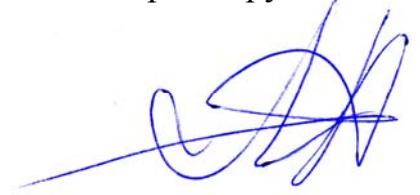


На правах рукописи



**Агафонцева Маргарита Владимировна**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СЕПАРАЦИИ  
ГАЗОВОЙ ФАЗЫ И ЛЕГКОЙ ПРИМЕСИ В ГИДРОЦИКЛОНЕ**

**01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы**

**Автореферат**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Томск – 2013

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» на кафедре физической и вычислительной механики.

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Матвиенко Олег Викторович

**Официальные оппоненты:**

**Якутенок Владимир Альбертович**, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет», кафедра математической физики, профессор

**Шиляев Михаил Иванович**, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Томский государственный архитектурно-строительный университет», кафедра отопительной вентиляции, заведующий кафедрой

**Ведущая организация:** федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем химико-энергетических технологий Сибирского отделения Российской академии наук

**Защита состоится** 1 марта 2013 г. в 13 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 212.267.13, созданного на базе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Томского государственного университета.

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ января 2013 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
доктор технических наук



Христенко Юрий Федорович

## Общая характеристика работы

**Актуальность работы.** Для разделения неоднородных многофазных систем в химической технологии широкое распространение получил процесс центробежной сепарации. Этот процесс осуществляется в поле центробежных сил и основан на различии плотностей несущей и дисперсной фазы. Сепараторы гидроциклонного типа широко применяются в нефтегазовой, химической, горнообогатительной промышленности, в задачах очистки сточных вод и дегазации теплоносителя в системах теплоснабжения, а также в других отраслях промышленности. Характерной особенностью аппаратов гидроциклонного типа является отсутствие в них вращающихся деталей. В качестве других преимуществ гидроциклонов можно еще отметить их высокую производительность, относительно низкую стоимость и сравнительно высокое качество разделения.

Прогресс в моделировании структуры течения и процессов разделения в гидроциклонах связан с работами А.И. Поварова [1], L. Svarovsky [2], Th. Neeße [3, 4], В.О. Яблонского [5], А.М. Кутепова, Д.А. Баранова, М.Г. Лагуткин [6].

Актуальность исследований процессов разделения в гидроциклонах в последнее время существенно возросла в связи с применением новых технологий, предусматривающих объединение процессов центробежной сепарации и флотации. Еще более значимыми становятся эти исследования для анализа трехфазных течений в гидроциклонах, включающих наряду с жидкой и твердой фазой, пары и газы.

В настоящее время накоплен значительный опыт в задачах моделирования процессов разделения твердой фракции в гидроциклонах. Однако расчет и определение характеристик движения воздушной и жидкой фазы в настоящее время оказывается недостаточно изученным. В частности, в настоящее время информация о поведении воздушного столба основана на наблюдениях структуры течения несущей жидкости в прозрачных гидроциклонах. Информация о поведении в гидроциклонах пузырьков воздуха в основном основана на качественных оценках.

Поэтому комплексное рассмотрение процессов сепарации в гидроциклонах при наличии в них воздушной фазы представляет достаточно сложную и, в связи с практическими потребностями, **актуальную задачу.**

### **Цель настоящей работы является**

- исследование динамики одиночного пузырька в закрученных потоках жидкости, а также анализ влияния реологических свойств жидкости на процессы движения пузырьков в потоке;
- определение условий дробления пузырьков в закрученных потоках;
- исследование процесса сепарации легкой примеси несферических частиц в гидроциклонах;
- математическое моделирование процессов дегазации в гидроциклонах с учетом дробления и коалесценции пузырьков в потоке;
- математическое моделирование образования в гидроциклоне воздушного столба и его влияние на сепарационные характеристики гидроциклонов.

**Научная новизна исследования.** В результате проведенных исследований:

- впервые изучены режимы движения пузырьков в закрученных потоках неньютоновских жидкостей; проанализировано влияние реологических свойств несущего потока на характер движения пузырьков;

- разработана модель затухающего винтового потока; исследованы движения пузырька в затухающем винтовом потоке в окрестности рециркуляционной зоны;

- разработана математическая модель сепарации несферических частиц легкой примеси в гидроциклоне, оценена эффективность этого метода;

- разработана математическая модель и изучен механизм образования воздушного столба в гидроциклонах, а так же проанализировано влияние режимов истечения из сливных патрубков на процесс сепарации;

- построена математическая модель и исследована динамика процесса дегазации в гидроциклонах с учетом дробления, коалесценции пузырьков, а также их взаимодействия с воздушным столбом, формирующимся в приосевой области гидроциклона.

**Научная и практическая ценность.** В ходе проведенных исследований выявлены механизмы переноса пузырьков воздуха в закрученных потоках ньютоновской и неньютоновских жидкостей, исследованы условия дробления пузырьков в потоке; разработана физико-математическая модель и методика расчета сепарации несферических частиц легкой примеси в гидроциклонах с учетом их турбулентной диффузии, позволяющая рассчитать показатели разделения. Изучена динамика пузырьков в гидроциклонах с учетом их дробления и коалесценции, теоретически обоснована эффективность применения метода гидроциклонирования для выделения воздушной фазы из технологических вод систем теплоснабжения.

Выполненное исследование позволяет достаточно полно определить особенности течения многофазных потоков в гидроциклонах, исследовать структуру потока и процессы сепарации. Результаты работы могут применяться для качественного и количественного анализа процессов сепарации многофазных газожидкостных систем в аппаратах гидроциклонного типа, оптимизации существующих и создании новых технологий гидроциклонирования.

**Положения, выносимые на защиту.** В ходе проведенных исследований установлено, что

- с усилением псевдопластических свойств несущей среды центростремительное движение пузырьков становится более выраженным;

- в средах с более выраженными псевдопластическими свойствами максимально возможный диаметр пузырька становится меньше;

- эффективность разделения уменьшается с увеличением степени несферичности частиц;

- режим истечения через нижний (верхний) слив слабо влияет на сепарационные характеристики течения в верхнем (нижнем) сливе;

- по мере приближения к сливным отверстиям размеры пузырьков увеличиваются, причем наибольшее увеличение пузырьков наблюдается в верхнем сливе;

- при открытых сливных отверстиях около 90% воздуха, содержащегося в подаваемой смеси выносится через воздушный столб, концентрация воздуха в

жидкости уменьшается до 10% от исходной, что свидетельствует о высокой эффективности метода гидроциклонирования в задачах дегазации.

**Достоверность** полученных результатов подтверждается тестированием численной процедуры на известных точных решениях, сравнением с известными результатами других авторов, как численными, так и экспериментальными.

**Апробация работы.** Основные положения и результаты работы доложены и обсуждены на следующих конференциях, научных конгрессах, школах-семинарах: «Всероссийская конференция «Современная баллистика и смежные вопросы механики», посвященная столетию рождения профессора М.С. Горохова (г. Томск, 16-20 ноября 2009 г.); GAMM 81<sup>st</sup> Annual Scientific Conference (Karlsruhe, Germany, 22-26, March 2010), Шестая всероссийская конференция молодых ученых «Физика и химия высокоэнергетических систем» (НОЦ) (г. Томск, 14-17 апреля 2010 г.); VII Международная конференция студентов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук» (г. Томск, 20-23 апреля 2010 г.); PARTEC – International Congress on Particle Technology (Nuremberg, Germany, 23-25, April 2010); III Научно-технической конференция молодых ученых «Перспективы создания и применения конденсированных высокоэнергетических материалов» (г. Бийск, 23-24 сентября 2010 г.); Всероссийская научная конференция с участием зарубежных ученых «Математическое и физическое моделирование опасных природных явлений и техногенных катастроф» (г. Томск, 18-20 октября 2010 г.); Всероссийскую молодёжную научную конференцию «Современные проблемы математики и механики» (г. Томск, 13-15 октября 2010 г.); Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН (Академгородок, Новосибирск) XI Всероссийская школа-конференция молодых учёных «Актуальные Вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики» (г. Новосибирск, 17-19 ноября 2010 г.); II Всероссийская молодёжная научная конференция «Современные проблемы математики и механики», посвященная 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Яненко (г. Томск, 12-14 октября 2011 г.); IX Всероссийская конференция молодых ученых «Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии» (г. Новосибирск, 23-26 апреля 2012 г.); III Всероссийская молодёжная научная конференция «Современные проблемы математики и механики» (г. Томск, 23-25 апреля 2012 г.); Всероссийская научная конференция с международным участием «Математическое и физическое моделирование опасных природных явлений и техногенных катастроф» (г. Томск, 23-25 мая 2012 г.); Международная Гумбольтовская конференция «Роль фундаментальных наук в современном обществе» (г. Москва, 31 мая-2 июня 2012 г.); Всероссийская молодежная конференция «Современные методы механики» (г. Томск, 19-20 сентября 2012 г.).

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 240 наименований, и содержит 202 страницы основного текста, в том числе 49 рисунков, 4 таблицы.

Автор выражает благодарность коллективу кафедры физической и вычислительной механики ТГУ.

## Основное содержание работы

**Во введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, определены цели и задачи исследования, отражены научная новизна и практическая значимость, излагается краткое содержание работы.

**В первой главе** представлен обзор литературы, посвященной методам расчета гидродинамики и сепарационных характеристик гидроциклонов, реологии дисперсных систем, моделированию турбулентности, формированию и устойчивости воздушного столба.

**Во второй главе** описан численный метод решения уравнений движения вязкой ньютоновской жидкости. Приводятся различные методики аппроксимации конвективных членов с указанием их особенностей. Далее следует подробное описание используемой методики для расчета полей скорости и давления, а так же модифицированного метода VOF/HRIC для расчета течений со свободной поверхностью.

**Третья глава** посвящена исследованию динамики одиночного пузырька в потоке. В *первом* параграфе описываются уравнения динамики пузырька в потоке, анализируются действующие на него силы, Также в этом параграфе приводится обзор различных зависимостей для расчета коэффициента сопротивления пузырька в потоке. Во *втором* параграфе рассматривается динамика всплытия пузырька с использованием различных законов сопротивления. На основе проведенных расчетов определена зависимость для коэффициента сопротивления, наиболее адекватно описывающая всплытие пузырька в широком диапазоне изменения параметров задачи.

В *третьем* параграфе рассмотрено движение одиночного пузырька в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами различного радиуса; внешний цилиндр является непроницаемым, а внутренний представляет собой полупроницаемую мембрану. Зазор между цилиндрами заполнен вязкой жидкостью. Пузырек в процессе движения в установке может либо всплывать на поверхность, либо, достигнув поверхности внутреннего цилиндра, выводиться из установки. Уравнения реодинамики в цилиндрических координатах имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ kr^3 \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{W}{r} \right) \right)^n \right] = 0; \quad \frac{\partial P}{\partial r} = \rho_l \frac{W^2}{r}; \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho_l g. \quad (1)$$

В качестве граничных условий используются условия прилипания на стенках:  $r=r_i: W=r_i\omega_i$ ;  $r=r_e: W=r_e\omega_e$ . Здесь  $r_i, r_e$  – радиусы внутреннего и внешнего цилиндра соответственно, а  $\omega_i, \omega_e$  – угловые скорости их вращения.

Интегрирование уравнений (1) позволяет определить радиальное распределение тангенциальной скорости и поле давления в жидкости:

$$W = \frac{r(\omega_i r_e^{1-3/n} - \omega_e r_i^{1-3/n})}{(r_e^{1-3/n} - r_i^{1-3/n})} + \frac{r^{2-3/n}(\omega_e - \omega_i)}{(r_i^{1-3/n} - r_e^{1-3/n})}. \quad (2)$$

$$P = P_r(r) + P_z(z) + P_0,$$

$$P_z(z) = \rho_l g(z_{\min} - z),$$

$$P_r(r) = \frac{\rho_l}{\left(r_e^{1-3/n} - r_i^{1-3/n}\right)^2} \left[ \left(\omega_i r_e^{1-3/n} - \omega_e r_i^{1-3/n}\right)^2 \frac{r^2}{2} - \frac{2r^{3-3/n} \left(\omega_i r_e^{1-3/n} - \omega_e r_i^{1-3/n}\right)}{(3-3/n)} \left(\omega_e - \omega_i\right) + \left(\omega_e - \omega_i\right)^2 r \frac{\left(4-12/n+9/n^2\right)}{\left(4-12/n+9/n^2\right)} \right] \quad (3)$$

где  $P_r(r)$  характеризует действие центробежных сил;  $P_z(z)$  – гидростатическое давление в жидкости;  $P_0$  – давление на свободной поверхности,  $z_{min}$  – высота свободной поверхности на стенке внутреннего цилиндра. Форма свободной поверхности может быть найдена из уравнения (3):

$$z = z_0 + \frac{P_r(r)}{\rho_l g} - \frac{2}{r_e^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_e} \frac{P_r(r)}{\rho_l g} r dr, \quad (4)$$

где  $z_0$  – высота свободной поверхности в покоящейся среде.

Пузырьки воздуха, запускаются со дна установки на разных радиусах, после чего начинается их движение. В зависимости от скоростей вращения цилиндров, пузырьки могут либо достигать свободной поверхности, либо, касаясь внутреннего цилиндра  $r = r_i$ , выводиться из установки.

Дифференциальное уравнение движения центра масс пузырька имеет вид второго закона Ньютона:

$$\rho V \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{C_D}{8} \pi d^2 \rho_e |\vec{v} - \vec{v}_e| (\vec{v} - \vec{v}_e) + (\rho - \rho_e) V \vec{g} \quad (5)$$

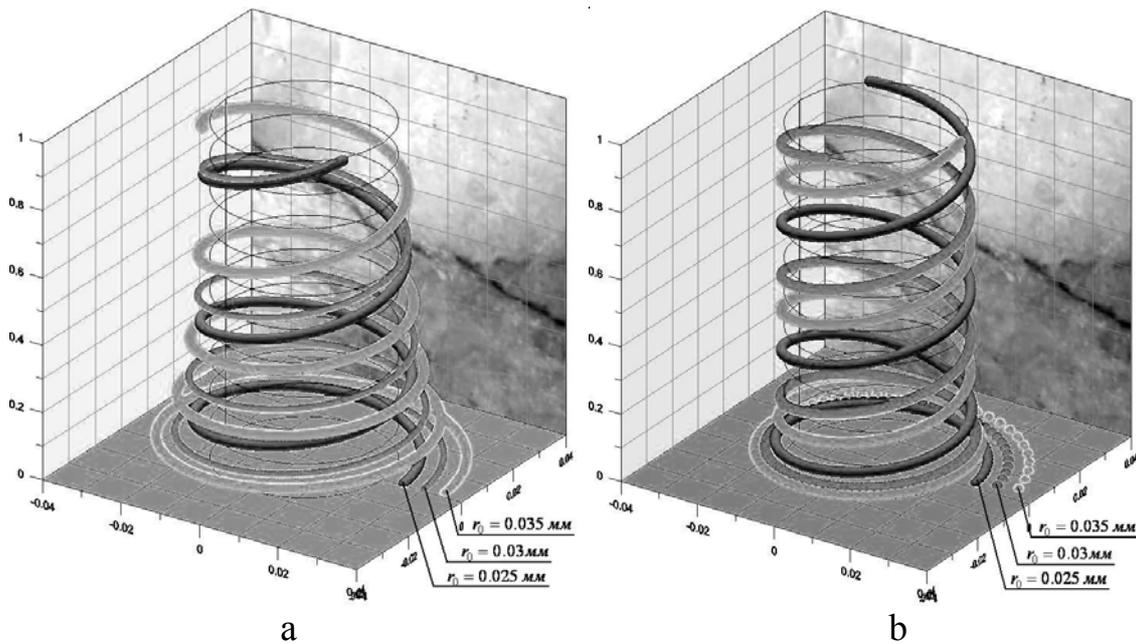


Рисунок 1 – Траектории пузырьков ( $d_b=0.0004\text{м}$ ): а -  $\omega_i = 0$ ,  $\omega_e = 5$ ;  
 б -  $\omega_i = 0$ ,  $\omega_e = 15$

Динамика роста пузырька описывается уравнением Релея-Плессета:

$$\frac{p_v(T_\infty) - p_\infty(t)}{\rho_L} + \frac{p_{G0}}{\rho_L} \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} = \ddot{R}R + \frac{3}{2} \dot{R}^2 + 4 \frac{\mu_L \dot{R}}{\rho_L R} + \frac{2\sigma}{\rho_L R}. \quad (6)$$

Анализ динамики пузырька начнем с исследования его движения в ньютоновской жидкости. На рисунке 1 изображены траектории трех различных пузырьков, введенных в установку на различных расстояниях от оси симметрии. Расчеты выполнены для случая покоящегося внутреннего цилиндра  $\omega_i=0$ . Движение жидкости происходит из-за вращения внешнего цилиндра. С увеличением скорости вращения внешнего цилиндра число витков, как и следовало ожидать, увеличивается, пузырьки движутся по винтовой линии. Для относительно небольших скоростей вращения внешнего цилиндра движение пузырька осуществляется по конической поверхности (рис. 1а.), а с увеличением скорости вращения (рис. 1б.) – практически по цилиндрической поверхности. При больших угловых скоростях  $\omega_e$  на начальном участке движения пузырек достаточно быстро движется к центральной части установки и потом совершает движение по поверхности, близкой к цилиндру.

При вращении цилиндров в разные стороны часть потока, расположенного вблизи внутреннего цилиндра, вращается по часовой стрелке, а внешняя часть потока – против часовой стрелки. Границей раздела этих потоков является радиус

$$r^* = \left[ \frac{\left( \omega_e r_i^{(n-3)/n} - \omega_i r_e^{(n-3)/n} \right)}{\left( \omega_e - \omega_i \right)} \right]^{n/(n-3)}.$$

Для движения пузырьков во внешней части потока характерна следующая особенность: приближаясь к области  $r=r^*$ , скорость вращения таких пузырьков резко уменьшается и они практически вертикально всплывают вверх, не достигая внутреннего цилиндра.

Значения числа Вебера, рассчитанные для пузырьков малого диаметра ( $d_b=100\mu\text{м}$ ), не превышают критического значения. Таким образом, дробление пузырьков данного размера не происходит. Однако, с увеличением размеров пузырька в потоке возникают области, в которых число Вебера превышает критическое значение. Для пузырька с диаметром 1мм область дробления пузырька локализуется вблизи поверхности внешнего вращающегося цилиндра.

Анализ движения пузырька в нелинейно-вязкой жидкости при различных режимах вращения цилиндров и различных реологических свойствах жидкости позволяет сделать следующие выводы. С увеличением псевдопластических свойств (уменьшением показателя нелинейности  $n$ ), скорость движения пузырька в радиальном направлении увеличивается. В псевдопластических средах с увеличением напряжений сдвига происходит уменьшение эффективной вязкости и соответственно увеличение подвижности пузырька. В результате этого отношение  $We/We^*$  в псевдопластических средах становится большим, чем в ньютоновских. В результате этого в областях высоких сдвиговых напряжений может происходить дробление пузырька. В дилатантных средах, напротив – с ростом напряжения сдвига

эффективная вязкость увеличивается, что приводит к уменьшению отношения  $We/We^*$  и, соответственно, дробление пузырьков не происходит.

В четвертом параграфе рассмотрены особенности всплытия пузырька в затухающем винтовом потоке. Искомое поле скорости для винтового потока с затухающей закруткой имеет вид:

$$U = \left[ \frac{\sqrt{2}Ro e^{-\alpha z}}{\alpha} \left( 3 \frac{r}{R} - 2 \right) + 1 \right] u_{in}; \quad V = \sqrt{2} u_{in} Ro e^{-\alpha z} \left( \frac{r^2}{R} - r \right); \quad W = \frac{r}{R} Ro u_{in} e^{-\alpha z}. \quad (7)$$

Здесь  $u_{in}$  – среднерасходная скорость жидкости, а число Россби определяется выражением  $Ro = \omega R / u_{in}$ ,  $R$  – радиус канала. Коэффициент затухания закрутки  $\alpha$  может быть определен на основе экспериментальных данных [7]:  $\alpha = 0.22(1 + 0.034Ro)R^{-1} Re^{-1/4}$ .

На рисунке 2 представлены траектории пузырька в винтовом потоке с затухающей закруткой в цилиндрическом канале радиуса 5 см для различных параметров потока. При больших значениях числа Россби в центре канала появляется рециркуляционная зона, скорость в которой отрицательна. Движение пузырька в этой зоне определяется балансом сил плавучести и сопротивления. Пузырьки малого диаметра, попадая в эту зону будут стремиться вниз, в то время как пузырьки большого диаметра будут всплывать вверх. Линии нулевой скорости пузырьков лежат внутри рециркуляционной зоны. Область, в которой пузырек, захватываемый потоком, уносится вниз, сокращается с ростом его диаметра. Попадая в эту зону, пузырек стремится вниз; вне этой зоны пузырьки уносятся вверх восходящим потоком. Доля пузырьков, уносимых вниз, уменьшается с увеличением их размера.

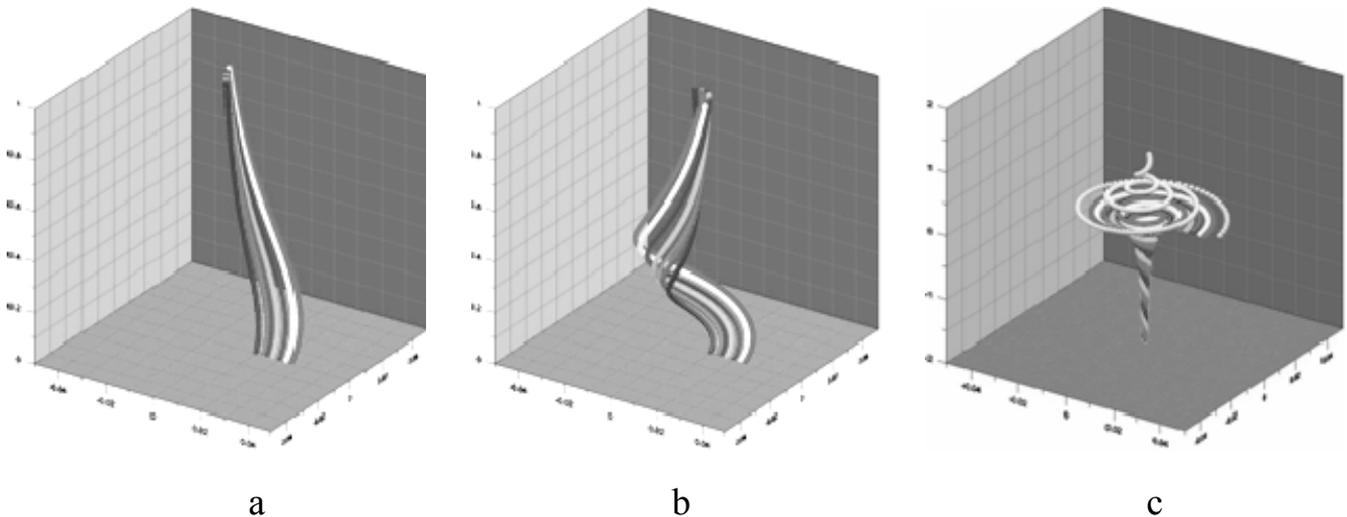


Рисунок 2 – Траектории пузырька  $r_b = 0.0005$  м,  $u_{in} = 0.5$  м/с: а –  $Ro = 0.25$ ; б –  $Ro = 0.5$ ; в –  $Ro = 1$

**Четвертая глава** посвящена моделированию процессов разделения воздушных сред в гидроциклонах. В первом параграфе рассматривается математическая модель процессов разделения воздушной фазы в гидроциклоне. Для описания

гидродинамики и процессов переноса в гидроциклонах используется физико-математическая модель, которая включает:

- двумерные уравнения Навье-Стокса для описания гидродинамики суспензии:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v r}{\partial r} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho u v r}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_{ef} \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu_{ef} r \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right], \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v^2 r}{\partial r} = & -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_{ef} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \mu_{ef} r \left( 2 \frac{\partial v}{\partial r} - 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial v r}{\partial r} \right) \right) \right] - 2 \frac{\mu_{ef} v}{r^2} + \frac{\rho w^2}{r}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho u w}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho v w r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu_{ef} \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{\mu_{ef}}{\sigma_{r\phi}} r^3 \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{w}{r} \right) \right] - \frac{\rho v w}{r}, \quad (11)$$

- модификацию  $k$ - $\varepsilon$  модели турбулентности, учитывающую влияние центробежных сил и межфазного взаимодействия на процессы генерации/диссипации турбулентности:

$$\begin{aligned} \frac{\partial c u k}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial c v k r}{\partial r} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{M_{ef}}{y_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{M_{ef}}{y_k} r \frac{\partial k}{\partial r} \right] + G - c e - \\ & - \frac{3}{4} \rho k \sum_i C_D d_{pi}^{-1} M_i |\vec{v}_l - \vec{v}_i| (1 - u_i) \end{aligned}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial c u e}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial c v e r}{\partial r} = & \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{M_{ef}}{y_e} \frac{\partial e}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{M_{ef}}{y_e} r \frac{\partial e}{\partial r} \right] + (C_1 G - C_2 c e) \frac{e}{k} - \\ & - \frac{3}{4} \rho \varepsilon \sum_i C_D d_{pi}^{-1} M_i |\vec{v}_l - \vec{v}_i| (1 - u_i) \end{aligned}, \quad (13)$$

$$G_k = \mu_t \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( r \frac{\partial w / r}{\partial r} \right)^2 \right\}.$$

- плотность среды выражается через массовые концентрации компонентов:

$$\rho = \left[ \frac{1}{\rho_l} \left( 1 - \sum_{i,j=1}^N M_i \right) + \sum_{i,j=1}^N \frac{M_i}{\rho_{pi}} \right]^{-1}, \quad (14)$$

- зависимость вязкости среды от концентрации дисперсной фазы может быть учтена, например, с помощью формулы Томаса:

$$\frac{\mu_m}{\mu_l} = 1 + 2.5 \sum_{i=1}^N M_i \frac{\rho_l}{\rho_{pi}} + 0.0275 \sum_{i=1}^N \left( M_i \frac{\rho_l}{\rho_{pi}} \right)^2 \times \exp \left( 16.6 \sum_{i=1}^N M_{ij} \frac{\rho_l}{\rho_{pi}} \right), \quad (15)$$

- для описания динамики дисперсной фазы используется подход основанный на модели дрейфа частиц в потоке. Скорость дисперсной фазы определяется в предположении малости инерционных членов или, иными словами, динамического баланса сил, действующих на частицы:

$$u_{rel} = \frac{4}{3} d_p^2 \frac{(\rho_p - \rho_{liq})}{\mu_{liq} C_d Re_{rel}} \cdot g; \quad v_{rel} = \frac{4}{3} d_p^2 \frac{(\rho_p - \rho_{liq})}{\mu_{liq} C_d Re_{rel}} \cdot \frac{(w_p)^2}{r};$$

$$w_{rel} = -\frac{4}{3} d_p^2 \frac{(\rho_p - \rho_{liq})}{\mu_{liq} C_d Re_{rel}} \cdot \frac{v_p w_p}{r},$$
(16)

- баланс массы твердой фазы определялся с помощью уравнения диффузии, которое описывает конвективный перенос частиц осредненным потоком и стохастическое движение частиц вследствие турбулентных пульсаций (турбулентную диффузию)

$$\frac{\partial c(u + u_{rel})M_j}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial c(v + v_{rel})rM_j}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ cD_{pt} \frac{\partial M_j}{\partial x} \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ cD_{pt} \frac{\partial M_j}{\partial r} \right];$$
(17)

- при расчете движения совокупности частиц предполагалось, что их распределение подчиняется закону Розина-Рамлера-Шперлинга-Боннета (RRSB);
- для определения межфазной границы вода – воздух используется метод VOF/HRIC.

Во *втором* параграфе с целью проверки адекватности математической модели и разработанного численного метода был проведен расчет гидродинамики и сепарации частиц в гидроциклоне для режимных и геометрических параметров, соответствующих экспериментальным данным, приведенным Монредоном с соавторами в работе [8]. Поле течения моделировалось для трех различных гидроциклонов. Сравнение экспериментальных и расчетных данных показывает, что численное моделирование для всех трех конструкций достаточно хорошо позволяет рассчитать поле течения и размер граничного зерна. Таким образом, описанная выше математическая модель, а также используемая численная методика способны точно описывать гидродинамику и процессы сепарации в гидроциклонах.

В *третьем* параграфе рассматривается сепарация легкой полимерной пыли в гидроциклонных аппаратах. Расчетные параметры аппарата имели значения, соответствующие экспериментам [9]:  $d_c=75$  мм,  $d_{in}=25$  мм,  $d_{of}=25$  мм,  $d_{uf}=12.5$  мм,  $L_1=75$  мм,  $L_2=200$  мм,  $L_3=25$  мм,  $l_1=100$  мм,  $l_2=50$  мм. Расчеты проводились для несферических частиц. Коэффициент сопротивления частиц определялся согласно формуле [10]:

$$C_D = \frac{24}{Re_{rel}} \left( 1 + A_1 Re_{rel}^{A_2} \right) + \frac{A_3 Re_{rel}}{Re_{rel} + A_4}$$

$$A_1 = \exp(2.3288 - 6.4581\sigma + 2.4486\sigma^2); \quad A_2 = 0.0964 + 0.5565\sigma;$$

$$A_3 = \exp(4.905 - 13.8944\sigma + 18.4222\sigma^2 + 10.2599\sigma^3);$$

$$A_4 = \exp(1.4681 + 12.2584\sigma - 20.7322\sigma^2 + 15.8855\sigma^3).$$

В этом законе сопротивления  $\sigma$  – коэффициент несферичности частиц определяется как отношение площади поверхности эквивалентной сферической частицы к площади поверхности несферической частицы.

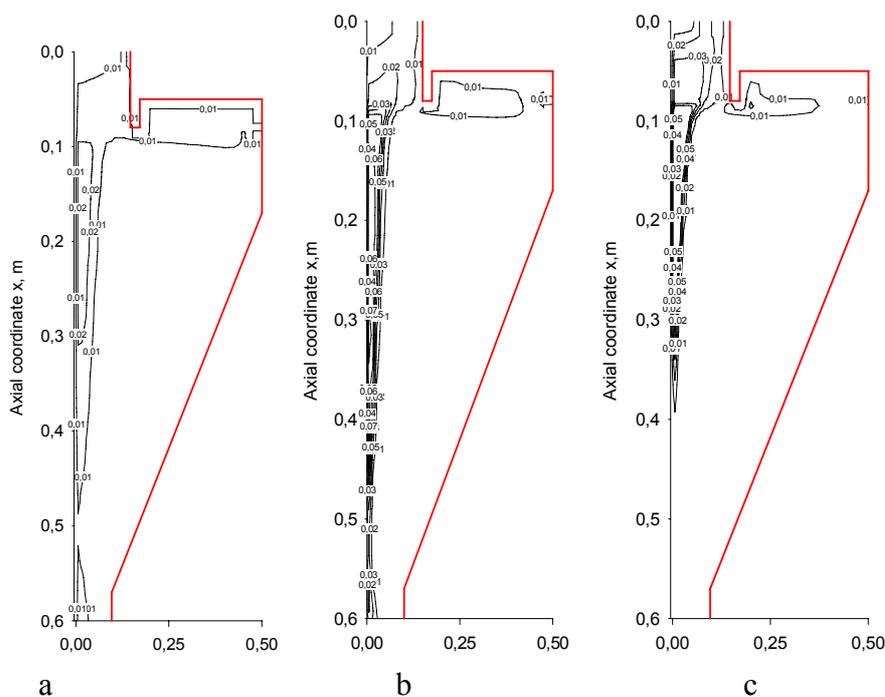


Рисунок 3 – Концентрация частиц в гидроциклоне ( $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$ ): а –  $d_p = 10 \text{ мкм}$ ; б –  $d_p = 20 \text{ мкм}$ ; в –  $d_p = 50 \text{ мкм}$

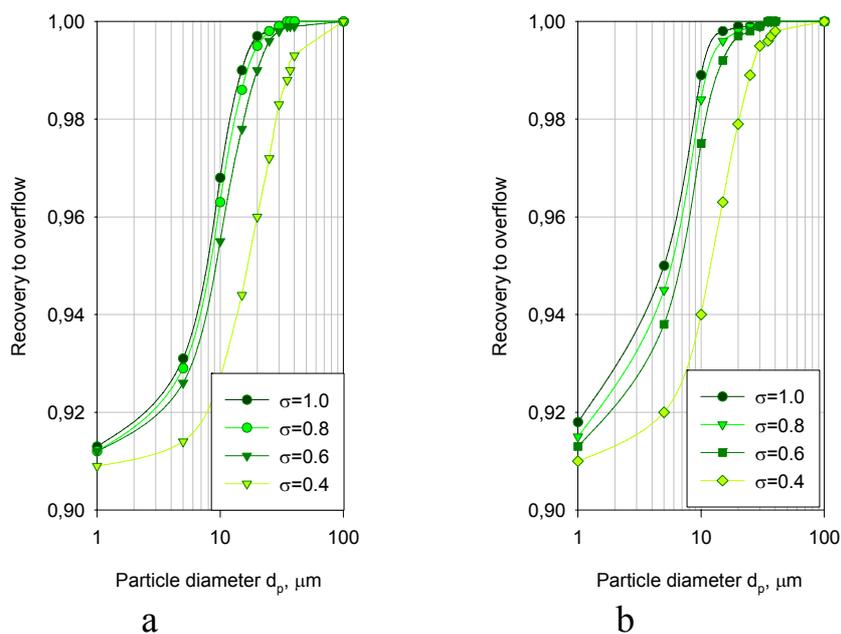


Рисунок 4 – Кривые разделения: а –  $\rho = 800 \text{ кг/м}^3$ ; б –  $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$

На рисунке 3 представлено распределение концентраций трех фракций частиц с плотностью меньшей, чем плотность несущей фазы в гидроциклоне. Отметим, что движение частиц мелких фракций относительно несущей жидкости достаточно мало, а процессы турбулентной диффузии достаточно интенсивны. В результате распределение концентраций мелких частиц имеет равномерный характер.

Крупные частицы, более легкие, чем несущая жидкость (вода) движутся из подводящего патрубка к центру гидроциклона и затем покидают его преимущественно через верхний слив. В результате концентрация частиц с ростом их диаметра в верхнем сливе увеличивается. В то же время доля частиц, покидающих гидроциклон через нижний слив, резко падает и для частиц с диаметром более  $d_p=50\text{мкм}$  становится практически равной нулю. На рисунке 4 представлены кривые разделения в гидроциклоне для различных значений коэффициента несферичности частиц. Можно отметить, что кривая разделения несферических частиц сдвигается вправо по сравнению с кривой разделения, рассчитанной для сферических частиц. В результате эффективность разделения уменьшается с увеличением степени несферичности частиц (уменьшением  $\sigma$ ).

В *четвертом* параграфе исследуется влияние воздушного столба, формирующегося в приосевой части гидроциклона на структуру течения и процессы разделения. Как показывают результаты расчетов, диаметр столба внутри гидроциклона меняется при приближении к выходным отверстиям. Кроме того, формирование воздушного столба существенно зависит от давления на входе в аппарат  $P_d$ . Если давление на входе в аппарат недостаточно велико, то сначала в потоке образуется зона разряжения, примыкающая к верхнему сливу. На внешней границе потока образуется воронка, в которую подсасывается атмосферный воздух. Воздух внутри воронки также находится во вращении благодаря тому, что частицы воды на свободной поверхности увлекают за собой соседние частицы воздуха. Наряду с вращением воздушные массы внутри воронки совершают также движение в осевом и радиальном направлении. При этом движение воздуха внутри воронки, сформировавшейся в окрестности верхнего слива, происходит по следующей схеме: воздух подсасывается в центр воронки и совершает движение до самого ее устья, затем происходит разворот воздушного потока, и вдоль границы свободной поверхности происходит его истечение из воронки во внешнюю среду. С увеличением величины давления на входе в аппарат  $P_d$  увеличивается длина воронки в верхнем сливе. При этом увеличение ее размеров в радиальном направлении незначительно. Дальнейшее увеличение  $P_d$  интенсифицирует вращение потока, не только в цилиндрической, но и в конической части аппарата. Это приводит к формированию зоны разряжения вблизи нижнего слива и формированию здесь воронки нижнего слива. При еще большем давлении напора происходит удлинение этих воронок и их слияние. Так внутри гидроциклона образуется воздушный столб. При этом внутри столба локализуются два воздушных вихря, связанных с движением воздуха вблизи сливных отверстий.

В случае, когда истечение в нижнем сливе происходит в изолированный от атмосферы приемный бункер, в приосевой зоне возвратных течений происходит вовлечение частиц мелких фракций в гидроциклон, что уменьшает массовый поток этих фракций из гидроциклона. Если же истечение из нижнего слива происходит в открытую атмосферу, а из верхнего слива в изолированный приемный бункер, то мелкие частицы захватываются рециркуляционным потоком из этого бункера и

вносятся в основной объем аппарата. Затем вследствие процессов турбулентной диффузии попадают в нижний слив. При этом поток частиц мелких фракций через это сливное отверстие увеличивается по сравнению с режимом свободного истечения в атмосферу через оба слива. Рисунок 5 а характеризуют влияние режима работы гидроциклона на сепарационные характеристики тяжелых частиц. На этих рисунках представлена зависимость относительного изменения эффективности разделения  $\Delta S_i/S_i$  от диаметра частиц ( $\Delta S_i = S_i - S_{i1}$ ,  $S_i$  - эффективности сепарации, рассчитанная для  $i^{TO}$  режима истечения из сливных патрубков (1 – верхний и нижний сливы открыты для свободного истечения в атмосферу; 2 – для свободного истечения в атмосферу открыт только верхний слив; 3 – для свободного истечения в атмосферу открыт только нижний слив; 4 – истечение через оба слива происходит в изолированные от атмосферы емкости). Как видно из рисунка 5а, вовлечение частиц

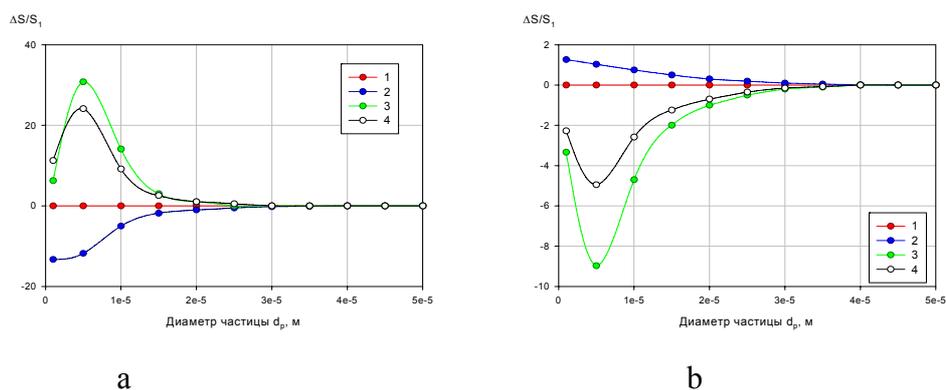


Рисунок 5 – Зависимость относительного изменения эффективности разделения  $\Delta S_i/S_i$  ( $\Delta S_i = S_i - S_{i1}$ ,  $S_i$  - эффективность сепарации, рассчитанная для  $i$ -го режима истечения из сливных патрубков) от диаметра частиц: а – сепарация твердых частиц выход в нижний слив; б – сепарация легкой примеси выход в верхний слив

мелких фракций из нижнего приемного бункера приводит к уменьшению результирующего выхода этих частиц из нижнего слива (режим 2), а вовлечение частиц из верхнего приемного бункер (режимы 3, 4) увеличивают поток частиц мелких фракций через это сливное отверстие. К аналогичным выводам приводит анализ кривых разделения (выход в верхний слив) частиц легких фракций (рисунок 5 б).

В пятом параграфе исследуются особенности дегазации в гидроциклонах. Предполагается, что в подаваемой в гидроциклон жидкости газ присутствует в виде микропузырьков размером порядка  $10^{-7}$  м. На рисунке 6 показано изменение размеров пузырьков в гидроциклоне. Из рисунка видно, что по мере приближения пузырьков к оси гидроциклона происходит незначительное увеличение их размера. По мере приближения к сливным отверстиям их размеры так же увеличиваются, причем наибольшее увеличение пузырьков наблюдается в верхнем сливе.

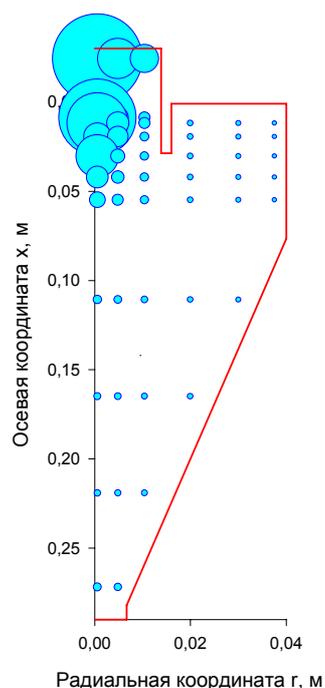


Рисунок 6. – Пузырьки воздуха в гидроциклоне

В случае, когда сливные патрубки соединены с атмосферой, в приосевой зоне гидроциклона формируется воздушный столб. Часть пузырьков, достигая границы свободной поверхности, выводятся из гидроциклона через воздушный столб. При этом массовая концентрация газовой фазы в жидкости существенно уменьшается. Рис. 7 характеризует выход газовой фазы через воздушный столб, а также через верхний и нижний сливы вместе с потоком жидкости для различных режимов истечения через сливные патрубки. Если верхний сливной патрубок изолирован от атмосферы, то около 90% воздуха, содержащегося в подаваемой смеси выносятся вместе с жидкостью через верхний слив и только 10% через нижний. В случае открытых сливов, концентрация газовой фазы в жидкости в верхнем и нижнем сливах уменьшается примерно до 10%. Основная часть газовой фазы выносятся через воздушный столб.

Выполненные расчеты свидетельствуют о высокой эффективности метода гидроциклонирования для дегазации жидкой фазы. Наиболее эффективным является режим истечения в атмосферу через верхний и нижний сливные патрубки.

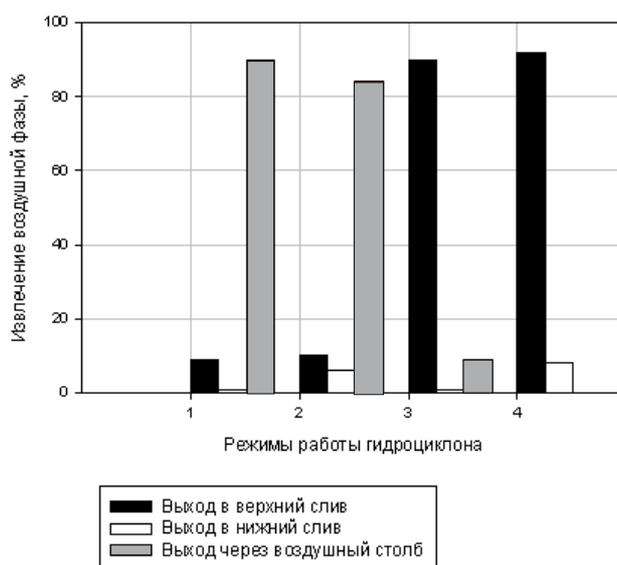


Рисунок 7 – Выход газовой фазы через воздушный столб, а также через верхний и нижний сливы вместе с потоком жидкости для различных режимов истечения через сливные патрубки (1-4 режимы истечения через сливы)

### Основные результаты и выводы

- Исследованы механизмы переноса пузырьков воздуха в закрученных потоках ньютоновской и неньютоновских жидкостей, исследованы условия дробления пузырьков в потоке, установлено, что с усилением псевдопластических свойств центростремительное движение пузырьков становится более выраженным. В средах с более выраженными псевдопластическими свойствами максимально возможный диаметр пузырька становится меньше.

- Разработана физико-математическая модель и методика расчета сепарации несферических частиц легкой примеси в гидроциклонах с учетом их турбулентной диффузии, позволяющая рассчитать показатели разделения. Установлено, что эффективность разделения уменьшается с увеличением несферичности частиц.

- Исследованы условия возникновения воздушного столба в гидроциклонах, а также его влияние на сепарационные характеристики. Поток тяжелых частиц мелких фракций через нижний слив при изолированном от атмосферы верхнем сливе увеличивается по сравнению с режимом свободного истечения в атмосферу через оба слива. При изолированном от атмосферы нижнем сливе вовлечение легких частиц мелких фракций из нижнего приемного бункера приводит к увеличению результирующего выхода этих частиц из верхнего слива.

- По мере приближения к сливным отверстиям размеры пузырьков увеличиваются, причем наибольшее увеличение пузырьков наблюдается в верхнем сливе.

- Установлено, что при открытых сливных отверстиях более 90% воздуха, содержащегося в подаваемой смеси выносится через воздушный столб, что свидетельствует о высокой эффективности метода гидроциклонирования в задачах дегазации.

### Список использованной литературы

1. Поваров А. И. Гидроциклоны на обогатительных фабриках. – М. : Недра, 1978. – 267 с.
2. Svarovsky L. Hydrocyclones. – London : Technomic Publishing, 1984. – 198 с.
3. Neeße Th., Espig D., Schubert H. Die Trennkorngröss des Hydrozyclones bei Dnnstrom- und Dicht-strömtrennungen // Proc. 1<sup>st</sup> European Symposium on Particle Classification in Gases and Liquids, 1984, Nuremberg, FRG.
4. Neeße Th., Dallman W., Espig, D. Effect of turbulence on the efficiency of separation in hydrocyclones at the high feed solids concentration // Proc. 2<sup>nd</sup> Int. Conf. Hydrocyclones. Bath. England, 1984.
5. Яблонский В.О., Рябчук Г.В. Анализ влияния режимных параметров цилиндрикоконического гидроциклона на протекание процесса напорной флотации частиц твердой фазы суспензии с неньютоновской дисперсионной средой // Химическая промышленность. – 2006. – Т. 83, № 2. – С. 62-72.
6. Баранов Д.А., Кутепов А.М., Лагуткин М.Г. Расчёт сепарационных процессов в гидроциклонах // Теоретические основы химической технологии. – 1996. – Т. 30, № 2. – С. 117-122.
7. Щукин В.К., Халатов А.А. Теплообмен, массообмен и гидродинамика закрученных потоков в полях массовых сил. – М. : Машиностроение, 1982. – 200 с.
8. Monredon T.C., Hsien K.T., Rajamani R.K. Fluid Flow model of the hydrocyclone an investigation of device dimensions // Int. J. of Mineral Process. – 1992. – Vol. 35. – P. 65-83.
9. Bradley D. A theoretical study of the hydraulic cyclone // The Indust. Chemist. 1958. – Vol. 34, № 403. – P. 473-480.
10. Haider A., Levenspiel O. Drag coefficient and terminal velocity of spherical and nonspherical particles // Powder Technology. – 1989. – Vol. 58. – P. 63-70.

## **Основные публикации по теме диссертации**

### **Статьи, опубликованные в журналах, входящих в перечень рецензируемых научных журналов и изданий**

1. Ануфриев И.С., Аникин Ю.А., Фильков А.И., Лобода Е.Л., Агафонцева М.В., Касымов Д.П., Тизиллов А.С. Исследование структуры закрученного потока в модели вихревой камеры сгорания методом лазерной доплеровской анемометрии // Письма в журнал технической физики. – 2012. – Т 38, вып. 24. – С. 39-45. – 0,4 / 0,06 п.л.

2. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Численное исследование процесса дегазации в гидроциклонах // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2012. – № 4 (20). – С. 107-118. – 0,53 / 0,27 п.л.

3. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В., Базуев В.П. Исследование динамики пузырька в закрученном потоке нелинейно-вязкой жидкости // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2012. – Вып. 4. – С. 144–156. – 0,5 / 0,2 п.л.

### **Статьи в других научных изданиях**

4. Агафонцева М.В. Математическое моделирование динамики пузырька в закрученном потоке // Физика и химия высокоэнергетических систем : сборник материалов VI Всероссийской конференции молодых ученых (14-17 апреля 2010 г., г. Томск). – Томск : ТМЛ-Пресс, 2010. – С. 159-162. – 0,2 п.л.

5. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Математическое моделирование динамики пузырька в закрученном потоке нелинейно-вязкой жидкости // Перспективы создания и применения конденсированных высокоэнергетических материалов : доклады III научно-технической конференции молодых ученых 23-24 сентября 2010 г. (г. Бийск, Алтайский край) – Бийск : Изд-во БТИ АлтГТУ, 2010. – С. 1-6. – 0,4 / 0,2 п.л.

6. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Численное исследование движения пузырька в закрученном потоке жидкости Оствальда-Де Вейля // Математическое и физическое моделирование опасных природных явлений и техногенных катастроф : материалы Всероссийской конференции с участием зарубежных ученых. – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2010. – С. 84. – 0,06 / 0,03 п.л.

7. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Исследование движения пузырька в сложных по структуре жидкостях // Современные проблемы математики и механики : материалы всероссийской молодежной научной конференции Томского государственного университета (13-15 октября 2010 г.). – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2010. – С. 139-143. – 0,24 / 0,12 п.л.

8. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Исследование динамики пузырька в закрученном потоке нелинейно-вязкой жидкости // Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики : материалы XI Всероссийской школы-конференции молодых ученых Института теплофизики им. С.С. Кутателадзе (17-19 ноября 2010 г.). – Новосибирск : Изд-во Ин-та теплофизики, 2010. – С. 60. – 0,06 / 0,03 п.л.

9. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Моделирование движения пузырька в винтовом потоке // Современные проблемы математики и механики : II Всероссийская молодежная конференция, посвященная 90-летию со дня

рождения академика Н.Н. Яненко (12-14 октября 2011 г.). – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2011. – С. 54-58. – 0,3 / 0,15 п.л.

10. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Математическое моделирование динамики пузырька в закрученном потоке // Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии : доклады IX Всероссийской конференции молодых ученых (23-25 апреля 2012 г.). – Новосибирск : Параллель, 2012. – С. 195-198. – 0,24 / 0,12 п.л.

11. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Моделирование процесса дегазации в гидроциклонах // Математическое и физическое моделирование опасных природных явлений и техногенных катастроф : Всероссийская научная конференция с международным участием (23-25 мая 2012 г.). – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2011. – С. 54-58. – 0,24 / 0,12 п.л.

12. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Математическое моделирование динамики пузырька в закрученном потоке // Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии : доклады IX Всероссийской конференции молодых ученых (23-25 апреля 2012 г.). – Новосибирск : Параллель, 2012. – С. 195-198. – 0,24 / 0,12 п.л.

13. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Моделирование процесса дегазации в гидроциклонах // Математическое и физическое моделирование опасных природных явлений и техногенных катастроф : Всероссийская научная конференция с международным участием (23-25 мая 2012 г.). – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2012. – С. 45-46. – 0,12 / 0,06 п.л.

14. Матвиенко О.В., Агафонцева М.В. Моделирование движения пузырька в винтовом потоке // Современные проблемы математики и механики : III Всероссийская молодежная конференция (23-25 апреля 2012 г.). – Томск : Изд-во Том. ун-та, 2012. – С. 63-66. – 0,18 / 0,09 п.л.

15. Matvienko O.V., Agafontseva M.V. Numerical simulation of decontamination process in the hydrocyclone [Electronic recourse] // GAMM 81<sup>st</sup> Annual Scientific Conference (Karlsruhe, Germany 22-26, March 2010). – Electron. data. – Karlsruhe, 2010. – URL: [http://www.gamm2010.uni-karlsruhe.de/abstracts/Short-9\\_matvolegv.pdf](http://www.gamm2010.uni-karlsruhe.de/abstracts/Short-9_matvolegv.pdf).

16. Matvienko O.V., Agafontseva M.V. Numerical simulation of decontamination process in the hydrocyclone [Electronic recourse] // PARTEC – International Congress on Particle Technology (Nuremberg, Germany, 23-25, April 2010) : Abstracts and Proceedings of WCPT6 // PARTEC. – Electron. data. – Nuremberg, 2010. – URL: [http://www.partec.info/en/review\\_wcpt6\\_2010/program](http://www.partec.info/en/review_wcpt6_2010/program).

Подписано в печать 11.01.2013 г.  
Формат А4/2. Ризография  
Печ. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ № 01/01-13  
Отпечатано в ООО «Позитив-НБ»  
634050 г. Томск, пр. Ленина 34а

