

Эволюционная природа деструкции твердых тел и сред

П.В. Макаров

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, 634021, Россия

Механический отклик на нагружение твердых тел и сред рассмотрен как процесс их эволюции в полях приложенных сил, в ходе которой в нагружаемых материалах и средах развиваются процессы самоорганизации. Показано, что деструкция всех без исключения твердых тел и сред происходит по общему эволюционному сценарию, формируя в них иерархии блочных структур. Этот процесс деструкции статистически строго упорядочен. Он начинается с масштабов кристаллической решетки и продолжается вплоть до размеров тектонических плит в геосредах. Найден и экспериментально и теоретически обоснован критерий универсальной фрактальной делимости твердых тел и сред. Показано, что фронты Людерса, различные виды волн разрушения, медленные деформационные фронты в геосредах составляют особый класс движений, так называемых «медленных движений» в нелинейных средах и материалах. Этот класс движений отражает коллективные процессы в нагружаемой нелинейной среде и является результатом самоорганизации в этой среде.

Evolutionary nature of destruction of solids and media

P.V. Makarov

Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS, Tomsk, 634021, Russia

The mechanical response of solids and media to loading is considered as their evolution in the fields of applied forces, during which self-organization takes place in the loaded materials and media. The destruction of indiscriminately all solids and media is shown to evolve by a common evolution scenario giving rise to the formation of a hierarchy of block structures in them. The destruction process is statistically strictly ordered. It starts from the lattice scales and proceeds up to the sizes of tectonic plates in geomeia. The criterion of universal fractal divisibility of solids and media is found and justified experimentally and theoretically. It is demonstrated that the Lüders fronts, various fracture waves and slow deformation fronts in geomeia comprise a special class of movements, so-called “slow movements”, in nonlinear media and materials. This class of movements represents the collective processes in a loaded nonlinear medium and results from the self-organization in this medium.

1. Введение. Системный подход к проблеме деформации и разрушения твердых тел и сред

Физическая мезомеханика рассматривает нагружаемые материалы и среды, обладающие прочностью, как иерархически организованные системы. Введение в рассмотрение трех масштабных уровней (микро, мезо и макро) при изучении деформации и разрушения твердых тел позволило эффективно учитывать их структурные особенности [1–4]. При таком способе описания деформационных процессов центр внимания переносится на мезоскопический уровень, на котором явно вводятся в рассмотрение наиболее значимые для данной задачи структурные элементы, например зерна, если изучается поликристаллический материал [1, 2], либо наиболее значимые разломы и блоки в случае изучения геосред [3]. При этом на макро- и мезоуровнях приме-

няются усредненные континуальные подходы механики сплошных сред, которые оказываются во многих случаях наиболее эффективными. По образному выражению Г. Хакена: «...макроскопическое описание позволяет достигать колоссального сжатия информации» [5], а, с другой стороны, при переходе от микроописания к макроскопическому, феноменологическому уровню открываются новые свойства исследуемых систем, которые отсутствуют на микроскопическом уровне. Здесь имеются в виду, прежде всего, коллективные, кооперативные явления, которые играют основную роль как в возникновении, так и в поддержании процессов самоорганизации в открытых системах. И хотя считается, что физически более глубокой является микроскопическая теория, что совершенно справедливо, макроскопическая феноменологическая теория не только позволяет

сжимать информацию, сводя, например, поведение газов к рассмотрению трех параметров P , V , T , но и дает возможность отвлечься от конкретных физических механизмов, рассматривая общий сценарий развития событий.

На взгляд автора, пора уже поставить точку в периодически возникающих дискуссиях, когда утверждается, что все особенности макроскопической пластической деформации можно полностью вывести из микроскопической (дислокационной) теории. Подобные утверждения принципиально некорректны. С точки зрения теории самоорганизации систем [5–10], свойства системы как целого (макроуровень) принципиально не выводимы из свойств ее частей или подсистем (микроуровень). Другими словами, если система проявляет сложное поведение [5, 8, 9] и в ней идут процессы самоорганизации, то из знания фундаментальных микроскопических законов (теории дислокации, например) не следует однозначный ответ, как будет эволюционировать система в целом (как будет развиваться макроскопическая пластическая деформация в данном случае). Подобный редукционизм оказывается принципиально ограниченным, так как при переходе от микроскопического уровня к макроскопическому у системы возникают новые свойства, которых нет на микроуровне. Очень определенно и образно по этому поводу высказался Г. Хакен: «Из того, что мы знаем химию, отнюдь не следует, будто мы понимаем жизнь» [5].

Подобные проблемы конструктивно решать в другой плоскости, поставив вопрос, а что мы хотим знать и на каком уровне (микро или макро) мы будем искать ответы? В зависимости от выбранной точки зрения мы получим принципиально различные модели изучаемой системы. Если микроскопическая точка зрения позволяет изучать конкретные физические механизмы и соотносить их с макроскопическими процессами, т.е. объяснять, какими микроскопическими механизмами обеспечивается тот или иной макроскопический процесс, то макроскопический уровень описания, основанный на общей теории эволюционирующих систем, позволяет проследить общий сценарий развития событий во всей иерархии масштабов изучаемой системы.

Таким образом, на наш взгляд, общая методология не должна быть привязана к каким-либо конкретным механизмам или масштабам, а, основываясь на идее иерархичности разрушения и неупругой деформации, должна давать возможность эффективно изучать эти эволюционные процессы вне зависимости от конкретных физических механизмов, их контролирующих, и от соответствующих масштабов.

В том, что построение подобной методологии реально, нас убеждают успехи синергетики, или нелинейной динамики, подходы которой оказались одинаково эффективными как в физике, химии, экономике, биологии, так и в социальных и исторических науках [6–10].

Такая общность методологии нелинейной динамики объясняется тем, что в ее основе лежат понятия системы и законов ее эволюции. Оказалось, что любые иерархические динамические системы (имеются в виду пространственно-временные иерархии) эволюционируют сходным образом, независимо от того, что это за системы [6–11]. Такой системный подход одинаково применим как к дискретным методам описания (например методы, основанные на методологии молекулярной динамики — микроуровень), так и к усредненным феноменологическим методам механики сплошных сред (мезо- и макроуровни) [11], что, конечно, не исключает принципиального различия конкретных физических механизмов, «защитых» в соответствующие феноменологические уравнения состояния.

Эволюционный подход к деструкции геоматериалов и геосред интенсивно развивается в геодинатике и геофизике [12, 13]. Так, В.Н. Родионов [12] пишет: «Геомеханика рассматривает механическое движение в недрах планеты как результат самоорганизации сплошной среды в собственном гравитационном поле». Говоря о физико-механических параметрах в контексте эволюционного подхода, он пишет: «Все другие свойства материальной среды, широко используемые при эмпирическом описании горных массивов, следует признать второстепенными в геомеханике». Более того, по его мнению, игнорирование эволюции «привело к сужению проблемы до уровня эмпирики, которая не заметила губительного влияния статических моделей на мировоззрение, принятое геофизиками».

До настоящего времени в физике твердого тела и, особенно, в механике существуют две теории физики (механики) пластичности и физики (механики) разрушения, хотя ясно, что это единый общий процесс. Традиционным является своеобразное противопоставление хрупких и пластичных материалов и сред, а также продолжают сосуществовать две слабо связанные теории пластичности и хрупкого разрушения.

Абстрагирование от конкретных физических механизмов деформации и разрушения и перенос центра внимания на сценарий эволюции нагружаемых материалов и сред позволяет объединить эти сложные многомасштабные явления и изучать их как единый процесс деструкции материалов и сред под внешними воздействиями. Этот термин — деструкция — наиболее часто употребляется в геомеханике, где фактически не делается различия между явлениями так называемой неупругой деформации и разрушением. Такой взгляд имеет физическое обоснование. Даже при ярко выраженном пластическом течении металлов (макроскопическая точка зрения) на микро- и мезоуровнях идет интенсивное накопление различного рода дефектов (вакансий, дислокаций и т.д. — микроуровень; пор, различных повреждений, полос сдвига и т.д. — мезоуровень), т.е. идет «разрыхление» материала. Это ни что иное, как «разру-

шение», которое пока не проявилось макроскопически. Конечно, при дислокационной пластичности межатомные связи еще полностью не разорваны, тем не менее, как показано в [11], общий сценарий развития событий оказался поразительно схожим как для хрупкого разрушения, так и для явлений пластичности. По этой причине мы в дальнейшем будем использовать более общий термин — деструкция, имея в виду единый процесс эволюции нагружаемых материалов. Огромное многообразие различных физических механизмов на разных масштабах обеспечивает развитие этого процесса, при котором материал постепенно (пластичный) или очень быстро (хрупкий) накапливает несплошности разных масштабов, пока этот процесс не проявит себя на макроуровне в виде магистральных трещин, что, собственно, и есть разрушение, т.е. разделение материала на части.

При этом мы понимаем, что этот процесс деструкции развивается, во-первых, в объеме нагружаемого материала, а, во-вторых, он приводит к существенно неоднородному распределению в пространстве как неупругой (пластической в том числе) деформации, так и повреждений, т.е. квазиоднородное распределение деформационных дефектов и повреждений очень быстро сменяется их локализацией. В результате в нагружаемых твердых телах и средах формируются системы взаимосопряженных полос (2D-случай) или поверхностей (3D-случай) локализованной неупругой деформации (повреждений, трещин). Продеформированный материал оказывается разбитым на систему блоков разных масштабов.

По-видимому, впервые идея об иерархичном блочном строении твердых тел и сред, в частности геоматериалов и геосред, возникла в геофизических исследованиях и восходит к работам академиков М.А. Садовского [14] и В.В. Пиотровского [15]. То, что блочное строение геоматериалов и геосред и твердой оболочки Земли в целом является их фундаментальным свойством, можно считать общепризнанным [3, 11–19].

Многие авторы [14–19] считают установленным, что размеры блоков геоматериалов и элементов земной коры не произвольны, а дают некоторый дискретный ряд, в котором отношение размеров компактных ($a = b = c$) блоков n -го порядка к размеру соседних блоков порядка $(n + 1)$ и $(n - 1)$ удовлетворяет некоторому фундаментальному соотношению — универсальному принципу делимости геоматериалов и геосред при деструкции:

$$\frac{L_{n+1}}{L_n} = A \approx 3. \quad (1)$$

Ранее [11] нами было показано, что блочное строение присуще всем нагружаемым твердым телам, а сами блоки в твердых телах и средах есть результат самоорганизации.

Именно блочное иерархическое строение деформируемых твердых тел и сред (что уже фактически

обосновано накопленными к настоящему времени экспериментальными данными) является также и свидетельством того, что нет принципиальной разницы между хрупкими и пластичными материалами и средами или между пластичностью, проявляемой нагружаемыми металлами, и разрушением геоматериалов и геосред, если анализировать эти процессы деструкции с точки зрения сценария эволюции иерархических систем и синергетики (что не исключает специфики конкретных физических механизмов).

Итак, нагружаемые материалы и среды рассматриваются как нелинейные динамические иерархически организованные системы, эволюция которых под внешними воздействиями происходит по законам синергетики. Причем, эволюция нагружаемых твердых тел и сред рассматривается как частный случай общей теории эволюции [11].

Такая общая эволюционная теория открытых самоорганизующихся систем складывается к настоящему времени как нелинейная динамика различных систем [6–11]. Ее становление связано с известными работами И. Пригожина [8, 9], С.П. Курдюмова [7, 10, 20], Г. Хакена [5, 21], А.А. Самарского [20], Г.Г. Малинецкого [6, 7, 20], Б. Мандельброта [22]. Идеи, методы и подходы нелинейной динамики, примененные к деформируемым твердым телам, однозначно свидетельствуют о том, что прочные среды являются одними из ярких представителей самоорганизующихся под внешними воздействиями систем [11].

Термин самоорганизация понимается по Г. Хакену [5]: «Самоорганизация есть самопроизвольное обретение системой различных неоднородностей под приложенными воздействиями». Самопроизвольное обретение неоднородностей — это возникновение неоднородностей в системе под внешними воздействиями в силу внутренних свойств самой системы, но не в результате применения особых приемов и воздействий.

Хотелось бы сделать также замечания по поводу применения понятия самоорганизация к процессам деструкции твердых тел и сред.

Понятие «деструкция», часто напрямую, связывают с другим понятием — деградация. Действительно, при нагружении твердых тел вследствие накопления дефектов и повреждений наблюдается деградация ряда механических свойств (пределов прочности, «дефектов» модулей и т.д.). Однако, пока деформируемое тело или нагружаемая среда, так или иначе, сохраняют сплошность и к их описанию применим континуальный подход, все процессы образования различных субструктур (т.е. структур, сформированных в ходе деформирования, независимо от того, как изменяются физико-механические свойства среды) повышают сложность и упорядоченность системы и, несомненно, являются процессами самоорганизации. Это разъяснение полностью снимает негативный оттенок с понятия деструкция (в том смысле

ле, как мы его понимаем). Например, поверхности изломов, как клише, несут информацию о блочной иерархии (фактически, о состоянии предразрушения, которое формировалось в нагружаемом материале). Характерные масштабы блоков могут быть выявлены, например, методами фрактального анализа поверхностей изломов [11, 22–25].

Иначе говоря, материал как система в процессе нагружения становится все более сложным и упорядоченным объектом, т.к. его структура усложняется, в частности, в нем возникают иерархии блоков, формируемые сопряженными в пространстве полями линейментов разных масштабов.

Блочное строение, или блочная организация, нами понимается в более широком смысле, по сравнению с традиционным пониманием, применительно к геосредам [4–19] (так, М.А. Садовский [14] писал о «естественной кусковатости» горных пород). На наш взгляд, этот термин (блоки, блочное строение) очень удачно объединяет всю иерархию диссипативных деформационных субструктур, которые формируются в нагружаемых материалах независимо от того, хрупкие или пластичные свойства проявляются материалами в процессе их деформирования. Их объединяет то, что все они есть результат самоорганизации материала под приложенными воздействиями или образуются в ходе естественных природных процессов (например, деформации и разрушения в поле сил тяжести или вследствие тектонических процессов, если речь идет о геосредах). Для нас здесь важно то, что в нагружаемых материалах и средах образуется иерархия субструктур, размеры которых варьируются от нанометров до сотен и тысяч километров (в геосредах).

Их характерные масштабы не есть результат особенностей внешнего воздействия или специфических граничных условий, а есть результат внутренних нелинейных свойств среды. Фактически, это те же «ячейки Бенара», но не распавшиеся после снятия нагрузки, а оказавшиеся замороженными в кристаллической среде, так как времена их распада очень велики в силу колоссальной вязкости упругопластических сред.

Другое замечание касается уместности сравнения с ячейками Бенара или другими процессами самоорганизации в жидких или газообразных средах. Если в жидкостях или газах идет интенсивное перемешивание, то в твердых телах оно только намечается. Разница лишь в масштабах смещений и подвижек, но не по существу. Все деформационные субструктуры формируются в результате возникновения далекодействующих корреляций и коллективного поведения.

Такое самопроизвольное обретение средой неоднородностей и означает, что в среде идет самоорганизация. С термодинамической точки зрения нелинейная нагружаемая среда ищет наиболее эффективные механизмы диссипации подводимой к ней энергии. Когда

все адаптационные механизмы исчерпаны, среда разрушается, т.е. ранее консолидированные блоки становятся неконсолидированными. Разрушение (как превращение консолидированной среды в неконсолидированную по некоторой границе) всегда проходит по границам блоков разных масштабов. Именно по этой причине поверхности изломов всегда фрактальны и несут информацию о масштабах блоков в иерархии.

Таким образом, термин деструкция (как уже было сказано выше) объединяет понятия пластической деформации и разрушения, рассматривая их как единый процесс эволюции материала под действием приложенных нагрузок, в ходе которого и образуется иерархия блоков.

Любой материал изначально представляет собой сложную, иерархически организованную систему (но не обязательно блочную). Реагируя на нагружение, эта система эволюционирует по законам синергетики, образуя иерархию элементов разных масштабов или блоков, согласно используемой нами терминологии. Этот процесс самоорганизации на начальных этапах нагружения приводит к локализации деформации и повреждений на микроскопических масштабах, дальнейшая эволюция системы выводит процессы локализации на все большие масштабы, что и приводит к образованию системы консолидированных блоков и неконсолидированных блочных систем.

2. Универсальный критерий фрактальной делимости твердых тел и сред

Ранее нами была изучена деструкция материалов (в основном это был уголь, который оказался уникальным модельным материалом) несколькими независимыми методами [11, 23–25]: 1) атомно-силовой микроскопией; 2) анализом оптических изображений поверхностей изломов материалов; 3) седиментационным методом; 4) методом ситового анализа фракционного состава разрушенных материалов; 5) непосредственными измерениями формы и масштабов фрагментов разрушения.

Для определения масштабов разрушения материалов методом анализа оптических изображений поверхностей изломов была разработана программа, которая анализирует разности яркости близких точек и рассчитывает корреляции яркостей, что и позволяет установить характерные масштабы разрушения [11, 25].

Использование разных методов позволило существенно расширить диапазон изучаемых масштабов разрушения. Кроме того, оказалось, что в областях перекрытия масштабов, определенных разными методами, найденные характерные масштабы деструкции практически совпадают, что однозначно свидетельствует о корректности полученных результатов. Данные измерений представлены в табл. 1.

Таблица 1

Степени числа $\Phi \cdot 10$, мкм	Найденные масштабы	Данные измерений		
$10 \cdot \Phi^{-8} = 0.213$	150...250 нм +	Атомно-силовая микроскопия	Седиментационный анализ	Сигтовый анализ
$10 \cdot \Phi^{-7} = 0.34$	300...400 нм –			
$10 \cdot \Phi^{-6} = 0.557$	450...600 нм +			
$10 \cdot \Phi^{-5} = 0.90$	0.7...1 мкм –			
$10 \cdot \Phi^{-4} = 1.459$	1.2...2 мкм +			
$10 \cdot \Phi^{-3} = 2.36$	2...3 мкм –			
$10 \cdot \Phi^{-2} = 3.8197$	3...4 мкм +			
$10 \cdot \Phi^{-1} = 6.18$	6...7 мкм –			
$10 \cdot \Phi^0 = 10.00$	10 мкм +	Анализ оптических изображений поверхностей изломов		
$10 \cdot \Phi^1 = 16.18$	15...17 мкм –			
$10 \cdot \Phi^2 = 26.18$	25...27 мкм +			
$10 \cdot \Phi^3 = 42.359$	35...45 мкм –			
$10 \cdot \Phi^4 = 68.539$	55...70 мкм +			
$10 \cdot \Phi^5 = 110.896$	100...120 мкм –			
$10 \cdot \Phi^6 = 179.435$	160...180 мкм +			
$10 \cdot \Phi^7 = 290.320$	280...300 мкм –			
$10 \cdot \Phi^8 = 469.76$	400...500 мкм +			

Во-первых, как следует из табл. 1, отношения близких масштабов равны приблизительно 1.6–1.7.

Во-вторых, все методы фрактального анализа, за исключением непосредственных измерений размеров фрагментов в трех пространственных направлениях, дают только величины характерных масштабов разрушения и не позволяют практически определить, как эти нарушения сплошности ориентированы в пространстве.

Отметим также, что измерения, полученные по данным атомно-силовой микроскопии, имеют несколько больший разброс (табл. 1) в силу сравнительно небольшой статистики измерений [11, 24].

Непосредственные измерения более крупных фракций дробления показали, что размеры фрагментов в трех направлениях $a : b : c$ дают отношения a/b и b/c тем ближе к значению ≈ 1.6 , чем больше выборка, а $a/c \approx 2.6$.

В Макеевском НИИ по безопасности работ в горной промышленности (г. Донецк, Украина) изучалась форма частиц угля [26]. Как показали электронно-микроскопические исследования, она сохраняется до самых мельчайших размеров. Установлено, что отношение размеров a/b и b/c для частиц антрацита колеблется в пределах 1.613–1.690 и в среднем равно 1.65, $a/c = 2.65$. Эти же параметры в широком диапазоне масштабов были получены и в настоящем исследовании (табл. 1) [11, 23–25].

Концепция М.А. Садовского о блочном строении геосред [14, 16, 17] позволила нам упорядочить в пространстве полученные данные по масштабам разрушения твердых тел [11, 23, 24].

Мы рассматриваем нагружаемую консолидированную пока среду, которая еще не распалась на отдельные

фрагменты. От понятия «масштаб» в 2D- и 3D-пространствах удобно перейти к понятию «блок», как более наглядному. В результате эволюции в нагружаемой среде (материале) формируется иерархия пока еще консолидированных блоков. Такие блоки — не «кирпичи», разделенные трещинами или разломами, а некие структурные элементы все еще сплошной среды, выделяемые в пространстве полями сопряженных локализованных повреждений разных масштабов. При пластическом деформировании металлов это распределенные в пространстве системы полос или поверхностей локализованной деформации.

Следующий вывод вытекает из измерений размеров фрагментов в трех пространственных направлениях. Эти блоки не являются компактными, т.е. их стороны a, b, c не равны друг другу, а относятся, как указано выше.

В работах М.А. Садовского и его последователей [14, 17–19] изучаются, в основном, достаточно крупные элементы земной коры. Минимальные размеры блоков составляют несколько сантиметров, мы продолжили иерархические ряды на существенно меньшие масштабы [11, 23, 24] и показали, что процесс деструкции всех материалов и сред распространяется на мельчайшие масштабы вплоть до размеров кристаллической решетки [11].

Таким образом, меньший масштаб блока c порядка n есть наибольший масштаб предыдущего блока $(n - 1)$ в ряду иерархии, а наибольший масштаб a является наименьшим масштабом следующего $(n + 1)$ -го блока.

Полученное отношение размеров блоков в ряду иерархии полностью соответствует универсальному принципу делимости геоматериалов и геосред М.А. Са-

довского [14], $A \approx 3$ (см. (1)), но оказалось несколько меньшим чем 3 — близким к 2.6.

Фактически эти же результаты устанавливает и концентрационный критерий разрушения материалов С.Н. Журкова [27–29], согласно которому укрупнение трещин происходит, когда концентрация трещин достигает такого значения, при котором среднее расстояние между трещинами L становится приблизительно равным их утроенной длине l . Другими словами, концентрационный критерий также устанавливает, что в среде формируется иерархия блоков [11, 30].

Работоспособность концентрационного критерия разрушения изучена не только для широкого круга материалов (хрупких, пластичных, композитов, полимеров и т.д.), но и проверена в чрезвычайно широком диапазоне линейных размеров трещин (от 10 нм до десятков км, т.е. в диапазоне ≈ 12 порядков) при вариации концентрации трещин приблизительно на 30 порядков [27–30]. Причем, во всех случаях относительное среднее расстояние между трещинами на момент разрушения (или укрупнения трещин) всегда близко к трем. Это число $a = L/l \approx e$ ($e \approx 2.7$) по С.Н. Журкову. Таким образом, на основе совершенно иных физических соображений и другими средствами получен результат, полностью совпадающий с принципом универсальной делимости геоматериалов и геосред (1), т.е. $A = a \approx 2.7$ –3.

Подобные отношения масштабов являются универсальной характеристикой деструкции всех твердых тел и сред, в том числе и для пластичных металлов. Так, в работе [31] анализируются распределения дефектов и изучается структура ансамблей нанодефектов на поверхности нагружаемых металлов (меди, золота и молибдена). Показано, что установленное «распределение дефектов по размерам имеет универсальный характер, который отражает оптимальность свойств ансамблей дефектов (принцип максимума энтропии)».

Более того, найденное отношение L/d , где L — среднее расстояние между дефектами сходных размеров, а d — их средний размер, оказалось $\approx e$ ($L/d = 2.6$ –2.8). Авторы отмечают, что такое же отношение $L/d \approx e$ было установлено и для трещин перед их разрушением [31] и далее пишут: «По-видимому, в этих условиях структура ансамблей трещин также близка к термодинамически оптимизированной».

В последующих работах этих авторов [32, 33] подробно изучались ансамбли дефектов и энергии их образования на поверхности нагруженных меди и молибдена. Во всех случаях отношения последовательных размеров дефектов d_i и энергий их образования u_i оказывались близкими к трем:

$$a = \frac{u_{i+1}}{u_i} = \frac{d_{i+1}}{d_i} \approx 2.7$$
–3.

Самый важный, на наш взгляд, результат этих работ заключается в том, что энергии образования иерархий

дефектов оказались квантованными по тому же закону, что и масштабы дефектов.

Таким образом, все экспериментальные данные однозначно свидетельствуют об универсальности сценария развития как неупругой деформации в пластичных материалах, так и накопления повреждений и разрушения как хрупких материалов, так и пластичных. Более того, энергии образования дефектов также оказались квантованными, и они образуют точно такую же иерархическую последовательность с отношением $a \approx 2.7$ –3 [31–33].

Обратимся к полученным нами данным. Отношение размеров последовательных блоков в каждом ряду оказалось близким к 2.6, а отношения сопряженных близких масштабов оказались близкими к 1.6. Эти результаты позволили предположить, что универсальным числом, определяющим отношения близких масштабов, является число золотого сечения $\Phi = 1.6180339\dots$, а $\Phi^2 \approx 2.6180339\dots$. Следовательно, можно также предположить, что универсальным критерием фрактальной делимости твердых тел и сред является не 3, и не $e = 2.7\dots$, а число золотого сечения. Именно $\Phi^2 \approx 2.618\dots$ определит отношение размеров двух последовательных блоков в ряду иерархии. Другой важный вывод из полученных экспериментальных данных следующий. Блоки не являются компактными, отношения их сторон в среднем равны числу золотого сечения, т.е. $\Phi = 1.618\dots$. Следовательно, размеры сторон блоков при разрушении углей, а также любых материалов при их деструкции, т.е. при их пластической (в общем случае любой неупругой) деформации, либо в процессе накопления повреждений относятся как $a:b:c = 2.618\dots : 1.618\dots : 1$, а $a/b = 1.618\dots$ и $b/c = 1.618\dots$, если a — максимальный размер блока, а c — его минимальный размер. Можно написать и другой ряд $0.6180339\dots : 1 : 1.618 = c:b:a$. Мы пока не будем говорить о физических или геометрических соображениях и причинах такого соответствия, просто пока мы констатируем эмпирический факт.

В полученных иерархических рядах максимальный размер блока n -го порядка есть минимальный размер блока следующего ранга $n + 1$. Понятно, что любой размер a или b или c может быть выбран за исходный, т.к. такой выбор носит условный характер.

Заметим также, что в общем случае корректнее говорить не о блоках, а о масштабах деструкции, которая развивается в пространстве в трех направлениях. В этом случае в каждом из направлений каждый последующий масштаб в Φ раз больше предыдущего. В геофизике и в геомеханике принято говорить о системах (иерархиях) взаимосопреженных линейментов разных масштабов, представляющих собой иерархии локализованных повреждений — своеобразных линейных структур Земли, включая и системы мощных разломов. Все экспериментальные данные однозначно свидетельствуют, что подобный процесс деструкции является универсальным

и характерен для всей иерархии масштабов, начиная с характерных размеров кристаллической решетки. Действительно, взяв за основу (в случае деструкции углей) реперную точку $L = 10 \text{ мкм} = 10^4 \text{ нм}$, а в качестве параметра трансляции размеров блоков — число $\Phi^2 = 2.618\dots$, а само число Φ — как «идеальное» отношение размеров сторон блока, получим следующие минимальные числа x_i в ряду иерархии, т.е. минимальный размер кластера, положенный в основу закона трансляции. Понятно, что такой минимальный размер не может быть меньше межатомного расстояния. Получили следующие числа [11]:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{10 \cdot 10^3 \text{ нм}}{(\Phi^2)^{10}} = 0.66115 \text{ нм}, \\ x_2 &= \frac{x_1}{\Phi^2} = \frac{0.66115 \text{ нм}}{2.618} = 0.2525 \text{ нм}. \end{aligned} \quad (4)$$

Графит со слоистой гексагональной кристаллической решеткой и периодами решетки $a = 0.2641 \text{ нм}$ и $c = 0.6708 \text{ нм}$ имеет очень близкие к полученным величинам значения параметров решетки. Напомним, что каменные угли содержат от 90 до 98 % (антрациты) углерода.

Эти данные позволяют утверждать, что трансляция масштабов разрушения начинается с масштаба кристаллической решетки.

В качестве числового параметра роста масштабов следует брать значение Φ , которое определяет с высокой точностью отношение сторон формирующихся блоков.

Теперь уместно сделать несколько замечаний о золотом сечении и свойствах числа Φ .

Отрезок a (например, $a = 1$) делится на две неравные части b и c такие, что $a = b + c$, $b > c$, причем, меньшая часть так относится к большей, как большая к целому: $c/b = b/a$. Таким образом, золотая пропорция объединяет свойства аддитивности ($a = b + c$) и мультипликативности ($c/b = b/a$), являясь уникальным и универсальным геометрическим кодом.

Это очень глубокие принципы. Принцип аддитивности отражает наличие структуры в целом (отрезок a состоит из двух неравных частей b и c). Принцип мультипликативности приводит к идее роста или повторяемости, или самоподобия, показывая, что структурные единицы целого подчиняются одному и тому же закону роста. Объединение же этих двух принципов и приводит к самоподобию.

Число Φ является единственным замечательным числом, реализующим принцип самоподобия и фрактальности природных объектов, подобным числам π и e , реализующим другие фундаментальные принципы математики. Таким образом, получается нисходящий ряд чисел: $1; 0.618\dots; 0.382\dots$ и т.д., т.е. $1, \Phi^{-1}, \Phi^{-2}$ или равноценный ему восходящий ряд: $1; 1.618\dots; 2.618\dots$ и т.д. — $1, \Phi^1, \Phi^2$. Эти принципы аддитивности и мультипликативности, объединенные в законе золотого сече-

ния, дают код, позволяющий построить сколь угодно сложные самоподобные фрактальные объекты, стартуя от заданного единичного элемента.

Напомним теперь, что последовательность чисел Фибоначчи $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$, в которой каждое число R_{n+1} есть сумма двух предыдущих: $R_{n+1} = R_{n-1} + R_n$, причем, чем больше n , тем ближе отношение последовательных чисел Фибоначчи к числу золотой пропорции $R_{n+1}/R_n \rightarrow \Phi = 1.618\dots$, является самым простым и естественным алгоритмом роста или убыли в природе, реализующим идею самоподобия.

Современные идеи самоподобия и фрактальной геометрии фактически предвосхищены законом золотого сечения (а точнее, содержатся в законе золотой пропорции). Если закон золотого сечения — идеальный закон в том смысле, что самоподобие может быть продолжено вниз до сколь угодно малых величин, то ряд чисел Фибоначчи стартует от единичного элемента (например, характерного масштаба кристаллической решетки) и дает самый простой алгоритм восхождения, сохраняя принцип золотого сечения (отношение двух последовательных чисел в ряду дает число Φ), и может быть положен в основу алгоритма многих природных и физических процессов и явлений. Именно по этой причине в ряд чисел Фибоначчи укладываются многие наблюдаемые в природе и физике пространственно-временные иерархии.

Таким образом, процесс формирования иерархии блоков по закону золотого сечения при нагружении твердых тел и масштабная инвариантность процесса деструкции позволяют сформулировать эти результаты как принцип универсальной фрактальной делимости твердых тел. Этот принцип выполняется, начиная с микроскопических размеров, соизмеримых с размерами кристаллической решетки, и прослеживается для геосред вплоть до размеров тектонических блоков.

Обратимся опять к табл. 1, в которой две колонки: первая — степени числа Φ , умноженные на 10 мкм , вторая — найденные нами масштабы (т.е. отсчет также будем вести от реперной точки $L = 10 \text{ мкм}$). Знаком «+» помечены масштабы четного ряда (четные степени числа Φ), а знаком «-» — масштабы нечетного ряда (нечетные степени числа Φ).

Экспериментально найденные масштабы разрушения очень хорошо совпадают с установленным принципом фрактальной делимости твердых тел, что позволило установить «генетический код» деструкции твердых тел, который понимается как простое «идеальное» правило, позволяющее определять последовательные масштабы в ряду иерархии. Это «идеальное» правило тем лучше выполняется, чем больше статистика выборки (рис. 1).

Рисунок 1 иллюстрирует алгоритм восхождения к большим масштабам от элементарной ячейки по закону золотого сечения (показана спираль золотого сечения и последовательность ряда чисел Фибоначчи, которые

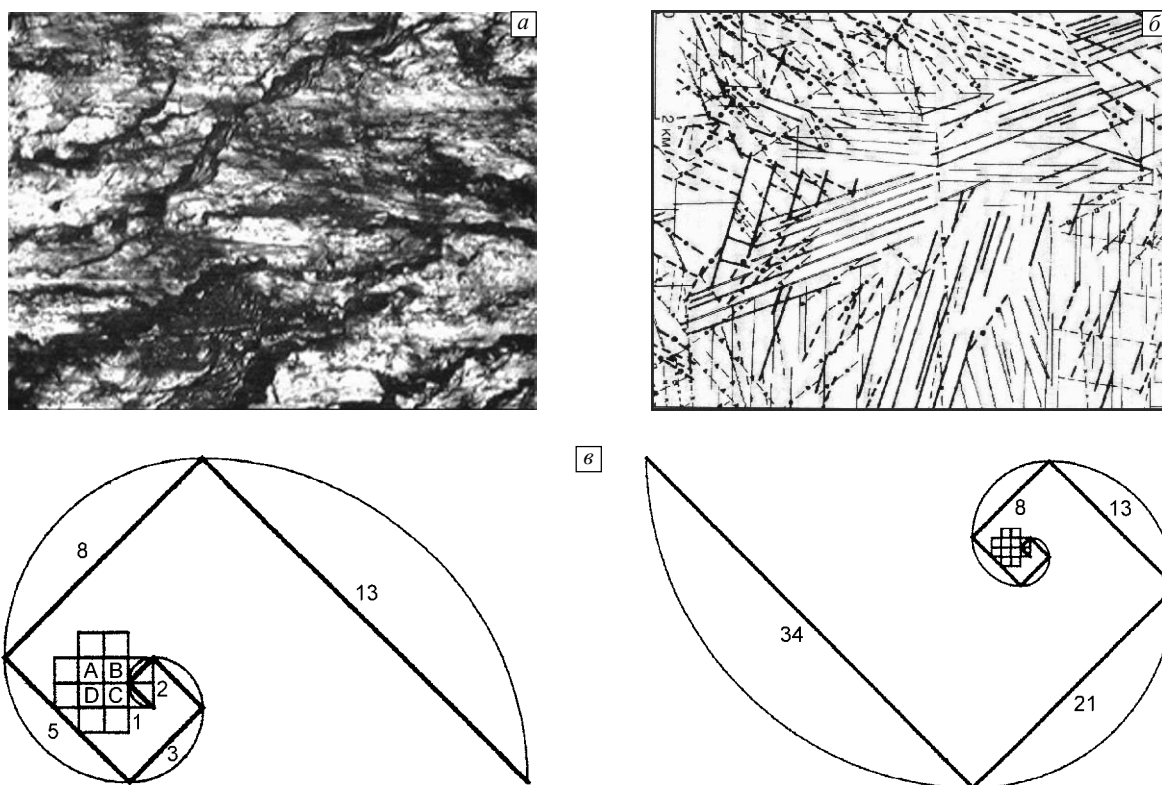


Рис. 1. «Генетический код» деструкции блочных структур твердых тел: оптическое изображение излома угля (а); схема линейментов участка западного разрыва, связанного с землетрясением 28 октября 1983 г. в Центральном Айдахо (США) (разными линиями показаны линейменты различных систем), по Г.Г. Кочаряну и А.А. Сливаку [19] (б); спираль Фибоначчи и спираль золотого сечения, определяющие закон пространственной организации блочных структур в твердых телах (в)

дают дискретный ряд, а отношение чисел в последовательности Фибоначчи равно числу Φ).

Противоположные стороны в спирали Фибоначчи дают соотношения размеров сторон последовательных блоков в ряду иерархии, которые соотносятся как $\Phi^2 = 2.618\dots$, а отношения размеров прилегающих сторон каждого из блоков равны $\Phi = 1.618\dots$.

Эти логарифмические спирали определяют «генетический код» организации блочных структур изученных углей, а также любых твердых тел.

В трехмерном случае необходимо спираль растянуть по третьей координате (рис. 2), т.е. рассмотреть пространственную спираль, в которой каждый поворот на 90° увеличивает шаг спирали на $L \cdot \Phi$, а при повороте на 180° — на $L \cdot \Phi^2$ так, чтобы отношения сторон блоков $a:v:c = 2.618034\dots : 1.618034\dots : 1$.

Особенно ярко эти выводы подтверждают эксперименты по ударно-волновому нагружению металлов [34, 35]. В этих экспериментах изучалась смена структур ударно-нагруженных шарообразных образцов, приготовленных из монокристаллов меди и сплава Al – 2.4 % Mg – 5.5 % Zn. Эти образцы обжимались сходящимися к центру ударными волнами. При схождении к центру амплитуда ударной волны росла и, вследствие этого, наблюдалась смена структуры.

Медь. Экспериментально установлено [34], что на расстояниях 1.8, 4.7, 7.6 мм от поверхности нагружения происходит смена структур, т.е. происходит изменение пространственной симметрии при эволюции нагружаемого материала (рис. 3). Идеальный ряд, следующий из критерия универсальной фрактальной делимости, дает следующие масштабы: $1.8 \cdot 1.618 = 2.91$ мм, $2.91 \cdot 1.618 = 4.71$ мм, $4.71 \cdot 1.618 = 7.62$ мм (за исход-

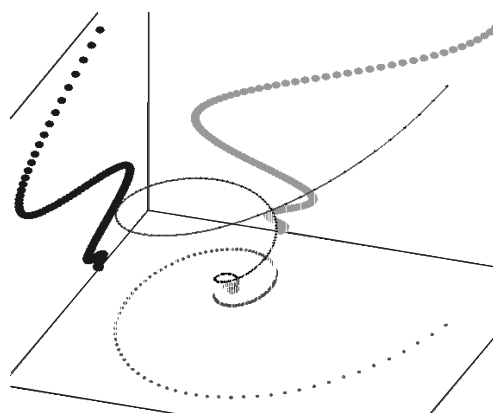


Рис. 2. Спираль золотого сечения, определяющая пространственную организацию блочных структур деформируемых твердых тел (показаны также проекции спирали на координатные плоскости)



Рис. 3. Схема смены структур в меди [34]

ный масштаб взят первый экспериментально найденный масштаб изменения структуры 1.8 мм), что идеально согласуется с экспериментальным рядом. Причем, найденные масштабы идеально соответствуют ряду Фибоначчи: $1.8 + 2.91 = 4.71$; $2.91 + 4.71 = 7.62$. Таким образом, на расстоянии в 2.9 мм от поверхности нагружения также должна наблюдаться смена структуры, что осталось незамеченным в экспериментах, либо просто не отмечено в публикации [34]. Возможны также вариации структуры и на более близком к поверхности нагружения расстоянии, равном ≈ 1.1 мм, что следует из $1.8 : 1.618 \dots \approx 1.11$ или $2.91 - 1.80 = 1.11$.

Сплав алюминия. В [35] определены следующие масштабы смены структур: $L_1 = 14$ мм; $L_2 = 5.3$ мм; $L_3 = 3 \dots 3.5$ мм ($L_{3cp} = 3.25$ мм) (рис. 4). Причем, зона 1 ($L_1 = 14$ мм) также разделена на подобласти, в которых наблюдаются разные структуры [35]: $l_1 = 2$ мм; $l_3 = 5.2$ мм; $l_4 = 8.5$ (8...9) мм и $l_5 = 13.7 \approx 14$ мм. Идеальный ряд для L_i приводит к масштабам: $3.25 \cdot 1.618 = 5.2585$; $5.2585 \cdot 1.618 = 8.508$; $8.508 \cdot 1.618 = 13.77$ и для l_i — к ряду: $2 \rightarrow 3.25 \rightarrow 5.2585 \rightarrow 8.508 \rightarrow 13.77$. В экспериментах масштаб $l_2 \approx 3.25$ не был замечен, как и масштаб $L = 2$ мм в зоне плавления 3 (рис. 4) [35]. Если рассматривать смены структур, двигаясь от правой или левой границ, то обнаруживаются одни и те же масштабы как для экспериментальных рядов, так и для идеальных.

Если идти к нисходящим масштабам, стартуя от экспериментально определенных масштабов (от $L =$

$= 1.8$ мм для меди и от $L = 13.7$ мм для сплава алюминия) и следуя принципу универсальной фрактальной делимости, то получим минимальный масштаб (который не может быть меньше межатомного расстояния). Для меди это $1.8 \text{ мм} : \Phi^{32} \approx 0.36925 \text{ нм}$, что очень близко (ошибка менее 2 %) к параметру решетки меди (ГЦК) $a = 0.36147 \text{ нм}$. Для сплава алюминия получаем: $13.7 \text{ мм} : \Phi^{36} = 0.4103 \text{ нм}$, что также очень близко (ошибка менее 1.5 %) к параметру решетки алюминия (ГЦК) $a = 0.40414 \text{ нм}$.

Итак, процесс деструкции начинается с размеров кристаллической решетки и восходит к масштабам структурных элементов Земли. Так, очень интересные данные приводит К.Ж. Семинский в [36]. Цель его исследований была: «установить соотношения между размерами подвижных зон и блоков, а затем выделить объективно существующие уровни иерархии в зонно-блоковой структуре литосферы в Азии».

Автор выделяет блоки и зоны разных рангов. По разбиваемым им представлениям «протяженные зоны оконтуривают крупный блок, который разделен меньшими по размерам зонами на серию более мелких блоков и т.д. Это обеспечило возможность привести в соответствие ранги подвижных зон и блоков, т.е. выявить и количественно охарактеризовать объективно существующие уровни иерархии зонно-блоковой структуры Азии» [36].

К.Ж. Семинским приводится следующая таблица (табл. 2) [36]. Для обоих смежных элементов структуры, выделенных автором как зоны и блоки различных уровней от XI до I (по возрастанию их размеров), величина μ ($\mu_{зон} = l_{i=1}/l_i$ и $\mu_{блок} = L_{i=1}/L_i$) дает средние значения $\mu = 2.1-2.2$ (табл. 2). Автор [36] рассматривает S-блоки и S-зоны, приводя их площади S и считая блоки компактными. С другой стороны, отношение среднегеометрических размеров L-блоков и l-зон L/l (последняя строка в таблице) дает в среднем по 11 масштабам $L/l_{cp} = 1.61$. По К.Ж. Семинскому «подвижные зоны занимают краевые части блоков, обеспечивая податливую реакцию континентальной литосферы».

Эти результаты не только полностью вписываются в представленную в настоящей работе картину фрак-



Рис. 4. Схема смены структур в сплаве алюминия [35]

Таблица 2

Масштабы делимости геосред. L, l — среднегеометрические размеры блока и зоны (км); S — площадь блока или зоны (км²); μ — отношение размеров объектов, относящихся к смежным уровням

Уровни	XI	X	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$l \rightarrow S_{\text{зон}}$	0.7	1.4	2.7	6.6	14.0	33.0	86.0	200.0	410.0	818.0	2000.0
$\mu_{\text{зон}} = l_{i+1}/l_i$	2.0	1.9	2.4	2.1	2.4	2.6	2.3	2.1	2.0	2.4	
$L \rightarrow S_{\text{блок}}$	1.4	2.8	4.6	10.4	24.0	55.0	128.0	272.0	542.0	1113.0	2746.0
$\mu_{\text{блок}} = L_{i+1}/L_i$	2.0	1.6	2.3	2.3	2.3	2.3	2.1	2.0	2.0	2.5	
L/l	2.0	2.0	1.7	1.6	1.7	1.7	1.5	1.4	1.3	1.4	1.4

тальной делимости геоматериалов и геосред, но существенно ее дополняют, однозначно доказывая, что установленный принцип фрактальной делимости геосред распространяется на масштабы крупных тектонических плит. Действительно, отношение средних размеров блоков и зон $L/l_{\text{cp}} \approx 1.61$, т.е. зона — это следующий масштаб в ряду иерархии (если от терминологии «блок» перейти к терминологии «масштаб»). Более того, К.Ж. Семиным для характеристики размеров блоков использовались площади, считая блоки и зоны компактными (их линейные размеры в разных направлениях равны). Если следовать принципу универсальной фрактальной делимости, то отношения сторон блоков и зон равно Φ , тогда среднее отношение размеров блоков (зон) в ряду иерархии 2.1–2.2 следует из усреднения: $1/2(1.618 + 2.618) \approx 2.1$, что и было получено К.Ж. Семиным.

Согласно нашей концепции, зоны — те же блоки, только предыдущей иерархии. Они действительно оконтуривают больший блок, являясь более мелкими структурными элементами соседних более крупных блоков, и они действительно должны быть более подвижными, обеспечивая движение более крупных блоков, о чем и говорится в работе К.Ж. Семина.

В работах [37, 38] приведены результаты статистического анализа масштабов разрывных нарушений гранитоидной интрузии Дегелена (Восточный Казахстан), которая расположена на территории Семипалатинского испытательного полигона, где проводились подземные ядерные взрывы, и анализ граней тектонических блоков участка Паанаярви (северная Карелия), сложенного преимущественно кварцевыми порфирами. Авторы этих работ считают, что массивы горных пород относятся к самоорганизующимся системам.

На рис. 5 показана вариационная кривая длин участков блоковых границ. Значения наиболее часто встречающихся длин, полученные в [37], равны 45 ± 5 , 75 ± 5 , 125 ± 7 , 175 ± 10 м. Отношения соседних масштабов в этом ряду соответственно равны 1.67, 1.67, 1.4. Среднее же отношение всех соседних масштабов по этим двум регионам (Дегелен и Паанаярви) оказалось равным 1.63 [37, 38], что очень близко к числу Φ .

То, что размеры разрывных нарушений в геосредах и размеры последовательных блоков в ряду иерархии с

такой поразительной точностью отвечают принципу универсальной фрактальной делимости твердых тел несмотря на сравнительно низкую статистику измерений и трудности в определении реальных размеров разрывных нарушений и выделения блоков на поверхности Земли, однозначно свидетельствует о том, что процессы деструкции твердых тел и сред следуют универсальному природному закону роста (или убыли), при выполнении которого каждый последующий масштаб есть сумма двух предыдущих, а сами нагружаемые твердые тела и среды являются типичными самоорганизующимися системами.

Все приведенные экспериментальные данные однозначно свидетельствуют, что все геоматериалы и геосреды, а также все твердые тела, как хрупкие, так и пластичные, эволюционируют по общему сценарию как самоорганизующиеся синергетические системы. Рассеянное накопление повреждений в твердых телах очень быстро сменяется их локализацией на разных масштабах, формируя в нагружаемой среде системы сопряженных локализованных полос повреждений (неупругой деформации) — линеаментов разных масштабов. Причем, квазистационарная фаза сменяется развитием событий в режимах с обострением, т.е. развивается как катастрофа. Об этом свидетельствуют все известные эксперименты, начиная от макроскопических σ – ϵ -диаграмм, на которых нестабильность деформации на различных масштабах мезоуровня проявляется в виде пиков разной величины [39] (эффект Портевена–Ле Ша-

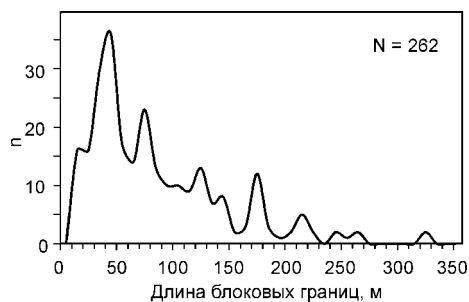


Рис. 5. Вариационная кривая длины прямолинейных участков блоковых границ участка Паанаярви

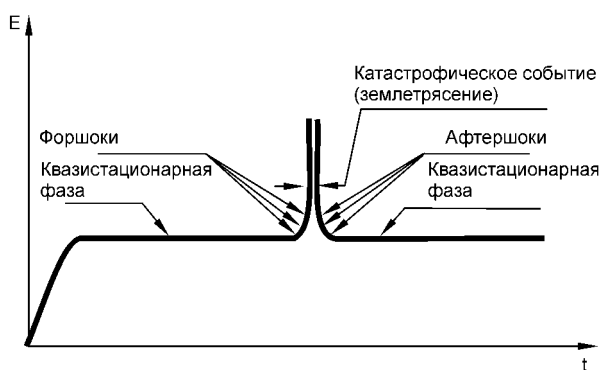


Рис. 6. При развитии катастрофического события — землетрясения — осуществляется переход от квазистационарной стадии к режиму с обострением. Области переходного режима соответствуют форшокам. Обратный переход к квазистационарному режиму сопровождается афтершоками

телье — мезокатастрофы разных масштабов) и заканчивая различными зависимостями, например для повреждаемости от времени при изучении долговечности и усталостной прочности, когда на последних стадиях процессы развиваются катастрофически как режимы с обострением.

По такому же сценарию развиваются и землетрясения (рис. 6, 7). Переход от квазистатического развития событий к катастрофическому режиму может осуществляться либо через переходы к сопряженным системам трещин, когда при каждом повороте на 90° масштаб увеличивается в 1.618... раз, либо масштаб разрыва растет на магистральном разломе, увеличиваясь в 2.618... раз при каждом повороте на 180° (см. схемы на рис. 1, 7). На рис. 6 показано развитие событий во времени. При развитии землетрясения и переходе к режиму с обострением на более медленной стадии могут наблюдаться форшоки (на этом же разломе либо на сопряженных трещинах). Их сила значительно выше фонового стационарного режима, но существенно ниже катастрофы, когда рост масштабов разворачивается в режиме с обострением. Точно также процесс по спирали сворачивается при затухании землетрясения. При переходе к квазистационарному режиму могут наблюдаться

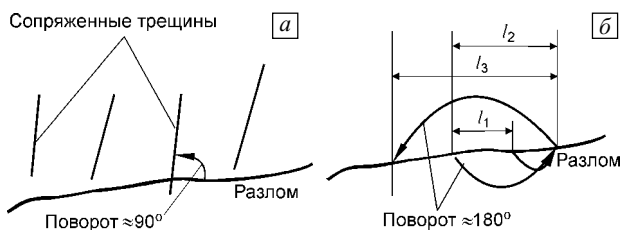


Рис. 7. Схема роста масштабов при развитии землетрясений: переход на сопряженную систему трещин (линеаментов) (а); рост масштабов на магистральном разломе (сопряженные трещины близкого ранга по отношению к разлому выражены слабо) (б), $l_2 = 1.618l_1$, $l_3 = 1.618l_2$

более слабые афтершоки. Наличие или отсутствие форшоков и афтершоков, по-видимому, зависит от свойств среды. Так, в хрупких скальных средах катастрофический режим может разворачиваться так быстро, что форшоки и афтершоки, соответствующие промежуточным масштабам, сливаются с основными событиями. Еще раз отметим, что речь здесь идет только о возможном сценарии. Физические причины и конкретные механизмы могут быть самыми разными, и они широко обсуждаются специалистами [40, 41]. Эпизод сжатия и последующего растяжения в районе Байкальского рифта в 1992 г. [42] также хорошо укладывается в развиваемые представления. Изменение скорости движения плит обязательно должно привести к изменению активированных масштабов. Если при этом активизируются сопряженные системы трещин, то это будет выглядеть, как поворот осей тензора напряжений приблизительно на 90° . В этом случае сжатия сменяются растяжениями и наоборот, что и наблюдалось в районе Байкальского рифта.

Как показано в работах [31–33], масштабы деструкции должны быть термодинамически оптимальны, т.е. соответствовать принципу максимума «энтропии смещения». По нашим данным, наблюдаемая иерархия масштабов, статистический вес которой максимален, регулируется скоростью подвода к системе энергии, которая является глобальным параметром порядка [11, 23–25].

Если задаться вопросом, чем объясняется такая универсальность установленного принципа фрактальной делимости твердых тел и сред, то ответ на этот вопрос оказывается на удивление простым. Природа во всех своих проявлениях следует простейшему алгоритму роста (или убыли) масштабов, энергии и т.д., формируя все известные пространственно-временные иерархии по принципу: если есть два масштаба, то следующий масштаб уже определен и равен их сумме. Если говорить о деструкции материалов, то на уровне кристаллической решетки уже определены исходные масштабы как характерные межатомные расстояния (параметры решетки), которые и формируют иерархию масштабов, разрастаясь в трех пространственных направлениях. Независимо от типа симметрии решетки, мы, стартуя от ее базового параметра, обязательно придем к ряду Фибоначчи, выживаемость которого просто фантастична. Заддим два любых числа, например, 4 и 5 (или -1 и 6). Для них можно построить табл. 3.

Результаты, подобные приведенным в табл. 3, хорошо известны математикам. Возьмем, например, $A_{12} = 665$ и разделим его на Φ^m : $665/\Phi^8 = 13.3$ ($A_4 = 14$); $665/\Phi^9 = 8.2$ ($A_3 = 9$); $665/\Phi^{10} = 5.08$ ($A_2 = 5$). Для ряда B_n можно получить аналогичные результаты. Так, для $B_{13} = 775$ получим: $775/\Phi^{10} = 6.3$ ($B_2 = 6$). Эти примеры наглядно иллюстрируют, как можно определить размер исходного кластера, стартуя от любого определенного в экспериментах масштаба и следуя

Таблица 3

Универсальность закона роста												
n (номер ряда)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ряд A_n ($A_{n+1} = A_{n-1} + A_n$)	4	5	9	14	23	37	60	97	157	254	411	665
A_{n+1}/A_n	1.25		1.55		1.608		1.617		1.6178		1.6180	
Ряд B_n ($B_{n+1} = B_{n-1} + N_n$)	-1	6	5	11	16	27	43	70	113	183	296	479
B_{n+1}/B_n	-6		2.2		1.687		1.628		1.619		1.618	

принципу универсальной фрактальной делимости материалов и сред.

3. Замечания по моделированию эволюции нагружаемых твердых тел

Из предыдущего изложения ясно, что моделирование процесса деструкции твердых тел и сред означает моделирование процессов самоорганизации и, в частности, образования иерархии блоков в выбранном диапазоне масштабов. Самоорганизация может развиваться только в открытых системах.

Если система открыта, то существуют потоки энергии и вещества через границы (традиционное понятие открытой системы). Эти условия являются необходимыми, но не достаточными, чтобы в открытой системе могла идти самоорганизация. Следует дополнить понятие открытой системы, чтобы в ней были возможны процессы образования новых структур, т.е. самоорганизация.

В системе должны существовать объемные источники и стоки, распределенные по пространству, т.е. система должна быть способна под приложенными воздействиями (подвод энергии и вещества извне к системе) перераспределять и генерировать температуру, деформационные дефекты, повреждения и т.д. Другими словами, система должна быть потенциально способной воспроизводить новые структуры или быть способной к самоорганизации. Впервые это было понято при изучении решений нелинейных уравнений теплопроводности [10, 20]. В такой нелинейной среде с объемными нелинейными источниками развиваются неоднородности распределений тепла или деформации, или повреждений, т.е. происходит локализация этих параметров.

С этой точки зрения, деформируемое твердое тело — идеальная нелинейная среда, способная к самоорганизации, т.к. в твердом теле под приложенными нагрузками генерируются деформационные дефекты и повреждения.

Основные особенности поведения нелинейных систем подробно были изучены в коллективах С.П. Курдюмова и А.А. Самарского при изучении поведения решения нелинейного уравнения теплопроводности [10, 20]. Эти особенности имеют место и при решении нелинейных уравнений в частных производных механики деформируемых сплошных сред:

1. Разрастание малого, т.е. усиление флуктуаций за счет нелинейных положительных обратных связей.

2. Наличие порогов. Ниже порога система развивается в квазистационарном режиме. Более того, идет забывание деталей начальных условий.

3. Наличие бифуркаций — множественность путей развития. Своеобразная дискретность возможных сценариев эволюции.

4. Смена сценария развития на другой (поскольку сама среда стала другой вследствие структурных изменений), что резко снижает горизонт прогноза.

5. Возможность сверхбыстрых (катастрофических) сценариев развития в режимах с обострением за счет положительных обратных связей. Примером таких режимов являются автокаталитические процессы, подробно изученные брюссельской школой И. Пригожина [8, 9].

Принципиальным для эволюции подобных синергетических систем оказалось наличие диссипативных процессов: вязкости, диффузии, теплопроводности, а также пластичности или, более общо, неупругой деформации и накопления повреждений и разрушения, т.е. деструкции. Эти процессы позволяют системам «забыть» начальные данные и независимо от их «деталей» формировать с течением времени одни и те же или похожие стационарные распределения изучаемых переменных. Наличие нелинейных диссипативных процессов обеспечивает, с одной стороны, нелинейные связи в системе, а с другой стороны, регулирует либо развитие в среде неустойчивостей, либо переход к устойчивому равновесному состоянию. Все зависит от конкурирующих факторов стабилизации за счет диссипации и воздействий извне (скорость нагружения, скорость подвода энергии), а также нелинейных свойств самой среды.

Так, переход материала от упругого обратимого поведения к необратимому «пластическому» течению связан с резким возрастанием диссипации, но возникает такой переход вследствие локальной потери устойчивости под действием приложенных напряжений.

Следовательно, определяющие уравнения для упругопластической среды должны быть записаны как эволюционные уравнения — в релаксационной форме, явно вводя в рассмотрение конкурирующие факторы.

Итак, мы вводим в рассмотрение две группы эволюционных определяющих уравнений [11].

1. Макроскопические определяющие уравнения, записанные в релаксационной форме. Эти уравнения являются эволюционными уравнениями первой группы и обеспечивают прямые и обратные связи (как положительные, так и отрицательные) в системе между параметрами [11].

2. Кинетические уравнения, связывающие макроскопические скорости накопления неупругих деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ и повреждений в объеме $\dot{\theta}^p$ с микроскопическим уровнем (т.е. с событиями, разворачивающимися на более мелких масштабах), являются эволюционными уравнениями второй группы (выражение для $\dot{\theta}^p$ может быть записано в тензорном виде, учитывая анизотропию накопления повреждений). Смысл этих уравнений заключается в том, чтобы усредненно отразить события микроуровня, с одной стороны, а с другой стороны, они есть результат работы объемных нелинейных источников, генерирующих деформационные дефекты и повреждения. Именно эволюционные уравнения первой и второй групп обеспечивают возможности системы к самоорганизации.

Эволюция системы во времени обеспечивается также взаимодействиями — положительными и отрицательными обратными связями — между макроскопическими переменными X_i и так называемыми управляющими параметрами λ , которые входят в эволюционные уравнения вида [9]:

$$\frac{\partial X_i}{\partial t} = F_i(\{X\}, \lambda). \quad (5)$$

Управляющие параметры λ связаны с «внешним миром». Другими словами, они существенно связаны с внешними воздействиями и ограничениями, т.е. обусловлены взаимодействиями системы с окружающей средой. Определяются они, например, условиями нагружения, т.е. скоростью подвода энергии к системе.

Для качественного анализа рассмотрим частный вид такого эволюционного уравнения (5) [11]:

$$\frac{dX}{dt} = \lambda - KX. \quad (6)$$

Представим тензор напряжений в виде суммы упругой равновесной части и неравновесной, или диссипативной, части, связанной с неупругими деформациями:

$$\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + S_{ij}^c + S_{ij}^v. \quad (7)$$

Здесь $P = -\sigma_{ii}/3$ — среднее давление; S_{ij}^c — равновесная часть сдвигового напряжения, а S_{ij}^v — неравновесная, релаксирующая составляющая. В равновесном (упругом) состоянии $S_{ij}^v = 0$.

Определяющие уравнения в релаксационной форме следуют из закона Гука, записанного в дифференциальном виде, и имеют вид [4, 11]:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda(\dot{\theta}^{\text{tot}} - \dot{\theta}^p)\delta_{ij} + 2\mu(\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{tot}} - \dot{\epsilon}_{ij}^p). \quad (8)$$

Здесь $\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{tot}} = \dot{\epsilon}_{ij}^c + \dot{\epsilon}_{ij}^p$ — полная скорость деформации, где

$\dot{\epsilon}_{ij}^c$ — упругая и $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ — пластическая (неупругая) составляющие; $\dot{\theta}^{\text{tot}} = \dot{\epsilon}_{ii}^{\text{tot}}$ — полная скорость объемной деформации; $\dot{\theta}^p = \dot{\epsilon}_{ii}^p$ — скорость объемной неупругой деформации, т.е. скорость дилатансии нагружаемой среды, определяющая ее разрыхление вследствие накопления повреждений.

Релаксационные определяющие уравнения (8) выполняют роль эволюционных уравнений (эволюционные уравнения первой группы) для прочной деформируемой среды и по сути и форме совпадают с эволюционными уравнениями (5), (6), рассмотренными И. Пригожиным и Г. Хакеном [5, 8, 9, 21].

Здесь важно понимать независимость полных скоростей $\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{tot}}$ и $\dot{\theta}^{\text{tot}}$ и их неупругих составляющих $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ и $\dot{\theta}^p$. Значения величин $\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{tot}}$ и $\dot{\theta}^{\text{tot}}$ определяются как внешними условиями воздействия на систему, так и особенностями течения среды (т.е. зависят также от нелинейных уравнений механики сплошных сред, выражающих законы сохранения) и являются управляющими параметрами.

Неупругие составляющие $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ и $\dot{\theta}^p$ есть результат работы внутренних объемных источников и полностью диктуются откликом среды, ее способностью эффективно перераспределять и диссипировать подводимую энергию, т.е. определяются микроструктурой среды. Если существующая структура становится неспособной диссипировать подводимую энергию, то возникают дальнедействующие корреляции, в среде образуются новые диссипативные деформационные субструктуры, т.е. открываются новые более эффективные каналы диссипации энергии (например, образуются ячеистые структуры в пластичных металлах или блочные структуры в квазиупругой геосреде) либо накапливаются несплошности (повреждения).

Таким образом, в эволюционных уравнениях первой группы (8) приращения напряжений пропорциональны приращениям полной скорости деформаций, а релаксируют напряжения по мере развития неупругих составляющих скоростей деформации [4, 11].

Запишем общую систему уравнений, не конкретизируя частный вид кинетик накопления повреждений и неупругих деформаций.

Уравнения, выражающие законы сохранения:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \rho \frac{dv_i}{dt} &= \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x^j} + \rho F_i, \\ \frac{\partial E}{\partial t} &= \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial t} - q_{i,i}. \end{aligned} \quad (9)$$

Эволюционные уравнения первой группы:

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda(\dot{\theta}^{\text{tot}} - \dot{\theta}^p)\delta_{ij} + 2\mu(\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{tot}} - \dot{\epsilon}_{ij}^p), \quad (10)$$

где $\sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + S_{ij}^c + S_{ij}^v$; $-P = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$, $P = f(\rho, E)$,

эволюционные уравнения второй группы:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}^P &= A \frac{\partial}{\partial x^i} B \frac{\partial}{\partial x^i} \theta^P + C(\theta), \\ \dot{\varepsilon}_{ij}^P &= F(\varepsilon_{\text{eff}}, \sigma_{\text{eff}}, S_{ij}, \dots), \end{aligned} \quad (11)$$

например

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^P = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{\text{eff}}^P}{\sigma_{\text{eff}}} S_{ij},$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij}^{\text{tot}} &= \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^P; \quad \dot{\theta}^{\text{tot}} = \dot{\varepsilon}_{ii}^{\text{tot}}; \quad \dot{\theta}^P = \dot{\varepsilon}_{ii}^P; \\ \dot{\varepsilon}_{ij}^{\text{tot}} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x^j} - \frac{\partial v_j}{\partial x^i} \right); \\ \dot{\varepsilon}_{\text{eff}}^P &= \frac{\sqrt{2}}{3} [(\dot{\varepsilon}_{11}^P - \dot{\varepsilon}_{22}^P)^2 + (\dot{\varepsilon}_{22}^P - \dot{\varepsilon}_{33}^P)^2 + \\ &+ (\dot{\varepsilon}_{33}^P - \dot{\varepsilon}_{11}^P)^2 + 6((\dot{\varepsilon}_{12}^P)^2 + (\dot{\varepsilon}_{23}^P)^2 + (\dot{\varepsilon}_{31}^P)^2)]^{1/2}, \end{aligned}$$

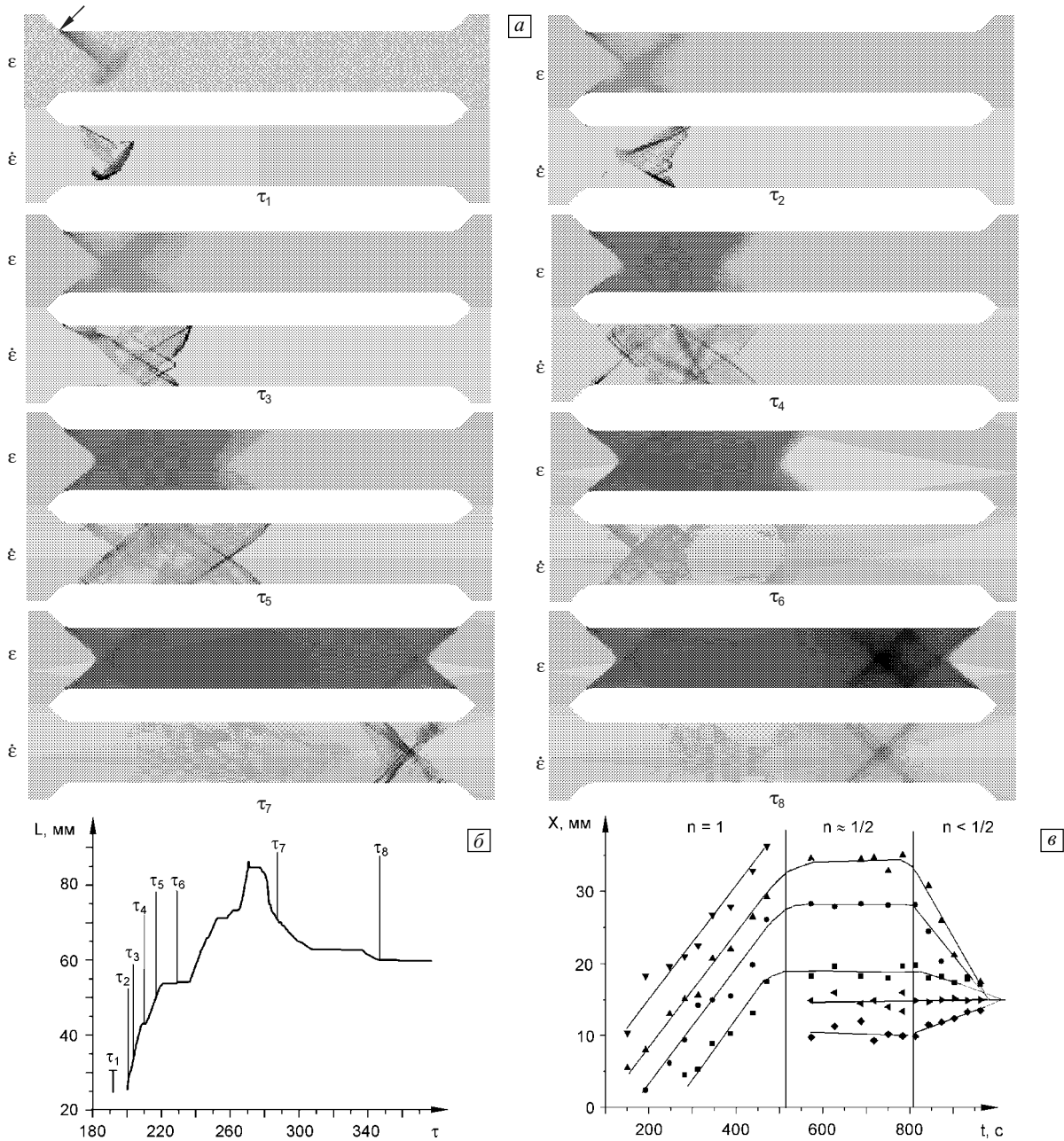


Рис. 8. Распределение локализованной пластической деформации и скоростей пластической деформации в образце (показаны для последовательных безразмерных времен $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_8$) (a); координата фронта локализованной пластической деформации в зависимости от безразмерного времени τ (b); распределение фронтов локализованной пластической деформации в экспериментах [44] (c)

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(S_{11} - S_{22})^2 + (S_{22} - S_{33})^2 + (S_{33} - S_{11})^2 + 6(S_{12}^2 + S_{23}^2 + S_{31}^2)]^{1/2}.$$

Здесь $\dot{\epsilon}_{\text{eff}}^p$ и σ_{eff} — вторые инварианты скоростей пластических деформаций и напряжений соответственно; A, B, C — некоторые функции, определяемые при выборе конкретной кинетики; B — нелинейный коэффициент переноса; C — объемный источник.

Для замыкания системы уравнений (9)–(11) необходимо задать кинетики для скоростей генерации неупругих (пластических) деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ и дилатансии θ^p . Некоторые такие модели обсуждены в работах [11, 43], там же приведены примеры расчетов эволюции нагруженных пластичных металлов и геосред.

Здесь приведем только пример расчета формирования фронтов локализованной пластической деформации и образования шейки в образце при растяжении (рис. 8). Как и в экспериментах [44], в образце возле захвата формируется фронт локализованной деформации, который движется с остановками по образцу, отражается от противоположного конца, там намечается шейка (время τ_7 на рис. 8), развитие которой затем приостанавливается и шейка формируется в другом месте (время τ_8 на рис. 8). Нижние рисунки для скорости деформаций $\dot{\epsilon}$ позволяют отследить, в каком именно месте в данное время τ_i развивается неупругая деформация (темные участки). Для простоты анализа в расчетах были заблокированы все возможные источники зарождения пластической деформации, кроме одного (показан стрелкой на рис. 8). Скорость фронта локализованной пластической деформации на несколько порядков ниже скорости звука и пропорциональна скорости нагружения (растяжения) образца. Подробности моделирования фронтов локализованной деформации изложены в работах [11, 45–48].

4. Выводы

Экспериментальное и теоретическое изучение деструкции твердых тел, выполненное с позиций нелинейной динамики систем, позволяет сделать следующие заключительные замечания.

Твердые тела и среды эволюционируют под приложенными нагрузками (любыми внешними воздействиями) как нелинейные динамические системы.

Глобальным параметром порядка эволюции нагружаемых твердых тел является скорость подводимой к ним энергии. Причем, твердые деформируемые тела проявляют свойство инвариантности к способу и виду подводимой энергии (тепло, механическое воздействие, радиация и т.д.). Важна общая сумма подводимой энергии [11, 24]. Энергия оказывается «квантованной» по величине, подобно масштабам в ряду иерархии.

Если суммарная подводенная энергия превысит некоторое пороговое значение, в твердом теле происходит самоорганизация, которая проявляется в смене структур, в изменении пространственно-временной симметрии и вовлечении в процесс деструкции среды новых масштабов, что выражается, в частности, в формировании в среде иерархии блоков.

Установлен принцип универсальной фрактальной делимости твердых тел и сред. Найдена инвариантная мера отношения последовательных сопряженных масштабов, формирующихся в ходе эволюции структур, которая оказалась равной числу Φ (числу «золотого сечения»).

Можно утверждать, что существует единый процесс деструкции (или разрушения) материалов и сред. Для некоторых материалов и сред, которые мы называем пластичными, наблюдается длительная квазистационарная стадия — неупругая или пластическая деформация. Когда эта квазистационарная стадия короткая, то материал называют хрупким. За этой стадией процесс деструкции развивается катастрофически в режиме с обострением на соответствующем масштабе. Таков общий сценарий эволюции твердых кристаллических тел и сред под внешними воздействиями.

Процесс деструкции твердых тел и сред статистически строго упорядочен. Наблюдаемая иерархия масштабов деструкции начинается с размеров кристаллической решетки и продолжается вплоть до размеров тектонических плит в геосредах.

Предложенная концепция системного подхода является альтернативой по отношению к вероятностно-статистической механике разрушения твердых тел (имеется в виду концептуальный аспект).

Фронты Людерса, различные виды волн разрушения, медленные деформационные фронты в геосредах составляют особый класс движений, так называемых «медленных движений» в нелинейных средах и материалах.

Этот класс движений отражает коллективные процессы в нагружаемой нелинейной среде и является результатом самоорганизации в этой среде.

Работа поддержана грантом РФФИ № 05-05-64659 и интеграционным проектом РАН № 200-089.

Литература

1. Панин В.Е., Гриняев Ю.В. Физическая мезомеханика — новая парадигма на стыке физики и механики // Физ. мезомех. — 2003. — Т. 6. — № 4. — С. 9–36.
2. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов / Под ред. В.Е. Панина. — Новосибирск: Наука, 1995. — Т. 1. — 298 с., Т. 2. — 320 с.
3. Гольдин С.В. Деструкция литосферы и физическая мезомеханика // Физ. мезомех. — 2002. — Т. 5. — № 5. — С. 5–22.
4. Макаров П.В. Моделирование процессов деформации и разрушения на мезоуровне // Изв. АН. Механика твердого тела. — 1999. — № 5. — С. 109–131.

5. Хаген Г. Информация и самоорганизация. Макроскопический подход к сложным системам. – М.: Мир, 1991. – 240 с.
6. Малинецкий Г.Г., Потанов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: УРСС, 2002. – 356 с.
7. Катица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. – М.: УРСС, 2002. – 342 с.
8. Глендорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. – М.: УРСС, 2003. – 280 с.
9. Пригожин И., Николис Г. Познание сложного. Введение. – М.: УРСС, 2003. – 342 с.
10. Курдюмов С.П., Князева Е.Н. У истоков синергетического видения мира: режимы с обострением // Самоорганизация и наука: опыт философского осмысления. – М.: Арга, 1994. – С. 162–186.
11. Макаров П.В. Нагружаемый материал как нелинейная динамическая система. Проблемы моделирования // Физ. мезомех. – 2005. – Т. 8. – № 6. – С. 39–56.
12. Родионов В.Н. Учение о геомеханике // Геофизика. – 2006. – № 5. – С. 61–64.
13. Родионов В.Н. Геомеханика (Кинематика воспроизводимых структур). – М.: ИНЭК. – 248 с.
14. Садовский М.А. Естественная кусковатость горной породы // Докл. АН СССР. – 1979. – Т. 247. – № 4. – С. 829–831.
15. Пиотровский В.В. Использование морфометрии для изучения рельефа и строения Земли // Земля во Вселенной. – М.: Мысль, 1964. – С. 278–297.
16. Садовский М.А., Кочарян Г.Г., Родионов В.Н. О механике блочного горного массива // Докл. АН СССР. – 1988. – Т. 302. – № 2. – С. 306–307.
17. Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. – М.: Наука, 1987. – 100 с.
18. Уломов В.И. Глобальная упорядоченность сейсмических структур и некоторые аспекты сейсмического районирования и долгосрочного прогноза землетрясений // Сейсмичность и сейсмическое районирование Северной Евразии. Вып. 1. – М.: ИФЗ РАН, 1993. – С. 24–44.
19. Кочарян Г.Г., Сливак А.А. Динамика деформирования блочных массивов горных пород. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2003. – 423 с.
20. Ахромеева Т.С., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Самарский А.А. Нестационарные структуры и диффузионный хаос. – М.: Наука, 1992. – 544 с.
21. Хаген Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. – М.: Мир, 1985. – 411 с.
22. Mandelbrot B.B. The Fractal Geometry of Nature. – San Francisco: W.H. Freeman, 1982. – 460 p.
23. Макаров П.В., Трубицын А.А., Ворошилов С.П. Самоподобие разрушения углей и эволюция нагружаемых твердых тел // Уголь. – 2006. – № 10. – С. 55–58.
24. Макаров П.В. Об иерархической природе деформации и разрушения твердых тел // Физ. мезомех. – 2004. – Т. 7. – № 4. – С. 25–34.
25. Макаров П.В., Карпенко Н.И., Смолин И.Ю., Стефанов Ю.П., Тунда В.А., Хомяков А.Н. Изучение деформации и разрушения геоматериалов и геосред как иерархически организованных систем // Физ. мезомех. – 2005. – Т. 8. – Спец. выпуск. – С. 17–20.
26. Петрухин П.М., Гродель Г.С., Жиляев Н.И. и др. Борьба с угольной и природной пылью в шахтах. – М.: Недра, 1981. – 271 с.
27. Журков С.Н. Кинетическая концепция разрушения твердых тел // Вестник Академии наук СССР. – 1968. – № 3. – С. 46–52.
28. Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А. Можно ли прогнозировать разрушение? // Будущее науки. – М.: Знание, 1983. – С. 99–107.
29. Журков С.Н., Куксенко В.С., Петров В.А. и др. О прогнозировании разрушения твердых пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1977. – № 6. – С. 11–18.
30. Завьялов А.Д. От кинетической теории прочности и концентрационного критерия разрушения к плотности сейсмогенных разрывов и прогнозу землетрясений // Физика твердого тела. – 2005. – Т. 47. – Вып. 6. – С. 1000–1008.
31. Килян Х.Г., Веттегрень В.И., Светлов В.Н. Ансамбли дефектов на поверхности нагруженных металлов как результат их обратной агрегации // Физика твердого тела. – 2000. – Т. 42. – Вып. 11. – С. 2024–2028.
32. Килян Х.Г., Веттегрень В.И., Светлов В.Н. Иерархия ансамблей дефектов на поверхности нагруженной меди // Физика твердого тела. – 2001. – Т. 43. – Вып. 11. – С. 2107–2111.
33. Башкаров А.Я., Веттегрень В.И., Светлов В.Н. Иерархия статистических ансамблей нанодфектов на поверхности напряженного молибдена // Физика твердого тела. – 2002. – Т. 44. – Вып. 7. – С. 1260–1265.
34. Добромыслов А.В., Козлов Е.А., Талуц Н.И. Влияние сферически сходящихся ударных волн на высокоскоростную пластическую деформацию монокристалла меди // Тезисы докладов междунар. конф. «Shock Waves in Condensed Matter», С. Петербург, 2006. – С. 21–28.
35. Добромыслов А.В., Козлов Е.А., Талуц Н.И., Укусников А.Н. Влияние сферически сходящихся ударных волн на структуру сплава Al – 2.4 % Mg – 5.5 % Zn // Тезисы докладов междунар. конф. «Shock Waves in Condensed Matter», С. Петербург, 2006. – С. 163–172.
36. Семинский К.Ж. Соотношения между размерами блоков и подвижных зон, образующих структуру литосферы Азии на разных иерархических уровнях // Тезисы докладов междунар. конф. по физической мезомеханике, компьютерному моделированию и разработке новых материалов, 19–22 сентября 2006 г., Томск. – Томск: ИФПМ СО РАН, 2006. – С. 150–151.
37. Спунгин В.Г. Иерархия и строение разрывных нарушений гранитоидного массива // Геоэкология. – 2001. – № 6. – С. 542–551.
38. Спунгин В.Г., Зыков Д.С. Иерархия разрывных нарушений и золотое сечение // Сборник материалов XII Международной конференции «Активные геологические и геофизические процессы в литосфере. Методы, средства и результаты изучения», 18–23 сентября 2006 г., Воронеж. – Т. II. – С. 175–179.
39. Klose F.B., Ziegenbein A., Weidenmüller J., Neuhäuser H., Hähner P. Portevin–Le Chatelier effect in strain and stress controlled tensile tests // Comput. Mater. Sci. – 2003. – V. 26. – P. 80–86.
40. Гольдин С.В. Дилатансия, переупаковка и землетрясения // Физика Земли. – 2004. – № 10. – С. 37–54.
41. Гольдин С.В. Макро- и мезоструктуры очаговой области землетрясения // Физ. мезомех. – 2005. – Т. 8. – № 1. – С. 5–14.
42. Дядьков П.Г., Мельников В.И., Саньков В.А. и др. Современная динамика Байкальского рифта: эпизод сжатия и последующее растяжение в 1992–1996 гг. // Докл. РАН. – 2000. – Т. 372. – № 1. – С. 99–102.
43. Стефанов Ю.П. Локализация деформации и разрушение в геоматериалах. Численное моделирование // Физ. мезомех. – 2002. – Т. 5. – № 5. – С. 107–118.
44. Zuev L.B. On the waves of plastic flow localization in pure metals and alloys // Ann. Phys. – 2007. – V. 16. – No. 4. – P. 286–310.
45. Макаров П.В., Романова В.А. О новом критерии пластического течения при моделировании деформационных процессов на мезоуровне // Математическое моделирование. – 2000. – Т. 12. – № 11. – С. 91–101.
46. Makarov P.V., Romanova V.A. Mesoscale plastic flow generation and development for polycrystals // Theor. Appl. Frac. Mech. – 2000. – V. 33. – P. 1–7.
47. Макаров П.В., Романова В.А., Балохонов Р.Р. Моделирование неоднородной деформации с учетом зарождения локализованных пластических сдвигов на границе раздела // Физ. мезомех. – 2001. – Т. 4. – № 5. – С. 29–39.
48. Макаров П.В., Романова В.А., Балохонов Р.Р. Динамика потери сдвиговой устойчивости материалов в условиях ударно-волнового нагружения // Хим. физика. – 2001. – Т. 20. – № 8. – С. 94–99.