ISSN 0021-3411

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ФИЗИКА

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И ТЕОРИЯ ПОЛЯ
ФИЗИКА ПОЛУПРОВОДНИКОВ И ДИЭЛЕКТРИКОВ
ФИЗИКА МАГНИТНЫХ ЯВЛЕНИЙ
ОПТИКА И СПЕКТРОСКОПИЯ
КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОНИКА
ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ

2·2002

ИЗДАНИЕ
ТОМСКОГО ГОСУНИВЕРСИТЕТА

Вниманию читателей!

Изменились

телефон редакции: **53-33-35**
и адрес в Интернете: http://www.tsu.ru/ru/derision/physics

E-mail редакции: physics@ic.tsu.ru

Электронную версию Russian Physics Journal (перевод на английский язык журнала "Известия вузов. Физика") смотрите: http://www.wkap.nl/journals/rupj

Старший редактор *Н. И. Шидловская* Редактор Э. *Д. Бербенец*

Старший корректор *Л. В. Пермякова*

Сдано в набор 20.12.2001 г. Подписано к печати 18.02.2002 г.
Формат $60\times84^{1}/_{8}$. Бум. книжно-журнальная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.
Усл. п. л. 11,2. Усл. кр.-отт. 11,55. Уч.-изд. л. 12,5.
Тираж 425 экз. Заказ № 739.

Адрес редакции: 634050, г. Томск, пл. Новособорная, 1, Сибирский физико-технический институт, редакция журнала "Известия высших учебных заведений. Физика", тел. 53-33-35

Асиновское полиграфическое объединение, г. Асино, ул. Проектная, 22

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ТОМСКИЙ ГОСУНИВЕРСИТЕТ

Известия высших учебных заведений

ФИЗИКА

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Издается с января 1958 г.

Том 45 **Февраль** **№ 2**

СОДЕРЖАНИЕ

Физика магнитных явлений

Физика элементарных частиц и теория поля

Математическая обработка данных физического эксперимента

Физика полупроводников и диэлектриков

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
№ 2 ФИЗИКА 2002

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

УДК 519.6

Б.А. ГЛАДКИХ

ИЗМЕРЕНИЕ КАЧЕСТВА ГРУППОВОГО ОЦЕНИВАНИЯ

Предлагаются численные меры качества одновременного определения числа неизвестных объектов и оценки их параметров

Введение

Многие прикладные задачи принятия решений могут быть описаны достаточно общей моделью группового оценивания. Имеется некоторое (неизвестное) число n объектов, описываемых набором параметров $\theta=(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)$. Требуется произвести одновременно оценку числа объектов $\hat{n}$ и их параметров $\hat{\theta}=(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2,\ldots,\hat{\theta}_{\hat{n}})$. Типичным примером может служить классическая для радиолокации проблема обнаружения неизвестного числа целей с одновременным измерением их координат [1].

Какими бы конкретными методами ни решались эти задачи, всегда возникают общие вопросы об измерении качества оценивания. Таких вопросов может быть по крайней мере три:

– как измерить качество единичного акта группового оценивания;

– как измерить качество соответствующего алгоритма (расчетным или экспериментальным путём);

– как сравнивать различные алгоритмы между собой с целью выбора наилучшего.

В теории решений и математической статистике существуют два основных подхода к оценке качества решений, которые мы назовём условно метрическим и стоимостным. *Метрический* подход применим только для простых задач одиночного оценивания, когда качество оценивания можно описать *метрической ошибкой* $r(\theta,\hat{\theta})$, характеризующей расстояние от объекта в выбранной метрике. Для измерения эффективности алгоритма используется некоторый функционал Φ от вероятностного распределения ошибок $F(r)$, даваемых этим алгоритмом. Если пространство параметров является линейным нормированным пространством с одинаковой природой координатных осей, то ошибки имеют одни и те же единицы измерения (метры, килограммы и т.п.) и легко поддаются содержательному толкованию. Подходящим выбором функционала (среднее, дисперсия, медиана) можно также получить легко интерпретируемые характеристики ошибок, в чем и видится главное достижение этого метода.

Стоимостной подход преодолевает ограниченность метрического с точки зрения возможности оценки сложных решений. В качестве измерителя качества единичного решения здесь применяется *функция потерь* $L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta})$, которая единой мерой (стоимостью) взвешивает различные типы ошибок: неточное оценивание, пропуск объектов, появление ложных объектов и оценок. Однако это достигается ценой введения некоторой порождающей модели с присущими ей условностями и неопределёнными параметрами.

В настоящей работе делается попытка применить оба указанных подхода к задаче группового оценивания. При этом стоимостной подход приводит к построению функции потерь специального вида, а метрический подход позволяет обобщить понятия метрических ошибок на случай, когда число объектов не равно числу оценок. Более того, результаты обоих подходов оказываются тесно связанными и практическим выводом работы является методика, обладающая, как нам кажется, достоинствами как стоимостного (учет различных видов ошибок), так и метрического (наглядность и независимость от параметров порождающей модели) подходов.

Стоимостной подход. Функция потерь

Построить функцию потерь для общей задачи группового оценивания чисто формальными методами, по-видимому, невозможно. Здесь не обойтись без эвристических соображений, и конечный результат не будет однозначным. Так, например, для обнаружения – измерения одиночной цели в радиолокации [2, с.70] предлагается функция потерь с насыщением. Обобщение этой идеи на случай многих целей произведено Большаковым [3, с.374]. К сожалению, функция потерь Большакова не обладает рядом полезных формальных свойств, что усложняет её перенос на другие задачи, однако сам операционный подход к её построению представляется нам весьма естественным и продуктивным.

Для того чтобы сделать поиск более целенаправленным, сформулируем несколько общих требований к функции потерь.

Во-первых, желательно, чтобы функция потерь допускала содержательную интерпретацию с точки зрения некоторой сверхзадачи.

Во-вторых, общая методика измерения качества группового оценивания в частных вырожденных случаях (например, при чистом оценивании или чистом обнаружении) должна давать общеупотребительные для этих ситуаций способы.

В-третьих, разумно потребовать, чтобы функция потерь $L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta})$ имела несколько полезных формальных свойств:

а) неотрицательность: $L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta}) \geq 0$, причем равенство нулю возможно тогда и только тогда, когда $n=\hat{n}$, $\theta=\hat{\theta}$;

б) нормируемость: $\sup L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta})=1$;

в) симметричность: $L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta}) = L(\hat{n},\hat{\theta};n,\theta)$.

Попытаемся построить функцию потерь, удовлетворяющую всем перечисленным требованиям. Согласно первому требованию, мы должны выбрать подходящую сверхзадачу (операцию), для которой задача группового оценивания была бы внутренней, вспомогательной. Следуя подходу Большакова, в качестве таковой возьмём операцию целеуказания. Объекты будем интерпретировать как цели в пространстве, а параметры $\theta=(\theta_1,\theta_2,\dots,\theta_n)$ как их координаты. Сделав оценку $\hat{n}$ и $\hat{\theta}=(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2,\dots,\hat{\theta}_{\hat{n}})$, используем их как мишени для стрельбы, неточностью стрельбы пренебрегаем.

Обозначим:

$r_{ij}=r(\theta_i,\hat{\theta}_j)$ – расстояние от i-й цели j-точки наведения;

$p(r)$ – вероятность непоражения цели снарядом, разорвавшимся на расстоянии r от неё;

A – стоимость цели; B – потери, которые мы несём от непоражения цели; C – стоимость самого средства поражения.

Если выстрелы независимы, то вероятность непоражения i-й цели всеми $\hat{n}$ снарядами равна $\prod_{j=1}^{\hat{n}} p(r_{ij})$ (по определению считаем, что $\prod_{j=1}^{0} p(r_{ij})=1$). Отсюда математическое ожидание потерь от неуничтоженных целей

$$W_1 = B\sum_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{\hat{n}} p(r_{ij}),$$

стоимость уничтоженных целей

$$W_2 = A\sum_{i=1}^{n}\left(1-\prod_{j=1}^{\hat{n}} p(r_{ij})\right),$$

затраты на средства поражения $W_3=C\hat{n}$ и суммарные потери от стрельбы $W=W_1-W_2+W_3$.

В исследовании операций принято [4] эффективность операции целеуказания измерять отношением потерь от стрельбы с целеуказанием к потерям от стрельбы без целеуказания. Полагая, что стрельба вслепую безрезультатна, то есть $W_0=Bn+C\hat{n}$, определим окончательно функцию потерь

$$L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta}) = W/W_0 = \left[(A+B)\sum_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{\hat{n}} p(r_{ij})+C\hat{n}-An\right]\Big/(Bn+C\hat{n}). \tag{1}$$

Входящие в эту формулу коэффициенты A, B, C, а также функция $p(r)$ имеют реальный смысл только для стрельбы. При обобщении функции потерь на общий случай группового оценивания они этот смысл теряют и их можно доопределить, пользуясь формальными свойствами функции потерь. В частности, при идеальном оценивании $L(n,\theta;n,\theta)=0$. Отсюда, положив в (1) $n=\hat{n}$, $p(r_{ij})=0$, видим, что $C=A$.

Далее, коэффициенты A и B, которые характеризуют опасность ложного обнаружения и пропуска цели, важны не сами по себе, а в отношении друг к другу. Для их задания удобен параметр

$$\lambda = A/(A+B),\ 0 \le \lambda \le 1\,. \tag{2}$$

С учетом сказанного

$$L = \left[\sum_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{\hat{n}} p(r_{ij}) + \lambda(\hat{n}-n)\right] \Big/ \left((1-\lambda)n + \lambda\hat{n}\right). \tag{3}$$

Проверим остальные требуемые формальные свойства функции (3). Легко видеть, что нормируемость для неё выполняется, а неотрицательность и симметричность – нет. Это происходит вследствие некоторой несимметричности выбранной базовой модели стрельбы, в которой цели и оценки неравноправны; уничтожив одним снарядом две близкорасположенные цели, можно получить отрицательные потери. Более того, если $A \ne B$, то требовать симметричности функции потерь в виде $L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta}) = L(\hat{n},\hat{\theta};n,\theta)$ вообще неразумно, так как при этом совершенно теряется физический смысл коэффициентов A и B. При замене истинных значений параметров на оценки необнаруженные объекты превращаются в ложные оценки и наоборот, поэтому для того, чтобы сохранить роль параметров A и B, сформулируем условие симметричности в другом виде:

$$L_{AB}(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta}) = L_{BA}(\hat{n},\hat{\theta};n,\theta)\,. \tag{4}$$

Для того, чтобы функция потерь (3) удовлетворяла условию (4), подвергнем её принудительной симметризации:

$$L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta}) = (1-\lambda)L_{AB}(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta}) + \lambda L_{BA}(\hat{n},\hat{\theta};n,\theta) =$$

$$= \left[(1-\lambda)\sum_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{\hat{n}} p(r_{ij}) + \lambda\sum_{j=1}^{\hat{n}}\prod_{i=1}^{n} p(r_{ij})\right] \Big/ \left[(1-\lambda)n + \lambda\hat{n}\right]. \tag{5}$$

Функция $L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta})$ обладает всеми необходимыми формальными свойствами. Однако прежде чем рекомендовать её для общей задачи группового оценивания, следует выяснить поведение этой функции в частных случаях. Это поможет также уточнить физический смысл функции $p(r)$, входящей в выражение для потерь.

Частные случаи

Одиночное оценивание. Рассмотрим простейший случай $n = \hat{n} = 1$. В этом случае $L(\theta,\hat{\theta}) = p(r)$. Таким образом, функцию $p(r)$ можно трактовать не обязательно как вероятность непоражения, а как некоторую функцию потерь при одиночном оценивании. Это может быть любая монотонная функция, равная нулю в нуле и ограниченная сверху единицей. Для практических целей очень удобна прямоугольная функция $p(r) = \Delta_R(r)$, где

$$\Delta_R = \begin{cases} 0, & \text{если } r \le R, \\ 1, & \text{если } r > R, \end{cases}$$

которая аппроксимирует любую функцию с насыщением. Функция $\Delta_R(r)$ зависит от параметра R, смысл которого совершенно прозрачен – это допустимая точность оценивания в выбранной метрике ошибок.

Чистое оценивание. Рассмотрим теперь более общий случай. Для чистого оценивания характерно то, что каждый объект "обслуживается" своей оценкой и отсутствуют перекрестные взаимодействия. В наших обозначениях это выразится так:

$$n = \hat{n};\quad p(r_{ij}) = \begin{cases} p(r_i), & \text{если } i = j, \\ 1, & \text{если } i \ne j. \end{cases}$$

Отсюда

$$L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} p(r_i)\,,$$

что вполне согласуется с принятыми способами измерения качества оценивания.

Чистое обнаружение. В задаче группового обнаружения речь идёт о достаточно грубой локализации объектов в параметрическом пространстве, при этом необходимо манипулировать понятиями "пропущенный объект" и "ложная оценка". Точно определить эти понятия непросто, однако в нашем случае они получаются, как мы увидим, автоматически. Пусть функция потерь одиночного оценивания $p(r)$ имеет прямоугольный вид $\Delta_R(r)$. Для этого случая групповая функция потерь (5) запишется в форме

$$L(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta}) = \left[(1-\lambda)\sum_{i=1}^{n}\Delta_R(\min_j r_{ij}) + \lambda\sum_{j=1}^{\hat{n}}\Delta_R(\min_j r_{ij})\right]\Big/\left((1-\lambda)n+\lambda\hat{n}\right). \qquad (6)$$

Если определить пропущенный объект как такой, в R-окрестности которого отсутствуют оценки, а ложную оценку как такую, в R-окрестности которой нет объектов, то первая сумма в (6) даёт число пропущенных объектов $n_{\text{проп}}$, а вторая – число ложных оценок $n_{\text{ложн}}$.

Обычно, качество группового обнаружения характеризуется двумя числами – вероятностью (долей) пропуска $P = n_{\text{проп}}/n$ и вероятностью ложного обнаружения $Q = n_{\text{ложн}}/n$. В этих терминах функция потерь (6) представляется выпуклой комбинацией

$$L = (1-\mu)P + \mu Q, \qquad (7)$$

где $\mu = \lambda\hat{n}/[(1-\lambda)n+\lambda\hat{n}]$ – весовой коэффициент, показывающий сравнительную опасность пропуска объекта и ложного обнаружения. Этот результат также представляется весьма естественным.

Итак, подведём итоги стоимостного подхода. Мы убедились, что функция потерь вида (5) полностью удовлетворяет всем априорным требованиям, однако при этом (неизбежный результат самого подхода!) она сохранила некоторый отпечаток порождающей операционной модели: кроме метрики r в пространстве параметров θ необходимо задаться функцией $p(r)$ и коэффициентом λ.

Функция ошибок

Наиболее уязвимым местом в функции потерь (5) с точки зрения возможности её обобщения на общий случай группового оценивания является функция $p(r)$, выбор которой трудно обосновать. Как уже отмечалось, удобной аппроксимацией для неё является прямоугольная функция $\Delta_R(r)$. Пусть $p(r) = \Delta_R(r)$. Тогда функция потерь общего вида (5) переходит в (6). При фиксированных $(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta})$ потери зависят от значений параметра R, то есть от допустимой точности оценивания. Если менять R в пределах от 0 до ∞, то получится функция $F(R)$, которую будем называть *функцией ошибок* для акта группового оценивания.

Легко убедиться, что эта функция имеет следующие свойства:

а) $F(0) = 1$, $\lim\limits_{R\to\infty} F(R) = 0$;

б) она непрерывна слева;

в) она является монотонно возрастающей ступенчатой функцией, имеющей $n+\hat{n}$ скачков в точках a_1, a_2, $\ldots, a_n, b_1$, b_2, $\ldots, b_{\hat{n}}$, где $a_i = \min\limits_{1\le j\le\hat{n}} r_{ij}$, $b_j = \min\limits_{1\le i\le n} r_{ij}$.

Таким образом, $F(R)$ имеет все формальные свойства эмпирической функции распределения, точнее, её дополнения до единицы, и, следовательно, абсциссы скачков можно интерпретировать как выборку объёма $n+\hat{n}$. Смысл элементов выборки достаточно прозрачен: первые n чисел можно понимать как метрические ошибки пропуска объектов, а последние $\hat{n}$ – как метрические ошибки ложного оценивания. Этим объясняется название функции $F(R)$. Если $\lambda = 0$, то $F(R)$, согласно (7), вырождается в функцию $P(R)$, которую будем называть функцией ошибок пропуска, а при $\lambda = 1$ – в функцию ошибок ложного оценивания $Q(R)$.

Функция ошибок $F(R)$ или её составляющие $P(R)$ и $Q(R)$ являются удобным практическим инструментом для оценки качества группового оценивания. Она имеет наглядную интерпретацию, удобные формальные свойства и менее связана с условностями порождающей модели. Главное же её достоинство состоит в том, что она позволяет совершенно естественно обобщить понятия метрических ошибок на общий случай группового оценивания и тем самым создать базу для применения метрического подхода.

Метрический подход

В тех случаях, когда решаемая задача группового оценивания существенно выходит за рамки операционной модели стрельбы, использование стоимостной функции потерь вида (5) может оказаться необоснованным. В то же время понятия метрических ошибок можно ввести, вообще не опираясь на эту модель, если только задана метрика в пространстве параметров. Действительно, определим аксиоматически ошибку пропуска i-го объекта a_i как расстояние до ближайшей оценки, а ошибку ложного оценивания j-й оценки b_j как расстояние до ближайшего объекта:

$$a_i = \min_{1 \le j \le \hat{n}} r_{ij}, \quad b_j = \min_{1 \le i \le n} r_{ij}. \tag{8}$$

Далее, на основе выборки a_1, a_2, ..., a_n строим эмпирическую функцию пропуска $P(R)$, а на основе выборки b_2, ..., $b_{\hat{n}}$ – эмпирическую функцию распределения ошибок ложного оценивания $Q(R)$. Задавшись коэффициентом λ, $0 \le \lambda \le 1$, определим параметр $\mu = \lambda\hat{n}/[(1-\lambda)n + \lambda\hat{n}]$ и вычислим взвешенную функцию ошибок

$$F(R) = (1-\mu)P(R) + \mu Q(R), \tag{9}$$

которая также может считаться эмпирической функцией распределения.

Таким образом, качество однократного группового оценивания с точки зрения метрического подхода полностью характеризуется набором метрических ошибок или, что то же самое, представляющей их функцией ошибок $F(R)$.

Итак, применяя метрический подход, мы получили достаточно наглядный и независимый от условной операционной модели способ оценки качества группового оценивания, однако это достигнуто ценой увеличения размерности. Действительно, при стоимостном подходе функция потерь каждой ситуации $(n,\theta;\hat{n},\hat{\theta})$ ставит в соответствие *одно число* (пусть определённое несколько искусственным путём); эти числа можно легко сравнивать между собой, выбирая лучшее, использовать для построения вероятностных распределений с целью определения средних потерь алгоритма и т.д. Методика метрического подхода ту же ситуацию описывает *выборкой* (функцией) ошибок – объектом более сложным. Это обстоятельство не является принципиальным, поскольку все операции над числовыми потерями можно перенести в функциональную область.

Покажем, например, как можно измерить качество *алгоритма* группового оценивания. Пусть для исследования данного алгоритма проведено k испытаний, в каждом из которых получена своя выборка ошибок пропуска объёмом n_i (ей соответствует функция пропуска $P_i(R)$) и выборка ошибок ложного оценивания объёмом $\hat{n}_i$ (ей соответствует функция $Q_i(R)$). Объединяя эти выборки раздельно по видам ошибок, получим две суммарные выборки ошибок пропуска и ложного оценивания объёмом $N = \sum_{i=1}^{k} n_i$ и $\hat{N} = \sum_{i=1}^{k} \hat{n}_i$ соответственно. Этим суммарным выборкам соответствуют усреднённые функции ошибок $P(R)$, $Q(R)$ и $F(R)$, которые, как легко в этом убедиться, связаны с частными функциями ошибок следующими соотношениями:

$$P(R) = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{N} P_i(R), \quad Q(R) = \sum_{i=1}^{k} \frac{\hat{n}_i}{\hat{N}} Q_i(R), \quad F(R) = \sum_{i=1}^{k} \frac{(1-\lambda)n_i + \lambda\hat{n}_i}{(1-\lambda)N + \lambda\hat{N}} F_i(R).$$

Таким образом, по результатам статистических испытаний некоторый алгоритм группового оценивания характеризуется усредненной функцией ошибок. Для сравнения алгоритмов между собой представляется естественным предложить методику, основанную на непараметрических статистических критериях. Поскольку $F(R)$ имеет свойства эмпирической функции распределения, для пары функций $F_1(R)$ и $F_2(R)$ можно сформулировать статистическую гипотезу $H_0 : F_1(R) = F_2(R)$ против односторонней альтернативы $H_1 : F_1(R) < F_2(R)$. Задавшись некоторым уровнем значимости, можно любым из известных критериев (например, Вилкоксона) установить, какая из двух эмпирических функций ошибок предпочтительнее.

Числовые характеристики ошибок

Функции ошибок (однократного оценивания или серии оценок) вполне могут быть использованы самостоятельно (наш опыт работы с ними в конкретных приложениях показал, что к ним легко привыкнуть, поскольку они интерпретируются как обычные функции распределения). Однако иногда возникает потребность иметь всё-таки обобщенный числовой измеритель качества, подобный тому, который давал нам стоимостной подход.

Оставаясь в рамках метрического подхода, такие показатели можно получить, переходя к *числовым характеристикам*, то есть к функционалам Φ от функции ошибок. К выбору функционала можно подходить двояко. Во-первых, иногда целесообразно использовать привычные для статистиков функционалы типа выборочного среднего, медианы и т.д. В зависимости от типа функции ошибок ($P(R)$, $Q(R)$ или $F(R)$) и вида функционала можно говорить, например, о средней ошибке пропуска, среднеквадратичной ошибке ложного оценивания или об обобщенной (взвешенной при данном λ) медианной ошибке. Конкретный вид функционала определяется личным вкусом и стратегической целью исследователя. Например, можно использовать следующие функционалы:

а) средняя ошибка $E[F] = -\int\limits_0^\infty R dR(R)$;

б) среднеквадратичная ошибка $S[F] = \left(-\int\limits_0^\infty R^2 dF(R) \right)^{1/2}$;

в) медианная ошибка $M[F] : F(M[F]) = 1/2$.

Другой возможный подход к выбору функционала основан на более формальных соображениях. Поскольку функционал $\Phi[F]$, примененный во взвешенной функции ошибок однократного оценивания, одним числом характеризует его качество, то функционал можно в принципе трактовать как функцию потерь $\Phi[F] = \Phi(n, \theta; \hat{n}, \hat{\theta})$. Таким образом, обобщив понятия ошибок на случай группового оценивания, мы получили возможность интерпретировать функцию потерь как функционал от распределения этих ошибок и замкнуть тем самым обратную связь между стоимостным и метрическим подходами.

С учетом сказанного функционал $\Phi[F]$ можно выбрать так, чтобы попытаться сохранить постулированные в начале статьи формальные свойства функции потерь. Рассмотрим с этой точки зрения класс линейных интегральных функционалов

$$\Phi[F] = -\int\limits_0^\infty \varphi(R) dR . \tag{10}$$

Для него, подставляя (8) в (10) и расписывая μ через λ, получим

$$\Phi[F] = \left[(1-\lambda)\sum_{i=1}^{n} \varphi(a_i) + \lambda \sum_{j=1}^{\hat{n}} \varphi(b_j) \right] \Big/ \left((1-\lambda)n + \lambda\hat{n} \right). \tag{11}$$

Выражение (11) симметрично в смысле (4) и, если ядро $\varphi(R) \geq 0$, неотрицательно. Оно обращается в нуль при истинном решении, если $\varphi(0) = 0$; кроме того, оно нормировано на единицу, если $\sup \varphi(R) = 1$. Более того, сравнивая (11) с функцией потерь (5), замечаем, что они точно совпадают, если $\varphi(R) = p(R) = \Delta_R(R)$. Для других ядер $\varphi(R)$, монотонно возрастающих от 0 до 1, равенство выполняется приближенно настолько, насколько функция $\varphi(R)$ аппроксимируется прямоугольной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. М и д д л т о н Д. Введение в статистическую теорию связи. Т.I–II.– М.: Сов. радио, 1961–1962.
2. В о п р о с ы статистической теории радиолокации / Под ред. Г.П. Тартаковского. Т.II.– М.: Сов. радио, 1964.– 1079 с.
3. Б о л ь ш а к о в И. А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума.– М.: Сов. радио, 1969.– 464 с.
4. В е н т ц е л ь Е. С. Исследование операций.– М.: Сов. радио, 1972.

Томский госуниверситет

Поступила в редакцию 15.11.01.