

УДК 622.831

П.В. Макаров

ИФПМ СО РАН

А.А. Трубицын , Н.В. Трубицына

НЦ ВостНИИ

С.П. Ворошилов

Кузбасс-ЦОТ

И.Ю. Смолин, Ю.П. Стефанов, П.В. Кузнецов

ИФПМ СО РАН

Универсальный критерий фрактальной делимости геоматериалов и геосред

Приведены экспериментальные данные, отражающие закономерности самоподобия разрушения углей и эволюции нагружаемых твердых тел, на основе которых предложен универсальный критерий фрактальной делимости геоматериалов и геосред

К настоящему времени можно считать установленным, что деформация пластичных твердых тел так же, как и разрушение хрупких сред, являются коллективными многоуровневыми иерархическими процессами. Все больше появляется работ, в которых эти процессы изучаются в рамках иерархических представлений и иерархических моделей. Первые работы в этом направлении связаны с изучением геоматериалов и геосред. Одним из базовых положений физической геомеханики также является идея об иерархической организации нагружаемых материалов.

Процессы эволюции внутренней структуры нагружаемых материалов, ее самоорганизация, образование различных кластеров и субструктур, т.е. коллективные явления при пластической деформации и разрушении материалов и прочных сред, тоже являются объектами пристального внимания. Иерархическая природа деформации и разрушения как раз и отражает коллективность этих процессов.

Блочная структура присуща всем без исключения твердым деформируемым телам и средам, но не как изначально заданная, а как проявляемая ими в процессах деформирования и разрушения. Фактически блоки – это «замороженные» в кристаллической среде диссипативные структуры.

Уголь является уникальным модельным материалом, позволяющим изучать фрактальные свойства и самоподобие разрушения в широком диапазоне масштабов.

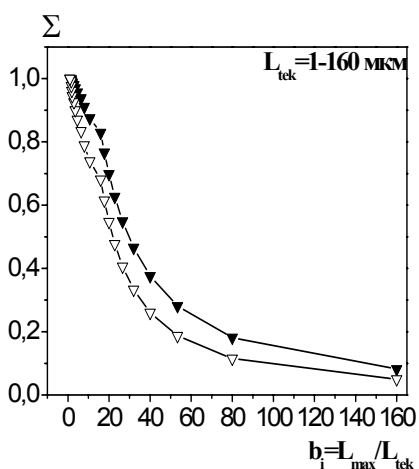
Были изучены более десяти различных марок угля Кузбасского бассейна в области масштабов разрушения от сотен нанометров до 10 см. Изучение масштабов разрушения углей было выполнено двумя независимыми методами: 1) на основе анализа оптических изображений поверхностей изломов; 2) на основе изучения распределений фрагментов по весовым долям методами седиментационного и ситового анализов. Оба метода дали очень хорошо согласующиеся

результаты по величинам масштабов разрушения. Часть этих исследований была опубликована в работах [1-3], в которых было показано, что отношение размеров блоков в ряду иерархии близко к 3 (варьируется в пределах 2,4 - 3). Последние более детальные исследования существенно уточняют эти данные и убедительно свидетельствуют о масштабной инвариантности и о самоподобии разрушения углей.

Однако, пока не проведен полный мультифрактальный анализ оптических изображений поверхностей изломов угля и данных по седиментационному и ситовому анализу, означающий переход от исследования только геометрической структуры к изучению меры, можно сделать лишь ряд предварительных замечаний о соотношении размеров блоков в ряду иерархии (мы пока не говорим о тонкостях фрактальной организации изучаемых объектов).

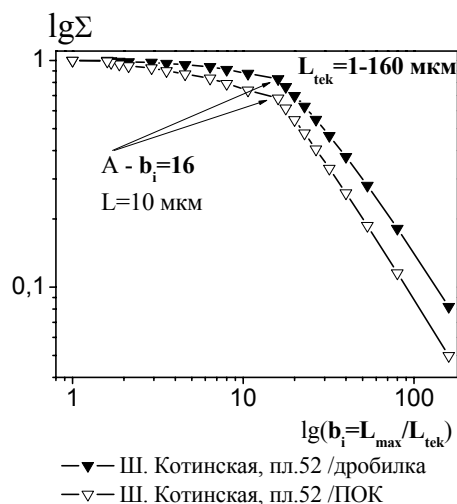
Для всех марок углей всегда выявляется масштаб $L = 3-4$ мкм и масштаб $L^* = 10$ мкм. L^* — особая точка, которая выявляется всегда и с очень малой погрешностью, не более 5% (рисунки 1-2). По этой причине при анализе масштабов разрушения эта точка была выбрана как опорная. В масштабе 1-10 мкм при седиментационном анализе шаг по размерам частиц составлял 1 мкм, усреднение в этой области осуществляется по миллионам частиц (в 1 мм^3 содержится $100^3 = 10^6$ пылевых частиц размером 10 мкм), поэтому разброс точек в этой области минимален.

а



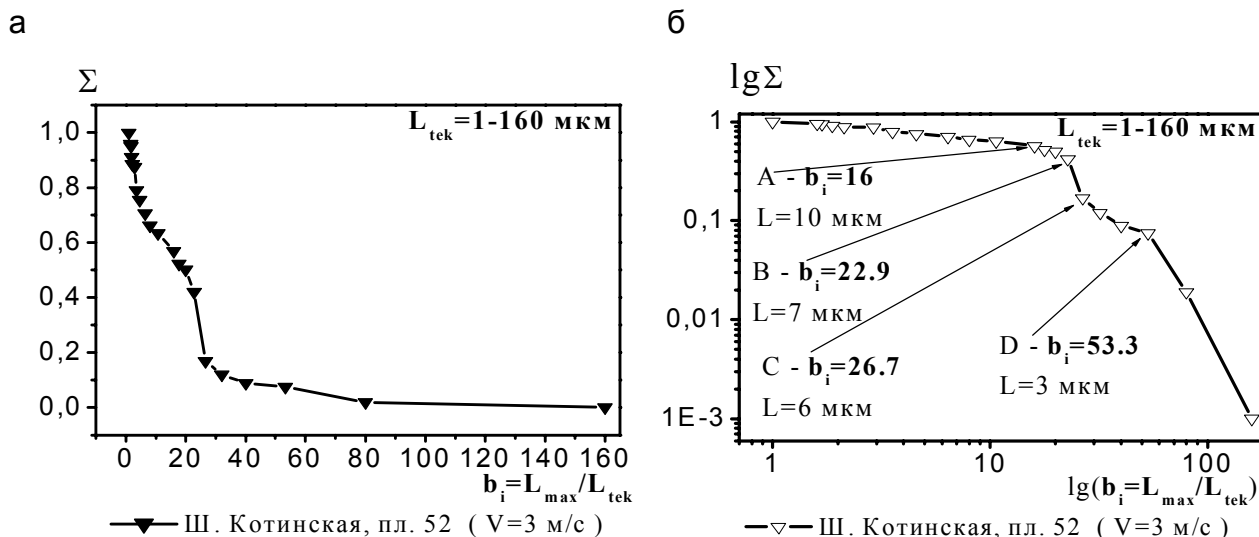
а - кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения;

б



б - весовая доля вкладов в двойных логарифмических координатах

Рисунок 1 - Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 1-160 мкм для двух разных скоростей нагружения: дробилка и ПОК (прибор определения крепости углей – 5 м/с)



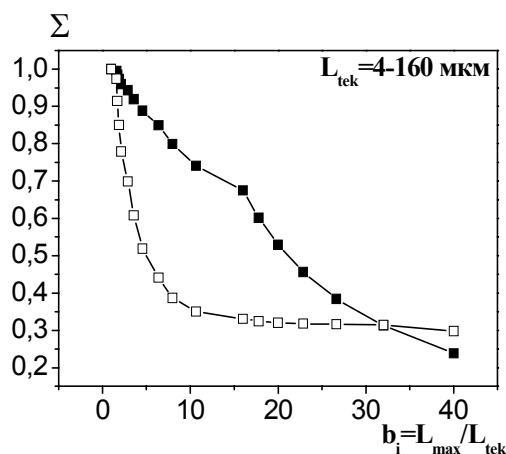
- а - кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения;
 б - весовая доля вкладов в двойных логарифмических координатах

Рисунок 2 - Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 1-160 мкм для скорости нагружения $v = 3$ м/с;

Как оптические изображения изломов, так и данные по седиментационному и ситовому анализу выявляют два разных ряда последовательностей масштабов, в которых соотношения масштабов относятся как $1:(2,4-2,9)$. В то же время отношения масштабов одного ряда к другому ряду варьируется в пределах $1:(1,4-1,8)$. Непосредственные измерения более крупных фракций в двух циклах дробления показали, что размеры фрагментов в трех направлениях $a:b:c$ дают отношения a/b и b/c тем ближе к значению $\approx 1,6$, чем больше выборка, а отношение большего размера a к меньшему $a/c \approx 2,6$. Это позволило упорядочить данные, полученные по анализу оптических изображений изломов и согласовать их с данными по распределениям фракций по весовым долям (в последнем случае более ярко выявляются последовательные размеры блоков в ряду иерархии, в то время, как оптические изображения несут информацию с одинаковой точностью как по соотношениям размеров блоков в последовательности, так и об их геометрической форме).

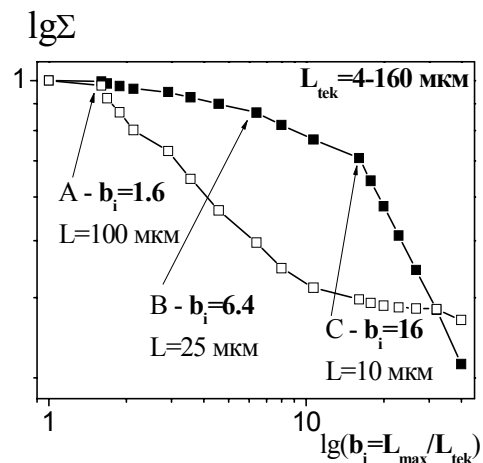
В диапазоне масштабов 1-160 мкм (рисунки 1 и 2) для ряда углей уверенно выявляются масштабы в 3-4 мкм и в $10 \pm 0,5$ мкм. Масштаб $L=3-4$ мкм для некоторых марок угля, представленных на рисунке 1, проявляется слабо, в то время как для многих других углей он выражен более ярко, как и $L=10$ мкм. Так как эти масштабы в указанном диапазоне оттягивают на себя почти весь вес (рисунк 1), то при дальнейшем анализе более мелкие масштабы (3 мкм, 10 мкм и т.д.) отсекались, диапазон изучения сужался, и проводилась перенормировка вкладов в кумулятивную сумму. Эти данные приведены на рисунках 3-5, что позволило достаточно уверенно выявить следующие в ряду иерархии масштабы: $L=25-30$ мкм, $L=55-70$ мкм.

а



—■— Ш. им. Кирова, Поленовский /дробилка
 —□— Ш. им. Кирова, Поленовский /ПОК

б



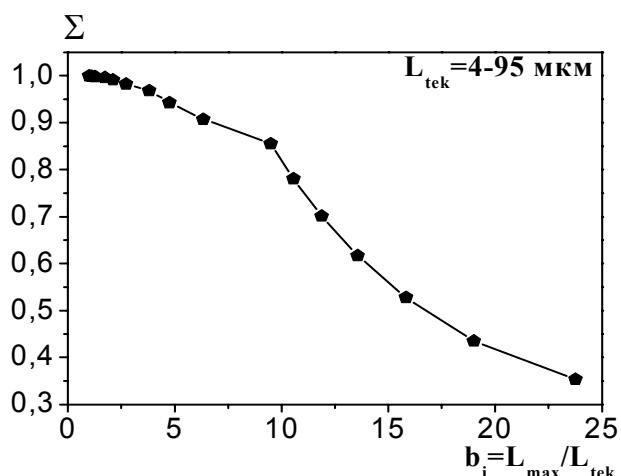
—■— Ш. им. Кирова, Поленовский /дробилка
 —□— Ш. им. Кирова, Поленовский /ПОК

а - кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения;

б - весовая доля вкладов в двойных логарифмических координатах

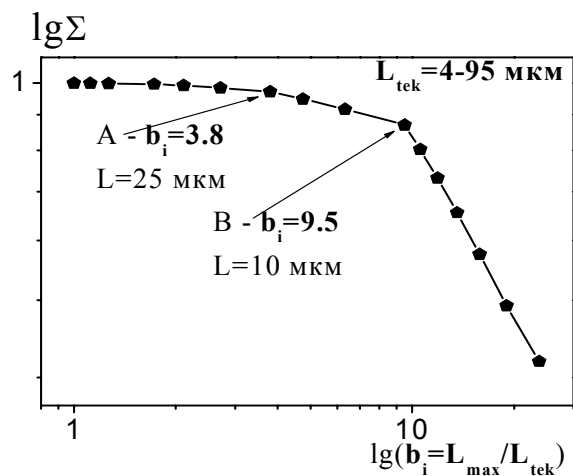
Рисунок 3 - Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 4-160 мкм

а



—●— Ш. Конюхтинская, Верхний ХП /дробилка

б

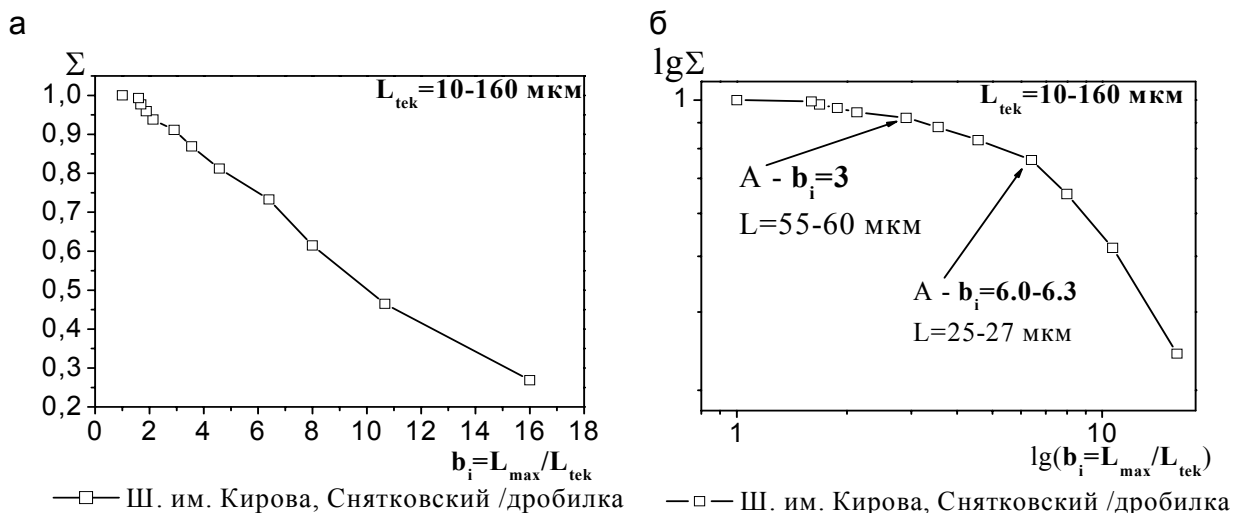


—●— Ш. Конюхтинская, Верхний ХП /дробилка

а - кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения;

б - весовая доля вкладов в двойных логарифмических координатах

Рисунок 4 - Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 4-95 мкм



а - кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения;

б - весовая доля вкладов в двойных логарифмических координатах

Рисунок 5 - Исследование масштабов разрушения угля в диапазоне 10-160 мкм

Здесь следует заметить, что наиболее яркое проявление того или иного масштаба зависит от скорости нагружения, т.е. от величины подводимой к системе энергии в единицу времени (мощности) – см. рисунки 1 и 2. Этот факт имеет фундаментальное значение, и его необходимо учитывать. Сейчас задача состоит в установлении характерных масштабов в ряду иерархии отношения двух последовательных масштабов.

Изучение масштабов разрушения в диапазоне 25-2500 мкм (рисунок 6) уверенно выявляют два масштаба (изломы кривых для трех разных углей на рисунке 6 в двойных логарифмических координатах). Это масштабы $L=55-70$ мкм и $L=400-500$ мкм. Таким образом, данные, полученные из независимых наблюдений (ситовый метод и седиментационный) дают сходные масштабы.

Также при переходе от масштабов 1-160 мкм к масштабам 25-2500 мкм выявляется излом в области $L=160-180$ мкм.

Вырисовывается следующая картина, полученная по разным методам фрактального анализа. Ярко выражены масштабы: $L_{-2}=3-4$ мкм; $L_0=10$ мкм; $L_2=25-30$ мкм; $L_4=55-70$ мкм; $L_6=160-180$ мкм; $L_8=400-500$ мкм. Эти масштабы, вероятнее всего, отражают отношения размеров блоков в ряду иерархии ($a:c \approx 2,6$). Легко видеть, что отношение последовательных масштабов и в этом ряду близко к значению 2,6. Менее ярко (несколько ниже весовые доли) выражены масштабы $L_{-1}=6-7$ мкм; $L_1=15-17$ мкм; $L_3=35-45$ мкм; $L_5=100-120$ мкм; $L_7=280-300$ мкм.

Следует заметить, что для ряда углей этот нечетный ряд масштабов проявляется довольно ярко. Отношения соседних масштабов в этом нечетном ряду также близки к 2,6.

Если же сравнить эти два ряда между собой, то отношения близких масштабов одного ряда к другому даст число близкое к 1,6.

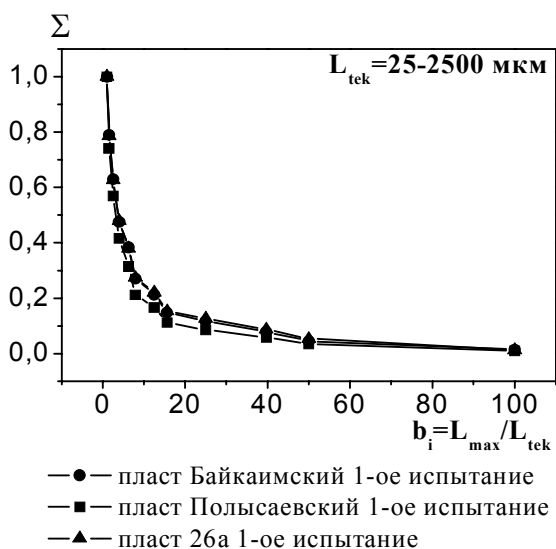
На рисунках 7 и 8 приведены кривые распределения по весовым долям фрагментов разрушения угля в безразмерных координатах для трех разных масштабов. На рисунке 7 слева для масштабов 1-10 мкм; 25-315 мкм; 200-2500 мкм и на рисунке 8 для масштабов 1-10 мкм, 63-630 мкм, 160-1600 мкм. Все три безразмерные кривые на рисунках 7 и 8 практически совпадают, что

еще раз подтверждает масштабную инвариантность процесса разрушения угля и корректность определенных масштабов.

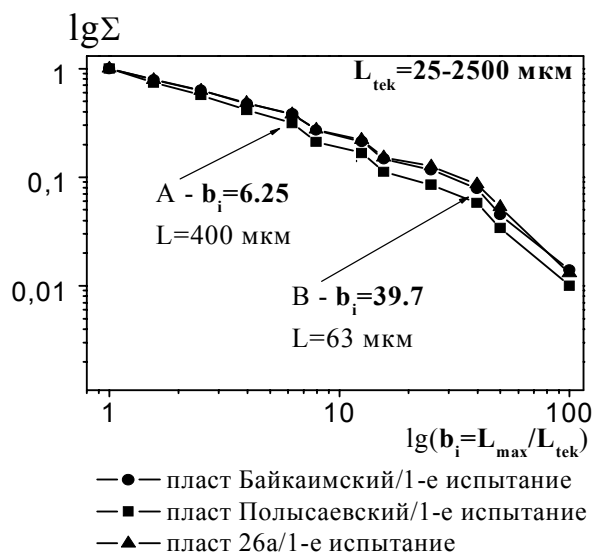
Возникает вопрос, что за параметр лежит в законе трансляции масштабов в ряду иерархии? И может ли в основе соотношений обнаруженных кластеров (блоков) лежать некий фундаментальный закон трансляции параметров «кристаллической решетки», точнее, кластера с характерными размерами, соизмеримыми с межатомными расстояниями.

В МакНИИ [4] изучалась форма частиц разрушенного угля. Как показали электронно-микроскопические исследования, она сохраняется до самых мельчайших размеров. Установлено, что отношение размеров a/b и b/c для частиц антрацита колеблется в пределах 1,613-1,690 и в среднем равно 1,65; $a/c=2,65$. Эти же параметры в широком диапазоне масштабов были получены и в настоящем исследовании, в том числе и для сравнительно больших масштабов (приблизительно сантиметр) — таблицы 1 и 2.

а



б



а - кумулятивная сумма вкладов весовых долей фрагментов разрушения;

б - весовая доля вкладов в двойных логарифмических координатах

Рисунок 6 - Исследование масштабов разрушения трех углей в диапазоне 25-2500 мкм

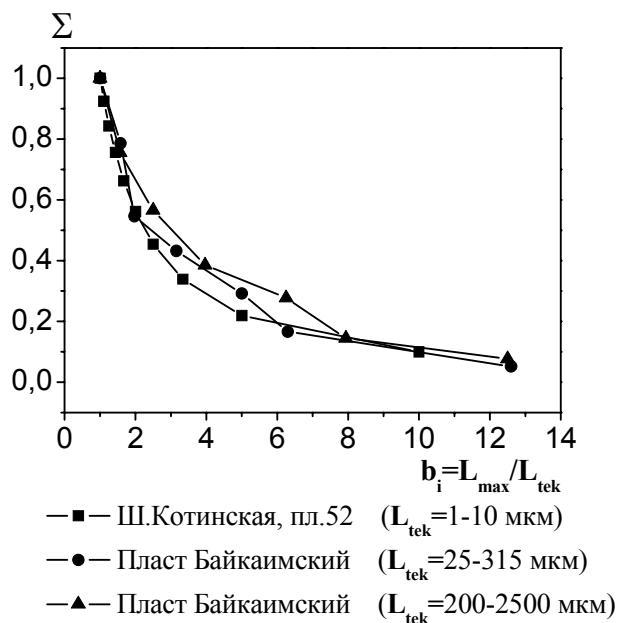


Рисунок 7 - Масштабная инвариантность разрушения угля в диапазоне масштабов 1-2500 мкм

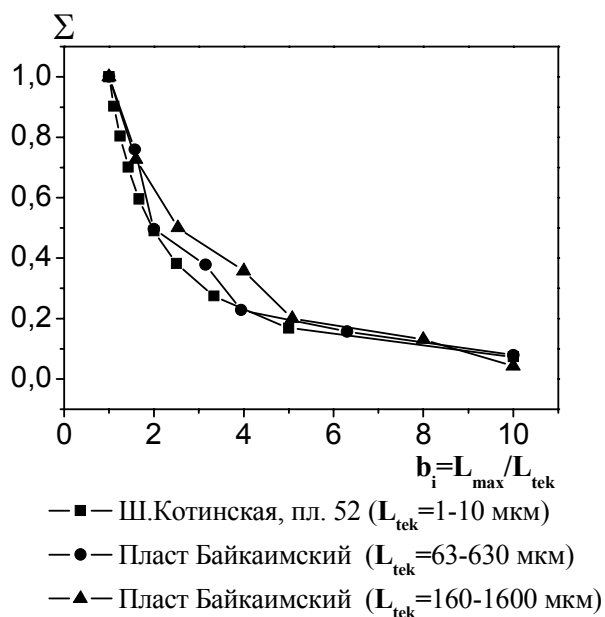


Рисунок 8 - Масштабная инвариантность разрушения угля в диапазоне 1-1600 мкм

Таблица 1 - Фракционный состав продуктов разрушения угля

Шахта, пласт, марка угля	Размер образца, мм					
	1 цикл			2 цикл		
	a_1	b_1	c_1	a_2	b_2	c_2
«Осинниковская», пласт Е-5, марка Ж	34,3	33,2	12,3	15,3	8,8	7,3
	48,9	35	25,7	13,1	9,1	5,2
	30,9	26,2	22,3	16,3	11,5	7,4
	35,3	32,4	21,4	15,1	9,1	6,9
	-	-	-	14,2	9	8,1
	-	-	-	12,1	12	6,9
	-	-	-	24,3	13,4	8,9
	-	-	-	13,1	9,3	8
	-	-	-	14,9	10,5	7,9

Шахта, пласт, марка угля	Размер образца, мм					
	1 цикл			2 цикл		
	a ₁	b ₁	c ₁	a ₂	b ₂	c ₂
-	-	-	-	16,2	14,8	12
-	-	-	-	13	12,4	6,9
-	-	-	-	11,3	10,1	8,1
-	-	-	-	12,6	11,6	6,5
Среднее значение	37,35	31,7	20,425	14,731	10,892	7,7
«Зиминка» Пласт IV Внутренний, марка К	35,90	25,40	16,60	14,00	9,30	7,10
	34,10	20,50	17,50	20,20	14,90	8,80
	31,40	23,00	18,40	19,50	11,80	9,80
	35,70	29,10	22,30	13,50	8,00	6,70
	-	-	-	20,10	9,40	4,60
	-	-	-	13,20	11,50	6,50
	-	-	-	12,20	11,50	5,00
	-	-	-	16,00	11,20	7,00
	-	-	-	13,80	9,60	6,70
	-	-	-	15,10	12,4	6,90
	-	-	-	12,50	10,00	4,20
	-	-	-	11,90	10,70	5,50
Среднее значение	34,28	24,50	18,70	15,17	10,86	6,57

Таблица 2 - Коэффициенты формы и блочности (по средним значениям размеров образцов)

Шахта, пласт, мар- ка угля	Коэффициент формы						Коэффициент блочности		
	1 цикл			2 цикл					
	a ₁ / b ₁	b ₁ /c ₁	a ₁ /c ₁	a ₂ / b ₂	b ₂ /c ₂	a ₂ /c ₂	a ₁ / a ₂	b ₁ /b ₂	c ₁ /c ₂
«Осинниковская», пласт Е-5, марка Ж	1,18	1,55	1,83	1,35	1,42	1,9	2,5355	2,9103	2,6526
«Зиминка», пласт IV Внутрен- ний, марка К	1,40	1,31	1,83	1,4	1,65	2,31	2,26	2,26	2,85

С возрастанием степени углефикации углей в процессе их метаморфизма идет потеря воды, кислорода (в форме CO₂) и водорода (в форме метана). В угле увеличивается содержание углерода и соотношения его с водородом и кислородом. В качестве показателей углефикации часто используют атомные соотношения Н/С и О/С (рисунок 9). Как видно из этого рисунка, антрациты наиболее близки по содержанию углерода к графиту. Каменные угли с высокой степенью углефикации содержат от 90 до 98% углерода у антрацитов.

Так как угли являются органическими соединениями и имеют сложное молекулярное строение, сравнение их микроструктурных молекулярных параметров со строением графита является большой натяжкой. Но, учитывая высокое содержание углерода (до 98% у каменных углей), были все-таки проведены эти сравнения, тем более, что полученные результаты едва ли могут носить случайный характер.

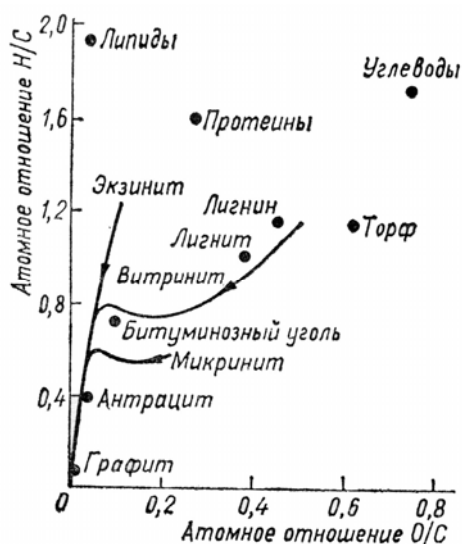


Рисунок 9 - Изменения химического состава и пути углефикации различных типов углей [5]

Обратимся к полученным данным. Отношения размеров последовательных блоков в каждом ряду оказалось близким к 2,6, а отношения сопряженных близких масштабов в двух рядах (т.е. если масштабы одного ряда разделить на соответствующие масштабы другого) оказались близкими к 1,6. Эти результаты заставили вспомнить, что число золотого сечения $\Phi = 1,6180339\dots$, а $\Phi^2 \approx 2,6180339$. Следовательно, можно предположить, что идеальное число универсального принципа делимости не тройка и не $e = 2,7\dots$, а число золотого сечения. Именно $\Phi^2 = 2,618\dots$ определяют отношения двух последовательных масштабов блоков в ряду иерархии. Другой важный вывод из полученных экспериментальных данных следующий. Блоки не являются компактными, отношения их сторон в среднем равны числу золотого сечения, т.е. $\Phi = 1,618\dots$. Следовательно размеры сторон блоков при разрушении углей относятся как

$$a:b:c = 2,618\dots : 1,618\dots : 1$$

$$a:b = 1,618\dots \text{ и } b:c = 1,618\dots,$$

если a – максимальный размер блока, а c – его минимальный размер. Можно написать и другой ряд

$$0,6180339\dots : 1 : 1,618 = c:b:a.$$

Пока не будем говорить о физических или геометрических соображениях и причинах такого соответствия, просто пока констатируем эмпирический факт.

В полученных иерархических рядах максимальный размер блока n -ного порядка есть минимальный размер блока следующего ранга $n+1$. Понятно, что любой размер a или b , или c может быть выбран за исходный, т.к. такой выбор носит условный характер.

Взяв за основу реперную точку $L = 10 \text{ мкм} = 10^5 \text{ \AA}$, а в качестве параметра трансляции размеров блоков — число $\Phi^2 = 2,618\dots$, а само число Φ – как «идеальное» отношение размеров сторон блока, получим следующие минимальные числа x_i в ряду иерархии, т.е. минимальный размер кластера, положенный в основу закона трансляции. Понятно, что такой минимальный размер не может быть меньше межатомного расстояния. Следовательно, получаются следующие числа:

$$x_1 = \frac{10 \cdot 10^4 \text{ \AA}}{(\Phi^2)^{10}} = 6.6115 \text{ \AA};$$

$$x_2 = \frac{x_1}{\Phi^2} = \frac{6.6115}{2.618} = 2.525 \text{ \AA}.$$

Графит со слоистой гексагональной кристаллической решеткой и периодами решетки $a = 2,461 \text{ \AA}$ и $c = 6,708 \text{ \AA}$ имеет очень близкие к полученным величинам значения параметров решетки, отношение которых равно $\frac{6,708}{2,461} = 2,72$, что близко к значению Φ^2 . Заметим также, что гексагональная модификация алмаза (как совершенного кристалла по представлениям древних) имеет периоды $a = 2,52 \text{ \AA}$ и $c = 4,12 \text{ \AA}$. Их отношения равны: $\frac{c}{a} = 1,6349$; $\frac{a}{c} = 0,6118$, что очень близко к числам «золотого» сечения.

Такие совпадения вряд ли могут быть случайными.

Так как три независимых метода определения масштабов (анализ оптических изображений поверхностей изломов, метод седиментационного анализа, ситовый метод) дали одни и те же результаты, которые подтверждаются данными других исследователей по форме блоков, то можно утверждать, что масштабы разрушения блоков определены достаточно надежно.

Попытка выяснить размеры минимального кластера, с которого начинается трансляция разрушения, привела к значениям параметра решетки графита со слоистой гексагональной кристаллической решеткой. Эти данные позволяют утверждать, что трансляция масштабов разрушения начинается с масштаба кристаллической решетки.

В качестве идеального числа трансляции следует брать Φ^2 , а само значение Φ определяет с высокой точностью отношение сторон формирующихся блоков.

Теперь уместно сделать несколько замечаний о золотом сечении и свойствах числа Φ .

Отрезок c (например, $c = 1$) делится на две неравные части $a < b$ такие, что $a + b = c$, причем, меньшая часть так относится к большей, как большая к целому $a / b = b / c$, $a + b = c$. Таким образом, золотая пропорция объединяет свойства аддитивности и мультипликативности, являясь уникальным и универсальным геометрическим кодом.

Числа золотого сечения можно найти как общие корни уравнений, объединяющих эти свойства аддитивности $a + b = c$ и мультипликативности $a / b = b / c$. Это очень глубокие принципы. Принцип аддитивности отражает наличие структуры в целом (отрезок c состоит из двух неравных частей a и b). Принцип мультипликативности приводит к идее роста или повторяемости, или самоподобия, показывая, что структурные единицы целого подчиняются одному и тому же закону роста. Объединение же этих двух принципов и приводит к самоподобию. Таким образом, получается нисходящий ряд чисел: $1; 0,618\dots; 0,382\dots$ или равноценный ему восходящий ряд: $1; 1,618\dots; 2,618\dots$. Эти принципы аддитивности и мультипликативности, объединенные в законе золотого сечения, дают код, позволяющий построить сколь угодно сложные самоподобные фрактальные объекты, стартуя от заданного единичного элемента.

Напомним теперь, что последовательность чисел Фибоначчи - это $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21$ и т.д., в которой каждое число R_{n+1} есть сумма двух предыдущих: $R_{n+1} = R_{n-1} + R_n$. Причем, чем боль-

ше n , тем ближе отношение последовательных чисел Фибоначчи к числу золотой пропорции

$$\frac{R_{n+1}}{R_n} \rightarrow \Phi = 1,618\dots$$

Современные идеи самоподобия и фрактальной геометрии фактически предвосхищены законом золотого сечения (а точнее, содержатся в законе золотой пропорции). Если закон золотого сечения – идеальный закон в том смысле, что самоподобие может быть продолжено вниз до сколь угодно малых величин, то ряд чисел Фибоначчи стартует от единичного элемента и дает самый простой алгоритм восхождения, сохраняя принцип золотого сечения (отношение двух последовательных чисел в ряду дает число Φ), и может быть положен в основу алгоритма многих природных и физических процессов и явлений. Именно по этой причине в ряд чисел Фибоначчи укладываются многие, наблюдаемые в природе и физике пространственно-временной иерархии (об этом скажем далее).

Конечно, числа $a_1 = 3$ или $a_2 = 2,7\dots$, или $a_3 = \Phi^2 = 2,618$ близкие числа и для конкретных оценок не так уж важно, какое число a_i использовать.

Фундаментальное значение, раскрывающее физическую природу разрушения как иерархического самоподобного процесса имеет использование в законе делимости материалов принципа золотого сечения, т.е. деления отрезка в среднепропорциональном отношении (когда целое так относится к большей части, как большая часть относится к меньшей). Этот принцип, объединяя аддитивность и мультипликативность, приводит к самоподобию и фрактальности природных объектов.

Во-первых, как будет видно из представленных данных, чем больше статистика, тем ближе коэффициент делимости к значению $\Phi^2 = 2,618\dots$ Во-вторых, числа Φ и Φ^2 определяют самоподобные процессы и связаны с фрактальными объектами. Таким образом, универсальные числа Φ и Φ^2 позволяют нам рассматривать процесс деструкции материалов как самоподобный процесс, а принцип универсальной делимости материалов приобретает смысл принципа универсальной фрактальной делимости. Управляет этим процессом деструкции закон золотого сечения. В основе закона золотого сечения материалов применительно к принципу универсальной делимости лежит простой геометрический смысл, связанный с задачей «заполнения пространства многогранниками без промежутков» по А.В. Шубникову.

Такая плотная упаковка атомов в трехмерном пространстве для всех кристаллических решеток дает характерные отношения размеров (уже межатомных), равных числу золотого сечения Φ или Φ^2 . Таким образом, процесс деструкции всех материалов доходит до размеров межатомных расстояний (а точнее, начинается на микроскопическом уровне). Другими словами, при разрушении (деструкции) материала идет «трансляция» характерных размеров минимального атомного кластера, образующего плотную упаковку в пространстве, на большие масштабы. Характерные отношения длин в этих кластерах составляют числа Φ и Φ^2 . Это, конечно, качественная квинтэссенция. В каждом конкретном случае следует рассматривать соответствующие группы подобия для различных кристаллов и нахождение инвариантной меры таких преобразований. Подробнее об этом можно прочитать в работах по кристаллографии у Г. Вейля, А.В. Шубникова, Е.С. Федорова, Дж. Бирмана.

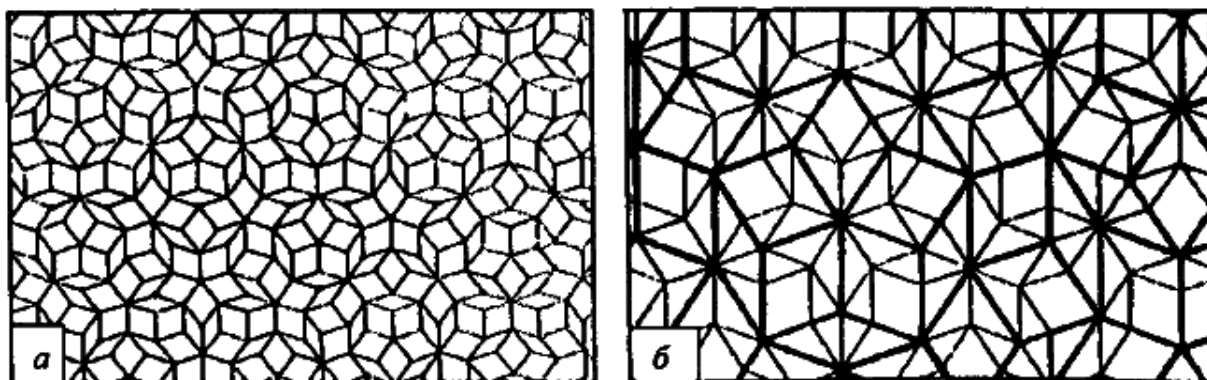
Коротко остановимся на качественных вопросах.

Француз О. Браве (1811–1863 г.) впервые установил существование 14 типов решеток кристаллов, названных впоследствии решетками Браве. Эти результаты позднее позволили разделить весь мир кристаллических образований на 7 систем или сингоний. Е.С. Федоров — выдающийся русский кристаллограф рассматривает решетки Браве как частные случаи систем правильных точек в пространстве. Он открыл новые пространственные формы, названные им параллелоэдрами (выпуклые многогранники), установив наиболее полные законы заполнения ими пространства. Введенные им параллелоэдры разделяются на четыре типа: трипараллелоэдры (кубы и их деформации), тетрапараллелоэдры (гексагональные призмы и их деформации), гексапараллелоэдры (ромбододекаэдры и их деформации), гептапараллелоэдры (кубододекаэдры и их деформации). С математической точки зрения, выделяется еще пятый параллелоэдр — разновидность гексапараллелоэдра в восемь ромбическими и четыремь шестиугольными гранями. Е.С. Федоров показал, что параллелоэдры делятся на равные части, заполняющие пространство не в параллельном положении. Эти части были названы Е.С. Федоровым стереоэдрами. По его определению, стереоэдры, заполняющие пространство в параллельном положении, называются параллелоэдрами, а «несколько стереоэдров всегда складываются в параллелоэдр». Им же установлено существование 230 пространственных групп симметрии, что составляет фундамент современной кристаллографии.

В настоящее время учение Е.С. Федорова о параллелоэдрах рассматривается как геометрическое, а не физическое построение. Развитие методов рентгеноструктурного анализа внесло свои коррективы в некоторые выводы Е.С. Федорова, но его фундаментальные идеи остались актуальными и в настоящее время. Более того, многие результаты, полученные Е.С. Федоровым, обретают новое дыхание в настоящее время. Помогают осмыслить ряд новых данных по изучению структур.

Давно хорошо известно, что для природных объектов характерны оси симметрии 5-го порядка, которые также типичны и для квазикристаллов. Число золотой пропорции $\Phi = 1,618039\dots$ в этом случае соответствует объемным диагоналям ромбоэдров. Таким образом, универсальность закона золотого сечения есть следствие геометрических и топологических свойств природных объектов. Именно геометрическое подобие определяет методы и средства построения многообразных форм живой и неживой природы (самоподобие, фрактальность).

Если периодическую структуру в виде Федоровской решетки из N -мерных кубических ячеек спроектировать на плоскость меньшей размерности n , то при $N=5$ и $n=2$ получится хорошо известный паркет Пенроуза (рисунок 10), который состоит из ромбов двух сортов с углами в 72 и 36° .



а – масштаб дальнего порядка; б – локальная симметрия

Рисунок 10 - Паркет Пенроуза

Как и обычные кристаллы, паркет Пенроуза обладает дальним порядком (это понятно, он получен как проекция строгого кристалла), но в нем существует и локальная симметрия относительно поворота вокруг выбранной оси на 72° . В паркете Пенроуза можно обнаружить сколь угодно большие фрагменты с симметрией пятого дальнего порядка, но если сравнить два последовательных масштаба подобных фигур, то их отношение будет равно $\Phi = (1 + \sqrt{5}) \frac{1}{2}$, т.е. будет давать в точности число «золотого сечения».

Известно также, что пространственный Фурье-спектр идеального кристалла состоит из конечного числа дискретных компонент A :

$$A_k = \sum_{i=1}^{2N} A_i \delta_k - K_i; \quad K_{i+N} = -K_i; \quad A_{i+N} = -A_i^*. \quad (1)$$

Все A_k лежат на окружности $|K_i| = K_0 = 1$, а углы между ними равны, K_i - базисные вектора решетки. Для двумерных паттернов только $N = 1, 2, 3$ соответствуют кристаллам. Любой другой набор формирует квазикристалл. Так, ячейки Бенара соответствуют $N = 6$, а $N = 4$ — квадратным ячейкам капиллярной ряби.

Известно также, что наблюдаемый пространственный Фурье-спектр квазикристалла отличается от (1) и содержит не только главные моды N , но и их высшие и комбинационные гармоники ($U(r)$):

$$U(r) = \sum_{j=1}^{2N} A_j e^{iK_j r}. \quad (2)$$

Важный вывод из этих результатов заключается в том, что спектр квазикристалла может содержать сколь угодно много дискретных компонент и они могут быть расположены сколь угодно плотно, образуя Канторово множество (которое фрактально, его размерность дробная ($D = 0,6309$)). Эти данные позволяют говорить о «трансляции» фундаментальных паттернов, соизмеримых с размерами решетки, на большие масштабы, приводя к фрактальным объектам, что и подтвердили наши эксперименты.

Таким образом, число Φ^2 возьмем в качестве закона трансляции блоков в последовательности иерархии, само число Φ определяет отношение сторон некомпактного блока. Первоначально рассмотрим двухмерный вариант.

В таблице 3 две колонки: первая — степени числа Φ , умноженные на 10 мкм, вторая — найденные нами масштабы (т.е. отсчет также будем вести от реперной точки $L=10$ мкм). Знаками (+) и (–) помечены масштабы для двух разных рядов. Понятно, что такой выбор носит условный характер. В нашем случае он определился выбором реперной точки $L = 10$ мкм и этот ряд помечен знаком (+).

Таблица 3 - Трансляция масштабов разрушения (по степени числа Φ) и установленные масштабы разрушения

Степени числа $\Phi \times 10$ мкм	Найденные масштабы (данные атомно-силовой микроскопии)
$10 \times \Phi - 8 = 0,213$	150-250нм +
$10 \times \Phi - 6 = 0,557$	300 -600нм +
$10 \times \Phi - 4 = 1,459$	1,2 -2мкм +
$10 \times \Phi - 2 = 3,8197$	3 -4мкм +
	Найденные масштабы (данные ситового и седиментационного анализов)
$10 \times \Phi 0 = 10,00$	10мкм +
$10 \times \Phi 1 = 16,18$	(15 - 17)мкм –
$10 \times \Phi 2 = 26,18$	25 - 27мкм +
$10 \times \Phi 3 = 42,359$	(35 - 45)мкм –
$10 \times \Phi 4 = 68,539$	55 - 70 мкм +
$10 \times \Phi 5 = 110,896$	(100 - 120)мкм –
$10 \times \Phi 6 = 179,435$	160 - 180мкм +
$10 \times \Phi 7 = 290,320$	(280 - 300)мкм –
$10 \times \Phi 8 = 469,76$	400 - 500мкм +

Таким образом, экспериментально определенные размеры блоков в иерархии по разным методам и идеальный закон трансляции, управляемый законом золотого сечения, дают очень близкие результаты. Размеры блоков около 1-2 мкм и менее определены по данным атомно-силовой микроскопии, для которой статистика была ниже, чем для других методов (см. рисунок 11). Для этих данных необходимо установить более надежную статистику. Это задача будущих исследований.

Понятно также, что блоки могут быть определены как четным рядом (помечен знаком (+)), так и нечетным рядом (помечен знаком (–)). Выбор в данном случае продиктован выбором реперной точки 10 мкм.

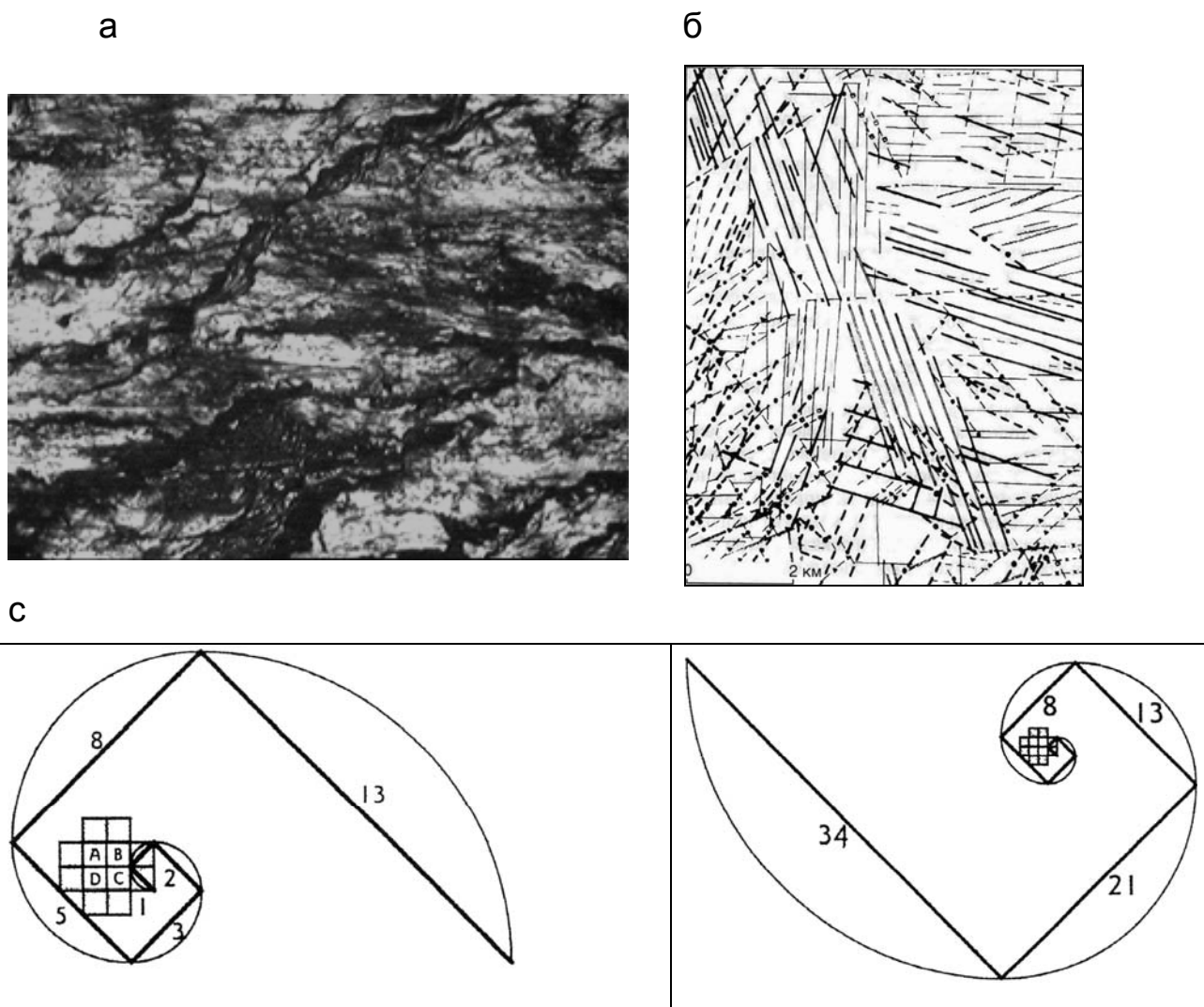
На рисунке 11 приведены: характерная картина поверхности излома угля (рисунок 11,а) и система трещин вблизи тектонического разлома (рисунок 11,б). На обоих этих рисунках четко прослеживается клиновидная форма блоков.

Для этих физических объектов закон чередования устроен более деликатно и тонко. Надо анализировать не прямоугольники, а фигуры, близкие к ромбам, как на рисунке 11.

При приготовлении образца для исследования из угля всегда выкалывались клиновидные фрагменты, сохраняя форму естественного блока.

Рисунок 11,с иллюстрирует алгоритм восхождения к большим масштабам от элементарной ячейки по закону золотого сечения (показана спираль золотого сечения и последовательность ряда чисел Фибоначчи, которые дают дискретный ряд, а отношения чисел в последовательности Фибоначчи дает, как известно, число тем ближе к Φ , чем больше числа в ряду Фибоначчи, но уже $8/5 = 1,6$). Противоположные стороны в спирали Фибоначчи дают соотношения размеров сторон последовательных блоков в ряду иерархии, которые соотносятся как $\Phi^2 = 2,618...$, а отношения размеров прилегающих сторон каждого из блоков равны $\Phi = 1,618...$

Эти спирали определяют «генетический код» организации блочных структур изученных углей.



а – оптическое изображение излома угля;

б – схема линейментов участка западного разрыва, связанного с землетрясением 28 октября 1983 г. в Центральном Айдахо (США) (разными линиями показаны линейменты различных систем), по Г.Г. Кочаряну и А.А Спиваку [6];

с – спираль золотого сечения и спираль Фибоначчи, определяющие закон пространственной организации блочных структур углей

Рисунок 11 - «Генетический код» организации блочных структур угля

В трехмерном случае необходимо спираль (рисунок 11,с) растянуть по третьей координате, т.е. рассмотреть пространственную спираль, в которой каждый поворот на 90° увеличивает шаг спирали на $L \times \Phi$, а на 180° – на $L \times \Phi^2$, так чтобы отношения сторон блоков $a:b:c = 1:1,618034\dots:2,618034\dots$ (рисунок 12).

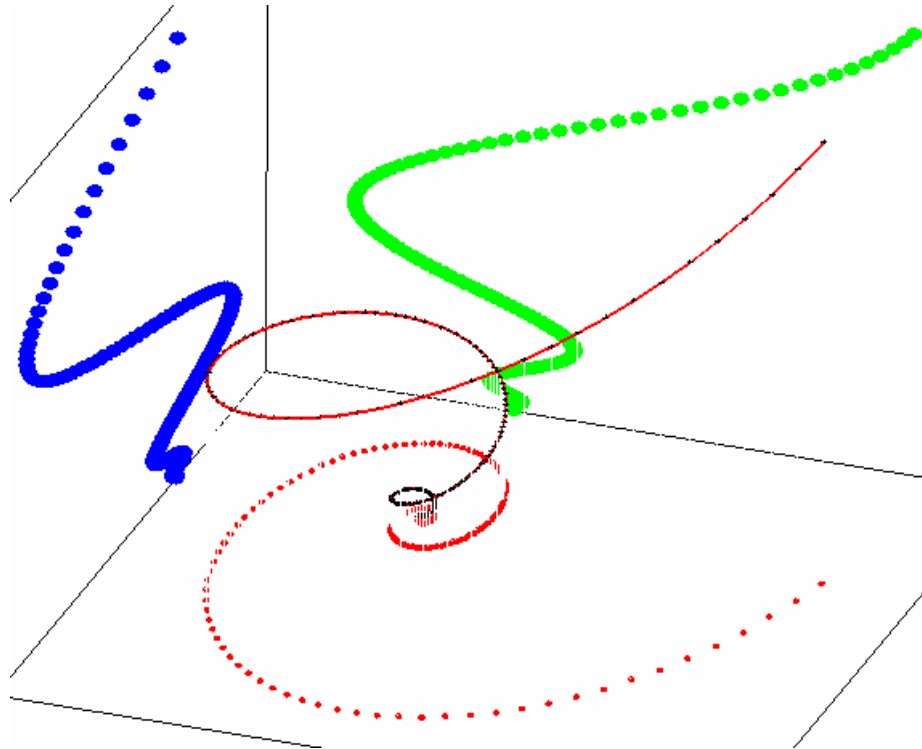


Рисунок 12 - Спираль золотого сечения, определяющая пространственную организацию блочных структур деформируемых твердых тел (показаны также проекции спирали на координатные плоскости)

Заметим также, что и другие исследователи анализируют самоподобные процессы и законы изменения параметров в точках неустойчивости системы при переходе к новым структурам, используя свойства золотой пропорции и ее производных [7–12]. Так, В.С. Иванова отмечает «контролирующее влияние закона золотой пропорции как кода устойчивости структур живой и косной природы» [7].

Почему мы стали рассматривать ряд чисел Фибоначчи как код организации твердых тел и сред? Ответ прост.

Во-первых, отношение чисел в ряду Фибоначчи дает число Φ .

Во-вторых, спираль золотого сечения нигде не начинается и нигде не кончается, сколь угодно малые ее отрезки самоподобны, а ряд чисел Фибоначчи начинается с единичного элемента $(1, 1, 2, 3, 5, \dots)$, за который может быть выбран любой интересный для конкретного случая масштаб. Природа также строит свои объекты, начиная с определенного элементарного размера (параметр решетки, постоянная Планка и т.д.).

В-третьих, ряд чисел Фибоначчи самый простой и естественный код, по которому строит природа. Каждый последующий элемент есть сумма двух предыдущих. Что может быть проще и

естественней? В результате такого кода реализуются два фундаментальных принципа: самоподобие и фрактальность построенных объектов.

И, наконец, решая поставленную задачу установления универсального принципа делимости материалов и сред, следуя ряду чисел Фибоначчи, легко представить код деструкции (делимости) материалов в виде двухмерной спирали, как на рисунке 14, или трехмерной спирали, как на рисунке 15.

Каждый поворот на такой спирали Фибоначчи (вписанный в спираль золотого сечения) на 90° градусов дает отношение размеров масштабов (или блоков), а поворот на 180° следующий в ряду иерархии блок.

Таким образом, мы приходим к следующему фундаментальному выводу: принцип универсальной делимости есть принцип универсальной фрактальной делимости, при которой понятие «блок» — это условное понятие, означающее, что, говоря о блоке, мы подразумеваем фактически характерные масштабы разрушения по двум (или трем) сопряженным системам локализованных повреждений.

Оказалось, что установленный нами закон делимости углей выполняется и для других геоматериалов и геосред, т.е. на существенно больших масштабах, чем изученные. Подобные соотношения (близкие к Φ и Φ^2) были получены для фрагментов разрушенных гранитов и песчаников.

Очень интересные данные приводит К.Ж. Семинский. Цель его исследований была «установить соотношения между размерами подвижных зон и блоков, а затем выделить объективно существующие уровни иерархии в зонно-блоковой структуре литосферы Азии». Работы проведены для трех масштабов (1:100000, 1:2500000, 1:15000000) на базе единых представлений о проявлении главных элементов деструкции — зон и блоков. Последнее принципиально, т.к. построения разных исследователей даже для одних и тех же регионов трудно сопоставимы в количественном отношении.

В результате выделения подвижных зон как участков высокой плотности разломов, землетрясений, вулканов и других возникающих при контактировании блоков проявлений деструкции были составлены карты активной зонно-блоковой структуры Приольхонья (Западное Прибайкалье), Прибайкалья и Азии в целом. Количественный анализ позволил выделить зоны разных рангов, характер взаимного расположения которых свидетельствует о существовании законченной картины блоковой делимости для всех изученных масштабов: протяженные зоны оконтуривают крупный блок, который разделен меньшими по размерам зонами на серию более мелких блоков и т.д. Это обеспечило возможность привести в соответствие ранги подвижных зон и блоков, т.е. выявить и количественно охарактеризовать (таблица 4) объективно существующие уровни иерархии зонно-блоковой структуры Азии.

Таблица 4 – Иерархия зонно-блоковой структуры Азии

Уровни	XI	X	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$I = S$ -зоны	0,7	1,4	2,7	6,6	14,0	33,0	86,0	200,0	410,0	818,0	2000,0
$\mu_{зон} = I_{i+1}/I_i$	2,0	1,9	2,4	2,1	2,4	2,6	2,3	2,1	2,0	2,4	
$L = S$ -блоки	1,4	2,8	4,6	10,4	24,0	55,0	128,0	272,0	542,0	1113,0	2746,0
$\mu_{блок} = L_{i+1}/L_i$	2,0	1,6	2,3	2,3	2,3	2,3	2,1	2,0	2,0	2,5	
L/I	2,0	2,0	1,7	1,6	1,7	1,7	1,5	1,4	1,3	1,4	1,4

Примечание. L, I — среднегеометрические размеры блока и зоны, км; S, s — площади блока и зоны, км²; μ — отношение размеров объектов, относящихся к смежным уровням.

Несмотря на различия в размерах блоков одного уровня, которые обусловлены влиянием целого комплекса факторов, их средние параметры L находятся в иерархических взаимоотношениях, не менее определенных, чем это характерно для зон. Для обоих элементов структуры величина μ изменяется в пределах единицы, но их средние значения практически равны (2,2 и 2,1).

Таким образом, К.Ж. Семинским получено отношение двух последовательных масштабов блоков и зон, равное 2,2 или 2,1. Он рассматривает S-блоки и S-зоны, приводя их площади S и s и считая их компактными. С другой стороны, отношение среднегеометрических размеров L блоков и зон L/l (последняя строка в таблице) дает в среднем по 11 масштабам $(L/l)_{\text{средн}} = 1,61$.

Если отвлечься от геофизических соображений выделения зон и блоков как элементов деструкции и рассматривать выделенные блоки и зоны в едином иерархическом ряду, а также принять, что выделенные блоки и зоны и некомпактные элементы и отношения L/l дают коэффициент формы, равный 1,61, то цифра 2,2-2,1 следует из $(\Phi^2 + \Phi)/2 \approx 2,118$, т.е. очень близкая цифра к данным К.Ж. Семинского (2,2-2,1). Мы также можем получить коэффициент 2,2-2,1, объединив две полученные нами последовательности (+) и (-) и усреднив масштабы. Таким образом, и в этом случае мы получаем два масштаба 2,618... и 1,618.... Первый коэффициент, равный Φ^2 , определит отношение размеров блоков деструкции геофизической среды, а второй коэффициент – отношение сторон некомпактного блока геосреды.

Возникает принципиальный вопрос – только ли к углям относится установленный нами принцип универсальной фрактальной делимости.

Из изложенных выше результатов по разрушению (в более общем случае деструкции) любых материалов и сред (хрупких и пластичных), а также из изложенных соображений относительно концентрационного критерия разрушения следует признать, что принцип универсальной фрактальной делимости применим к любым материалам и средам, т.е. любой последующий масштаб в ряду иерархии для всех материалов и сред будет равен предыдущему масштабу, умноженному на число $\Phi^2 = 2,618...$. Понятно, что это идеальная теория и в каждом конкретном случае могут быть заметные отклонения от числа Φ^2 , но чем больше будет статистика, тем ближе будут отношения соседних масштабов к числу Φ^2 .

В заключение сделаем следующее замечание общего характера, отражающее, в том числе, наметившиеся направления дальнейших исследований. Установление «генетического кода» организации пространственно-временных иерархий, возникающих в нагружаемых материалах и средах как нелинейных системах является задачей не только обобщения соответствующих экспериментальных данных, но и предметом теоретического анализа, выполненного как на основе изучения общих свойств решений систем нелинейных уравнений смешанного типа механики сплошных сред, так и на основе анализа полученных конкретных численных решений.

Синтез экспериментальных знаний о самоподобии деформационных процессов и процессов разрушения материалов и сред на разных масштабах и теоретического анализа различных сценариев эволюции нагружаемых материалов и сред позволяет уже сейчас с полной уверенностью говорить о возможности и необходимости разработки информационных технологий создания (а также модификации, упрочнения, разрушения и т.д.) материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Макаров, П.В. Упруго-вязкопластическая деформация и разрушение угля на мезоскопическом уровне / П.В. Макаров, И.Ю. Смолин, О.И. Черепанов, Н.В. Трубицына, Я.С.Ворошилов // Физическая мезомеханика. – 2002. – Т.5. - №3. – С.63-87.
- 2 Макаров, П.В. Экспериментальное и теоретическое исследование разрушения углей и расчет выхода пылевых частиц. I. Исследование иерархии масштабов разрушения/ П.В.Макаров, А.А.Трубицын, Н.В.Трубицына, П.В.Кузнецов, И.В. Петракова, И.Ю.Смолин, Ю.П.Стефанов, С.П.Ворошилов // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7. – Спец. выпуск. Ч. 2. – С. 245–248.
- 3 Кузнецов, П.В. Определение коэффициента формы блоков в иерархии масштабов разрушения углей в мезоскопическом диапазоне 1–1000 мкм/ П.В. Кузнецов, П.В.Макаров, И.В.Петракова, А.А.Трубицын, Н.В.Трубицына, С.П.Ворошилов, Н.И.Карпенко // Физическая мезомеханика – 2004. – Т. 7. – Спец. выпуск. Ч. 2. – С. 273–276.
- 4 Борьба с угольной и породной пылью в шахтах / П.М. Петрухин, Г.С. Гродель, Н.И. Жилиев и др. – М.: Недра, 1981. – 271 с.
- 5 Саранчук, В.И. Надмолекулярная организация, структура и свойства угля / В.И.Саранчук, А.Т.Айруни, К.Е.Ковалев. –Киев: Наукова Думка, 1988. – 191 с.
- 6 Кочарян, Г.Г. Динамика деформирования блочных массивов горных пород / Г.Г. Кочарян, А.А. Спивак. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2003. - 423 с.
- 7 Иванова, В.С. Закономерности упорядоченной самоорганизации // Прикладная синергетика, факториалы и компьютерное моделирование структур. – 2002. – С. 222–237.
- 8 Оксогоев, А.А. Режимы с обострением в самоорганизующихся процессах высокоинтенсивной обработки металлических материалов // Прикладная синергетика, факториалы и компьютерное моделирование структур. -2002. – С. 106–140.
- 9 Оксогоев, А.А. Физические предпосылки к развитию технологий получения материалов с заданными свойствами / А.А.Оксогоев, В.С.Иванова // Перспективные материалы. – 1999. – №5. – С. 5–16.
- 10 Оксогоев, А.А. Мультифрактальный анализ изменений зеренной структуры алюминиевого сплава при ударном воздействии скоростной частицы / А.А. Оксогоев, И.Ж. Бунин, А.Г.Колмаков, Г.В.Встовский // Физика и химия обработки материалов. – 1999. – №4. – С.63–71.
- 11 Иванова, В.С. Синергетика и фракталы универсальности механического поведения материалов / В.С.Иванова, М.М. Закирничная, И.Р.Кузеев. –Уфа: Изд-во УГНТУ, 1998.
- 12 Иванова, В.С. Синергетика и фракталы в материаловедении / В.С.Иванова, А.С. Баланкин, И.Ж.Бунин, А.А. Оксогоев. – М.: Наука, 1994. – 385 с.