

УДК 537.621; 004.942

Учебный компьютерный эксперимент «изучение термоэлектронной эмиссии»

Константин Александрович Бондарчук,
Александр Михайлович Толстик

Томский государственный университет; e-mail: tolstik@phys.tsu.ru

В работе описывается созданный авторами учебный компьютерный эксперимент по изучению термоэлектронной эмиссии. Рассматривается модель вылета термоэлектронов с поверхности металла, создание объёмного заряда и влияние вылетевших электронов на электрическое поле в межэлектродном промежутке. Описывается применение компьютерного эксперимента для создания нескольких студенческих лабораторных работ.

Ключевые слова: компьютерный эксперимент, термоэлектронная эмиссия, диод, катод, метод Монте-Карло, пространственный заряд, потенциал, лабораторная работа.

Введение

В работе [1] рассматривалось несколько учебных компьютерных экспериментов по изучению эмиссии электронов, в частности, термоэлектронной эмиссии. Вылёт термоэлектронов с катода осуществлялся при помощи метода Монте-Карло, вероятность вылета определялась по формуле Ричардсона, а задерживающее поле для вылетевших электронов моделировалось введением дополнительного внешнего поля, заставляющего вылетевшие из катода электроны преодолевать его. Даже в такой простой модели виртуальная система вела себя вполне адекватно, и в ней выполнялись основные законы термоэлектронной эмиссии: вылетевшие электроны формировали электронное облако, имели примерно максвелловское распределение по скоростям, выполнялся закон Богуславского-Ленгмюра при небольших и наличие насыщения при больших напряжениях. В настоящей работе явление термоэлектронной эмиссии рассматривается в более последовательной и сложной модели, что позволяет определить дополнительные характеристики вакуумной лампы, в том числе пространственную зависимость концентрации электронов, потенциала и напряжённости поля в межэлектродном промежутке.

Законы термоэлектронной эмиссии

Явление термоэлектронной эмиссии достаточно хорошо изучено и изложено в большом числе книг, например, в [2]. Термоэлектронная эмиссия – это процесс испускания электронов нагретыми металлами. Внутри металлов свободные электроны

распределены по энергиям согласно распределению Ферми-Дирака $n(E) = 1 / (\exp((E - E_F) / kT) + 1)$, где $n(E)$ – среднее число заполнения состояния с энергией E , T – абсолютная температура, k – постоянная Больцмана, а E_F – химический потенциал электронного газа или энергия Ферми. График этой зависимости изображён на рис. 1 для двух температур: более низкой (сплошная кривая) и более высокой (пунктирная кривая).

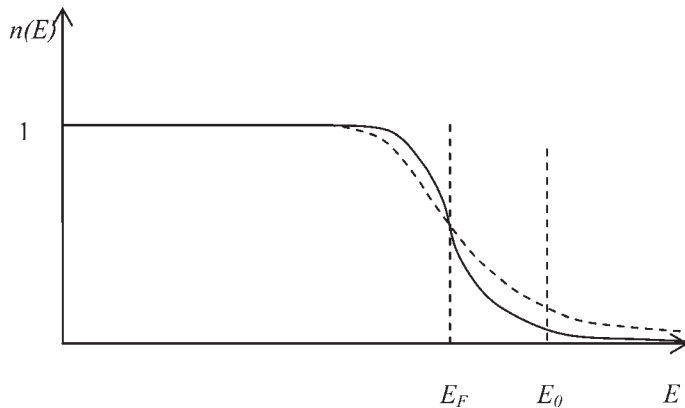


Рисунок 1.

Пусть минимальная энергия, которую должен иметь электрон для вылета из металла вблизи его поверхности, равна $E_0 > E_F$. Вычисляя с помощью распределения Ферми число вылетевших электронов, получим формулу Ричардсона-Дешмана для плотности тока насыщения:

$$j = eN = e \frac{4\pi k^2 m}{h^3} T^2 \exp\left(-\frac{E_0 - E_F}{kT}\right) = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}},$$

где $A = E_0 - E_F$ – работа выхода электрона из металла.

Вблизи катода из вылетевших электронов формируется отрицательный объёмный заряд («электронное облако»), который, в свою очередь, воздействует на вылетевшие электроны. Под действием этой силы большинство электронов стремятся вернуться назад в металл, однако наиболее быстрые частицы всё же долетают до анода, что обуславливает небольшой ток при нулевом напряжении. Если разность потенциалов между катодом и анодом U отрицательна, то внешнее поле также стремится вернуть электроны на катод, и анодный ток ещё уменьшается.

При положительных значениях напряжения вдали от насыщения основную роль в процессах внутри диода также играет пространственный электронный заряд. Применяя уравнение Пуассона, считая, что напряжённость электрического поля у

катода равна нулю, и пренебрегая скоростями вылета электронов по сравнению со скоростями, приобретаемыми ими в поле, можно получить закон Болуславского-Ленгмюра $I = C \cdot U^2$. При этом потенциал внутри диода меняется по закону $\varphi \sim x^{4/3}$, напряжённость поля – по закону $E = -\varphi' \sim -x^{1/3}$, а концентрация электронов – $n \sim x^{-2/3}$.

Вследствие того, что скорости вылета электронов всё же отличны от нуля, на некотором расстоянии от катода потенциал имеет локальный минимум, так что все электроны, расположенные близко к катоду, будут стремиться вернуться на него, а расположенные дальше точки минимума будут устремляться на анод. В этом случае в законе Богуславского-Ленгмюра под U понимается разность потенциалов между точкой минимума и анодом.

Описание модели

В модели, принятой в данной работе, электроды представляют собой пару плоскопараллельных пластин. Это позволяет упростить задачу, считая все электрические характеристики зависящими только от одной координаты.

При создании нового электрона у поверхности катода ему необходимо указывать координаты и проекции скорости. Координата по оси ОХ (эта ось направлена от катода к аноду) одинакова для всех электронов и равна координате катода, а координата по оси ОУ является случайной. В данной модели проекцию V_y можно считать равной нулю и хаотическое движение вдоль этой оси не рассматривать, поскольку оно не влияет на анодный ток.

Для задания начальной проекции скорости v_x используется метод Монте-Карло. Для этого генерируется тройка случайных чисел (e, N, l) . Первое из этих чисел задаёт энергию электрона, летящего по нормали к границе катода, оно находится в интервале от минимальной энергии E_0 до такой энергии, при которой число заполнения состояния становится исчезающе малым (например, в 100 раз меньшим, чем при E_0). Второе число N берётся из промежутка от нуля до значения функции Ферми $n(E_0, T_{max})$, где T_{max} – наибольшая температура в компьютерном эксперименте. Чтобы произошёл вылет электрона, необходимо выполнение условия $N < n(e, T)$, где e – сгенерированное ранее случайное значение энергии, а T – температура в данном эксперименте. Число l – случайное расстояние от электрона до границы металл-вакуум, оно выбирается в диапазоне от нуля до того предела, от которого за секунду до границы доберутся самые быстрые электроны. Для осуществления вылета электрона это случайное число должно быть меньше того расстояния, которое за секунду пройдёт электрон с заданной случайной энергией e .

Можно для заданной температуры определить вероятность вылета электронов

за единицу времени. Например, для температуры 1900 К эта вероятность близка к 0,2, т.е. вылетит из катода примерно каждый пятый сгенерированный электрон.

Поверхность вольфрамового катода площадью в 1 см^2 при температуре 1900К за одну секунду эмитирует порядка 10^{15} электронов. При этом скорости, которые электроны развивают в лампе, достигают 10^7 метров в секунду. Поэтому моделировать поведение электронов в режиме реального времени, а также представлять электроны в виде точечных частиц, имеющих элементарный заряд, невозможно, так как это превышает любые мыслимые аппаратные возможности. Поэтому будем рассматривать «укрупненные» частицы и введём другой масштаб времени. Виртуальная частица имеет заряд порядка 25000 элементарных, а временной масштаб изменён почти в 10^9 раз.

Для расчёта поля в межэлектродном промежутке трудно представлять эти «электроны» в виде точечных частиц. Это связано с тем, что при этом будут возникать сильные флуктуации, учёт взаимодействия большого частиц по закону обратных квадратов требует всё ещё чрезмерных аппаратных ресурсов, при этом вследствие конечности временного шага будет часто происходить сближение частиц на слишком малые расстояния с последующим сильным отталкиванием и разлётом. Поэтому используем метод электронного листа (например, [3]), «размазывая» виртуальную частицу по плоскости, перпендикулярной оси ОХ. Тем самым достаточно сложную задачу о взаимодействии большого числа точечных зарядов сведём к значительно более простой самосогласованной задаче о поле, создаваемом заряженными листами, и движении самих частиц-листов в этом поле. Таким образом, взаимодействие частиц рассматривается в духе восходящей к Ван-дер-Ваальсу идеи среднего поля: каждая заряженная частица-плоскость участвует в создании среднего самосогласованного поля, которое, в свою очередь, действует на каждую частицу.

Рассмотрим способ учёта воздействия этих квазиэлектронов на электрическое поле. На рис. 2 пунктиром изображена заряженная плоскость, имитирующая

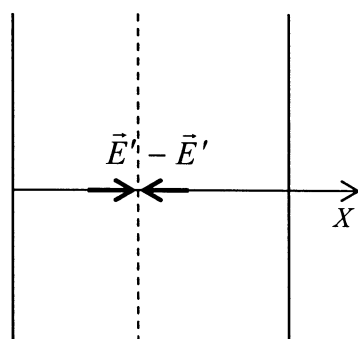


Рисунок 2.

«электрон». Если заряд квазиэлектрона равен q , то созданное им поле равно по модулю $E' = \frac{q}{2\epsilon_0 S}$. Следовательно, при переходе через эту плоскость напряжённость поля изменяется на удвоенную величину, т.е. $E_2 - E_1 = 2E'$, где E_1 – напряжённость поля слева, а E_2 – справа от плоскости. Результирующее поле в произвольной точке на пути движения любого электрона складывается из однородного поля, создаваемого электродами, и суммарного поля плоскостей-электронов, находящихся в межэлектродном промежутке.

Результаты работы

Для движения «укрупнённых» частиц применяется динамический метод моделирования. Численно решается уравнение 2-го закона Ньютона: для малого временного шага по известной в данной точке напряжённости поля вычисляются приращения координаты и скорости каждой движущейся частицы. При этом напряжённость поля также переисчисляется на каждом шаге. На экране монитора каждая частица перерисовывается после очередного шага в новой точке, таким образом изображается их движение. При расчёте полей частицы представляются заряженными плоскостями, а на экране они изображаются точками.

Программа создана на языке C++. Главное окно программы изображено на рис. 3. В верхнем левом углу находится меню, позволяющее изменять настройки программы и производить различные измерения. В центральной части находится главное окно для визуализации модели, ниже находится окно для вывода текстовой и графической информации о результате проведённых измерений. Справа находится панель настроек для изменения основных характеристик лампы: потенциала на электродах и температуры катода.

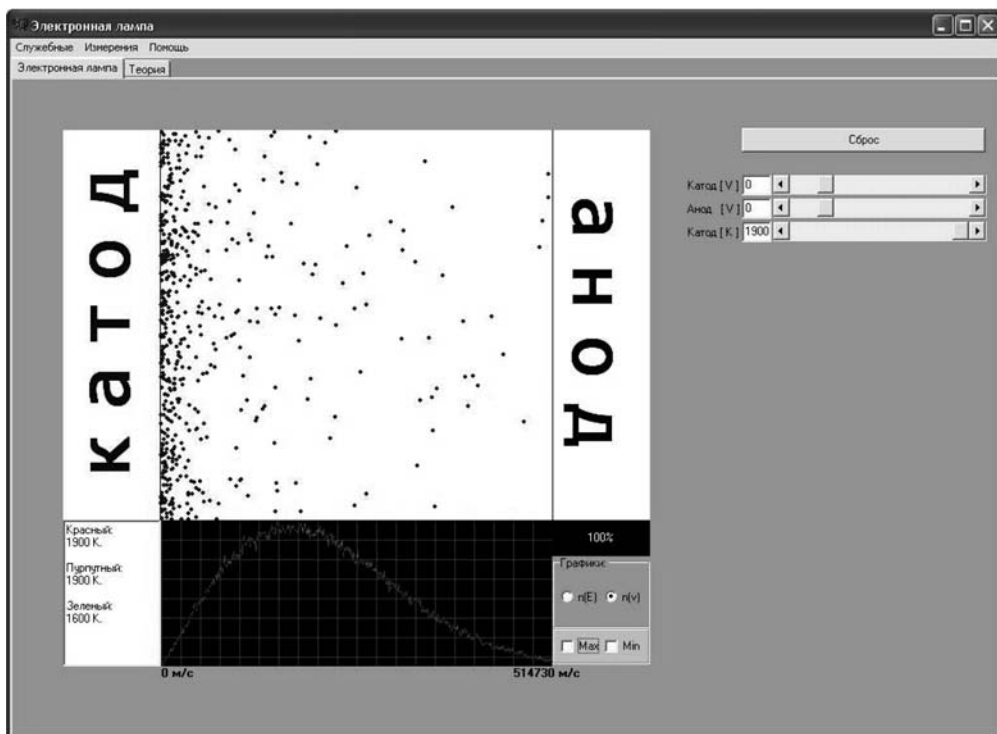


Рисунок 3.

Программа позволяет определять различные характеристики вакуумного диода. На рис. 4 приводятся изображённые в демонстрационном окне графики зависимости концентрации электронов от их энергии для разных температур, построенные на основании 10 миллионов сгенерированных электронов.

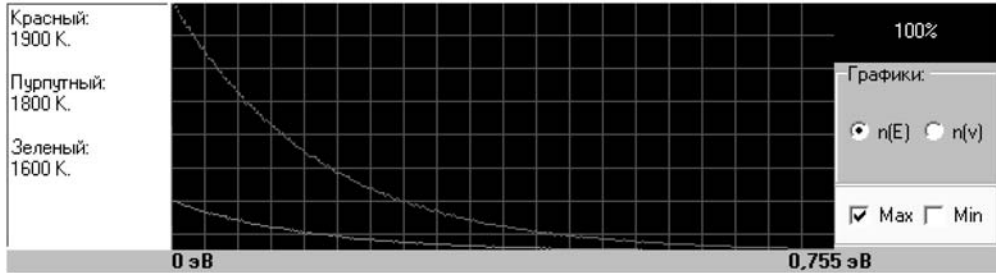


Рисунок 4.

На рис. 5 и 6 изображена зависимость потенциала объёмного заряда от координаты внутри межэлектродного промежутка, на полученном в ходе компьютерного эксперимента графике видно, что на некотором расстоянии от катода находится минимум потенциала. Это означает, что на малых расстояниях от катода электроны тормозятся полем, причём медленные электроны возвращаются назад на катод. На больших расстояниях от катода электроны, напротив, дополнительно ускоряются полем, действующим на них со стороны объёмного заряда, и летят в сторону анода.

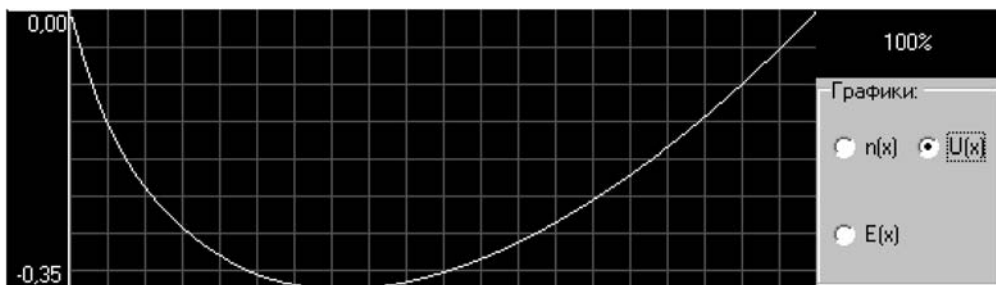


Рисунок 5.

Программа позволяет найти зависимости от координаты концентрации электронов, напряжённости поля и потенциала (рис. 6). Видно, что вблизи точки минимума потенциала имеет место локальный максимум концентрации электронов.

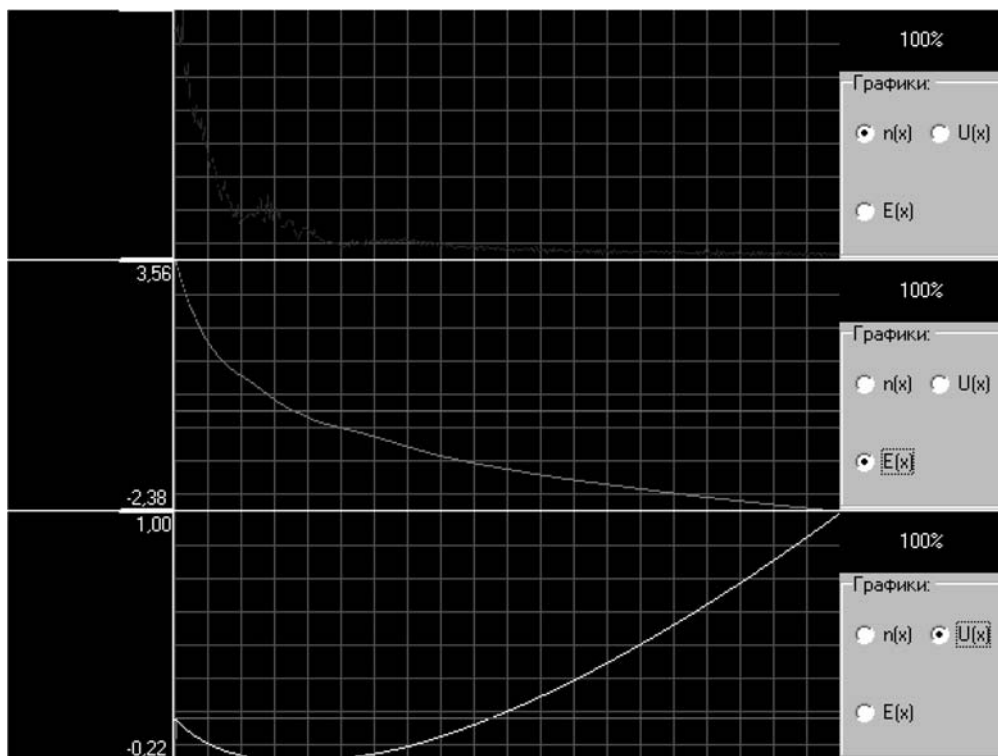


Рисунок 6.

Программа также позволяет снять зависимость тока от напряжения между катодом и анодом или катодом и сеткой, т.е. вольтамперные характеристики. Перед началом измерения нужно выбрать параметры эксперимента, в том числе можно ввести одну или несколько сеток. На рис. 7 изображена зависимость анодного тока от напряжения между катодом и сеткой для триода. Линейная зависимость наблюдалась при напряжении на сетке -0.7 В до 2.9 В.

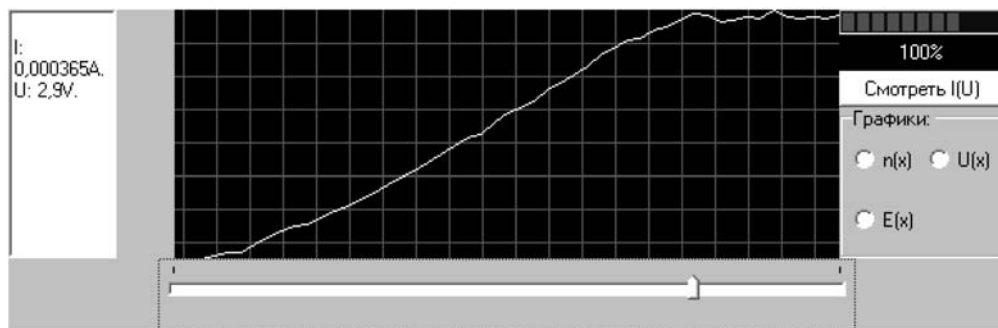


Рисунок 7.

Для проверки достоверности полученной модели было выполнено несколько лабораторных работ по изучению электровакуумного диода: определение работы выхода, проверка закона Богуславского-Ленгмюра, построение вольтамперных характеристик.

Заключение

Программа предоставляет пользователю картину процессов, протекающих в лампе, позволяет менять её характеристики, в том числе добавлять и убирать электроды, изменять потенциал на каждом из электродов, температуру катода. Все полученные данные хорошо согласуются с экспериментом, что позволяет сделать вывод о достоверности результатов компьютерных экспериментов. Компьютерный эксперимент может применяться как для демонстрации в процессе изучения физических процессов, происходящих внутри вакуумной лампы, так и для выполнения лабораторных работ.

Литература

1. *А.М. Толстик, А.М. Оловянишникова.* Изучение эмиссии электронов в компьютерном лабораторном практикуме / Физическое образование в вузах. – 2001. – т. 7. – №2. – С. 114 – 118.
2. *Э.Ф. Чевфи.* Теория электронных ламп. – М.: Связьтехиздат. – 1937. – 576 с.
3. *А.С. Рошаль.* Моделирование заряженных пучков. М.: Атомиздат, 1979.