

ТОМ

15

Выпуск

5

# ОБОЗРЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ МАТЕМАТИКИ

В выпуске:

Секция «Дискретная математика»

Секция «Теория управления и системные исследования»

Секция «Финансовая и страховая математика»

1 – 8

V

•  
2008

**ДЕВЯТЫЙ ВСЕРОССИЙСКИЙ СИМПОЗИУМ  
ПО ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ МАТЕМАТИКЕ**

*Весенняя сессия.*

*ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ. ЧАСТЬ III*

Редакция журнала «ОПиПМ» • МОСКВА

2008

**А. Н. К и р и л л о в** (Санкт-Петербург, СПб ГТУРП). Моделирование динамики развития производственного объединения.

Рассмотрим некоторую экономическую систему, состоящую из конечного, но изменяющегося количества подсистем. Изменение количества подсистем происходит согласно правилам, устанавливаемым некоторым центром управления (ЦУ). Для конкретизации предлагаемого подхода к построению соответствующей модели рассмотрим производственное объединение (ПО).

Управляющий орган ПО должен распределить инвестиции по предприятиям для их развития. Цель развития состоит в достижении предприятиями некоторых заданных уровней в течение заданного промежутка времени  $[t_0, t_0 + T]$ . При этом ЦУ может закрыть какое-либо предприятие или возобновить его работу в зависимости от эффективности его деятельности, а также может открыть новое предприятие при некоторых условиях. Задача состоит в построении распределения инвестиций по предприятиям, обеспечивающего их рост к нормативным уровням. Для решения задачи в настоящем сообщении предлагается модель ПО с изменяющимся количеством предприятий.

Пусть количественная характеристика состояния  $i$ -ого предприятия в момент времени  $t$  определяется функцией  $x_i(t) \geq 0$ ,  $x_i(t) \in \mathbf{R}$ . Скорость прироста инвестиций в предприятие  $i$  в момент  $t$  обозначим  $u_i(t, x_i(t))$ ,  $u_i \in \mathbf{R}$ ,  $u_i(t, x_i(t)) \geq 0$ . Далее, пусть  $a_i(t)$  — скорость прироста уровня развития предприятия  $i$  на единицу капитала, вложенного в него, причем  $a_i(t) \geq 0$ ,  $a_i(t)$  — ограниченная кусочно-непрерывная функция, не равная тождественно нулю,  $a_i(t) \in \mathbf{R}$ . Будем считать, что инвестиции, направляемые ЦУ на развитие  $i$ -го предприятия, состоят из части собственных средств и кредитов банка, которые получает ПО, а ЦУ распределяет по предприятиям. Таким образом, динамика  $i$ -го предприятия задается уравнением

$$\dot{x}_i = a_i(t) u_i(t, x_i), \quad u_i(t, x_i) = \mu_i(t) x_i(t) + w_i(t, x_i),$$

где  $\mu_i = \mu_i(t)$  — коэффициент, характеризующий скорость прироста собственных средств предприятия на единицу объема его продукции;  $w_i = w_i(t, x_i)$  — скорость прироста инвестиций за счет кредита банка. При этом  $\mu_i(t) \geq 0$ ,  $w_i(t, x_i) \geq 0$ ,  $\mu_i(t)$ ,  $w_i(t, x_i)$  кусочно-непрерывны. Введем переменные  $y_i(t)$ , динамика которых задается уравнением

$$\dot{y}_i(t) = c_i(t, x_i) - b_i(t) w_i(t, x_i),$$

где  $c_i(t, x_i(t))$  — заданные пороговые функции, ограниченные, кусочно-непрерывные, принимающие неотрицательные значения. Превышение функциями  $w_i(t, x_i)$  пороговых функций  $c_i(t, x_i)$  означает, что предприятие развивается большей частью за счет кредитов. Это является сигналом для ЦУ в пользу закрытия предприятия  $i$  вследствие его неэффективной работы, что и происходит в момент достижения переменной  $y_i(t)$  порогового значения. Открытие нового предприятия происходит аналогично. Таким образом, количество предприятий в составе ПО изменяется. В сообщении представлены модели расширения и сворачивания производства, решаются задачи построения управлений  $w_i(t, x_i)$ , обеспечивающих достижение предприятиями ПО заданных уровней.

**В. В. К о к ш е н е в, С. П. С у щ е н к о** (Томск, ТГУ). Анализ пропускной способности протокола транспортного уровня.

Целью работы, представленной данным сообщением, является исследование зависимости пропускной способности протокола транспортного уровня от размера окна передачи  $W$  и величины тайм-аута ожидания подтверждения  $S \geq W$ , выраженного в длительностях цикла передачи кадра данных, для процедур селективного и группового отказа в однозвенном тракте. Дальнейший анализ проведен с учетом возможных

искажений протокольных блоков данных (ПБД) в канале связи в прямом направлении с вероятностью  $R$ , и в обратном — с вероятностью  $R_o$ . Важным частным случаем моделируемой ситуации является взаимодействие пограничных маршрутизаторов провайдеров интернет-услуг по протоколу EBGP с обменом полными таблицами интернет-маршрутизации, а также взаимодействие по протоколам IBGP и LDP маршрутизаторов в провайдерских MPLS-сетях. В обоих случаях характерен обмен большим количеством маршрутной информации (сотни мегабайт) по TCP-сессиям в небольшие промежутки времени (при установлении или восстановлении сессий). Учтена также природа волоконно-оптических линий связи, имеющих, возможно, существенно различные показатели надежности в прямом и обратном направлениях передачи. Динамика очереди переданных, но не подтвержденных сегментов на узле-отправителе для различных режимов функционирования управляющего протокола описывается цепью Маркова с дискретным временем и числом состояний, равным  $S$ . Переходные вероятности цепи Маркова для селективного и группового отказа задаются соответственно следующими зависимостями:

$$\pi_{ij} = \begin{cases} 1, & i = 0, j = 1, \\ R_o, & i = 1, \dots, S-2, j = i+1, \\ 1 - R_o, & i = 1, \dots, W-1, j = 1, \\ 1 - R_o, & i = W, \dots, S-2, j = 0, \\ 1, & i = S-1, j = 0, \end{cases}$$

$$\pi_{ij} = \begin{cases} 1, & i = 0, j = 1, \\ R_o, & i = 1, \dots, S-2, j = i+1, \\ (1 - R_o)(1 - R_n)^i, & i = 1, \dots, W-1, j = 1, \\ (1 - R_o)(1 - (1 - R_n)^i), & i = 1, \dots, W-1, j = 0, \\ 1 - R_o, & i = W, \dots, S-2, j = 0, \\ 1, & i = S-1, j = 0. \end{cases}$$

В работе получены аналитические соотношения для вероятностей состояний цепи Маркова. На их основе найдены функциональные зависимости нормированной пропускной способности управляющего протокола при селективной  $Z_C(W, S)$  и групповой  $Z_\Gamma(W, S)$  процедурах отказа, являющихся отношением среднего числа ПБД, переданных между получением двух последовательных квитанций, к среднему времени получения квитанции:

$$Z(W, S) = (1 - R_n) \frac{1 - R_o^W - WR_o^{S-1}(1 - R_o)}{1 + R_o^{W-1}(1 - R_o - R_o^{S-W})},$$

$$Z_\Gamma(W, S) = (1 - R_n)(1 - R_o) \left\{ R_n - R_o^W [1 - R_o(1 - R_n) - (1 - R_o)(1 - R_n)^{W+1} - (R_o^W - R_o^{S-1})(1 - R_o(1 - R_n))(1 - (1 - R_n)^W)] \right\} \left\{ R_n [1 + R_n - R_o + (1 - R_o)^2 R_o^{W-1}(1 - R_n)^W - R_o^{S-1}(1 - R_o(1 - R_n))] \right\}^{-1}.$$

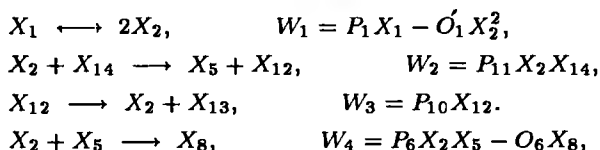
Численный анализ данных зависимостей показывает, что индекс пропускной способности монотонно растет с увеличением размера окна и выходит в режим насыщения уже при  $W \geq 5$  для селективной процедуры и при  $W \geq 4$  — для групповой процедуры. Однако селективная процедура отказа обеспечивает большую пропускную способность, чем групповая. Тем не менее, с ростом надежности канала связи преимущество селективной процедуры отказа перед групповой по индексу пропускной способности снижается. При заданном размере окна показатель пропускной способности возрастает с увеличением длительности тайм-аута и практически достигает

теоретического предела при насыщении по протокольному параметру  $W$  для значений  $S$ , превосходящих ширину окна на  $2 \div 4$  интервала для селективной процедуры отказа и на  $1 \div 3$  интервала для групповой.

**К. Ф. Коледина, И. М. Губайдуллин** (Уфа, ИНК РАН).  
Кинетическая модель частной реакции гидроалюминирования олефинов триизобутилалюминием.

В работе [1] разработана кинетическая модель реакции гидроалюминирования  $\alpha$ -олефинов алкилаланами  $HAIBu_2^i$  (ДИБАГ) и  $AlBu_3^i$  (ТИБА), катализируемой  $Cp_2ZrCl_2$ . Присутствие незлементарных стадий в реакции с  $ClAlBu_2^i$  (ДИБАХ) не позволило построить адекватную математическую модель сложной химической системы. В последнее время авторами [1] проведено дополнительное экспериментальное изучение гидроалюминирования  $\alpha$ -олефинов, с идентификацией промежуточных интермедиатных металлокомплексов, образующихся в ходе этой реакции. Сочетание экспериментального метода динамическая спектроскопия ЯМР и метода встречного синтеза позволили предложить наиболее вероятный механизм отдельных стадий этой реакции.

Последовательность химических превращений и соответствующие кинетические уравнения для частной реакции перехода димерного комплекса в неактивный тригидридный комплекс под действием АОС  $AlBu_3^i$  имеют следующий вид:



где  $X_1 = [Cp_2ZrH_2 \cdot ClAlBu_2^i]_2$ ,  $X_2 = [Cp_2ZrH_2 \cdot ClAlBu_2^i]$ ,  $X_5 = HAIBu_2^i$ ,  $X_8 = [Cp_2ZrH_2 \cdot HAIBu_2^i \cdot ClAlBu_2^i]$ ,  $X_{12} = [Cp_2ZrH_2 \cdot Bu^i \cdot ClAlBu_2^i]$ ,  $X_{13} = C_4H_8$ ,  $X_{14} = AlBu_3^i$ ,  $Bu^i = C_4H_9$ ,  $Cp = C_5H_5$ ,  $P_i, O_i$  — кинетические константы прямой и обратной стадии, соответственно,  $1/c$ .

Для определения констант скоростей и энергии активации использована информационно-аналитическая система обратных задач химической кинетики (ИАС ОЗХК). В качестве метода обработки ИАС выбрана математическая модель в виде систем обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений (СОНДУ).

Математическое описание [2] учитывает протекание реакции с изменением числа молей реакционного объема, что следует из схемы химических превращений.

Найденные кинетические параметры будут использованы при решении обратной кинетической задачи для этой реакции с АОС  $HAIBu_2^i$  и  $ClAlBu_2^i$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Parfenova L. V., Balaev A. V., Gubaidullin I. M., Pechatkina S. V., Abzalilova L. R., Spivak S. I., Khalilov L. M., Dzhemilev U. M. Kinetic Model of Olefins Hydroalumination by  $HAIBu_2$  and  $AlBu_3$  in Presence of  $Cp_2ZrCl_2$  Catalyst. — *Int. J. Chem. Kinet.*, 2007, v. 39, № 6, p. 333–339.
2. Губайдуллин И. И., Фрид А. И., Губайдуллин И. М. Реализация  $N$ -вариантности для обратных задач кинетики механизмов цикло- и гидроалюминирования олефинов. — *Обозрение прикл. и промышл. матем.*, 2006, т. 13, в. 4, с. 629–631.