УДК 535.31

В.В. БРЮХАНОВА, Э.Ж. ЭРДЫНИЕВА

ЛИДАРНЫЙ СИГНАЛ ДВУКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИНДИКАТРИСЫ РАССЕЯНИЯ[1]

Предлагается аналитическая модель индикатрисы рассеяния капельного облака. Приводится выражение для мощности лидарного сигнала двукратного рассеяния от однородного облака с использованием предложенной модели индикатрисы рассеяния.

Ключевые слова: *рассеяние света, индикатриса рассеяния, уравнение лазерного зондирования.*

В настоящее время лидарные исследования атмосферных аэрозолей проводятся во многих развитых странах, но проблема интерпретации данных лазерного зондирования полностью не решена, и одна из причин – проблема учета многократного рассеяния. Лидарный сигнал, регистрируемый в момент времени, соответствующий расстоянию r, во многих практически значимых случаях может быть представлен суммой сигналов однократного и двукратного рассеяния [1]:

$$P(r) = P^{(1)}(r) + P^{(2)}(r).$$

Мощность лидарного сигнала однократного рассеяния определяется выражением [2]

$$P^{(1)}(r) = \frac{P_0 A c \tau_{и}}{8\pi r^2}\sigma(r)x(\pi, r)e^{-2\tau(r)}, \tag{1}$$

где P_0 – мощность посылаемого в атмосферу излучения; A – площадь приёмной апертуры лидара; c – скорость света в воздухе; $\tau_{и}$ – длительность импульса излучения лазера; $x(\pi, r)$ – индикатриса обратного рассеяния; $\sigma(r)$ – коэффициент рассеяния; $\tau(r)$ – оптическая толща. Данное уравнение справедливо при зондировании образований малой оптической плотности ($\tau \le 1$) (слабая дымка, например). Мощность лидарного сигнала двукратного рассеяния имеет более сложную зависимость от геометрических и оптических характеристик зондируемой среды:

$$P^{(2)}(r) = \frac{P_0 A c \tau_{и}}{16\pi}\mathrm{e}^{-2\tau(r)}\left[I_1 + I_2\right], \tag{2}$$

$$I_1 = \int\limits_0^{\frac{\theta_0}{2}}\int\limits_0^{r} \frac{\sigma(z)\sigma(z_1)}{R(z,\gamma,r)} x(z,\gamma)x(z_1,\pi-\gamma)\sin\gamma\, dz\, d\gamma, \quad I_2 = \int\limits_{\frac{\theta_0}{2}}^{\pi}\int\limits_{z'(\gamma)}^{r} \frac{\sigma(z)\sigma(z_1)}{R(z,\gamma,r)} x(z,\gamma)x(z_1,\pi-\gamma)\sin\gamma\, dz\, d\gamma,$$

$$R(z,\gamma,r) = r^2 - (2r - z)z\sin^2\frac{\gamma}{2}, \qquad z_1 = z + \frac{r(r-z)\cos\gamma}{r - z\sin^2\frac{\gamma}{2}}, \qquad z'(\gamma) = r\left(1 - \mathrm{tg}\frac{\theta_0}{4}\mathrm{ctg}\frac{\gamma}{2}\right).$$

Чтобы упростить (2), рассмотрим простейший случай стратификации – однородную среду, оптические характеристики которой постоянны в пространстве:

$$\sigma(z) = \sigma(z_1) = \sigma, \qquad x(z,\gamma) = x(z_1,\gamma) = x(\gamma).$$

Это позволит вычислить интегралы по z аналитически. В этом случае интегральные параметры I_1 и I_2 можно записать следующим образом:

$$I_1 = \frac{\sigma^2}{r}\int\limits_0^{\frac{\theta_0}{2}} x(\gamma)x(\pi-\gamma)\gamma\, d\gamma, \qquad I_2 = \frac{\sigma^2\theta_0}{2r}\int\limits_{\frac{\theta_0}{2}}^{\pi} x(\gamma)x(\pi-\gamma)\, d\gamma. \tag{3}$$

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ: ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007–2012 гг.» (ГК № 16.518.11.7048), ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг. (ГК № 14.740.11.1145) и РФФИ (грант № 11–05–01200а).

Таким образом, аналитическое решение уравнения (2) для однородной среды требует аналитической модели индикатрисы рассеяния в диапазоне углов [0,π]. Большинство существующих аналитических моделей индикатрис рассеяния, как правило, близки к реальной зависимости лишь в области малых углов. В [3] предложено выражение для описания полной угловой зависимости рассеянного излучения:

$$x(\gamma)=\frac{a}{\mu^2}\exp\left(-\frac{\gamma}{\mu}\right)+b\cos^{2n}\gamma+c. \quad (4)$$

Первое слагаемое предназначено для описания рассеяния в передней полусфере, второе – в задней полусфере, а c – минимальное значение индикатрисы рассеяния в диапазоне углов [0,π]. Для определения параметров аппроксимации (4) можно использовать условие нормировки, граничные условия, коэффициент асимметрии и минимальное значение индикатрисы рассеяния:

$$a=\mu^2\left(x_0-x_\pi\right),\quad b=x_\pi-x_{\pi/2},\quad c=x_{\min},\quad \mu=\sqrt{\frac{2(\Gamma-1)}{\left(x_0-x_\pi\right)(\Gamma+1)-2(\Gamma-1)}},$$

$$n=\frac{(\Gamma+1)x_\pi-2}{2\left[2-c(\Gamma+1)\right]}.$$

Подставив (4) в выражения для интегральных параметров I_1 и I_2 и учитывая, что $\mu^2\ll 1$, получим

$$I_1=\left(\frac{a(b+c)}{\mu^2}+(b+c)^2\right)\frac{\theta_0^2}{8},$$

$$I_2=\int_{\frac{\theta_0}{2}}^{\pi}\left(\frac{ab}{\mu^2}\exp\left(-\frac{\gamma}{\mu}\right)\cos^{2n}\gamma+\frac{ac}{\mu^2}\exp\left(-\frac{\gamma}{\mu}\right)+b^2\cos^{4n}\gamma+2bc\cos^{2n}\gamma+c^2\right)d\gamma.$$

Для вычисления интегралов, содержащих четную степень cosγ, можно использовать разложение cosγ в ряд:

$$\int\cos^{2n}\gamma d\gamma=\frac{\gamma}{2^{2n}}\left[\prod_{i=1}^{n}(n+i)\right]\frac{1}{n!}+\frac{1}{2^{2n-1}}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(2n)!}{k!(2n-k)!}\frac{\sin\left[(2n-2k)\gamma\right]}{2n-2k}.$$

С учётом этого, выражение (2) для однородной среды можно преобразовать следующим образом:

$$P^{(2)}(r)=\frac{P_0Ac\tau_\text{и}}{8\pi}e^{-2\tau(r)}\frac{\theta_0\sigma^2}{r}\left[I_1+I_2\right], \quad (5)$$

$$I_1=\frac{\theta_0}{4}x(0)x(\pi),\quad I_2=\int_{\frac{\theta_0}{2}}^{\pi}\left(\frac{ac}{\mu^2}\exp\left(-\frac{\gamma}{\mu}\right)+\frac{ab}{\mu^2}S_1+2bcS_2+b^2S_3+c^2\right)d\gamma,$$

где

$$S_1=\left[\prod_{i=1}^{n}(n+i)\right]\frac{1}{n!}\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\gamma}{\mu}}}{2^{2n}\left(-\frac{1}{\mu}\right)}+\frac{\mathrm{e}^{-\frac{\gamma}{\mu}}}{2^{2n-1}}\sum_{k=1}^{n}\frac{(2n)!}{(n-k)!(n+k)!}\frac{2k\sin(2k\gamma)\gamma-\frac{1}{\mu}\cos(2k\gamma)}{\frac{1}{\mu^2}+4k^2},$$

$$S_2=\frac{\gamma}{2^{2n}}\frac{\prod_{i=1}^{n}(n+i)}{n!}+\frac{1}{2^{2n-1}}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{(2n)!\sin\left[(2n-2k)\gamma\right]}{k!(2n-k)!2n-2k},$$

$$S_3=\frac{\gamma}{2^{4n}}\frac{\prod_{i=1}^{2n}(2n+i)}{(2n)!}+\frac{1}{2^{4n-1}}\sum_{k=0}^{2n-1}\frac{(4n)!\sin\left[(4n-2k)\gamma\right]}{k!(4n-k)!4n-2k}.$$

Как видно из (5), параметр I_1, определяемый в области малых углов, не превышающих угол поля зрения приемной системы лидара, обусловлен этим углом и значениями индикатрисы рассеяния в направлении 0° и π. Второй интегральный параметр I_2 определяется в более широком диапазоне углов и имеет гораздо более сложный вид. Очевидно, что мощность лидарного сигнала ДР от оптически плотных аэрозольных сред определяется параметрами аппроксимации (4), зависящими от распределения частиц облака по размерам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Креков Г.М., Кавкянов С.И., Крекова М.М. Интерпретация сигналов оптического зондирования атмосферы. – Новосибирск: Наука, 1987. – 173 с
2. Зуев В.Е., Кауль Б.В., Самохвалов И.В. и др. Лазерное зондирование индустриальных аэрозолей. – Новосибирск: Наука, 1986. – 185 с.
3. Брюханова В.В., Самохвалов И.В. // II Междунар. школа молодых ученых и специалистов «Физика окружающей среды», 2000. – Томск, 2000. – С. 24.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
г. Томск, Россия
E-mail: leo@elefot.tsu.ru; linawega@mail.ru

Поступила в редакцию 20.07.12.

Брюханова Валентина Владимировна, ст. преподаватель;
Эрдыниева Эмилия Жаргаловна, студентка.