

## ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

УДК 669.24'783:539.38

В.А. СТАРЕНЧЕНКО, Л.А. ВАЛУЙСКАЯ, Я.Д. ФАХРУТДИНОВА, Ю.В. СОЛОВЬЕВА, Н.Н. БЕЛОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЛОКАЛИЗАЦИИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ  
МЕТОДОМ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ<sup>1</sup>

С целью описания процессов локализации пластической деформации проводится синтез модели дислокационной кинетики деформационного и термического упрочнения элемента деформационной среды сплавов со сверхструктурой  $L1_2$ , имеющих сложное деформационное поведение в различных условиях термостатического воздействия, с моделью механики макропластической деформации, описываемой в терминах упругопластической среды.

**Ключевые слова:** механика упругопластической среды, дислокационная кинетика, суперлокализация пластической деформации.

## Введение

Неоднородности пластической деформации металлов и сплавов, выявляемые на различных масштабных и структурных уровнях, в последние годы являются предметом пристального внимания многочисленных исследователей. В особенности это касается выяснения причин локализации деформации на макроуровне. Одной из причин возникновения областей локализации пластической деформации является наличие концентраторов напряжений, создающих неоднородное напряженное состояние. Так, в работе [1] показано, что при деформации участки вблизи приторцевых ребер прямоугольных монокристаллов являются местами локализации пластической деформации. В то же время на характер локализации должны оказывать влияние такие факторы, как кристаллическая структура материала, строение элементарных носителей пластической деформации, микромеханизмы пластической деформации, т.е. совокупность физических свойств, характеризующих пластические свойства элемента среды, деформируемой однородно. Таким образом, описание процессов локализации пластической деформации возможно лишь при условии учета как макросостояния образца в целом, так и физических свойств его микрообъема. С этой целью в настоящей работе в модели упругопластической среды, разработанной коллективом авторов [2], проведены расчеты макроскопического состояния, формирующегося в процессе деформации. При этом пластические свойства элемента деформационной упругопластической среды задавались в виде решений уравнений дислокационной кинетики деформации, полученных ранее для монокристаллов со сверхструктурой  $L1_2$  [3, 4].

## 1. Модель упругопластической среды

Основная трудность при математическом моделировании деформации твердых деформируемых тел состоит в построении системы определяющих уравнений, адекватно описывающих поведение среды в широком диапазоне изменения физических параметров – деформаций, напряжений, скоростей деформаций, температур [5–8]. В полной модели необходимо учитывать пластическое течение и упругое деформирование, плавление и затвердевание, испарение и конденсацию, кинетику фазовых переходов и химические превращения, изменение субструктуры материала в процессе деформации и разрушения, обратное влияние структурных изменений на физико-механические характеристики и напряженно-деформированное состояние деформируемых тел [7].

С точки зрения математического моделирования проблема разрушения имеет два аспекта. Первый связан с разработкой модели и критерия разрушения, второй – с описанием механического поведения разрушенной или частично поврежденной среды.

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 10-01-00573.

В качестве критерия разрушения использовался критерий предельной величины работы пластических деформаций.

В рамках данной модели предполагается, что среда однородна и изотропна как в исходном состоянии, так и во все последующие моменты времени; отсутствуют массовые силы и внутреннее, распределенные по объему источники тепла (вследствие химических реакций, излучения); отсутствуют термические эффекты вследствие теплопроводности. При этих предположениях система уравнений, описывающих движение упругопластической среды, имеет вид [2, 9]

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \int_V \rho dV &= 0, \\ \frac{d}{dt} \int_V \rho \mathbf{u} dV &= \int_{\Sigma} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} dS, \\ \frac{d}{dt} \int_V \rho E dV &= \int_{\Sigma} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{u} dS, \\ \mathbf{e} &= \frac{\mathbf{s}^\nabla}{2\mu} + \lambda \mathbf{s}, \\ \mathbf{s} : \mathbf{s} &= \frac{2}{3} \sigma_T^2(q),\end{aligned}\tag{1}$$

где  $t$  – время;  $V$  – объем интегрирования,  $\Sigma$  – его поверхность;  $\mathbf{n}$  – единичный вектор внешней нормали;  $\rho$  – плотность;  $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{g} + \mathbf{s}$  – тензор напряжений,  $\mathbf{s}$  – его девиатор;  $p$  – давление;  $\mathbf{g}$  – метрический тензор;  $\mathbf{u}$  – вектор скорости;  $E = \varepsilon + \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}/2$  – удельная полная энергия;  $\varepsilon$  – удельная внутренняя энергия;  $\mathbf{e} = \mathbf{d} - (\mathbf{d} : \mathbf{g})\mathbf{g}/3$  – девиатор тензора скоростей деформаций;  $\mathbf{d} = (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)/2$  – тензор скоростей деформаций;  $\mathbf{s}^\nabla$  – объективная мера скорости изменения напряжений;  $\mu$  – модуль сдвига;  $\sigma_T$  – предел текучести;  $\boldsymbol{\omega} = (\nabla \mathbf{u}^T - \nabla \mathbf{u})/2$  – тензор вихря;  $q$  – параметр упрочнения, который принимается равным работе пластической деформации  $A^p$ .

Введение этого параметра позволяет учесть процессы упрочнения деформируемого объекта. При этом возможно два подхода. Первый из них связан с использованием экспериментально полученной кривой упрочнения. Однако этот путь не совсем корректен, поскольку использует макрокривую деформации для характеристики элементарного микрообъема деформационной среды. Другой вариант, который используется нами в настоящей работе, предполагает построение физической модели деформации элементарного объема деформационной среды, решения которой позволяют вычислить параметр  $q$ .

Для нахождения этого параметра мы использовали дислокационную модель кинетики деформации сплавов со сверхструктурой  $L1_2$  [3], которая позволяет в различных температурно-силовых условиях рассчитать работу деформации элемента деформационной среды.

Существует ряд пространственных и материальных мер скорости изменения напряжений, предложенных разными авторами [10]. Наиболее часто используется производная Яуманна

$$\mathbf{s}^\nabla = \dot{\mathbf{s}}^J = \dot{\mathbf{s}} + \mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{s}$$

и коротационная производная Коттер и Ривлена

$$\mathbf{s}^\nabla = \dot{\mathbf{s}}^{CR} = \dot{\mathbf{s}} + \nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{s} + \mathbf{s} \cdot \nabla \mathbf{u}^T.$$

Параметр  $\lambda$  исключается с помощью условия пластичности Мизеса. Предел текучести материала  $\sigma_T$  в общем случае является функцией степени деформации, скорости деформации, давления, температуры, а также некоторых других параметров.

Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния.

Конкретный вид уравнения состояния для твердых тел, которое осуществляло бы адекватное термодинамическое полное описание свойств материала в широкой области термодинамических

переменных: внутренней энергии  $\varepsilon$ , плотности  $\rho$  и давления  $p$ , – может быть задан в различной форме.

Уравнение состояния строится либо на феноменологической основе, либо на основе модельных представлений на атомном уровне, что позволяет получить явные функциональные зависимости между термодинамическими величинами.

Все разработанные в настоящее время полуэмпирические методы построения уравнений состояния основаны на разделении давления и внутренней энергии на холодные (упругие)  $p_x$ ,  $\varepsilon_x$  и тепловые  $p_T$ ,  $\varepsilon_T$  составляющие с последующим введением модельных представлений о характере функциональных зависимостей  $p_T$  и  $\varepsilon_T$  от температуры и плотности. При температурах, превышающих  $10^4$  К, необходимо учитывать дополнительные слагаемые  $p_e$ ,  $\varepsilon_e$ , связанные с тепловым возбуждением электронов и эффектами ангармонических колебаний атомов [11].

Если температура тела в процессе деформирования не слишком высока ( $< 10^4$  К) и электронным возбуждением можно пренебречь, то можно воспользоваться уравнением состояния в форме Ми – Грюнайзена, полученного на основе квазигармонической модели твердого тела:

$$p(v, \varepsilon) = p_x(v) - \frac{\gamma(v)}{v} [\varepsilon - \varepsilon_x(v)], \quad (2)$$

где  $v = 1/\rho$  – удельный объем материала;  $p_x(v) = -\frac{d\varepsilon_x}{dv}$  – холодная (упругая) составляющая давления (зависимость давления от удельного объема  $v$  на изотерме  $T = 0^\circ$ );  $\varepsilon_x(v)$  – холодная составляющая внутренней энергии;  $\gamma(v)$  – коэффициент Грюнайзена, характеризующий отношение теплового давления к тепловой энергии решетки.

Задача по определению уравнения состояния твердого тела в этом случае сводится к экспериментальному определению кривой холодного сжатия  $p_x = f(v)$  и отысканию коэффициента Грюнайзена.

Различные авторы по-разному строят эти функции. В теории твердого тела установлена следующая связь между коэффициентом Грюнайзена и холодной составляющей давления [12]:

$$\gamma(v) = \frac{1}{3}(m-2) + \frac{V}{2} \frac{\left[ p_x \cdot V^{2m/3} \right]''}{\left[ p_x \cdot V^{2m/3} \right]'}, \quad (3)$$

где  $V = \frac{v}{v_0}$  – относительный объем;  $v_0 = \frac{1}{\rho_0}$ ;  $\rho_0$  – начальная плотность материала.

Если  $m = 0$ , то получается коэффициент Грюнайзена в виде, предложенном Слейтером;  $m = 1$  – Дугдейлом и Макдональдом;  $m = 2$  – Зубаревым и Ващенко.

Следует отметить, что применение для расчетов  $\gamma(v)$  формулы (3) допустимо, строго говоря, только для изотропных материалов. В общем же случае необходимо учитывать тензорный характер коэффициента Грюнайзена. Сопоставление различных способов расчетов с экспериментальными данными для алюминия приведено в [13], где, кроме указанных зависимостей (3), рассмотрена простейшая аппроксимация  $\gamma(v)/v = \text{const}$ . Проведенное сравнение показывает, что ни одна из модификаций (3) не обеспечивает решающего преимущества в описании динамического эксперимента. При проведении расчетов коэффициент Грюнайзена часто принимается постоянной величиной и определяется из соотношения  $\gamma(v)/v = \gamma(v_0)/v_0$ , где индекс ноль соответствует значениям при комнатной температуре ( $T = 293$  К). Мак-Куин и С. Марш, используя линейную зависимость на ударной адиабате скорости ударной волны от массовой скорости  $D = c_0 + qu$ , которая выполняется для многих конструкционных материалов, и уравнение, связывающее давление и энергию:

$$\varepsilon = \varepsilon_H + \frac{p - p_H}{\rho\gamma},$$

где  $\varepsilon_H$  и  $p_H$  – значения внутренней энергии и давления на адиабате Гюгонио, получили уравнение состояния в виде [14]

$$p(v, \varepsilon) = \frac{\rho_0 c_0^2 \left(1 - \frac{\varepsilon \gamma_0}{2}\right)}{(1 - q \cdot \varepsilon)^2} \varepsilon + \rho_0 \gamma_0 \varepsilon, \quad (4)$$

$$\varepsilon = 1 - V.$$

В качестве критерия сдвигового разрушения пластичных материалов используется критерий, основанный на предельной величине удельной работы пластических деформаций  $A_*^P$ . Приращение этой работы в единице объема в терминах некорректированных напряжений (в расчетах применяется процедура приведения напряжений к поверхности текучести [15]) вычисляется по формуле [16]

$$dA^P = \frac{\sigma_T}{3\mu} (s_i - \sigma_T), \quad (5)$$

где  $s_i = \sqrt{\frac{3}{2} s : s}$  – интенсивность касательных напряжений.

Считается, что при  $A^P = A_*^P$  элемент материала полностью разрушился.

В [2] в качестве локального критерия сдвигового разрушения принимается предельная величина интенсивности пластических деформаций

$$e_u^* = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{3T_2 - T_1^2}, \quad (6)$$

где  $T_1, T_2$  – первый и второй инварианты тензора пластических деформаций.

Полная математическая постановка задачи, кроме выписанных выше уравнений, должна включать начальные и граничные условия.

Начальные условия соответствуют тому факту, что при  $t = 0$   $j$ -й материал многообластной среды находится в однородном напряженном и недеформированном состоянии:

$$s = 0, \quad p = 0, \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{0j}, \quad \rho = \rho_{0j}, \quad (7)$$

$$A^P = 0, \quad \Sigma = \Sigma_{0j}.$$

Внешние границы взаимодействующих тел свободны от напряжений:

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}. \quad (8)$$

На контактных границах ( $\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{n} < 0$ ) реализуются условия скольжения без трения:

$$[\boldsymbol{\sigma}_n] = 0; \quad [\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{u}] = 0; \quad \boldsymbol{\sigma}_n \cdot \boldsymbol{\tau} = 0, \quad (9)$$

где  $\boldsymbol{\tau}$  – единичный вектор касательной к площадке.

Условия (9) допускают возможность существования касательной составляющей скорости при переходе через контактную поверхность.

Данная модель, описывающая поведение конструкционных материалов при нагружении с учетом больших деформаций, неупругих эффектов и разрушения, реализована в программном комплексе «РАНЕТ-3» [17], позволяющем проводить решение задач удара и взрыва в полной трехмерной постановке модифицированным на решение динамических задач методом конечных элементов [2, 9].

В отличие от классического метода конечных элементов (МКЭ) [18–20], при использовании модифицированного, в первоначально элементарном тетраэдре, его масса разносится равномерно по всем четырем узлам. То есть для тетраэдров используется единичная матрица масс. Эта масса остается постоянной на протяжении всего процесса счета. В глобальной конечно-элементной модели все массы элементарных тетраэдров, сходящиеся в одном глобальном узле, суммируются и так же на протяжении всего счета остаются постоянными.

Уравнения движения для конечно-элементной модели среды справедливы, вообще говоря, для конечных элементов произвольной формы, которые, кроме того, могут иметь разный вид пробных функций для каждого конкретного элемента. Выбор треугольных (для плоского и осе-

симметричного случая) и тетраэдральных (для пространственного случая) конечных элементов и линейных интерполяционных функций, которые в дальнейшем используются в численных расчетах, не является случайным.

При решении задач высокоскоростного удара имеют место большие деформации взаимодействующих тел, приводящие к возникновению отрицательных объемов расчетной сетки при использовании переменных Лагранжа. Применение вместо гексаэдра тетраэдра значительно уменьшает вероятность возникновения таких «патологических» ячеек, что позволяет проводить расчеты для высоких скоростей и больших времен взаимодействия. Кроме того, снижается объем вычислений в силу меньшего числа неизвестных коэффициентов в пробной функции, что также важно для численного решения задач на ЭВМ. При этом точность расчетов является достаточно хорошей.

Алгоритм расчета по приведенным конечно-разностным уравнениям следующий: на первом шаге по времени с учетом начальных и граничных условий интегрируются уравнения движения и находятся новые значения скоростей и координат узлов конечно-элементной модели. Затем определяются функции формы, с помощью которых вычисляются компоненты тензора скоростей деформаций. После того, как скорости деформаций определены, находятся компоненты девиатора тензора напряжений. При этом проверяется выполнение условия текучести Мизеса. Если это условие не выполняется, то имеет место пластическое течение и производится соответствующая корректировка компонент девиатора тензора напряжений. Далее вычисляются гидростатическое давление и компоненты тензора напряжений. Определив напряжения и используя вычисленные коэффициенты функций форм, можно найти эквивалентные узловые силы в соответствующих узлах тетраэдров и вновь проинтегрировать уравнения движения. Данная процедура может быть продолжена до заданного критерия окончания счета.

Методом компьютерного моделирования исследуется влияние различных кривых упрочнения материала на макроскопический процесс деформирования образца при одноосном сжатии. Исследуются макроскопические изменения формы образца и макроскопические кривые деформирования в зависимости от свойств элементарного объема деформационной среды. Расчет проведен в рамках модели механики упругопластической среды.

## 2. Модель дислокационной кинетики деформационного и термического упрочнения элемента деформационной среды сплавов со сверхструктурой $L1_2$

В основу построения модели элемента деформационной среды была положена модель деформационного упрочнения монокристаллов со сверхструктурой  $L1_2$  [21, 22], основанная на концепции упрочнения и отдыха, впервые предложенной М.А. Большаниной, Э. Орованом и Л.Е. Поповым [23, 24]. Ее развитие привело к современной формулировке концепции [25, 26], которая в самом общем виде может быть представлена следующим образом.

Интенсивность размножения любого продукта деформации (будь это плотность дефектов  $i$ -го типа, выделяемое в процессе деформации тепло либо величина самой пластической деформации) является следствием суперпозиции процессов генерации (рождения, производства и размножения продуктов деформации) и релаксации (гибели, аннигиляции и трансформации), что в матричном виде может быть записано как

$$\begin{cases} \bar{\dot{X}} = \bar{G}(x_i, y_i, t) + \bar{R}(x_i, y_i, t), \\ \bar{Y}(x_i, y_i, t) = 0, \end{cases}$$

где  $\bar{X}$  – матрица, описывающая набор продуктов деформации;  $\bar{G}$  и  $\bar{R}$  – матрицы генерации и релаксации продуктов деформации соответственно;  $\bar{Y}$  – матрица, описывающая условия, в которых осуществляется пластическая деформация (в большинстве простейших случаев она описывает условия эксперимента, задаваемые экспериментатором);  $t$  – время.

Задача моделирования в такой постановке сводится к нахождению явного вида функциональных матриц  $\bar{G}$ ,  $\bar{R}$ ,  $\bar{Y}$  из рассмотрения физики, механики и динамики микропроцессов, осуществляющих деформацию.

Продуктами деформации в предлагаемой модели будут: 1) плотность сдвигообразующих дислокаций, 2) плотность дислокаций, содержащихся в винтовых и краевых сверхдислокационных барьерах, 3) плотность межузельных атомов, 4) плотность вакансий, 5) сдвиг (деформация), 6) плотность субграниц, образовавшихся в процессе деформации вследствие перераспределения

дислокаций. Подробное описание конкретных уравнений модели дислокационной кинетики деформационного и термического упрочнения элемента деформационной среды сплавов со сверхструктурой  $L1_2$  с их решениями приведено в работе [3].

### 3. Результаты моделирования

Наиболее важным результатом, выявленным в ходе проведенного исследования, является существенная зависимость пластического поведения образца в целом от свойств микрообъема (элемента деформируемой среды). Наблюдаются значительные различия в характере протекания пластической деформации в случае, когда кривая деформации элемента среды описывается монотонно возрастающей кривой упрочнения и в случае немонотонного вида кривой деформационного упрочнения. Рассмотрим каждый случай в отдельности.

#### Монотонно возрастающая кривая упрочнения элемента среды

На рис. 1 представлено распределение величины интенсивности пластических деформаций прямоугольного образца при одноосном сжатии, деформация элемента деформационной среды которого определяется монотонно возрастающей кривой (см. рис. 2, а). К моменту времени 230 мкс в образце возникает симметричное распределение величины интенсивности пластических деформаций. Возникает макроскопический изгиб образца. Образец в целом продолжает деформироваться, демонстрируя монотонно возрастающую макроскопическую кривую упрочнения (рис. 2, б). Наблюдается макроскопически неоднородная деформация (рис. 1). К моменту времени 272 мкс со стороны противоположных торцевых ребер образца формируются две отдельные области, где интенсивность пластических деформаций достигает критической величины и в них начинается процесс разрушения. Расположение этих областей симметрично. Макроскопическая полоса локализации деформации в этом случае выражена слабо, и деформация образца в целом устойчива.

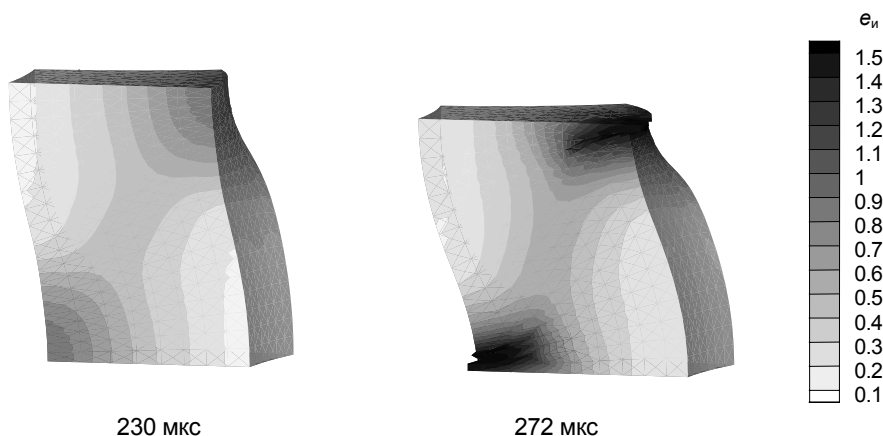


Рис. 1. Распределение величины интенсивности пластических деформаций (среднеквадратичный сдвиг) при одноосном сжатии прямоугольного образца в различные моменты времени

$$\left( e_n = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{3T_2 - T_1^2}, \text{ где } T_1, T_2 - \text{первый и второй инварианты тензора пластических деформаций} \right)$$

Напряженное состояние образца также в целом неоднородно. Возникают две симметричные области с повышенным напряжением, которые в дальнейшем сливаются в одну область избыточного сжимающего напряжения (рис. 3).

На рис. 2 представлены зависимость касательных напряжений от относительной деформации для элементарного объема деформационной среды, полученная с использованием модели дислокационной кинетики деформации сплавов со сверхструктурой  $L1_2$  (рис. 2, а) [3] и зависимость касательных напряжений от относительной деформации для всего образца в целом, полученная путем анализа расчетных данных (рис. 2, б), являющаяся по существу результатом физического усреднения кривых деформаций элементов среды по макроскопическому объему деформиро-

ния. Имеются некоторые качественные различия в этих кривых. Они касаются, прежде всего, того факта, что на макроскопической кривой появляются характерные для монокристаллов несколько стадий деформационного упрочнения, при отсутствии таковых на кривых деформации элемента среды.

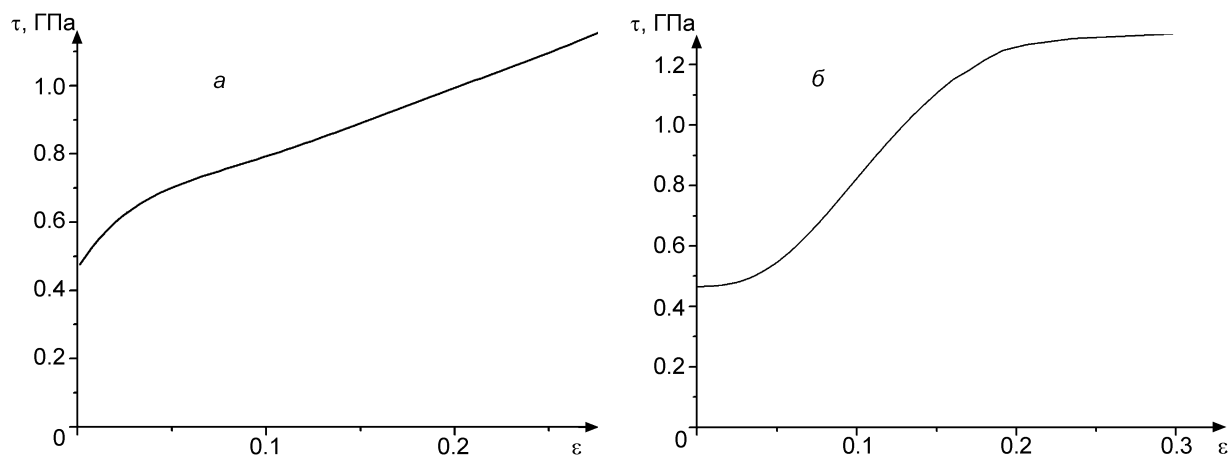


Рис. 2. Зависимости касательных напряжений от относительной деформации для элементарного объёма деформационной среды (а) и для всего образца (б)

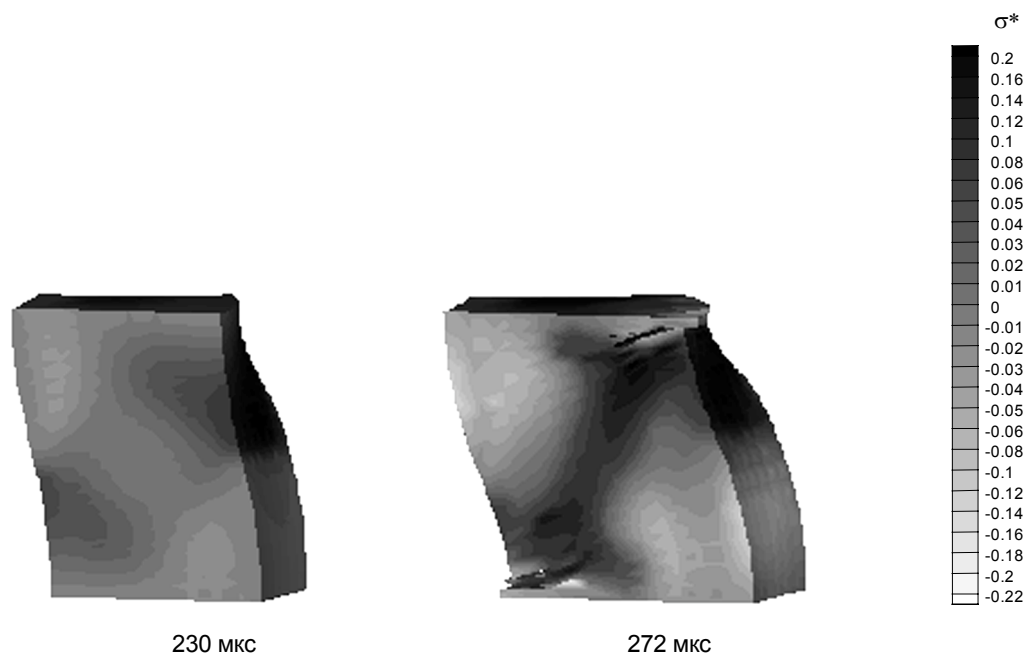


Рис. 3. Распределение напряжений в прямоугольном образце в плоскости  $OYZ$ , характеризующее напряженное состояние образца в различные моменты времени ( $\sigma^* = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z + 2(\tau_{xy} + \tau_{xz} + \tau_{yz})$ ) (10 ГПа)

#### Немонотонный вид кривой деформационного упрочнения элемента среды

Изменение характера упрочнения элемента деформационной среды существенно влияет на результаты моделирования. Рассмотрим, как меняется характер локализации деформации в случае немонотонного упрочнения элемента деформационной среды.

Для данного расчета зависимость касательных напряжений от относительной деформации для элементарного объёма деформационной среды, полученная с помощью модели дислокационной кинетики [3], и зависимость касательных напряжений от относительной деформации для всего образца в целом представлены на рис. 4. Из приведенного графика следует, что кривая на рис. 4, а имеет участки как с положительным коэффициентом деформационного упрочнения, так и с

отрицательным. При  $\varepsilon = 0,12$  касательные напряжения достигают максимального значения. С дальнейшим ростом деформации сопротивление сдвигу постепенно уменьшается. Кривая на рис. 4, б является результатом усреднения кривых течения элементов среды по макроскопическому объёму деформирования, отличается от рассмотренной выше. Начальные стадии кривых имеют противоположную кривизну. При деформациях, превышающих  $\varepsilon = 0,22$ , наблюдается резкое падение величины касательных напряжений, и, начиная с  $\varepsilon = 0,32$ , величина касательных напряжений изменяется незначительно.

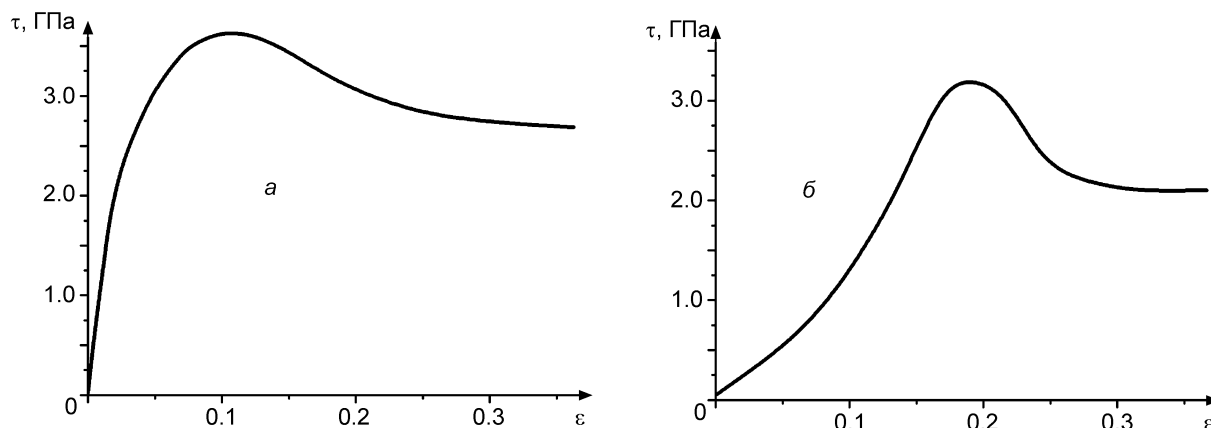


Рис. 4. Зависимости касательных напряжений от относительной деформации для элементарного объёма деформационной среды [3] (а) и для всего образца (б)

Распределение величины интенсивности пластических деформаций в образце для этого случая в различные моменты времени представлено на рис. 5. Изначально интенсивность пластических деформаций в образце распределяется симметрично. Наблюдаются характерные крестообразные области локализации деформации. Со временем симметрия областей интенсивности пластических деформаций нарушается. К моменту времени 274 мкс в некоторых областях образца величина интенсивности пластических деформаций равна критическому значению, с достижением которого начинается разрушение. Возникает область повышенной интенсивности пластических деформаций, которая соответствует макроскопической области формирования полосы суперлокализации. К моменту времени 420 мкс видно, что части образца сместились относительно области повышенной интенсивности пластических деформаций (полосы суперлокализации деформации). Смещение верхней части образца относительно нижней в осевой плоскости составило 0,6 см.

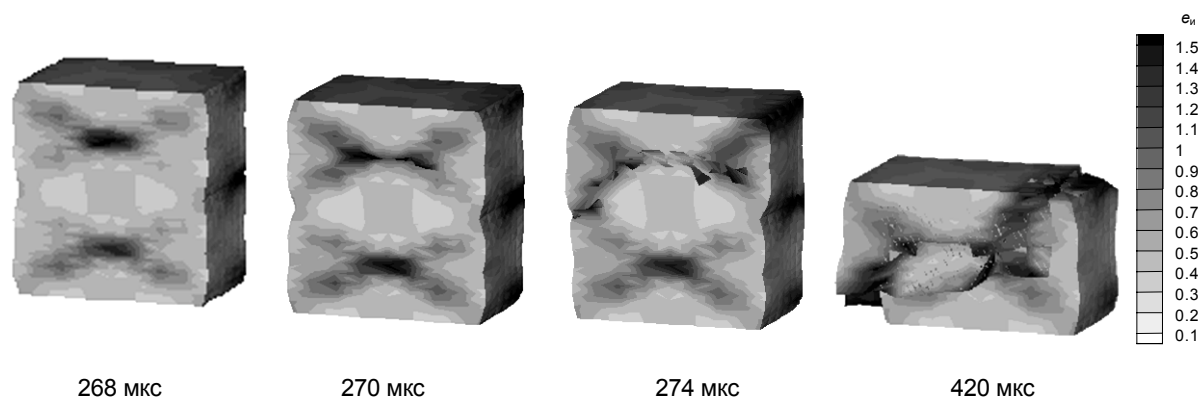


Рис. 5. Распределение величины интенсивности пластических деформаций (среднеквадратичный сдвиг) при одноосном сжатии прямоугольного образца в различные моменты времени  $\left( e_{ii} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{3T_2 - T_1^2} \right)$ , где  $T_1$ ,  $T_2$  – первый и второй инварианты тензора пластических деформаций

На рис. 6 представлено распределение величины локальных напряжений при одноосной деформации прямоугольного образца. Области более выраженных напряжений в образце до момента



времени 268 мкс распределяются симметрично. К моменту времени 268 мкс симметрия напряжений нарушается, с преобладанием в одной из областей больших значений. В области повышенных напряжений формируется полоса локализации.

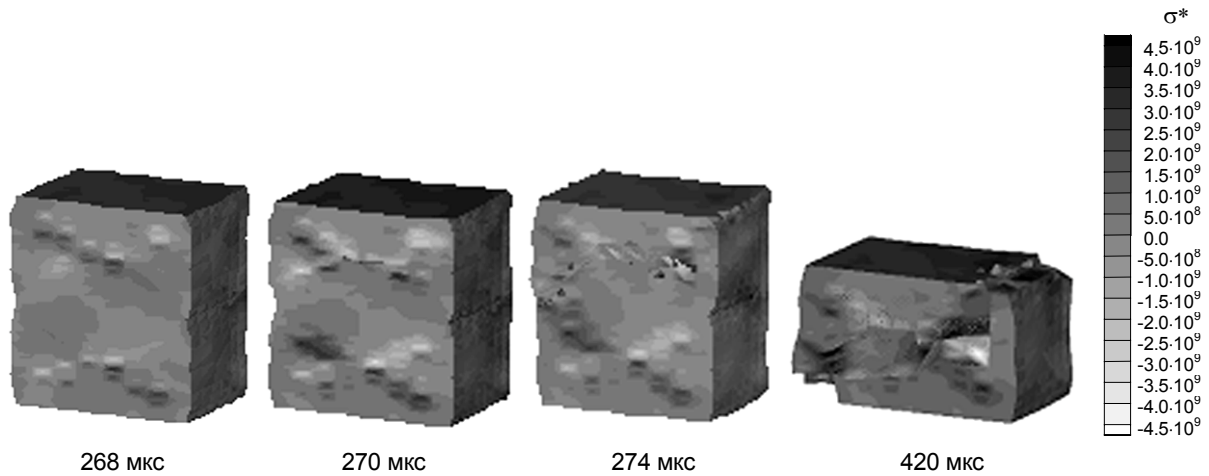


Рис. 6. Распределение локальных напряжений в прямоугольном образце, характеризующее степень сдвиговой деформации в различные моменты времени ( $\sigma^* = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z + 2(\tau_{xy} + \tau_{xz} + \tau_{yz})$ ) ( $10^{-9}$  ГПа)

Увеличение абсолютных значений сопротивления деформированию элемента среды при сохранении качественного вида кривой деформации существенно меняет характер макроскопической деформации и локализации напряжений и деформаций. Ниже приводятся результаты расчетов для кривых, у которых наибольшее напряжение почти вдвое превосходит напряжения для ранее рассмотренного случая.

На рис. 7 представлены зависимости касательных напряжений от относительной деформации для элементарного объема деформационной среды и зависимость касательных напряжений от относительной деформации для всего образца в целом. По форме кривая на рис. 7, а подобна кривой предыдущего расчета, при этом максимальная величина касательных напряжений достигает значения 6,1 ГПа при деформации равной  $\varepsilon = 0,31$ . Для кривой на рис. 7, б максимальное значение касательных напряжений не превышает 5 ГПа. При деформации большей  $\varepsilon = 0,2$  величина касательных напряжений изменяется незначительно.

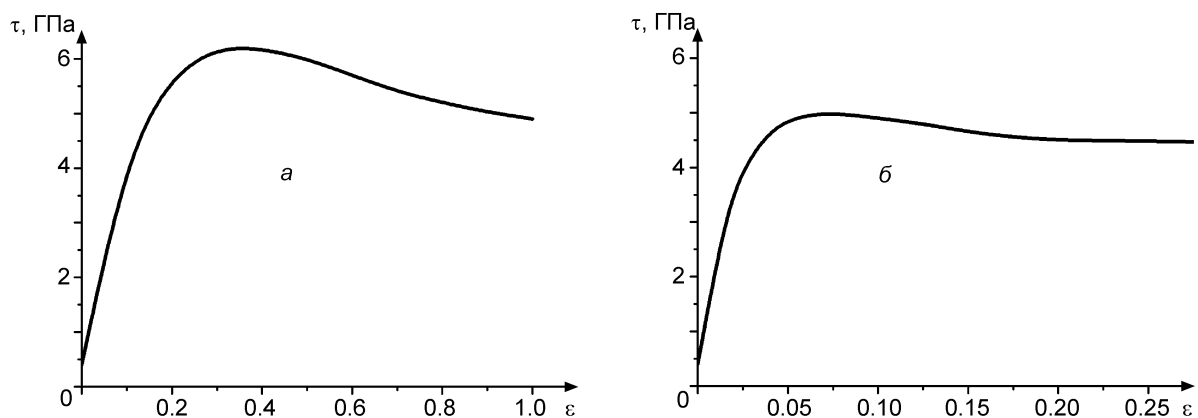


Рис. 7. Зависимости касательных напряжений от относительной деформации для элементарного объема деформационной среды (а) и для всего образца (б)

На рис. 8 представлено распределение величины интенсивности пластических деформаций в образце в различные моменты времени для данного расчета. Интенсивность пластических деформаций в образце распределяется симметрично. Однако уже с начальных моментов деформации формируется макроскопическая полоса суперлокализации деформации. Пластические деформации остаются практически неизменными вне диагонали образца, катастрофически увеличиваясь по

диагонали, формируя полосу суперлокализации деформации. К моменту времени 364 мкс величина интенсивности пластических деформаций достигает критических значений, что соответствует началу процесса разрушения образца. К моменту времени 428 мкс в образце формируется полоса суперлокализации деформации, которая представляет собой область скольжения, относительно которой смещаются части образца и начинается его разрушение. На рис. 9 представлено распределение величины локальных напряжений при одноосной деформации прямоугольного образца в различные моменты времени. Области более выраженных сдвиговых деформаций в образце до момента времени 364 мкс распределяются симметрично. К моменту времени 364 мкс симметрия областей сдвиговых деформаций нарушается и формируется область растягивающих (более светлая область) напряжений. К моменту времени 428 мкс наблюдается смещение частей образца относительно этой области, что свидетельствует о формировании полосы локальной деформации в образце.

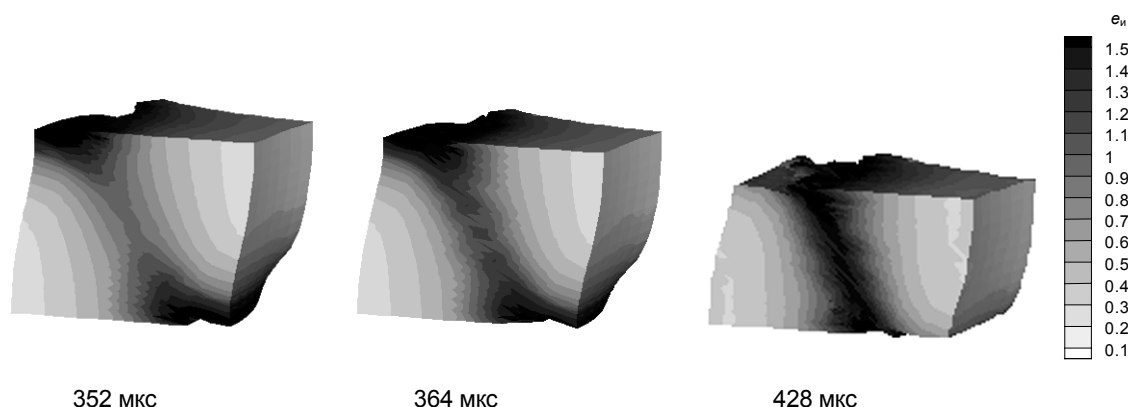


Рис. 8. Распределение величины интенсивности пластических деформаций (среднеквадратичный сдвиг) при одноосном сжатии прямоугольного образца в различные моменты времени  $\left( e_n = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{3T_2 - T_1^2} \right)$ , где  $T_1$ ,  $T_2$  – первый и второй инварианты тензора пластических деформаций

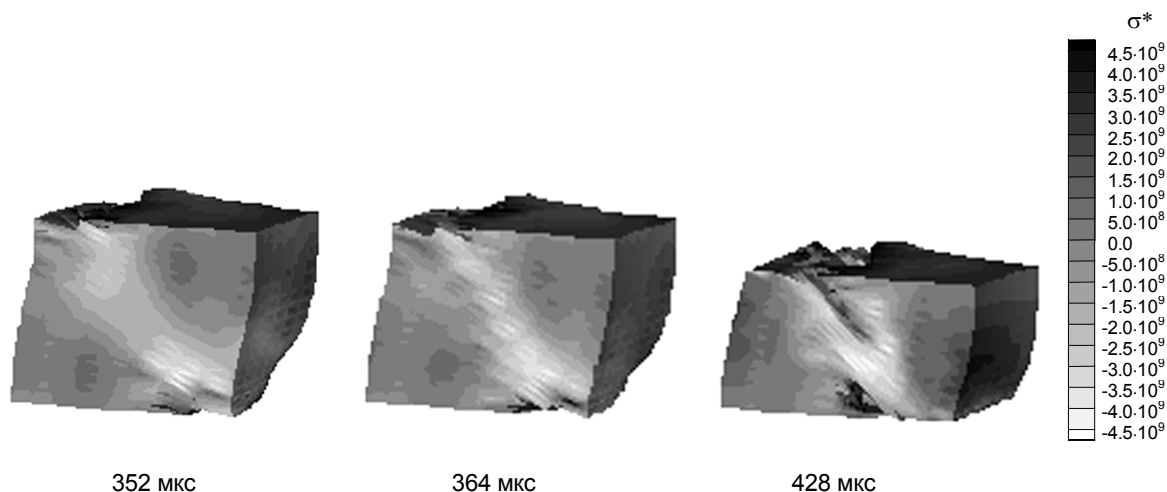


Рис. 9. Распределение локальных напряжений в прямоугольном образце высотой в плоскости  $OYZ$  в различные моменты времени  $(\sigma^* = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z + 2(\tau_{xy} + \tau_{xz} + \tau_{yz}))$  ( $10^{-9}$  ГПа)

Следует заметить, что в рассматриваемом случае полоса суперлокализации возникает в области высоких растягивающих напряжений, тогда как в предыдущем случае это была область сжимающих напряжений.

### Выводы

Проведенное в настоящей работе моделирование, в основе которого лежит синтез моделей дислокационной кинетики и механики деформирования сплошной среды, позволяет сделать следующие выводы, касающиеся особенностей и причин локализации пластической деформации.

- Макроскопическая деформация образца проявляет неоднородности различного типа, несмотря на то, что деформация элемента деформационной среды осуществляется модельно как однородная.
- Неоднородности деформации возникают вблизи естественных концентраторов напряжений, какими являются углы и грани прямоугольного образца.
- Характер и величина неоднородности (локализации) деформации связаны со свойствами элемента деформируемой среды:
  - а) немонотонное деформационное упрочнение элемента деформируемой среды приводит к формированию полосы суперлокализации деформации и потери устойчивости пластической деформации;
  - б) монотонное деформационное упрочнение элемента деформируемой среды не вызывает суперлокализации и потери устойчивости деформации. В этих случаях возникающие неоднородности деформации проявляются на фоне возрастания напряжений деформирования.
- Во всех исследованных вариантах при переходе от локального объема на уровень образца в целом кривая деформации микрообъема в точности не воспроизводится на макроуровне. Макроскопическая кривая может терять даже качественные черты деформации микрообъема, хотя в ряде случаев эти черты сохраняются.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лычагин Д. В. // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. – 2005. – № 1. – С. 45-49.
2. Белов Н. Н., Югов Н. Т., Копаница Д. Г., Югов А. А. Динамика высокоскоростного удара и сопутствующие физические явления. – Нортхэмптон-Томск: Изд-во STT, 2005. – 354 с.
3. Старенченко В. А., Соловьева Ю. В., Старенченко С. В., Ковалевская Т. А. Термическое и деформационное упрочнение монокристаллов сплавов сверхструктурой  $L1_2$ . – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 292 с.
4. Старенченко В. А., Соловьева Ю. В., Абзаев Ю. А., Смирнов Б. И. // ФТТ. – 1996. – № 38. – С. 3050–3058.
5. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 1. – М.: Наука, 1973. – 536 с.
6. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2. – М.: Наука, 1973. – 584 с.
7. Белов Н. Н., Демидов В. Н., Ефремова Л. В. и др. // Изв. вузов. Физика. – 1992. – Т. 35. – № 8. – С. 5–48.
8. Никифоровский В. С., Шемякин Е. И. Динамическое разрушение твердых тел. – Новосибирск: Наука, 1979. – 271 с.
9. Белов Н. Н., Кабанцев О. В., Копаница Д. Г., Югов Н. Т. Расчетно-экспериментальный метод анализа динамической прочности элементов железобетонных конструкций. – Томск: STT, 2008. – 282 с.
10. Поздеев А. А., Трусов П. В., Няшин Ю. И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. – М.: Наука, 1986. – 232 с.
11. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. – М.: Наука, 1966. – 686 с.
12. Жарков В. Н., Калинин В. А. Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах. – М.: Наука, 1968. – 311 с.
13. Мак-Куин Р., Марш С., Тейлор Дж. и др. // Высокоскоростные ударные явления. – М.: Мир, 1973. – С. 299–427.
14. Мак-Куин Р., Марш С., Тейлор Дж. и др. // Высокоскоростные ударные явления. – М.: Мир, 1973. – С. 299–427.
15. Уилкинс М. Л. // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 212–263.
16. Майнчен Дж., Сак С. // Вычислительные методы в гидродинамике. – М.: Мир, 1967. – С. 185–211.
17. Югов Н. Т., Белов Н. Н., Югов А. А. Расчет адиабатических нестационарных течений в трехмерной постановке (РАНЕТ-3). Пакет программ для ЭВМ. Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2010611042, 2010 г.
18. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
19. Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
20. Сегерленд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
21. Старенченко В. А., Абзаев Ю. А., Черных Л. Г. // Металлофизика. – 1987. – Т. 9. – № 2. – С. 22–28.

22. Старенченко В.А., Соловьева Ю.В., Абзаев Ю.А. // ФТТ. – 1999. – Т. 41. – Вып. 3. – С. 454–460.
23. Попов Л.Е., Кобытев В.С., Ковалевская Т.А. Пластическая деформация сплавов. – М.: Металлургия, 1984. – 182 с.
24. Попов Л.Е., Кобытев В.С., Ковалевская Т.А. // Изв. вузов. Физика. – 1982. – Т. 25. – № 6. – С. 56–82.
25. Попов Л.Е., Пудан Л.Я., Колупаева С.Н. и др. Математическое моделирование пластической деформации. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 184 с.
26. Колупаева С.Н., Старенченко В.А., Попов Л.Е. Неустойчивости пластической деформации кристаллов. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1994. – 301 с.

Томский государственный архитектурно-строительный университет,  
г. Томск, Россия  
E-mail: star@tsuab.ru

Поступила в редакцию 18.10.11.

---

Старенченко Владимир Александрович, д.ф.-м.н., профессор, зав. каф. высшей математики;  
Валуйская Лариса Анатольевна, к.ф.-м.н., доцент, доцент каф. высшей математики;  
Фахрутдинова Яна Данияровна, аспирантка каф. высшей математики;  
Соловьева Юлия Владимировна, д.ф.-м.н., доцент, профессор каф. физики;  
Белов Николай Николаевич, д.ф.-м.н., профессор, профессор каф. высшей математики.