

* *
*

УДК 621.373

С.С. НОВИКОВ, А.А. УСЮКЕВИЧ

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СИНХРОННЫХ РЕЖИМОВ В СИСТЕМЕ ДВУХ СВЯЗАННЫХ СВЧ-АВТОГЕНЕРАТОРОВ

Представлено теоретическое исследование локальной устойчивости синхронных колебаний системы двух связанных автогенераторов. Получены условия устойчивости для случая сильных частотных свойств параметра связи, сформулирован критерий разрушения когерентности. Приведены примеры реальных цепей, обладающих резонансными свойствами параметра связи, приводящими к неустойчивости синхронных режимов.

Ключевые слова: синхронные колебания, локальная устойчивость, характеристическое уравнение, цепь связи, резонанс параметра связи, динамический хаос.

Введение

Явление взаимной синхронизации многих автогенераторов является классическим вопросом теории колебаний и нелинейной динамики. На практике объединение генерирующих подсистем в синхронном режиме позволяет создавать источники повышенной мощности за счёт сложения мощностей в общей нагрузке, осуществлять пространственное формирование излучения и управление диаграммой направленности, стабилизировать частоту генерации мощного источника более слабым генератором. Естественно, что при анализе таких систем основной задачей является исследование устойчивости синхронного режима в пространстве активных и пассивных параметров.

Характеристики режимов синхронных колебания в системе связанных автогенераторов с близкими частотами определяются в первую очередь параметрами взаимной связи. Наиболее предпочтительными с точки зрения стабильности синхронизма являются резистивные связи, задающие также вид устойчивых колебаний. При создании систем связанных СВЧ-автогенераторов получение чисто резистивных связей в полосе частот представляет известную сложность; частотная зависимость параметров цепей взаимной связи может сопровождаться на практике нестабильностью частоты и гистерезисными явлениями. Наконец, реальные цепи связи в некоторой частотной области могут обладать сильными резонансными свойствами параметра связи, сопоставимыми с резонансными свойствами собственных колебательных систем автогенераторов. Экспериментальные исследования простейшей когерентной системы двух автогенераторов СВЧ-диапазона с сильными резонансными связями позволили обнаружить явление разрушения когерентности и перехода в режим развитого динамического хаоса [1, 2]. Существенно при этом, что, во-первых, в автономном режиме в широком диапазоне изменения параметров (питающих напряжений, рассогласования нагрузки и т.д.) каждый из автогенераторов демонстрирует стабильные одночастотные колебания и, во-вторых, собственные частоты автогенераторов могут быть абсолютно одинаковыми. Изучение эволюционных и бифуркационных преобразований спектральных характеристик процесса в плоскости параметров указывает на сложную динамику колебательных переменных и, в первую очередь, на быструю «случайную» перестройку фаз колебаний автогенераторов.

В связи с этим представляет интерес исследование устойчивости синхронных режимов при условии сильной резонансной зависимости параметра взаимной связи автогенераторов. В работе ставится задача получения критерия перехода системы двух автогенераторов от режима синхронных колебаний в режим динамического хаоса.

Система двух связанных автогенераторов

В работе [3] проведено исследование локальной устойчивости синхронных колебаний системы двух связанных автогенераторов с учетом частотных свойств параметра связи и получены аналитические условия устойчивости. Эти условия имеют достаточно общий вид и не соотносятся с

характерными движениями фазовых переменных. По этой причине указанные условия не удается непосредственно применить для анализа механизма потери устойчивости.

Рассмотрим систему двух автогенераторов (рис. 1). Автогенераторы представлены колебательными контурами L_k, C_k ($k=1,2$) и усредненными по первой гармонике отрицательными проводимостями $-G_k(U_k)$, и связаны друг с другом через взаимный четырехполюсник Y , который содержит общую нагрузку или другие диссипативные элементы. Идеальные трансформаторы с

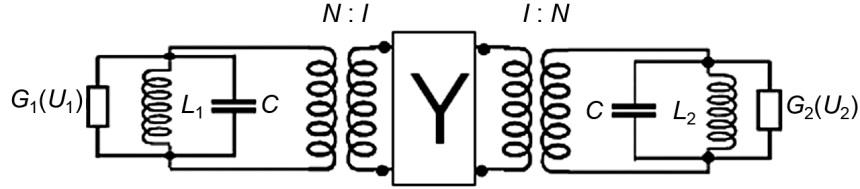


Рис. 1. Система двух взаимосвязанных автогенераторов

коэффициентами N_k отражают наличие в автогенераторах цепей согласования. Укороченные дифференциальные уравнения системы для синхронных колебаний с частотой ω_0 , близкой к резонансным частотам контуров, относительно медленно меняющихся комплексных амплитуд $\bar{U}_k(t) = U_k(t) \exp(j\varphi_k(t))$ имеют вид

$$\left\{ -G_k(u_k) + jC_k \Delta\omega_k + 2C_k p + \left[g_0 - (y_{12}(\omega_0) + C_{12}p) \exp(j(-1)^{k+1}\theta) \right] \right\} \bar{U}_k + (y_{12}(\omega_0) + C_{12}p) \bar{U}_l = 0, \quad (1)$$

где $p = d/dt$; $\Delta\omega_k = (\omega_0^2 - \omega_k^2)/\omega_0$ – частотная расстройка колебательных контуров автогенераторов относительно синхронной частоты ω_0 . С целью упрощения принято $N_1 = N_2 = 1$. Комплексные параметры проводимостей четырехполюсника взаимной связи автогенераторов в достаточно общем виде определены в [3]:

$$y_{kk} = g_0 - y_{12} \exp(j(-1)^{k+1}\theta), \quad y_{12} = y_{21} = -g \exp(j\alpha), \quad g > 0. \quad (2)$$

Здесь θ – параметр электрической несимметрии четырёхполюсника; параметр g описывает величину взаимной связи, а α – ее фазовые свойства; g_0 – волновая проводимость канала связи (смысл параметров иллюстрируется приведенным ниже примером). Случай $\alpha = 0$, $y_{12} = -g < 0$ соответствует резистивной взаимной связи 1-го типа; $\alpha = \pi$, $y_{12} = g > 0$ – резистивной взаимной связи 2-го типа.

При построении модели (1) проводимость связи $y_{12}(\omega)$ для области резонанса задается приближенным выражением

$$y_{12}(\omega) \approx y_{12}(\omega_0) + jC_{12}(\omega - \omega_0),$$

где частотные свойства связи описываются параметром

$$C_{12} = \left[d(\operatorname{Im} y_{12}(\omega)) / d\omega \right]_{\omega_0}. \quad (3)$$

Подобное упрощение оправданно, если временем переходных процессов в канале связи можно пренебречь.

Анализ (1) при $p = 0$ показывает, что в случае одинаковых, не расстроенных по частоте автогенераторов и при резистивных связях существует два равноамплитудных ($U_{10} = U_{20} = U_0$) стационарных решения с разностями фаз $\Delta\varphi_0 = \varphi_2 - \varphi_1 = \theta$ и $\Delta\varphi_0 = \pi - \theta$; для симметричной системы ($\theta = 0$) данные режимы соответствуют синфазным и противофазным колебаниям. Решения остаются равноамплитудными также для ненулевой расстройки автогенераторов $\omega_1 \neq \omega_2$.

Локальная устойчивость синхронных колебаний системы связанных автогенераторов

Исследование локальной устойчивости имеет стандартную процедуру. Сначала записывается линеаризованный вариант уравнений движения (1) для малых вариаций амплитуд $U_k = U_{k0} + \delta u_k'$ и фаз $\varphi_k = \varphi_{k0} + \delta \varphi_k'$ относительно их стационарных значений U_{k0} и φ_{k0} . Подстановка в эти уравнения решений вида $\delta u_k' = \delta u_k \exp(\lambda t)$ и $\delta \varphi_k' = \delta \varphi_k \exp(\lambda t)$ дает систему линейных однородных алгебраических уравнений относительно малых начальных возмущений δu_k и $\delta \varphi_k$:

$$[A, \lambda] \begin{bmatrix} \delta u_k \\ \delta \varphi_k \end{bmatrix} = 0, \quad (4)$$

где $[A, \lambda]$ – матрица четвёртого порядка, составленная из коэффициентов алгебраических уравнений. Корни характеристического уравнения $\det[A, \lambda] = 0$ формируют условия локальной устойчивости $\text{Re} \lambda_m < 0$.

С целью получения аналитической формы условий устойчивости будем ограничиваться здесь равноамплитудными решениями. В случае слабых частотных свойств ($C_{12} \ll C_k$) полагаем в (1) $C_{12} = 0$, и для симметричной системы ($\theta = 0$) и резистивной связи 2-го типа ($\alpha = \pi$, $y_{12} = g > 0$) вариационные уравнения принимают вид

$$\begin{bmatrix} -\sigma - g \cos \Delta \varphi_0 + 2C\lambda & g \cos \Delta \varphi_0 & U_0 g \sin \Delta \varphi_0 & -U_0 g \sin \Delta \varphi_0 \\ g \cos \Delta \varphi_0 & -\sigma - g \cos \Delta \varphi_0 + 2C\lambda & U_0 g \sin \Delta \varphi_0 & -U_0 g \sin \Delta \varphi_0 \\ -g \sin \Delta \varphi_0 & g \sin \Delta \varphi_0 & U_0(-g \cos \Delta \varphi_0 + 2C\lambda) & U_0 g \cos \Delta \varphi_0 \\ -g \sin \Delta \varphi_0 & g \sin \Delta \varphi_0 & U_0 g \cos \Delta \varphi_0 & U_0(-g \cos \Delta \varphi_0 + 2C\lambda) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta u_1 \\ \delta u_2 \\ \delta \varphi_1 \\ \delta \varphi_2 \end{bmatrix} = 0.$$

Здесь $U_{10} = U_{20} = U_0$; $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ – прочность предельного цикла; $C = C_1 = C_2$.

Очевидно, что собственным вектором является $\delta u_1 = \delta u_2, \delta \varphi_k = 0$. Ему соответствует корень

$$2C\lambda_1 = \sigma. \quad (5)$$

Как видим, при одинаковых возмущениях амплитуд генераторов поведение системы подобно поведению отдельного генератора и соответствует условию амплитудной устойчивости $\sigma = (dG(U)/dU)|_{U_0} < 0$. Данное условие считаем выполненным безусловно. Еще одним собственным вектором является $\delta u_k = 0, \delta \varphi_1 = \delta \varphi_2 \neq 0$. Ему соответствует корень

$$2C\lambda_2 = 0, \quad (6)$$

указывающий на неопределённости начальной фазы системы.

Следующий собственный вектор: $\delta u_1 = \delta u_2 = \delta u \neq 0$, $\delta \varphi_1 = -\delta \varphi_2 \neq 0$. Синхронный режим здесь тестируется на противоположные возмущения фаз, то есть в направлении возможного выхода из синхронизма:

$$2C\lambda_3 = 2g \cos \Delta \varphi_0. \quad (7)$$

При $\delta u_1 = -\delta u_2 \neq 0, \delta \varphi_1 = \delta \varphi_2 \neq 0$ система тестируется на встречное возмущение амплитуд. Характеристика данного локального движения

$$2C\lambda_4 = \sigma + 2g \cos \Delta \varphi_0 \quad (8)$$

определяется взаимодействием генераторов и механизмом амплитудной устойчивости.

Таким образом, что при резистивном взаимодействии второго типа устойчивыми ($\lambda_3 < 0$) являются противофазные и близкие к ним колебания: $\pi/2 \leq \Delta \varphi_0 \leq 3\pi/2$. Для резистивной связи первого типа знак перед g в (7) и (8) противоположен, что обуславливает устойчивость синфазных и близких к ним колебаний: $-\pi/2 \leq \Delta \varphi_0 \leq \pi/2$.

Условия устойчивости синхронных колебаний при сильных частотных свойствах параметра связи

Рассмотрим более подробно случай сильных частотных свойств параметра связи. Для синфазного режима ($\Delta\varphi_0 = 0$) симметричной системы ($\theta = 0$) не расстроенных по частоте автогенераторов с резистивной связью 1-го типа ($\alpha = 0$, $y_{12} = -g < 0$) вариационные уравнения имеют вид

$$\begin{bmatrix} -\sigma_1 + g + \lambda(2C_1 - C_{12}) & -g + \lambda C_{12} & 0 & 0 \\ -g + \lambda C_{12} & -\sigma_1 + g + \lambda(2C_1 - C_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g + \lambda(2C - C_{12}) & -g + \lambda C_{12} \\ 0 & 0 & -g + \lambda C_{12} & g + \lambda(2C - C_{12}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta u_1 \\ \delta u_2 \\ \delta \varphi_1 \\ \delta \varphi_2 \end{bmatrix} = 0.$$

Корни характеристического уравнения находятся тем же способом. Первые два корня совпадают с (5) и (6). Остальные характеристики равны

$$2\lambda_3(C - C_{12}) = -2g, \quad 2\lambda_4(C - C_{12}) = \sigma - 2g. \quad (9)$$

При $C_{12} < C$ корни (9) для данного типа связи отрицательные, и синфазные колебания устойчивы. Условие сильных частотных свойств связи логично определить неравенством

$$C_{12} > C. \quad (10)$$

Знак параметра C_{12} , в соответствии с определением (3), задается наклоном фазочастотной характеристики параметра связи y_{12} , то есть типом резонанса. Вариант $C_{12} < 0$ эквивалентен случаю связи автогенераторов через параллельный колебательный контур; при этом, как следует из (9), $\lambda_{3,4} < 0$, то есть устойчивость синфазных колебаний сохраняется. Случаю последовательного резонанса соответствует $C_{12} > 0$; именно для данного типа резонанса при выполнении (10) устойчивость утрачивается.

Таким образом, неравенство (10) является условием неустойчивости синфазного синхронного режима. Если при этом имеются какие-либо другие устойчивые синхронные решения-режимы (например, для многочастотной модели автогенераторов), то система самопроизвольно может выходить на один из них. Если же таких режимов нет, то синхронный режим невозможен, и можно говорить о разрушении когерентности. Колебательный режим такой системы будет отличаться сложной хаотической динамикой фаз колебаний генерирующих подсистем. Неравенство (10) в этом смысле является критерием перехода симметричной системы двух автогенераторов в режим динамического хаоса.

Для дуального варианта – противофазного режима ($\Delta\varphi_0 = \pi$) в антисимметричной системе ($\theta = \pi$) с резистивной связью 2-го типа ($\alpha = 0$, $y_{12} = -g < 0$) корни типа (9) имеют противоположный знак перед C_{12} , так что критерий перехода к хаотической динамике определяется неравенством

$$-C_{12} > C. \quad (10a)$$

Для режима противофазных колебаний ($\Delta\varphi_0 = \pi$) симметричной системы ($\theta = 0$) параметр C_{12} входит в другие корни характеристического уравнения:

$$2\lambda_1(C - C_{12}) = \sigma, \quad 2\lambda_2(C - C_{12}) = 0. \quad (11)$$

Данный вариант характеризуется условием, совпадающим с (10).

Цепи связи с резонансными свойствами

Для дальнейшего обсуждения критериев (10), (10a), (11) необходимо провести оценку реальных значений параметра C_{12} . В каждом конкретном случае частотные характеристики цепи взаимной связи могут быть вычислены. Однако полезно представить резонансные свойства цепи связи в рамках максимального обобщения, рассматривая конкретные схемные варианты как иллюстрации указанных свойств. Для обобщенного описания пассивного четырехполюсника связи Y целесообразно воспользоваться введенной в [4] связью волновых параметров рассеяния:

$$S_{11} = -S_{12}e^{j\theta}, \quad S_{22} = -S_{12}e^{-j\theta}, \quad S_{12} = S_{21} = s \exp(-j\alpha_s). \quad (12)$$

Выражения (12) являются условиями согласования общей нагрузки (нагрузок) и выполняются для всех возможных трехдецибелных делителей-сумматоров. В [3, 4] показано, что s изменяется в пределах (0–0,5); при этом верхний предел может быть ниже за счет дополнительных, кроме общей нагрузки, диссипативных потерь. Искомая проводимость y_{12} , описывающая частотные свойства связи динамической модели (1), выражается через волновые коэффициенты (12) следующим образом:

$$\frac{y_{12}}{g_0} = \frac{-2s}{(\cos \alpha_s - 2s \cos \theta) + j \sin \alpha_s}. \quad (13)$$

Как уже сказано, оптимальными с точки зрения устойчивости синхронных режимов являются чисто резистивные связи, когда проводимость y_{12} является действительной отрицательной или положительной величиной. При $\alpha_s = 2n\pi$ ($n=1,2,\dots$) имеем первый тип связи $y_{12} < 0$, обеспечивающий устойчивость синфазных колебаний. При $\alpha_s = (2n+1)\pi$ имеем второй тип связи $y_{12} > 0$, при котором устойчивы противофазные колебания.

На рис. 2, а представлен пример простейшей цепи связи, дающей сильные резонансные свойства. Автогенераторы соединяются с общей нагрузкой y_H отрезками линии передачи с электрическими длинами θ_1, θ_2 и с волновой проводимостью g_0 . Для согласованной нагрузки $y_H = 2g_0$ схема точно описывается выражением (13), при этом $\alpha_s = \theta_\Sigma = \theta_1 + \theta_2$, $\theta = \theta_2 - \theta_1$, а $s = 0,5$ соответствует отсутствию погонных потерь в отрезках линии передачи. Зависимости (13) от α_s (рис. 2, б) в узкой области вблизи $\alpha_s = 4\pi$, где $\text{Re } y_{12} < 0$, имеют резонансный вид и характеризуются $C_{12} > 0$. Уменьшение величины s (кривые 2) или введение несимметрии $\theta \neq 0$ (кривые 3) приводят к расширению резонансной области и уменьшению параметра C_{12} . Для антисимметричной схемы ($\theta = \pi$) резонанс также имеет место, но расположен в области вокруг $\alpha_s = 5\pi$, где $\text{Re } y_{12} > 0$ (кривые 4). Обратим внимание, что для данного варианта $C_{12} < 0$, так что критерий (10а) совпадает с (10). Введение «несимметрии» в антисимметричную схему (кривые 5) также приводит к расширению резонансной области и уменьшению $|C_{12}|$. На рис. 3, б представлены час-

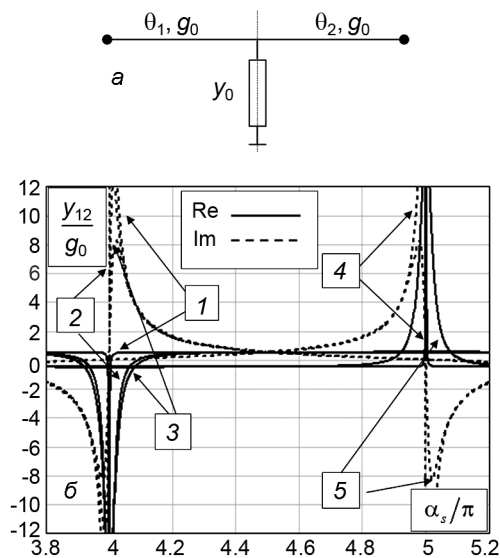


Рис. 2. Резонансная цепь связи с одной нагрузкой (а). Резонансные свойства y_{12}/g_0 : кр. 1 – $s = 0,4999$, $\theta = 0$; кр. 2 – $s = 0,48$, $\theta = 0$; кр. 3 – $s = 0,4999$, $\theta = \pi/10$; кр. 4 – $s = 0,4999$, $\theta = \pi$; кр. 5 – $s = 0,4999$, $\theta = \pi - \pi/10$ (б)

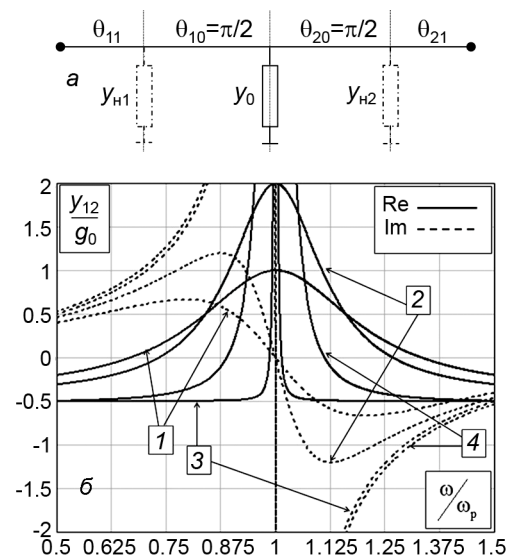


Рис. 3. Резонансная цепь связи с тремя нагрузками (а). Резонансные свойства y_{12}/g_0 цепи с тремя нагрузками: кр. 1 – $y_0 = 1$, $\theta = 0$; кр. 2 – $y_0 = 0,5$, $\theta = 0$; кр. 3 – $y_0 = 0$, $\theta = 0$; кр. 4 – $y_0 = 0$, $\theta = \pi/5$ (б)

тотные характеристики проводимости связи y_{12} схемы с тремя нагрузками (рис. 3, а), где ω_p – «резонансная» частота, для которой $\theta_{10} = \theta_{20} = \pi/2$, $\theta_\Sigma = \theta_{10} + \theta_{20} + \theta_{11} + \theta_{21} = (2n+1)\pi$. При $\theta_{21} = \theta_{11}$ данная схема является комбинацией двух антисимметричных цепей типа рис. 2, а и для $y_{n1} = y_{n2} = g_0$ характеризуется $\theta = \pi$; для нее также справедливы соотношения (12) и выражение (13). Регулировка резонансных свойств связи осуществляется изменением проводимости центральной нагрузки y_0 , что эквивалентно изменению параметра $s \leq 0,5$. Уменьшение y_0 (рис. 3, б) приводит к сужению области резонанса $y_{12} > 0$ и к увеличению параметра $|C_{12}|$.

Выражение (13) позволяет провести оценку параметра (3). Полагая $\alpha_s = \omega\tau$, где τ – время задержки, в точках фазового параметра $\alpha_s = 2n\pi$ областей с резистивной связью 1-го типа получаем

$$C_{12} = \frac{2s\tau}{(1 - 2s \cos \theta)^2} g_0 > 0. \quad (14)$$

Как видим, параметр C_{12} принимает при $\theta \rightarrow 0$ и $s \rightarrow 0,5$ теоретически сколь угодно большое значение, достаточное для выполнения условия неустойчивости когерентного режима (10).

В точках $\alpha_s = (2n+1)\pi$ имеем

$$C_{12} = \frac{-2s\tau}{(1 + 2s \cos \theta)^2} g_0 < 0, \quad (15)$$

откуда следует, что критерий (10а) при $\theta \rightarrow \pi$ и $s \rightarrow 0,5$ может быть выполнен. В то же время отрицательный знак C_{12} в (11) означает, что противофазный режим симметричной системы ($\theta = 0$) при указанной настройке параметра α_s не теряет устойчивость.

Заключение

Таким образом, получен критерий перехода системы двух взаимосвязанных автогенераторов от режима синхронных колебаний к режиму динамического хаоса:

$$C_{12} > C.$$

Данное условие в рамках проведенного приближенного анализа непосредственно не связано со специальными свойствами нелинейных элементов автоколебательных подсистем, которые, по предположению, являются почти гармоническими автогенераторами с безынерционным механизмом ограничения колебаний. Динамический хаос может развиваться в результате фазовой неустойчивости стационарных синхронных движений за счет сильных резонансных свойств параметра взаимной связи автогенераторов. Даны примеры реальных пассивных цепей связи автогенераторов, обладающих указанными свойствами; показана возможность их управления путём введения в каналы связи несимметрии и диссипаций различного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новиков С.С., Усюкевич А.А. // Изв. вузов. Физика. – 2009. – Т. 52. – № 11/2. – С. 283–288.
2. Novikov S.S. and Usjukevitch A.A. // Proc. 16th Int. Symp. on High Current Electronics. – Tomsk, Russia, 2010. – P. 512.
3. Владимиров С.Н., Майдановский А.С., Новиков С.С. // Нелинейные колебания многочастотных автоколебательных систем. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1993. – 203 с.
4. Майдановский С.А., Новиков С.С. // Радиотехника и электроника. – 2003. – Т. 48. – № 5. – С. 595–600.

Национальный исследовательский Томский государственный университет,
г. Томск, Россия
E-mail: usjukevitch@sibmail.com

Поступила в редакцию 15.06.12.