,0 \cdot 10^{-7}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$4,2 \cdot 10^{-7}$	$4,0 \cdot 10^{-7}$
	k_i	$2,3 \cdot 10^{4}$	101	56	6,5	109	57

В заключение заметим, что данное исследование является для автора первым опытом работы с радарными наблюдениями. Использованные при этом алгоритмы, в частности, касающиеся редукции радарных наблюдений, еще нуждаются в доработке и уточнении, которые планируется выполнить в дальнейшем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yeomans D.K. et al. // Astronom. J. – 1992. – V. 103. – No. 1. – P. 303–317.
2. Ostro S.J. // Rev. Mod. Phys. – October 1993. – V. 65. – No. 4.
3. Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений. – М.: Радио и связь, 1983. – 304 с.
4. http://www.minorplanetcenter.net/iau/ECS/MPCAT-OBS/MPCAT-OBS.html
5. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. – М.: Мир, 1975. – 560 с.
6. ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/Linux/de422

Национальный исследовательский
Томский государственный университет, г. Томск, Россия
E-mail: alexbaturin@sibmail.com

Поступила в редакцию 15.10.12.

ASTEROID ORBIT DETERMINATION USING RADAR OBSERVATIONS

A.P. BATURIN

Tomsk State University, Tomsk, Russia

The results of orbit determination using radar and angular observations for several asteroids has been presented. Two types of radar observations have been used: time delay and Doppler frequency shift. The orbits have been determined by least-square method with different weights for each type of observations. A number of radar observations usually is not great to compare with a number of angular ones. So the radar observations influence on the accuracy of improved orbits has been investigated. Besides, the results of comparison of two ways of weights setting for radar observations have been presented.

Батурин Алексей Павлович, к.ф.-м.н., ст. науч. сотр. НИИ ПММ ТГУ.