

Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет

На правах рукописи

*Самсонов*

Самсонов Игорь Борисович

**Эффективная классическая и квантовая  
динамика в полевых теориях с  
расширенной суперсимметрией**

01.04.02 – теоретическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Томск – 2012

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский  
Томский политехнический университет»

- Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор  
Бухбиндер Иосиф Львович
- Официальные оппоненты: Кривонос Сергей Олегович,  
доктор физико-математических наук,  
Объединенный институт ядерных исследований,  
ведущий научный сотрудник лаборатории  
теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова
- Лавров Петр Михайлович,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Томский государственный педагогический  
университет,  
заведующий кафедрой математического анализа
- Цейтлин Аркадий Александрович,  
доктор физико-математических наук,  
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,  
ведущий научный сотрудник
- Ведущая организация: Физический факультет Московского государ-  
ственного университета им. М.В. Ломоносова

Защита состоится 27 декабря 2012 г. в 14 часов 30 мин. на заседании диссертаци-  
онного совета Д 212.267.07 в ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский  
Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, проспект  
Ленина, 36, аудитория 119.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ФГБОУ ВПО «На-  
циональный исследовательский Томский государственный университет» по ад-  
ресу: г. Томск, проспект Ленина, 34а.

Автореферат разослан 26 сентября 2012 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Ивонин  
Иван Варфоломеевич

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы

Эффективное действие, включающее в себя квантовые поправки к классическому действию, является одним из центральных объектов квантовой теории поля и несет в себе информацию о пертурбативных и непертурбативных квантовых аспектах полевых моделей. Проблема построения эффективного действия тесно связана с такими фундаментальными проблемами квантовой теории поля как проблема нахождения функций Грина, проблема устранения расходимостей, проблема квантовых аномалий, проблема нахождения амплитуд квантовых процессов, проблема динамического нарушения симметрии и ряд других проблем. Особое значение проблема эффективного действия занимает в полевых моделях, обладающих глобальными или локальными симметриями, где необходимо развить методы исследования эффективного действия, согласованные с симметриями.

В общем случае эффективное действие является нелокальным функционалом полей и для его вычисления требуются специальные методы, подходы и приближения. В последнее время значительное внимание привлекает проблема нахождения низкоэнергетического эффективного действия, которое должно описывать динамику легких частиц с учетом квантовых вкладов от виртуальных тяжелых частиц. Низкоэнергетическое эффективное действие оказывается полезным для изучения феноменологических аспектов квантовой теории поля, а также для описания квантовой гравитации и связей между теорией суперструн и квантовой теорией поля.

Низкоэнергетическое эффективное действие в суперсимметричных полевых теориях обладает многими замечательными свойствами, обусловленными сильными ограничениями, накладываемыми суперсимметрией на классическую и квантовую динамику. В силу этого некоторые вклады в эффективное действие можно найти только на основе симметрии с точностью до численных коэффициентов. Хорошо известным примером является теория Сайберга-

Виттена, которая на классическом уровне описывается  $\mathcal{N} = 2$  суперполем Янга-Миллса. В этой модели были точно вычислены все инстантонные вклады, ответственные за конфайнмент  $\mathcal{N} = 2$  суперсимметричных “кварков”.

Особый интерес представляет задача о вычислении низкоэнергетических эффективных действий для теорий поля с максимально расширенной суперсимметрией поскольку они напрямую связаны с моделями D-бран и M-бран в теории суперструн. Например, суперсимметричные теории поля Янга-Миллса с максимальной суперсимметрией в пространстве Минковского размерности  $2 \leq d \leq 10$  описывают низкоэнергетические степени свободы Dp-бран при  $p = d - 1$ . Относительно недавно была построена трехмерная  $\mathcal{N} = 8$  суперсимметричная и суперконформная теория поля Черна-Саймонса с материей, которая связана с динамикой M2-бран. А построение шестимерной суперконформной теории поля, которая бы описывала систему взаимодействующих M5 бран по-прежнему остается открытым вопросом в теории поля. Все эти модели обладают богатыми симметриями, приводящими к жестким ограничениям на вид эффективных действий и в ряде случаев некоторые вклады в такие эффективные действия могут быть найдены точно.

Наиболее хорошо изученным примером является  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричная теория поля Янга-Миллса, которая описывает низкоэнергетическую динамику D3 бран. Для этой модели точно доказано, что  $\beta$ -функция равна нулю во всех порядках теории возмущений и она остается суперконформной на квантовом уровне. В работах Дайна и Сайберга 1997 года было показано, что суперсимметрия приводит к ряду сокращений в низкоэнергетическом эффективном действии и ведущие слагаемые по числу производных описываются одним неголоморфным потенциалом в секторе полей  $\mathcal{N} = 2$  векторного мультиплета. Используя масштабную симметрию, не нарушенную на квантовом уровне, легко показать, что такой неголоморфный потенциал имеет простой вид,  $H \propto \ln W \ln \bar{W}$ , где  $W$  и  $\bar{W}$  —  $\mathcal{N} = 2$  суперполевые напряженности. Позднее, в ра-

ботах Бухбиндера и Иванова 2002 года было построено дополнение такого неголоморфного потенциала с помощью суперполей гипермультиплетов, обеспечивающее полную  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметрию.

С точки зрения D-бран, низкоэнергетическое эффективное действие  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса должно описывать динамику пробной D3 браны, движущейся на фоне большого числа совпадающих D3 бран, которые эффективно создают фоновую геометрию вида  $AdS_5 \times S^5$ . В теории струн известно, что динамика D3 браны на таком фоне описывается действием вида Дирака-Борна-Инфельда, обладающим  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметрией. Ведущие слагаемые в этом действии по числу производных полей можно точно связать с известными вкладами в эффективное действие  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Такая связь между низкоэнергетическим эффективным действием  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса и действием пробной D3 браны является одним из проявлений AdS/CFT-соответствия. Для изучения примеров таких соответствий с другими моделями D-бран или M-бран требуются исследования эффективных действий максимально суперсимметричных теорий поля в пространствах Минковского других размерностей.

Наиболее удобные для целей квантовой теории поля формулировки суперсимметричных полевых моделей осуществляются в терминах суперпространств и суперполей. Описанный выше пример неголоморфного потенциала в  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса показывает, что использование  $\mathcal{N} = 2$  суперполей существенно упрощает задачу нахождения низкоэнергетического эффективного действия. Одной из основных целей настоящей диссертации является развитие различных суперполевых методов для исследования эффективных действий в суперсимметричных теориях с расширенной суперсимметрией и, в частности, для моделей, изучаемых в рамках AdS/CFT соответствия.

Для четырехмерных калибровочных теорий мы строим ряд новых суперпространств с гармоническими переменными, в которых эффективные действия приобретают наиболее простой вид.

Для трехмерных теорий поля мы развиваем методы пертурбативных вычислений в  $\mathcal{N} = 2$  суперпространстве без использования гармонических переменных. Такие задачи имеют высокую актуальность в настоящее время, поскольку именно применение различных суперпространственных подходов активно практикуется при исследовании суперсимметричных вильсоновских петель и амплитуд рассеяния в трехмерных и четырехмерных суперсимметричных калибровочных теориях. В данной диссертации развиваются суперполевые подходы для исследования низкоэнергетических эффективных действий таких теорий.

### **Цели и задачи исследования**

1. Построение лагранжианов моделей суперчастиц в  $\mathcal{N} = 3$  и  $\mathcal{N} = 4$  гармонических суперпространствах. Квантование этих моделей и классификация получающихся мультиплетов в данных гармонических суперпространствах.
2. Построение низкоэнергетических эффективных действий  $\mathcal{N} = 3$  и  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричных теорий поля Янга-Миллса в гармонических суперпространствах.
3. Развитие методов вычисления низкоэнергетических эффективных действий различных трехмерных теорий поля в  $\mathcal{N} = 2$  суперпространстве.
4. Исследование свойств перенормируемости и структуры низкоэнергетического эффективного действия четырехмерных моделей гипермультиплетов и калибровочного суперполя при наличии синглетных неантикоммутирующих деформаций суперсимметрии.
5. Развитие новой лагранжевой формулировки для модели самодуального антисимметричного тензорного поля в шестимерном пространстве Минковского и изучение связи такой формулировки с моделью M5 браны в теории суперструн.

## Основные результаты диссертации, выносимые на защиту

1. Построены лагранжиан и гамильтониан для модели релятивистской суперчастицы в  $\mathcal{N} = 3$  гармоническом суперпространстве. Проведено первичное квантование модели с учетом имеющихся связей. Показано, что квантование приводит к суперполевым реализациям в  $\mathcal{N} = 3$  гармоническом суперпространстве для калибровочного мультиплетта, мультиплетта гравитино и массивного векторного мультиплетта на массовой оболочке.
2. Введено новое  $\mathcal{N} = 4$  гармоническое суперпространство, основанное на  $\text{USp}(4)$ -гармонических переменных. Построены лагранжиан и гамильтониан модели суперчастицы в таком суперпространстве и проанализированы имеющиеся связи. В результате квантования такой модели суперчастицы получены суперполевые уравнения движения и связи для калибровочного мультиплетта, мультиплетта гравитино и супергравитации а также для массивного векторного мультиплетта в  $\text{USp}(4)$ -гармоническом суперпространстве.
3. Изучены решения связей  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в  $\mathcal{N} = 4$  гармонических суперпространствах с  $\text{USp}(4)$  и  $\text{SU}(2) \times \text{SU}(2)$  гармоническими переменными. Показано, что для этих суперпространств существуют незаряженные суперполевые напряженности. С использованием таких суперполей построено низкоэнергетическое эффективное действие  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса и исследована его компонентная структура.
4. Изучены симметрии члена Весса-Зумино-Виттена для скалярных полей в четырехмерном пространстве. Показано, что действие Весса-Зумино-Виттена может быть записано в одном из трех видов, каждый из которых обладает явной симметрией относительно одной из максимальных неаномальных подгрупп группы  $\text{SU}(4)$ , т.е.,  $\text{SO}(5)$ ,  $\text{SO}(4) \times \text{SO}(2)$  либо

$SO(3) \times SO(3)$ . Установлена взаимосвязь между этими тремя видами члена Весса-Зумино-Виттена и формулировками низкоэнергетического эффективного действия  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в различных гармонических суперпространствах.

5. Получено низкоэнергетическое эффективное действие  $\mathcal{N} = 3$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в  $\mathcal{N} = 3$  гармоническом суперпространстве в виде локального функционала, зависящего от суперполевых напряженностей и вакуумных средних для скаляров. Доказано, что эффективный лагранжиан является суперконформно-инвариантным и не зависит от значений вакуумных средних скалярных полей. Исследована компонентная структура полученного эффективного действия и показано, что в бозонном секторе оно содержит слагаемые вида  $F^4/X^4$  и  $F^6/X^8$ , а также член Весса-Зумино-Виттена.
6. Исследована квантовая структура моделей гипермультиплета и калибровочного суперполя с киральными синглетными деформациями в гармоническом суперпространстве. Доказана перенормируемость этих моделей в случае абелевой калибровочной группы. Вычислено низкоэнергетическое эффективное действие заряженного гипермультиплета во внешнем калибровочном суперполе при наличии таких деформаций и найдены ведущие поправки по параметру деформаций к стандартному голоморфному потенциалу для калибровочного суперполя.
7. Найдено представление суперконформной группы на суперполях в  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 3$  суперпространстве. Построен набор квазипримарных суперполевых объектов, с использованием которых установлена общая структура суперконформного эффективного действия для  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 3$  калибровочного суперполя. Вычислены низкоэнергетические эффективные действия в трехмерных моделях  $\mathcal{N} = 2$  кирального суперполя и гипер-

мультиплета, минимально взаимодействующих с калибровочным суперполем и доказана их суперконформная инвариантность.

8. Развита метод фонового поля для вычисления эффективного действия суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 3$  суперпространстве. Этот метод применен для нахождения низкоэнергетического эффективного действия в трехмерных моделях суперполя Янга-Миллса с  $\mathcal{N} = 2$ ,  $\mathcal{N} = 4$  и  $\mathcal{N} = 8$  суперсимметрией. Вычислено эффективное действие в  $\mathcal{N} = 2$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса, взаимодействующей с двумя гипермультиплетами в бифундаментальном представлении и установлена связь масштабн-инвариантных слагаемых в полученном действии с классическим абелевым действием модели Аарони-Бергмана-Жафериса-Малдасены.
9. Предложена новая ковариантная формулировка для действия самодуального антисимметричного тензорного поля в шестимерном пространстве Минковского, основанная на триплете вспомогательных полей. Найдены суперсимметричные обобщения такой формулировки и изучена возможность включения фоновой гравитации. Показано, что построенное действие для антисимметричного тензорного поля описывает низкоэнергетические степени свободы M5 браны, взаимодействующей с фоновым постоянным антисимметричным  $C$ -полем одиннадцатимерной супергравитации.

## Научная новизна и практическое значение результатов

Все основные результаты, выносимые на защиту, являются новыми.

Применение данных результатов возможно при дальнейших исследованиях квантовых аспектов различных суперсимметричных моделей теорий поля, интересных с точки зрения

AdS/CFT-дуальности. В частности, суперпространственные подходы, развитые при изучении структуры эффективных действий  $\mathcal{N} = 3$  и  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричных теорий поля Янга-Миллса, могут быть использованы для вычислений корреляционных функций составных операторов и амплитуд рассеяния в этих моделях. Разработанные методы пертурбативных вычислений в  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 3$  суперпространстве могут применяться для исследования эффективных действий трехмерных суперконформных теорий поля с материей. Доказательство перенормируемости четырехмерных моделей теории поля с деформациями  $\mathcal{N} = 2$  суперсимметрии делает такие модели привлекательными для дальнейшего исследования их квантовых аспектов. Новая альтернативная формулировка для модели самодуального тензорного поля в шестимерном пространстве проясняет связь между моделями M2 и M5 бран в теории суперструн.

Полученные результаты и разработанные методы могут найти применение в исследованиях по теоретической физике высоких энергий, квантовой теории поля, суперсимметрии и теории струн, проводимых в Физическом институте РАН (Москва), Объединенном институте ядерных исследований (Дубна), Математическом институте РАН (Москва), Институте физики высоких энергий (Протвино), Институте теоретической и экспериментальной физики (Москва), Институте ядерных исследований РАН (Москва), Петербургском институте ядерной физики РАН (Гатчина), Институте математики СО РАН (Новосибирск), Томском государственном педагогическом университете, Томском государственном университете, Московском государственном университете, а также в других вузах и организациях, где ведутся работы по теоретической физике высоких энергий.

## **Апробация работы**

Все основные результаты диссертации докладывались на научных семинарах в Томском государственном педагогическом университете; в отделении теоретической физики им. И.Е. Тамма, ФИАН; в институте теоретической физики, университет г. Ганновер,

Германия; в центре теоретической физики им. А. Зоммерфельда, Мюнхенский университет, Германия; в университетах г. Падуа и Милан, Италия; в техническом университете г. Вена, Австрия.

Результаты исследований были представлены на международных конференциях: Gizburg Conference on Physics, Москва, 28 мая – 2 июня 2012; Iberian Strings 2012, Бильбао, Испания, 31 января – 02 февраля 2012; Supersymmetries and Quantum Symmetries – SQS’11, Дубна, Россия, 18–23 июля 2011; Supersymmetry and Unification of Fundamental Interactions – SUSY’10, Бонн, Германия, 23–28 августа 2010; Supersymmetries and Quantum Symmetries – SQS’09, Дубна, Россия 29 июля – 3 августа 2009; 4-th international Sakharov conference on physics, Москва, 18–23 мая 2009; Beyond the Standard Model, Бад Хоннеф, Германия, 10–13 марта, 2008; Strings, non-commutativity and all that, 03–05 января 2008, Ганновер, Германия; Supersymmetries and quantum symmetries – SQS’07, 30 июля – 4 августа, 2007 Дубна, Россия; Integrable Systems and Quantum Symmetries, Прага, 15–17 Июня 2006; 14th International Seminar on High Energy Physics “Quarks-2006”, 19–25 мая, 2006, Санкт-Петербург, Россия; Supersymmetries and quantum symmetries – SQS’05, Дубна, Россия, 27-31 июля, 2005.

Исследования по теме диссертационной работы поддерживались: грантами РФФИ (проекты №№ 03-02-16193, 06-02-04012, 06-02-16346, 06-02-26731, 08-02-90490, 09-02-00078, 09-02-91349, 11-02-90445, 12-02-00121), грантами INTAS-00-00254, INTAS-05-7928; грантами президента РФ для ведущих научных школ (проекты НШ-1252.2003.2; НШ-4489.2006.2; НШ-2553.2008.2; НШ-3558.2010.2.), грантом Президента РФ для молодых кандидатов наук МК-7110.2006.2; аналитической ведомственной целевой программой “Поддержка научного потенциала высшей школы”, МОН РФ, проекты № 1003 и № 1141; фондом «Династия».

## Публикации

Результаты диссертации опубликованы в 15 научных статьях [1–15] в ведущих российских и зарубежных журналах, входящих в

перечень ВАК, а также в пяти сборниках трудов международных конференций [16–20].

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, разбитых на параграфы (разделы) и заключения. Она содержит одну таблицу и один рисунок. Список литературы включает в себя 263 наименования. Общий объем диссертации составляет 367 страниц.

## Содержание работы

В первой главе исследуются модели суперчастиц в  $\mathcal{N} = 3$  и  $\mathcal{N} = 4$  гармонических суперпространствах. Такие суперпространства являются обобщениями стандартного  $\mathcal{N} = 2$  гармонического суперпространства <sup>1</sup>. Хорошо известно, что квантование моделей релятивистских суперчастиц в  $\mathcal{N} = 1$  суперпространстве или в  $\mathcal{N} = 2$  гармоническом суперпространстве позволяет получить суперполевые реализации различных суперсимметричных мультиплетов с  $\mathcal{N} = 1$  или  $\mathcal{N} = 2$  суперсимметрией <sup>2</sup>. Целью первой главы настоящей диссертационной работы является построение суперполевых реализаций различных супермультиплетов в  $\mathcal{N} = 3$  и  $\mathcal{N} = 4$  гармонических суперпространствах при помощи первичного квантования моделей суперчастиц в этих суперпространствах. В последующей главе будет показано, что некоторые из этих реализаций

---

<sup>1</sup> Galperin A., Ivanov E., Ogievetsky V., Sokatchev E. Harmonic Superspace. UK: Cambridge University Press, 2001. P. 306.

<sup>2</sup> Casalbuoni R. The classical mechanics for Bose-Fermi systems // Nuovo Cimento A. 1976. Vol. 33. P 389-431;

Волков Д. В., Пашнев А. И. О суперсимметричном лагранжиане для частиц в собственном времени // Теоретическая и математическая физика. 1980. Т. 44, № 3. С. 321-326;

Lusanna L., Milewski, B. N=2 super-Yang-Mills and supergravity constraints from coupling to a supersymmetric particle // Nuclear Physics B. 1984. Vol. 247. P. 396-420;

Акулов В.П., Бандос И. А., Сорокин Д. П., Частица в гармоническом N=2 суперпространстве // Ядерная физика. 1988. Т. 47. С. 1136-1146.

оказываются чрезвычайно полезными при изучении структуры низкоэнергетических эффективных действий  $\mathcal{N} = 3$  и  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричных теорий поля Янга-Миллса.

В разделе 1.1 строится лагранжиан для моделей  $\mathcal{N} = 3$  суперчастиц, как со слагаемым центрального заряда, так и без него. Эти два случая рассматриваются отдельно, поскольку они используют различные типы гармонических переменных:  $SU(3)$ -гармоники для модели без центрального заряда и  $SU(2)$ -гармоники при наличие нетривиального центрального заряда. Такое различие обусловлено тем фактом, что слагаемое центрального заряда нарушает  $R$ -симметрию  $\mathcal{N} = 3$  супералгебры до подгруппы  $SU(2)$  и, следовательно,  $SU(3)$  гармоники неприменимы. Для обоих случаев найдены и проклассифицированы все связи моделей и построены соответствующие гамильтонианы.

В разделе 1.2 рассматривается каноническое квантование модели  $\mathcal{N} = 3$  суперчастицы без центрального заряда. Строится гильбертово пространство состояний, элементами которого являются суперполя в  $\mathcal{N} = 3$  гармоническом суперпространстве. Связи первого рода в модели суперчастицы накладываются в виде уравнений на вектор состояний в этом суперпространстве, а часть связей второго рода учитывается по методу Гупта-Блейлера. Показано, что это приводит к  $\mathcal{N} = 3$  суперполевым реализациям для калибровочного мультиплета и мультиплета гравитино, которые описываются аналитическими и киральным  $\mathcal{N} = 3$  суперполями соответственно. Для каждого из этих мультиплетов выписаны суперполевые связи и уравнения движения. Приведены компонентные разложения таких суперполей на массовой оболочке.

В разделе 1.3 проводится аналогичное квантование модели  $\mathcal{N} = 3$  суперчастицы с центральным зарядом в гармоническом суперпространстве. В результате квантования получается  $\mathcal{N} = 3$  суперполевая реализация для массивного векторного мультиплета, масса которого связана с центральным зарядом условием Богомольного-Прасаада-Зоммерфельда (БПЗ). Такой мультиплет описывается кирально-аналитическим суперполем, для которого приводятся

все связи и уравнения движения, а также выписывается компонентное разложение.

В разделе 1.4 сформулированы лагранжианы для моделей суперчастиц в  $\mathcal{N} = 4$  суперпространстве с  $\text{USp}(4)$  гармоническими переменными. Такие гармонические переменные допускают рассмотрение моделей суперчастиц как с центральным зарядом, так и без него, поскольку слагаемое центрального заряда нарушает группу  $U(4)$  R-симметрии  $\mathcal{N} = 4$  супералгебры до  $\text{USp}(4)$ . Мы считаем, что масса частицы связана с центральным зарядом условием БПЗ, а безмассовый случай просто получается взятием предела нулевой массы. Как для массивной, так и для безмассовой модели суперчастиц проклассифицированы все связи и построены гамильтонианы.

Квантование модели массивной суперчастицы в  $\mathcal{N} = 4$  гармоническом суперпространстве проводится в разделе 1.5, где строится гильбертово пространство состояний в виде суперполей в таком суперпространстве. При квантовании, связи в модели суперчастицы транслируются в суперполевые уравнения движения и связи для этих суперполей. Показано, что такие суперполя описывают  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричный массивный векторный мультиплет на массовой оболочке.

Квантование аналогичной безмассовой модели проводится в разделе 1.6, которое приводит к формулировкам в  $\mathcal{N} = 4$   $\text{USp}(4)$  гармоническом суперпространстве для мультиплетов супергравитации, гравитино и  $\mathcal{N} = 4$  калибровочного мультиплета. Показывается, что мультиплет  $\mathcal{N} = 4$  супергравитации описывается обычным киральным  $\mathcal{N} = 4$  суперполем, которое не зависит от гармонических переменных, а мультиплеты гравитино и калибровочного поля описываются аналитическими суперполями с определенными условиями аналитичности. Для всех этих суперполей выписаны все уравнения движения и суперполевые связи, а также приведены компонентные разложения на массовой оболочке. Новым интересным результатом является возможность описания  $\mathcal{N} = 4$  калибровочных супермультиплетов с помощью незаряженных аналитических суперполей, которые реализуют синглетные представления группы

USp(4). Именно такие суперполя будут использоваться в следующей главе при изучении эффективного действия в  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса.

В разделе 1.7 первой главы показывается, что суперполевые уравнения движения и связи для  $\mathcal{N} = 4$  калибровочного супермультиплета, найденные в результате квантования модели суперчастицы, могут быть получены напрямую из известных ранее суперполевых связей  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса при введении гармонических переменных. Это показывает, что квантование моделей суперчастиц является альтернативным эквивалентным способом нахождения суперполевых уравнений движения и связей, который очень удобен для моделей с расширенной суперсимметрией в гармонических суперпространствах.

В заключительном разделе резюмируются результаты первой главы, опубликованные в работах [1, 2].

**Во второй главе** исследуется структура низкоэнергетического эффективного действия в  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Мы ограничиваемся рассмотрением части низкоэнергетического эффективного действия для безмассовых полей в кулоновой фазе теории, которые описываются слагаемыми не выше четвертого порядка в разложении по производным полей. Ранее были известны различные слагаемые такого типа, например, член Весса-Зумино <sup>3</sup> и слагаемое вида  $F^4/X^4$ , содержащееся в т.н. неоломорфном потенциале <sup>4</sup>. Обобщенное описание этих слагаемых в  $\mathcal{N} = 2$  гармоническом суперпространстве было построено в работах Бухбиндера и Иванова <sup>5</sup>, где было найдено дополнение неголо-

---

<sup>3</sup> Tseytlin A. A., Zarembo K. Magnetic interactions of D-branes and Wess-Zumino terms in superYang-Mills effective actions // Physics Letters B. 2000. Vol. 474. P. 95–102;

Intriligator K. A. Anomaly matching and a Hopf-Wess-Zumino term in 6d, N=(2,0) field theories // Nuclear Physics B. 2000. Vol. 581. P. 257–273.

<sup>4</sup> Henningson M. Extended superspace, higher derivatives and SL(2,Z) duality // Nuclear Physics B. 1996. Vol. 458. P. 445–455;

Dine M., Seiberg N. Comments on higher derivative operators in some SUSY field theories // Physical Letters B. 1997. Vol. 409. P. 239–244.

<sup>5</sup> Buchbinder I. L., Ivanov E. A. Complete N=4 structure of low-energy

морфного потенциала с помощью суперполей гипермультиплетов, обладающее  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметрией. Целью второй главы является построение явно  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричного описания для всех этих слагаемых в низкоэнергетическом эффективном действии суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Это достигается за счет использования подходящих  $\mathcal{N} = 4$  гармонических суперпространств и аналитических суперполей, введенных в первой главе. Кроме того, мы изучим структуру низкоэнергетического эффективного действия  $\mathcal{N} = 3$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в  $\mathcal{N} = 3$  гармоническом суперпространстве. Общие аспекты эффективных действий этих теорий обсуждаются в разделе 2.1.

В разделе 2.2 рассматривается структура слагаемого Весса-Зумино-Виттена для скалярных полей в эффективном действии  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Хорошо известно, что данное слагаемое описывается действием в пятимерном пространстве с явной  $SO(6)$  симметрией,

$$-\frac{1}{60\pi^2} \int \varepsilon^{ABCDEF} \frac{1}{|X|^6} X_A dX_B \wedge dX_C \wedge dX_D \wedge dX_E \wedge dX_F, \quad (1)$$

где  $X_A$ ,  $A = 1, \dots, 6$  – скалярные поля и  $|X|^2 = X_A X_A$ . Однако в четырехмерной формулировке симметрия относительно группы  $SO(6)$  становится неявной. Ранее была известна лишь четырехмерная формулировка этого слагаемого, инвариантная относительно подгруппы  $SO(5)$  группы  $SO(6)$  R-симметрии теории <sup>6</sup>. В данном разделе построены новые четырехмерные формулировки для слагаемого Весса-Зумино-Виттена, которые обладают явной инвариантностью относительно подгрупп  $SO(4) \times SO(2)$  и  $SO(3) \times SO(3)$ .

В разделе 2.3 исследуется структура низкоэнергетического эффективного действия  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля

effective action in N=4 super Yang-Mills theories // Physics Letters B. 2002. Vol. 524. P. 208–216;

Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Petrov A. Y. Complete low-energy effective action in N=4 SYM: A direct N=2 supergraph calculation // Nuclear Physics B. 2003. Vol. 653. P. 64–84.

<sup>6</sup> Braaten E., Curtright T. L., Zachos C. K. Torsion and geometrostasis in non-linear sigma models // Nuclear Physics B. 1985. Vol. 260. P. 630.

Янга-Миллса в  $\mathcal{N} = 4$  гармоническом суперпространстве с  $\text{USp}(4)$  гармоническими переменными. Показывается, что требования явной суперсимметрии и масштабной инвариантности однозначно, с точностью до общего множителя, фиксируют вид низкоэнергетического эффективного действия,

$$\Gamma \propto \int d^4x d^8\theta du \ln W, \quad (2)$$

где  $W$  – незаряженная аналитическая суперполевая напряженность в  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса, а интегрирование проводится в соответствующем аналитическом подпространстве, в котором определена эта напряженность. Установлено, что такое простое выражение для низкоэнергетического эффективного действия содержит все известные ранее слагаемые в своем компонентном разложении, такие как  $F^4/X^4$  и член Весса-Зумино-Виттена. Последний получается в  $\text{SO}(5)$ -ковариантном виде, поскольку данная группа локально изоморфна группе  $\text{USp}(4)$ .

В разделе 2.4 рассматривается формулировка низкоэнергетического эффективного действия  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в  $\mathcal{N} = 2$  гармоническом суперпространстве, введенная в работе Бухбиндера и Иванова 2002 года. Показывается, что в компонентном разложении этого действия содержится член Весса-Зумино-Виттена, который записывается в четырехмерном пространстве с явной симметрией относительно подгруппы  $\text{SO}(4) \times \text{SO}(2)$  группы  $\text{SO}(6)$ .

В разделе 2.5 вводится новое  $\mathcal{N} = 4$  гармоническое суперпространство, основанное на  $\text{SU}(2) \times \text{SU}(2)$  гармониках, которое мы называем бигармоническим. Приводятся решения связей  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в этом суперпространстве. Важной особенностью этого суперпространства является возможность использования незаряженных аналитических суперполей. В результате, показывается, что низкоэнергетическое эффективное действие с такими суперполевыми напряженностями имеет такой же вид (2), как и в  $\text{USp}(4)$ -гармоническом суперпространстве. Установлено, что в компонентном разложении эффективное действие со-

держит член Весса-Зумино-Виттена в  $SO(3) \times SO(3)$  ковариантном виде, поскольку эта группа локально изоморфна  $SU(2) \times SU(2)$ .

В разделе 2.6 строится низкоэнергетическое эффективное действие  $\mathcal{N} = 3$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса в  $\mathcal{N} = 3$  гармоническом суперпространстве. Для этого используются аналитические суперполевые напряженности  $\bar{W}^{12}$  и  $W_{23}$ , введенные в разделе 1.2 при квантовании модели безмассовой суперчастицы в  $\mathcal{N} = 3$  гармоническом суперпространстве. Требования масштабной инвариантности и  $\gamma_5$ -симметрии однозначно фиксируют вид низкоэнергетического эффективного действия,

$$\Gamma \sim \int d\zeta \binom{33}{11} du \left[ \frac{(c^i \bar{c}_i)^2}{c^3 c^3 \bar{c}_1 \bar{c}_1} \ln \left( 1 + \frac{\bar{\omega}^{12} c^3}{c^i \bar{c}_i} + \frac{\omega_{23} \bar{c}_1}{c^i \bar{c}_i} \right) + \frac{(c^i \bar{c}_i) \bar{\omega}^{12} \omega_{23}}{c^3 \bar{c}_1 (c^i \bar{c}_i + \bar{\omega}^{12} c^3 + \omega_{23} \bar{c}_1)} \right]. \quad (3)$$

Здесь  $c^i = \langle \varphi^i \rangle$  и  $\bar{c}_i = \langle \bar{\varphi}_i \rangle$  – вакуумные средние для скаляров,  $\bar{\omega}^{12} = \bar{W}^{12} - \bar{c}_3$ ,  $\omega_{23} = W_{23} - c^1$  и  $d\zeta \binom{33}{11} du$  – мера на аналитическом подпространстве  $\mathcal{N} = 3$  гармонического суперпространства. Особенностью такого функционала является его явная зависимость от вакуумных средних для скаляров  $c^i$  и  $\bar{c}_i$ . Тем не менее, доказываются, что эффективное действие не зависит от значений этих констант несмотря на их явное присутствие в построенном функционале. Эта ситуация аналогична формулировке модели исправленного тензорного мультиплетта в  $\mathcal{N} = 2$  гармоническом суперпространстве <sup>7</sup>. Рассмотрено компонентное разложение построенного эффективного действия и показано, что оно содержит слагаемые вида  $F^4/X^4$ ,  $F^6/X^8$ , а также член Весса-Зумино-Виттена.

В последнем разделе второй главы резюмируются полученные результаты, опубликованные в работах [3–6].

**В третьей главе** рассматриваются четырехмерные теории поля с неантикоммутирующими киральными синглетными деформациями  $\mathcal{N} = (1, 1)$  суперсимметрии. Такие деформации эффективно

---

<sup>7</sup> Гальперин А., Иванов Е., Огневский В. Взаимодействия и преобразования дуальности тензорных  $N=2$  мультиплетов // Ядерная физика. 1987. Т. 45. С. 245–257.

учитываются в суперполевых лагранжианах с помощью введения  $\star$ -умножения вместо обычного умножения для суперполей:

$$A \cdot B \rightarrow A \star B = A e^{P_s} B, \quad P_s = -\overleftarrow{Q}_\alpha^i I \varepsilon^{\alpha\beta} \varepsilon_{ij} \overrightarrow{Q}_\beta^j. \quad (4)$$

Здесь  $Q_\alpha^i$  – оператор суперзаряда, а  $I$  – параметр деформаций. Особенностью таких деформаций является тот факт, что они сохраняют R-симметрию  $SU(2)$ , частично нарушая  $\mathcal{N} = (1, 1)$  суперсимметрию до  $\mathcal{N} = (1, 0)$ . Целью третьей главы является доказательство перенормируемости различных суперсимметричных моделей с такой деформацией и исследование структуры низкоэнергетического эффективного действия для некоторых из них.

В разделе 3.1 обсуждаются различные виды киральных деформаций в  $\mathcal{N} = (1, 1)$  евклидовом суперпространстве. Вводится операция  $\star$ -умножения и рассматриваются ее свойства. В следующем разделе эта операция используется для построения классических действий моделей суперполя Янга-Миллса и гипермультиплета с неантикоммутирующей синглетной деформацией суперсимметрии. Исследованию компонентной структуры этих действий посвящается раздел 3.3. В разделе 3.4 доказывается перенормируемость для введенных ранее моделей в абелевом случае. Для этого вычисляются все потенциально расходящиеся вклады в эффективные действия калибровочного суперполя и гипермультиплета:

$$\Gamma_{\text{div}}^{\text{SYM}} = \frac{1}{\pi^2 \varepsilon} \int d^4 x \frac{I^2 \square \bar{\phi} \square \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^2} - \frac{6}{\pi^2 \varepsilon} \int d^4 x \frac{4I^3 \square \bar{\phi} \partial_m \bar{\phi} \partial_m \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^3}, \quad (5)$$

$$\Gamma_{\text{div}}^{\text{hyp}} = -\frac{1}{\pi^2 \varepsilon} \int d^4 x \frac{I^2 \square \bar{\phi} \square \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^2}, \quad (6)$$

где  $\phi$  и  $\bar{\phi}$  – скалярные поля, входящие в калибровочный мультиплет. Показывается, что они полностью устраняются с помощью простых переопределений полей вида

$$\text{SYM:} \quad \phi \longrightarrow \phi - \frac{2}{\pi^2 \varepsilon} \frac{I^2 \square \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^2} + \frac{12}{\pi^2 \varepsilon} \frac{4I^3 \partial_m \bar{\phi} \partial_m \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^3} \quad (7)$$

$$\text{hypermultiplet:} \quad \phi \longrightarrow \phi + \frac{2}{\pi^2 \varepsilon} \frac{I^2 \square \bar{\phi}}{(1 + 4I\bar{\phi})^2}. \quad (8)$$

Отмечается интересная особенность: если для классических действий рассматриваемых моделей совершить преобразование Сайберга-Виттена, то расходящиеся вклады в эффективные действия полностью сокращаются и переопределение полей не требуется.

В разделе 3.5 вычисляется голоморфный эффективный потенциал в абелевой модели заряженного гипермультиплетта с киральными синглетными деформациями суперсимметрии. Оказывается, что он получается простой заменой обычного умножения суперполей на  $\star$ -умножение в голоморфном потенциале недеформированной теории,

$$\Gamma_{hol} = -\frac{1}{32\pi^2} \int d^4x d^4\theta W \star W \star \ln_\star \frac{W}{\mu}. \quad (9)$$

Деформации антиголоморфного потенциала, напротив, не сводятся к такой простой замене умножения суперполей и, более того, записываются в калибровочно-инвариантном виде лишь в полном  $\mathcal{N} = (1, 1)$  суперпространстве. Исследована компонентная структура найденного эффективного действия в модели деформированного гипермультиплетта и отмечены ведущие поправки по параметру деформаций к известным выражениям недеформированной теории.

В разделе 3.6 обсуждаются полученные в третьей главе результаты. Материал этой главы опубликован в работах [7–10].

**Четвертая глава** посвящается исследованию структуры эффективного действия в различных трехмерных моделях калибровочных полей и полей материи с расширенной суперсимметрией. В частности, рассматриваются модели  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 3$  кирального суперполя и  $\mathcal{N} = 4$  гипермультиплетта, минимально взаимодействующие с калибровочными суперполями, модели суперполя Янга-Миллса с  $\mathcal{N} = 2$ ,  $\mathcal{N} = 4$  и  $\mathcal{N} = 8$  суперсимметрией, а также модель  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 3$  суперполя Янга-Миллса, взаимодействующего с четырьмя киральными суперполями в бифундаментальном представлении. Последняя интересна тем, что она тесно связана с динамикой D2 и M2 бран <sup>8</sup>, которые активно изучались в рамках AdS<sub>4</sub>/CFT<sub>3</sub> соответ-

---

<sup>8</sup> Klebanov I. R., Torri G. M2-branes and AdS/CFT // International

ствия. Для формулировки классических действий всех перечисленных моделей используется подход  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 3$  суперпространства, который аналогичен стандартному  $\mathcal{N} = 1$ ,  $d = 4$  суперпространству<sup>9</sup>.

В разделе 4.1 рассматривается представление суперконформной группы на суперполях в  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 3$  суперпространстве. Строятся суперконформные инварианты и выводится наиболее общая структура суперконформно-инвариантного действия для калибровочного суперполя:

$$\Gamma_{\mathcal{N}=2} = \int d^3x d^4\theta [c_1 V G + c_2 G \ln G + G \Psi^2 \mathcal{H}(\Omega^2)]. \quad (10)$$

Здесь  $c_1$  и  $c_2$  – произвольные коэффициенты,  $V$  – калибровочное суперполе с напряженностями  $G$ ,  $W_\alpha$  и  $\bar{W}_\alpha$ . В это выражение входит произвольная функция  $\mathcal{H}$ , а также суперполевые объекты вида

$$\Psi = \frac{i}{G} \bar{D}^\alpha D_\alpha \ln G, \quad \Omega^2 = \frac{1}{8} (\bar{D}^\alpha D_\alpha)^2 \ln G. \quad (11)$$

В разделах 4.2 и 4.3 вычисляются однопетлевые эффективные действия в моделях  $\mathcal{N} = 2$  кирального суперполя и  $\mathcal{N} = 4$  гипермультиплетта, взаимодействующих с внешними калибровочными суперполями. Полученные эффективные действия выражаются через суперконформные инварианты, построенные в разделе 4.1. Например, эффективное действие для  $\mathcal{N} = 2$  калибровочного суперполя имеет вид (10), с коэффициентами  $c_1 = c_2 = \frac{1}{4\pi}$ , а функция  $\mathcal{H}$  определяется выражением

$$\mathcal{H} = \frac{1}{32\pi\Omega^2} \int_0^\infty \frac{dt e^{it}}{\sqrt{i\pi t}} \left( \frac{\tanh(t\Omega)}{t\Omega} - 1 \right). \quad (12)$$

В разделе 4.4 развивается метод фонового поля для вычисления эффективного действия в  $\mathcal{N} = 2$ ,  $d = 3$  суперпространстве.

Journal of Modern Physics A. 2010. Vol. 25. P. 332–350;

Aganagic M. A stringy origin of M2 brane Chern-Simons theories // Nuclear Physics B. 2010. Vol. 835. P. 1–28.

<sup>9</sup> Buchbinder I. L., Kuzenko S. M. Ideas and methods of supersymmetry and supergravity: Or a walk through superspace. Bristol, UK: IOP, 1998. P. 656.

Этот метод применяется для вычисления однопетлевого эффективного действия в  $\mathcal{N} = 2$  суперсимметричной модели Янга-Миллса. Аналогичные вычисления для  $\mathcal{N} = 4$  и  $\mathcal{N} = 8$  суперсимметричных теорий поля Янга-Миллса проведены в разделах 4.5 и 4.6. Отмечается, что ведущие члены в эффективном действии  $\mathcal{N} = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса совпадают с классическим действием модели Гайотто-Виттена<sup>10</sup> в дуальном представлении<sup>11</sup>,

$$\int d^3x d^4\theta [G \ln(G + \sqrt{G^2 + \bar{\Phi}\Phi}) - \sqrt{G^2 + \bar{\Phi}\Phi}]. \quad (13)$$

Здесь  $\Phi$  – киральное суперполе, а  $G$  –  $\mathcal{N} = 2$  суперполевая напряженность, которые вместе образуют  $\mathcal{N} = 4$  калибровочный супермультиплет.

$\mathcal{N} = 8$  суперсимметричная теория поля Янга-Миллса интересна тем, что классическое действие для нее получается размерной редукцией из действия  $\mathcal{N} = 4$ ,  $d = 4$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса. Эффективное действие для последней изучалось во второй главе, где было установлено, что ведущие члены в нем имеют чрезвычайно простую структуру при формулировке в подходящем гармоническом суперпространстве. В свою очередь, для трехмерной  $\mathcal{N} = 8$  суперсимметричной теории поля Янга-Миллса, изучаемой в четвертой главе, также отмечается упрощение структуры однопетлевого эффективного действия благодаря сокращению ряда слагаемых, возникающих от вкладов суперполей материи и духов,

$$\Gamma_{\mathcal{N}=8} = \frac{i}{2} \text{Tr}_v \ln(\square_v + \bar{\Phi}^i \Phi_i). \quad (14)$$

Здесь  $\text{Tr}_v$  означает функциональный след в пространстве вещественный суперполей, а  $\square_v$  – калибровочно-ковариантный оператор

<sup>10</sup> Gaiotto D., Witten E. Janus configurations, Chern-Simons couplings, and the theta-angle in N=4 super Yang-Mills theory // Journal of High Energy Physics. 2010. Vol. 1006. P. 097.

<sup>11</sup> Koh E., Lee S., Lee S. Topological Chern-Simons sigma model // Journal of High Energy Physics. 2009. Vol. 0909. P. 122(1–29).

Даламбера,

$$\square_v = \mathcal{D}^m \mathcal{D}_m + G^2 + iW^\alpha \mathcal{D}_\alpha - i\bar{W}^\alpha \bar{\mathcal{D}}_\alpha. \quad (15)$$

В разделе 4.6 исследуется эффективное действие в модели  $\mathcal{N} = 2$  суперполя Янга-Миллса с калибровочной группой  $SU(2) \times SU(2)$ , взаимодействующей с четырьмя киральными суперполями в бифундаментальном представлении. Сектор суперполей материи в этой теории имеет такую же структуру, как и в модели Баггера-Ламберта-Густавссона (БЛГ)<sup>12</sup>, но, в отличие от последней, калибровочные суперполя имеют Янг-Миллсовские, а не Черн-Саймоновские кинетические члены. Поэтому такая модель описывает динамику не M2, а D2 бран на некотором многообразии. Для найденного однопетлевого эффективного действия в этой модели установлено, что масштабнo-инвариантные слагаемые в нем совпадают с классическим действием абелевой теории Аарони-Бергмана-Жафериса-Малдасены в дуальном представлении, когда одно из калибровочных суперполей исключено из действия с помощью алгебраических уравнений движения,

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{АВJM}} = & 2 \int d^3x d^4\theta \left[ -G \ln(Q_-^a \bar{Q}_{-a}) - \sqrt{G^2 + \bar{Q}_+^a Q_{+a} Q_{-b} \bar{Q}_-^b} \right. \\ & \left. + G \ln(G + \sqrt{G^2 + \bar{Q}_+^a Q_{+a} Q_{-b} \bar{Q}_-^b}) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь  $G - \mathcal{N} = 2$  суперполевая напряженность, а  $Q_\pm^a$  – киральные суперполя,  $a = 1, 2$ . Такой результат может быть проинтерпретирован как проявление связи между D2 и M2 бранами, когда последняя получается в пределе сильной связи системы D2 бран вблизи конической сингулярности некоторого многообразия.

---

<sup>12</sup> Bagger J., Lambert N. Modeling multiple M2's // Physical Review D. 2007. Vol. 75. P. 045020(1–7);  
 Bagger J., Lambert N. Gauge symmetry and supersymmetry of multiple M2-Branes // Physical Review D. 2008. Vol. 77. P. 065008(1–6);  
 44. Bagger J., Lambert N. Comments on multiple M2-branes // Journal of High Energy Physics. 2008. Vol. 02. P. 105(1–15);  
 Gustavsson A. Algebraic structures on parallel M2-branes // Nuclear Physics B. 2009. Vol. 811. P. 66–76.

В разделе 4.7 исследуется двухпетлевое эффективное действие в трехмерной  $\mathcal{N} = 2$  суперсимметричной модели Весса-Зумино. Целью данного раздела является нахождение кэлерового эффективного потенциала и соответствующего скалярного потенциала. На основе непосредственных квантовых вычислений мы находим следующие выражения для этих потенциалов:

$$K_{\text{eff}} = \Phi\bar{\Phi} \left( 1 + \frac{g}{8\pi} - \frac{g^2\gamma}{192\pi^2} - \frac{g^2}{96\pi^2} \ln \frac{g\Phi\bar{\Phi}}{2\mu} \right), \quad (17)$$

$$V_{\text{eff}} = \frac{g^2}{36}(\varphi\bar{\varphi})^3 \left( 1 + \frac{g^2}{96\pi^2} \ln \frac{\varphi\bar{\varphi}}{\varphi_0\bar{\varphi}_0} \right). \quad (18)$$

Здесь  $\Phi$  – киральное суперполе, а  $\varphi$  – комплексное скалярное поле. Аналогичные вычисления для четырехмерной модели Весса-Зумино проводились в работах <sup>13</sup>. В отличие от четырехмерного случая, эффективный скалярный потенциал (18) представляет собой логарифмическую поправку к полиному шестого, а не четвертого порядка, но качественно они имеют похожую структуру.

В последнем разделе четвертой главы резюмируются полученные результаты, опубликованные в работах [11–13].

**В пятой главе** развивается альтернативная лагранжева формулировка для модели самодуального тензорного поля в шестимерном пространстве Минковского. В разделе 5.1 приводится краткий обзор традиционной процедуры построения лагранжиана, которая основана на нарушении лоренц-ковариантности  $\text{SO}(1,5)$  до

---

<sup>13</sup> Buchbinder I. L., Kuzenko S., Yarevskaya Z. Supersymmetric effective potential: Superfield approach // Nuclear Physics B. 1994. Vol. 411. P. 665–692;  
 Pickering A., West P. C. The one-loop effective superpotential and nonholomorphicity // Physics Letters B. 1996. Vol. 383. P. 54–62;  
 Grisaru M. T., Roček M., von Unge R. Effective Kahler potentials // Physics Letters B. 1996. Vol. 383. P. 415–421;  
 Buchbinder I. L., Kuzenko S. M., Petrov A. Y. Superfield chiral effective potential // Physics Letters B. 1994. Vol. 321. P. 372–377;  
 Бухбиндер И. Л., Кузенко С. М., Петров А. Ю. Суперполевым эффективным потенциал в двухпетлевом приближении // Ядерная физика. 1996. Т. 59. С. 157–162.

подгруппы  $SO(5)$  <sup>14</sup>. В традиционном подходе, развитом в работах Пасти, Сорокина и Тонина (ПСТ) <sup>15</sup>, лоренц-ковариантность может быть восстановлена за счет введения одного вспомогательного поля. В разделе 5.2 строится альтернативный лагранжиан для антисимметричного тензорного поля, который основан на нарушении лоренц-ковариантности до подгруппы  $SO(1,2) \times SO(3)$ . Например, антисимметричное тензорное поле напряженности имеет следующие  $SO(1,2) \times SO(3)$ -компоненты

$$F_{\mu\nu\rho} \rightarrow F_{abc}, F_{ab\dot{c}}, F_{a\dot{b}\dot{c}}, F_{\dot{a}\dot{b}\dot{c}}, \quad (19)$$

где  $a, b, c$  и  $\dot{a}, \dot{b}, \dot{c}$  – индексы векторных представлений групп  $SO(1,2)$  и  $SO(3)$  соответственно. Действие, приводящее к уравнениям самодуальности для этих полей имеет простой вид

$$S = -\frac{1}{4} \int d^6x [F_{ab\dot{c}}(F^{ab\dot{c}} - \tilde{F}^{ab\dot{c}}) + \frac{1}{3} F_{\dot{a}\dot{b}\dot{c}}(F^{\dot{a}\dot{b}\dot{c}} - \tilde{F}^{\dot{a}\dot{b}\dot{c}})], \quad (20)$$

где  $\tilde{F}_{ab\dot{c}} = \frac{1}{2} \varepsilon_{abc} \varepsilon_{\dot{b}\dot{c}\dot{a}} F^{bc\dot{a}}$ ,  $\tilde{F}^{\dot{a}\dot{b}\dot{c}} = \frac{1}{6} \varepsilon^{abc} \varepsilon^{\dot{a}\dot{b}\dot{c}} F_{abc}$ . В разделе 5.3 показывается, что ковариантность лагранжиана может быть восстановлена в соответствии со стандартной процедурой ПСТ, но, в отличие от стандартной формулировки, требуется введение не синглета, а триплета вспомогательных полей  $a^r$ ,  $r = 1, 2, 3$ ,

$$S = \frac{1}{24} \int d^6x [-F_{\mu\nu\rho} F^{\mu\nu\rho} + \mathcal{F}_{\mu\nu\rho} \mathcal{F}^{\alpha\beta\gamma} (P_\alpha^\mu P_\beta^\nu P_\gamma^\rho + 3P_\alpha^\mu P_\beta^\nu \Pi_\gamma^\rho)]. \quad (21)$$

Здесь  $P_\mu^\nu = \partial_\mu a^r (\partial_\rho a^r \partial^\rho a^s)^{-1} \partial^\nu a^s$  и  $\Pi_\mu^\nu = \delta_\mu^\nu - P_\mu^\nu$  – матричные проекторы, построенные из вспомогательных полей. В выражении

---

<sup>14</sup> Henneaux M., Teitelboim C. Dynamics of chiral (selfdual) p forms // Physics Letters B. 1988. Vol. 206. P. 650–654.

<sup>15</sup> Pasti P., Sorokin D. P., Tonin M. Note on manifest Lorentz and general coordinate invariance in duality symmetric models // Physics Letters B. 1995. Vol. 352. P. 59–63;

Pasti P., Sorokin D. P., Tonin M. Duality symmetric actions with manifest space-time symmetries // Physical Review D. 1995. Vol. 52. P. 4277–4281;

Pasti P., Sorokin D. P., Tonin M. On Lorentz invariant actions for chiral p-forms // Physical Review D. 1997. Vol. 55. P. 6292–6298.

(21) использовано обозначение  $\mathcal{F}_{\mu\nu\rho} = F_{\mu\nu\rho} - \tilde{F}_{\mu\nu\rho}$ . Далее мы применяем построенный лагранжиан самодуального антисимметричного тензорного поля для введения взаимодействия с фоновой гравитацией и для суперсимметризации действия за счет добавления спиновых и скалярных полей  $\mathcal{N} = (2, 0)$  тензорного мультиплетта.

Введение альтернативной лагранжевой формулировки для модели антисимметричного тензорного поля, рассмотренной в пятой главе, мотивировано тем, что она естественным образом возникает при изучении модели БЛГ с калибровочной группой диффеоморфизмов, сохраняющих локальный объем некоторого трехмерного многообразия<sup>16</sup>. В этих работах показывается, что теория БЛГ с такой калибровочной группой эффективно описывает некоторую шестимерную теорию поля, которая содержит низкоэнергетические степени свободы M5 браны. В разделе 5.4 устанавливается связь между этими теориями за пределом линейного приближения и показывается, что шестимерное действие действительно описывает одну M5 брану на фоне постоянного антисимметричного  $C_3$ -поля одиннадцатимерной супергравитации. Раздел 5.5 посвящается выводу нелинейных уравнений движения и тождеств Бьянки для случая, когда присутствует взаимодействие с таким постоянным  $C_3$ -полем.

В последнем разделе пятой главы резюмируются полученные результаты, опубликованные в работах [14, 15].

---

<sup>16</sup> Ho P.-M., Matsuo Y. M5 from M2 // Journal of High Energy Physics. 2008. Vol. 06. P. 105(1–16);

Ho P.-M., Imamura Y., Matsuo Y., Shiba S. M5-brane in three-form flux and multiple M2-branes // Journal of High Energy Physics. 2008. Vol. 08. P. 014(1–33);

Bandos I. A., Townsend P. K. SDiff gauge theory and the M2 condensate // Journal of High Energy Physics. 2009. Vol. 02. P. 013(1–15);

Bandos I. A., Townsend P. K. Light-cone M5 and multiple M2-branes // Classical and Quantum Gravity. 2008. Vol. 25. P. 245003(1–25).

## Список публикаций

1. Buchbinder I. L., Lechtenfeld O., Samsonov I. B. N=4 superparticle and super-Yang-Mills theory in  $USp(4)$  harmonic superspace // Nuclear Physics B. 2008. Vol. 802. P. 208–246.
2. Buchbinder I. L., Samsonov I. B. N=3 superparticle model // Nuclear Physics B. 2008. Vol. 802. P. 180–207.
3. Belyaev D. V., Samsonov I. B. Wess-Zumino term in the N=4 SYM effective action revisited // Journal of High Energy Physics. 2011. Vol. 1104. P. 112(1–26).
4. Belyaev D. V., Samsonov I. B. Bi-harmonic superspace for N=4 d=4 super Yang-Mills // Journal of High Energy Physics. 2011. Vol. 1109. P. 056(1–21).
5. Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Samsonov I. B., Zupnik B. M. Scale invariant low-energy effective action in N=3 SYM theory // Nuclear Physics B. 2004. Vol. 689. P. 91–107.
6. Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Samsonov I. B., Zupnik B. M. Superconformal N=3 SYM low-energy effective action // Journal of High Energy Physics. 2012. Vol. 1201. P. 001(1–30).
7. Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Lechtenfeld O., Samsonov I. B., Zupnik B. M. Gauge theory in deformed N=(1,1) superspace // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2008. Т. 39, № 5. С. 1467–1541.
8. Samsonov I. B. On renormalizability of non-anticommutative N=(1,0) theories with singlet deformation // Czechoslovak Journal of Physics. 2006. Vol. 56, no. 10/11. P. 1281–1286.
9. Buchbinder I. L., Lechtenfeld O., Samsonov I. B. Vector-multiplet effective action in the non-anticommutative charged hypermultiplet model // Nuclear Physics B. 2006. Vol. 758. P. 185–203.

10. Buchbinder I. L., Ivanov E. A., Lechtenfeld O., Samsonov I. B., Zupnik B. M. Renormalizability of non-anticommutative  $N=(1,1)$  theories with singlet deformation // Nuclear Physics B. 2006. Vol. 740. P. 358–385.
11. Buchbinder I. L., Pletnev N. G., Samsonov I. B. Low-energy effective actions in three-dimensional extended SYM theories // Journal of High Energy Physics. 2011. Vol. 1101. P. 121(1–38).
12. Buchbinder I. L., Pletnev N. G., Samsonov I. B. Effective action of three-dimensional extended supersymmetric matter on gauge superfield background // Journal of High Energy Physics. 2010. Vol. 1004. P. 124(1–27).
13. Buchbinder I. L., Merzlikin B. S., Samsonov I. B. Two-loop effective potentials in general  $N=2$ ,  $d=3$  chiral superfield model // Nuclear Physics B. 2012. Vol. 860. P. 87–114.
14. Pasti P., Samsonov I., Sorokin D., Tonin M. Bagger-Lambert-Gustavsson-motivated Lagrangian formulation for the chiral two-form gauge field in  $D=6$  and M5-branes // Physical Review D. 2009. Vol. 80. P. 086008(1–16).
15. Pasti P., Samsonov I., Sorokin D., Tonin M. BLG and M5 // Письма в ЭЧАЯ. 2011. Т. 8, № 3. С. 355–368.
16. Buchbinder I. L., Pletnev N. G., Samsonov I. B.  $N=2$  and  $N=4$  supersymmetric low-energy effective actions in three dimensions // Cosmology, Quantum Vacuum and Zeta Functions (Barcelona, 8-10th March, 2010) / Ed. by S. D. Odintsov, D. Saez-Gomes, S. Xambo-Descamps. Vol. 137. Springer Proceedings in Physics, 2011. P. 67–76.
17. Samsonov I. B. Quantum aspects of non-anticommutative  $N=(1,0)$  theories with singlet deformation // Supersymmetries and quantum symmetries (SQS'07) Proc. of International Workshop, (Dubna, Russia, July 30 - August 4, 2007). Dubna: JINR, 2008. P. 246–249.

18. Samsonov I. B. Low-energy effective action in non-anticommutative charged hypermultiplet model // QUARKS-2006: Proc. of 14th international seminar (St. Petersburg, Russia, 19-25 May, 2006). Institute for Nuclear Research, RAS, 2006. P. 159–170.
19. Samsonov I. B. On scale-invariant generalization of N=3 Born-Infeld action // Supersymmetries and quantum symmetries (SQS'05) Proc. of International Workshop. Dubna: JINR, 2006. P. 350–355.
20. Samsonov I. B. On low-energy effective action in N=3 supersymmetric gauge theory // QUARKS-2004: Proc. of 13th international seminar (Pushkinogorie, Russia, May 24-30, 2004). Vol. 2. Institute for Nuclear Research, RAS, 2005. P. 189–201.