ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
Т. 55, № 7/2 ФИЗИКА 2012

УДК 532.542, 532.135

К.Г. АЛЕКСЕЕВА, Е.И. БОРЗЕНКО

СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ШВЕДОВА – БИНГАМА В КАНАЛЕ СО СКАЧКОМ СЕЧЕНИЯ[1]

Исследуется течение вязкопластичной жидкости в канале с внезапным расширением. Задача решается численно с помощью алгоритма SIMPLE. Продемонстрированы картины установившегося течения для ньютоновской жидкости с образованием циркуляционной области в области уступа и неньютоновской среды с застойной зоной. Проведены параметрические исследования влияния основных параметров задачи на распределения квазитвердых ядер.

Ключевые слова: *ньютоновская жидкость, канал, течение, математическое моделирование.*

Введение

Течения неньютоновских жидкостей в каналах различной конфигурации встречаются во многих отраслях производства: при переработке полимерных материалов, в металлургии, пищевой и др. индустрии. Знание картины течения и распределения основных динамических и кинематических характеристик помогает правильно организовать технологический процесс. Математическое описание подобных задач затруднено сложной геометрией области течения и нелинейными уравнениями. Аналитическое решения во многих случаях получить невозможно, в связи с чем большое распространение получили численные методы.

Течение жидкости Шведова – Бингама исследуется в [1], где решение получено с помощью метода конечных элементов. С использованием приближения ползущего течения в [2] рассмотрена задача о движении неньютоновской жидкости в канале переменного сечения. Численное моделирование течения бингамовской жидкости в однозаходном экструдере проведено в [3]. Аналитические решения о течении степенной и вязкопластичной жидкости в плоской трубе были получены в [4].

В настоящей работе исследуется течение вязкопластичной несжимаемой жидкости в канале с внезапным расширением. Задача решается в плоской постановке при условии, что на входе в канал расход считается постоянным. Для описания реологических свойств жидкости используется двухпараметрическая модель Шведова – Бингама. Показано, что в случае стационарного течения в области уступа реализуется режим с образованием зоны квазитвердого течения. В случае ньютоновской жидкости реализуется другой режим течения, характеризующийся формированием циркуляционной зоны.

Постановка и метод решения

Математическая постановка задачи о течении неньютоновской несжимаемой жидкости включает уравнения движения и неразрывности, которые в безразмерных переменных записываются в следующем виде:

$$\begin{gathered}
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+B\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+2\frac{\partial B}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial B}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),\\
\mathrm{Re}\left(\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+B\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)+2\frac{\partial B}{\partial y}\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial B}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right),\\
\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0,
\end{gathered}\tag{1}$$

где (u, v) – компоненты вектора скорости в декартовой системе координат (x, y); p – давление; B – эффективная вязкость. В качестве безразмерных масштабов длины, скорости, времени, давления

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта № 12-08-00313а) и в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

используются величины L – ширина входного канала, U – среднерасходная скорость во входном сечении, L/U, $\mu U/L$ соответственно.

Система уравнений (1) замыкается реологическим законом Шведова – Бингама, согласно которому эффективная вязкость B является функцией второго инварианта тензора скоростей деформаций A [5]:

$$B = \frac{\mathrm{Se} + A}{A},$$
$$A = \sqrt{2\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2}. \qquad (2)$$

В постановку задачи вошли два безразмерных критерия подобия число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho UL/\mu$ и безразмерный параметр вязкопластичности $\mathrm{Se} = \tau_0 L/(\mu U)$, где ρ – плотность жидкости; μ – константа реологического закона; τ_0 – предел текучести.

В начальный момент времени жидкость полностью заполняет канал, который представлен на рис. 1. На твердой стенке Γ_1 выполняются условия прилипания. Во входном сечении Γ_2 считается заданным расход, при этом профиль скорости совпадает с профилем, характерным для установившегося течения вязкопластичной жидкости в прямом полубесконечном канале заданной ширины. В выходном сечении Γ_3 задается аналогичный профиль, соответствующий ширине выходного канала. При этом границы Γ_2 и Γ_3 расположены на достаточном удалении от уступа, чтобы избежать влияния последнего на характер течения в окрестностях границ. В силу симметрии задачи выделяется плоскость симметрии Γ_4 с привлечением на ней условий симметрии.

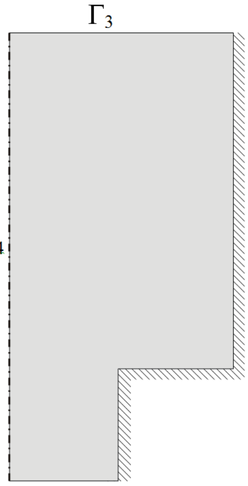

Рис. 1. Область течения

Для решения задачи используется конечно-разностная методика, основанная на алгоритме SIMPLE [6]. Расчетная область покрывается разнесенной сеткой. Разностный аналог уравнения движения строится с использованием экспоненциальной схемы для аппроксимации конвективных и вязких слагаемых. Далее вводятся поправки скорости и давления таким образом, чтобы выполнялся разностный аналог уравнения неразрывности.

В областях малых скоростей деформаций значение эффективной вязкости B резко возрастает. Для обеспечения устойчивого сквозного расчета выражение (2) записывается в модифицированном виде [7]

$$B = \frac{\mathrm{Se} + \sqrt{A^2 + \lambda^2}}{\sqrt{A^2 + \lambda^2}}.$$

Предлагаемая модификация, допуская предельный переход при $\lambda \to 0$ к модели Шведова – Бингама, обеспечивает возможность сквозного расчета течений с наличием квазитвердых ядер или застойных зон. Выбирая величину λ заведомо большей ошибок аппроксимации, но достаточно малой для того, чтобы не исказить характер течения, можно сгладить профили эффективной вязкости в зонах квазитвердого течения и, в то же время, получить решение, близкое к решениям с использованием исходной модели.

В результате проверки аппроксимационной сходимости и оценки точности расчетов была выбрана сетка с шагом 1/25. Для проверки достоверности результатов проведено сравнения размеров циркуляционных зон в случае течения ньютоновской жидкости с данными из работы [8].

Результаты расчетов

Расчеты показали, что при течении неньютоновской жидкости в канале с внезапным расширением с заданным постоянным расходом во входном сечении реализуется установившейся режим. На рис. 2 представлены картины течения в случае ньютоновского (Se = 0) и неньютоновского (Se = 0,5) поведений жидкости. Для первого характерно образование циркуляционной зоны в области уступа, а в окрестностях входной и выходной границ реализуется одномерное течение с профилем скорости, соответствующим течению в полубесконечном канале.

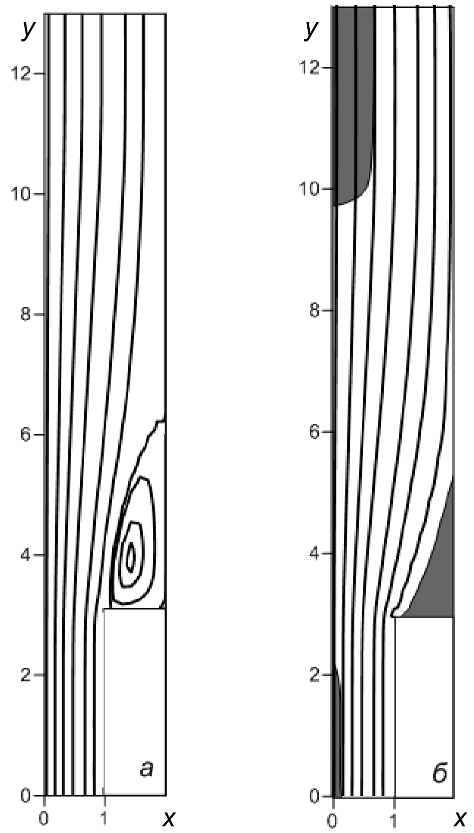

Рис. 2. Распределение линий тока (Re = 25, *а* – Se = 0, *б* – Se = 0,5)

Для жидкости Шведова – Бингама характерным является образование квазитвердых ядер в областях малых скоростей деформаций. В качестве условия выделения зон квазитвердого движения используется неравенство *BA* < Se, которое является безразмерным аналогом условия выделения областей течения с уровнем напряжений, меньшим предела текучести. Из рис. 2, *б* видно, что ядра образуются в окрестностях границ Γ_2 и Γ_3. В области уступа также образуется зона квазитвердого движения, которую можно назвать «застойной», так как движения жидкости в ней не происходит. При этом кинематическая картина имеет аналогичный характер, в окрестности входа и выхода реализуется одномерное течение, а в области уступа формируется переходный участок.

Результаты расчетов, представленные на рис. 3, иллюстрируют влияние числа Рейнольдса Re на форму и положение квазитвердых ядер. Увеличение Re при прочих равных условиях можно трактовать как увеличение конвективных сил относительно вязких, что приводит к вытягиванию вдоль потока застойной зоны и увеличению зоны двумерного течения после уступа. При этом поперечные размеры ядер существенно не меняются.

Влияния параметра вязкопластичности Se на картину течения показано на рис. 4. Видно, что увеличение Se приводит к увеличению поперечных размеров ядер в областях одномерного течения. Размеры застойной области практически не меняются при изменении Se в указанном диапазоне.

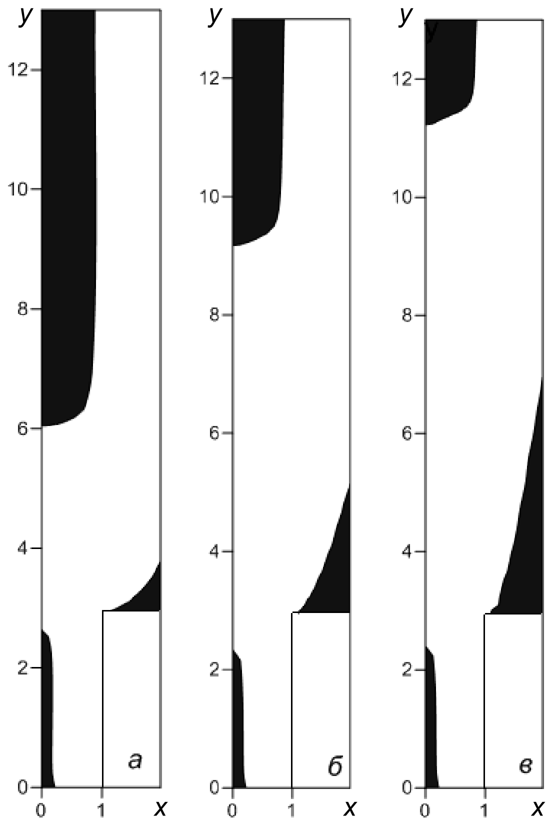

Рис. 3. Структура течения (Se = 0,8, *а* – Re = 1, *б* – Re = 25, *в* – Re = 50)

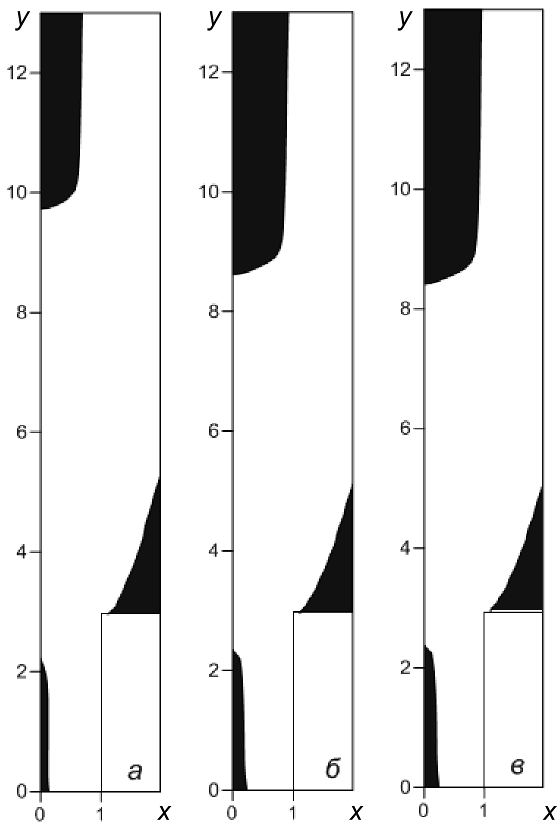

Рис. 4. Структура течения (Re = 25, *а* – Se = 0,5, *б* – Se = 1, *в* – Se = 1,5)

Заключение

В представленной работе разработана и отлажена численная методика расчета течений неньютоновской жидкости с учетом формирования квазитвертых ядер. Проведено исследование задачи о течении жидкости Шведова – Бингама в канале с внезапным расширением. Показано влияние основных параметров процесса течения на картину установившегося течения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Soto H.P., Martins-Costa M.L., Fonseca C., and Frey S. // J. Braz. Soc. Mech. Sci. &Eng. – 2010. – V. 32. – P. 450–460.
2. Joshi S.C., Lam Y.C., Boey F.Y.C., and Tok A.I.Y. // J. Mater. Proc. Technol. – 2002. – V. 120. – P. 215–225.
3. Bohme G. and Broszeit J. // Theor. Comput. Fluid Dyn. – 1997. – V. 9. – P. 65–74.
4. Frigaarda I.A. and Ryanb D.P. // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2005. – V. 123. – P. 67–83.
5. Смольный Б.М., Шульман З.П., Гориславец В.М. Реодинамика и теплообмен нелинейно-вязкопластичных материалов. – Минск: Наука и техника, 1970. – 448 с.
6. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и механики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
7. Frigaard I.A. and Nouar C. // J. Non-Newtonian Fluid Mech. – 2005. – V. 127. – P. 1–26.
8. Drikakis D. // Phys. Fluids. – 1997. – No. 9. – P. 76–87.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
г. Томск, Россия
E-mail: borzenko@ftf.tsu.ru

Поступила в редакцию 10.07.12.

Алексеева Кира Геннадьевна, ассистент;
Борзенко Евгений Иванович, к.ф.-м.н., доцент.